UNIVERSITY OF PATRAS
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΑΤΡΩΝ

ΘΕΩΡΙΑ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ

ΕΡΓΑΣΙΑ 1
Πρόβλεψη Τιμών Μετοχών με Γραμμική Παλινδρόμηση

Ονοματεπώνυμο: Χρυσαυγή Πατέλη
Α.Μ.: 1084513
Εξάμηνο: 9ο
e-mail: up1084513@ac.upatras.gr

Διδάσκων : Δημήτριος Κοσμόπουλος

https://github.com/chryssa-pat/Decision-Theory

Τμήμα Μηχανικών Η/Υ και Πληροφορικής

Ακαδημαϊκό Έτος 2024-2025

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

1. Βιβλιοθήκες

Οι βιβλιοθήκες που χρησιμοποιήθηκαν είναι:

- **requests:** χρησιμοποιείται για να κάνει HTTP αίτημα στο API της Alpha Vantage και να πάρει τα δεδομένα της μετοχής της google με μετοχικό σύμβολο GOOGL**.**
- **json:** χρησιμοποιείται για να διαχειριστεί αρχικά τα δεδομένα που είναι σε μορφή JSON.
- **csv:** χρησιμοποιείται για την ανάγνωση και την εγγραφή στο αρχείο csv στο οποίο βασίζεται το project (close_prices.csv).
- **pandas:** χρησιμοποιεί DataFrames για την ανάλυση και διαχείριση δεδομένων.
- **matplotlib:** χρησιμοποιείται για την δημιουργία γραφημάτων (συνάρτηση **pyplot**) καθώς και για την πρόσβαση σε colormaps που επιτρέπουν την εφαρμογή χρωμάτων στα δεδομένα σε γραφήματα (συνάρτηση **cm**).
- **statsmodels:** παρέχει εργαλεία για στατιστική ανάλυση χρονοσειρών. Η συνάρτηση **seasonal_decompose** χρησιμοποιείται για την αποσύνθεση της χρονοσειράς σε trend, seasonality και residual. Επίσης, χρησιμοποιείται η συνάρτηση **plot_acf**, η οποία δημιουργεί ένα γράφημα που απεικονίζει την αυτοσυσχέτιση της χρονοσειράς για διάφορες τιμές lag.
- **scipy:** από την συγκεκριμένη βιβλιοθήκη χρησιμοποιείται η συνάρτηση **gaussian_filter1d** για την εφαρμογή Gaussian φίλτρου στα δεδομένα ώστε να τα εξομαλύνει.
- **sklearn:** από την συγκεκριμένη βιβλιοθήκη χρησιμοποιούνται οι συναρτήσεις:
    - **LinearRegression** είναι για την δημιουργία του μοντέλου γραμμικής παλινδρόμησης.
    - **Lasso** είναι για την δημιουργία του μοντέλου που χρησιμοποιεί L1 κανονικοποίηση.
    - **Ridge** είναι για την δημιουργία του μοντέλου που χρησιμοποιεί L2 κανονικοποίηση.
    - **PolynomialFeatures** χρησιμοποιείται για να μετατρέψει τα χαρακτηριστικά σε πολυωνυμικά χαρακτηριστικά.
    - **mean_squared_error, mean_absolute_error** είναι για τον υπολογισμό του μέσου τετραγωνικού σφάλματος και του μέσου απόλυτου σφάλματος.
- **numpy:** χρησιμοποιείται για επιστημονικούς υπολογισμούς και πιο συγκεκριμένα για τον υπολογισμό της τετραγωνικής ρίζας του μέσου τετραγωνικού σφάλματος (rmse).
- **joblib:** χρησιμοποιείται για την αποθήκευση και φόρτωση μοντέλων σε δυαδική μορφή.

2. Προεπεξεργασία

Στόχος της συγκεκριμένης εργασίας είναι η πρόβλεψη της τιμής κλεισίματος της επόμενης μέρας μιας μετοχής. Η μετοχή που επιλέχθηκε είναι της google class A και έχει σύμβολο **GOOGL**. Τα δεδομένα της μετοχής συλλέχθηκαν με αίτημα στο API της Alpha Vantage. Τα δεδομένα περιείχαν τις στήλες open, high, low, close, volume, ωστόσο η εργασία επικεντρώνεται στις τιμές κλεισίματος, οπότε αποθηκεύτηκαν σε ένα csv (close_prices.csv) μόνο οι τιμές κλεισίματος (close), το οποίο είναι αυτό που θα χρησιμοποιηθεί. Το csv περιέχει τιμές από το 19-08-2004 μέχρι 18-11-2024.

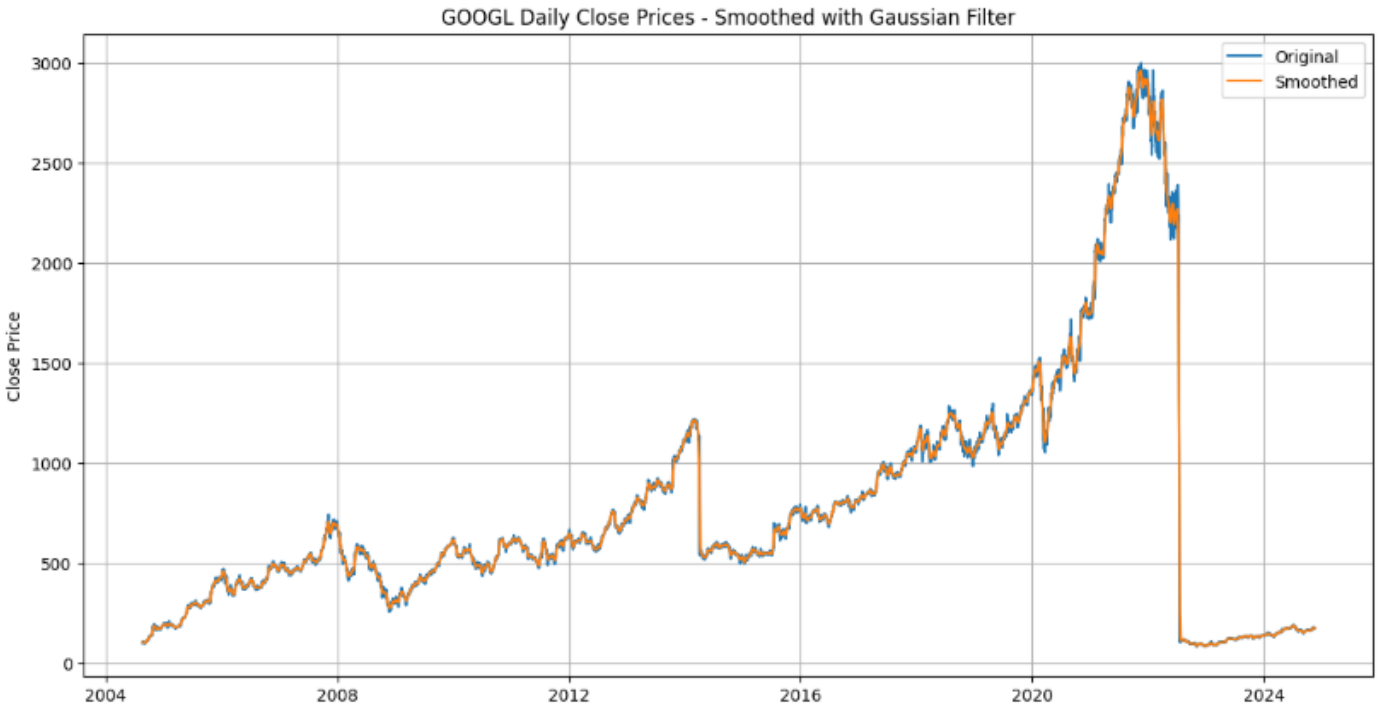
Προκειμένου να μελετηθεί η μετοχή εκτενέστερα και να κατανοηθούν διάφορα μοτίβα και συσχετίσεις που περιέχει έγινε η παρακάτω προεπεξεργασία:

Αρχικά εξομαλύνθηκαν τα δεδομένα χρησιμοποιώντας gaussian φίλτρο με sigma=3, η επιλογή του sigma έγινε προκειμένου να επιτευχθεί μια ικανοποιητική εξομάλυνση των δεδομένων διατηρώντας ωστόσο αρκετές πληροφορίες και τάσεις της χρονοσειράς. Μια μεγαλύτερη τιμή θα οδηγούσε σε απώλεια σημαντικών πληροφοριών και τάσεων. Επιπλέον, δοκιμάστηκαν και άλλες τιμές sigma και τα σφάλματα κατά την αξιολόγηση των μοντέλων ήταν μεγαλύτερα.

Date	Close	Close_smoothed
2024-11-18	175.300	176.137720
2024-11-15	172.490	176.389924
2024-11-14	175.580	176.805351
2024-11-13	178.880	177.229916
2024-11-12	181.620	177.487574
...	...	...
2004-08-25	106.000	105.364413
2004-08-24	104.870	105.589222
2004-08-23	109.400	105.649125
2004-08-20	108.310	105.615239
2004-08-19	100.335	105.570576

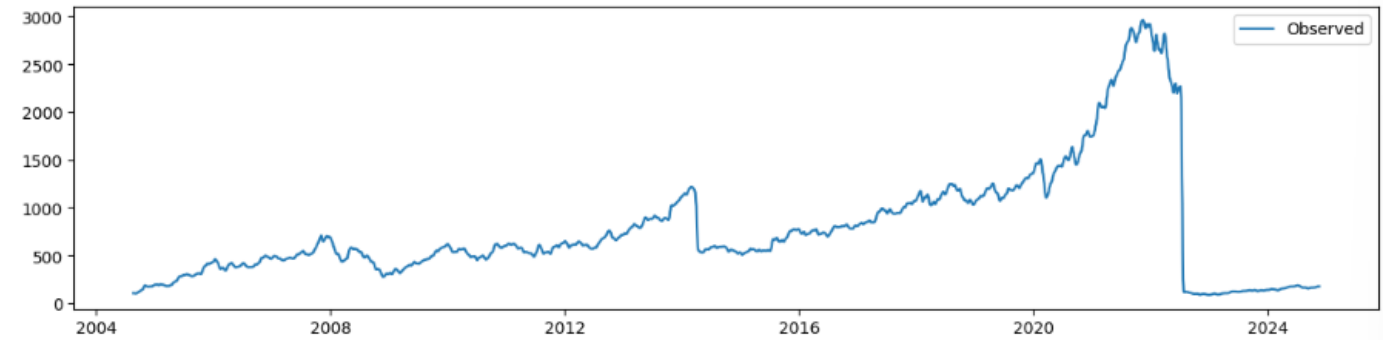
Επίσης, αποτυπώνονται στην παρακάτω γραφική παράσταση οι τιμές κλεισίματος καθώς και οι εξομαλυμένες τιμές κλεισίματος που προκύπτουν από την χρήση gaussian φίλτρου με sigma=3. Η συγκεκριμένη γραφική δίνει μια συνολική εικόνα της συμπεριφοράς των τιμών κλεισίματος της μετοχής. Παρατηρείται:

1. Μέχρι το 2020 οι τιμές κλεισίματος εμφανίζουν διακυμάνσεις, αλλά και μια σταθερή ανοδική τάση.
2. Περίπου το 2021 παρατηρείται απότομη άνοδος της μετοχής.
3. Τέλος, στα μέσα του 2022 υπάρχει ξαφνική πτώση της μετοχής, η οποία στην συνέχεια σταθεροποιείται σε πολύ χαμηλές τιμές με ελάχιστες διακυμάνσεις σε σύγκριση με τις προηγούμενες περιόδους.

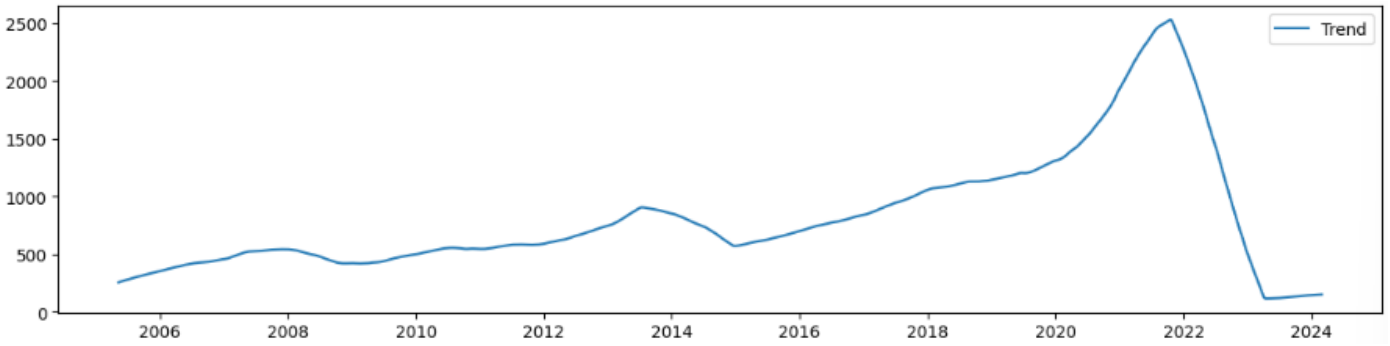


Επιλέχθηκε η στατιστική μέθοδος **Seasonal Decomposition** χρησιμοποιώντας το προσθετικό μοντέλο (additive)**,** ώστε να διασπαστεί η χρονοσειρά στα βασικά της συστατικά (observed, trend, seasonal, residual). Με αυτόν τον τρόπο θα κατανοήσουμε καλύτερα την δομή και την τάση της μετοχής.

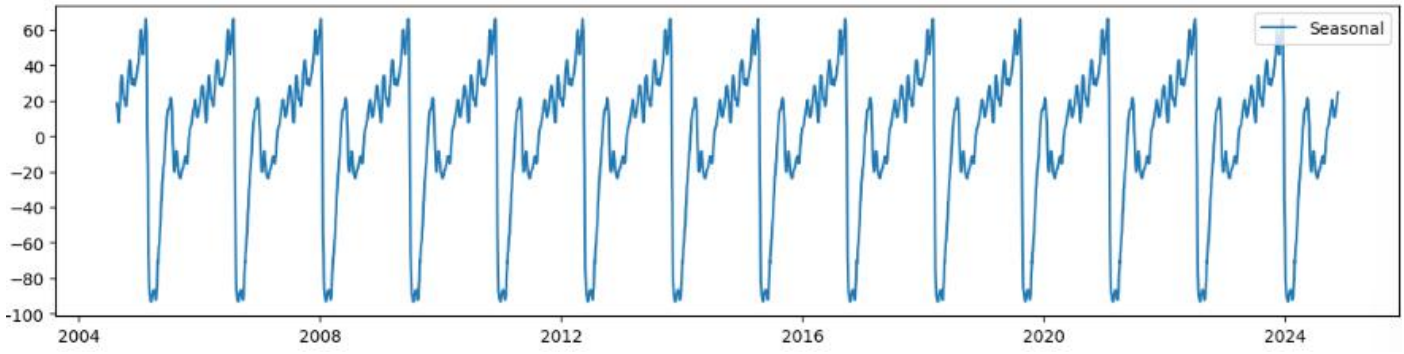
1. Αποτυπώνονται τα αρχικά δεδομένα (Observed), τα οποία αναλύθηκαν παραπάνω.



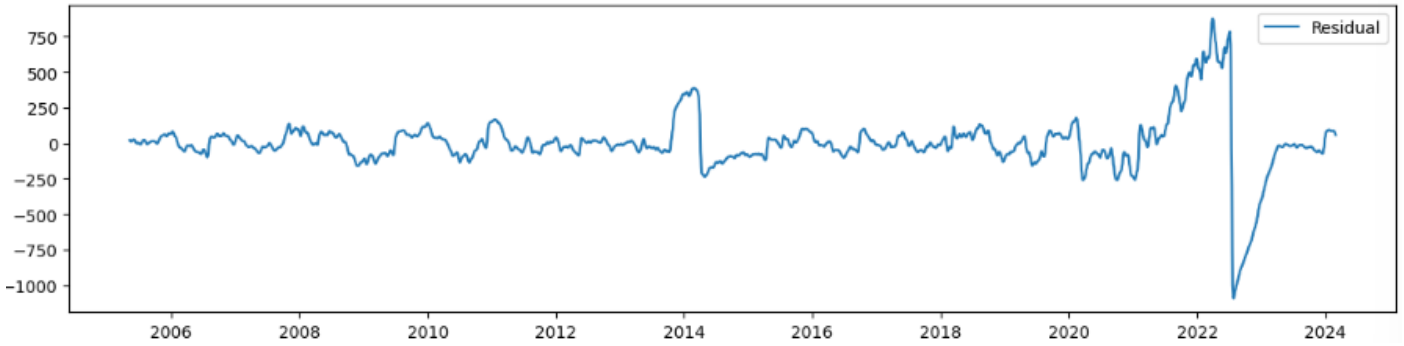
2. Στην επόμενη γραφική (Trend) αποτυπώνεται η μακροχρόνια συμπεριφορά της χρονοσειράς αφαιρώντας τι εποχικές διακυμάνσεις και τον θόρυβο. Παρατηρείται ότι μέχρι το 2021 η τάση είναι ανοδική και στην συνέχεια υπάρχει απότομη πτώση.



3. Στην γραφική Seasonal αποτυπώνεται η ετήσια εποχικότητα, η οποία είναι η επαναλαμβανόμενη διακύμανση των τιμών. Παρατηρείται ότι υπάρχει τακτική περιοδικότητα στις διακυμάνσεις των τιμών που επαναλαμβάνεται κάθε χρόνο.



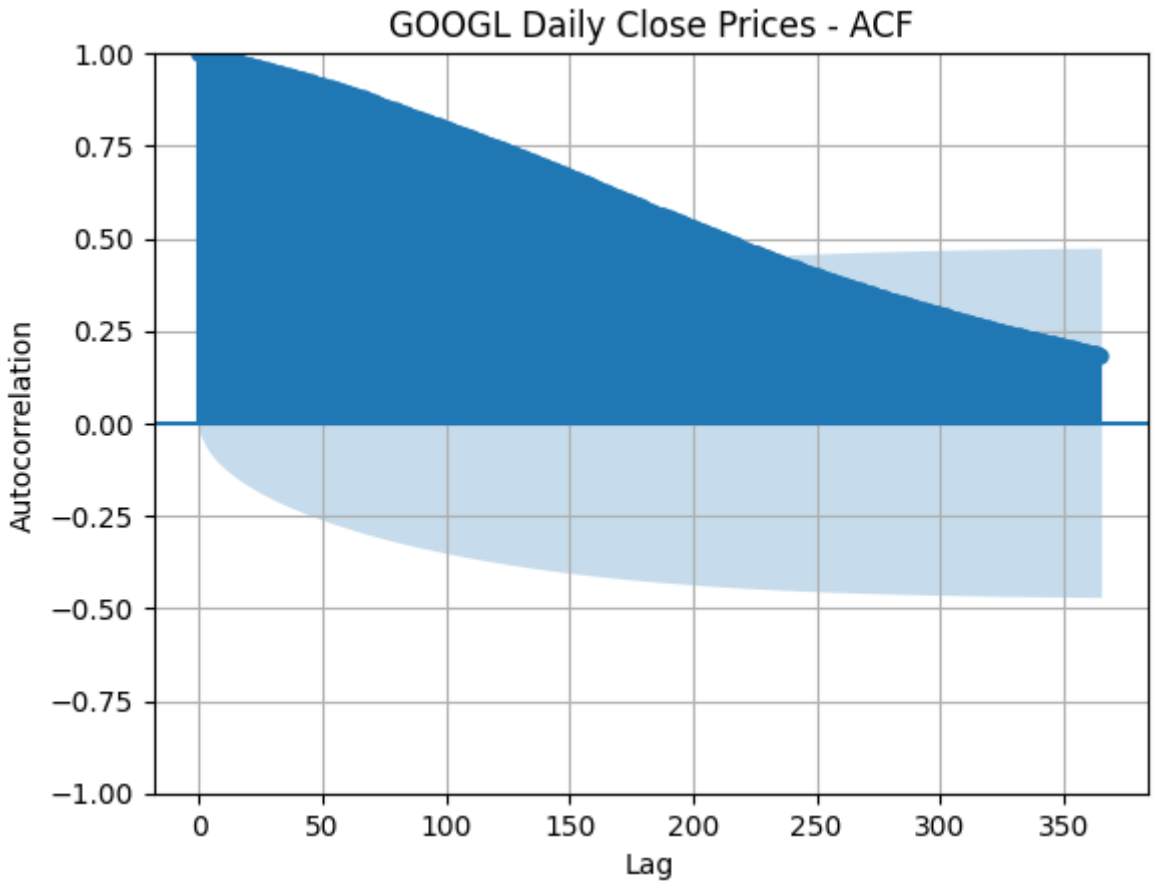
4. Τέλος η γραφική Residual αποτυπώνει τις τυχαίες διακυμάνσεις μετά την αφαίρεση της τάσης και της εποχικότητας. Μεγάλη αύξηση στις αποκλίσεις συμβαίνει κατά την περίοδο του 2022 που υπήρχε η μεγάλη πτώση, τα προηγούμενα χρόνια τα residuals είναι σχετικά σταθερά.



Ακόμη, δημιουργήθηκε η συνάρτηση αυτοσυχέτισης (**ACF**) χρησιμοποιώντας την βιβλιοθήκη **statsmodels**, προκειμένου να αποτυπωθεί η αυτοσυσχέτιση των δεδομένων της χρονοσειράς σε διαφορετικά χρονικά διαστήματα lags. Πιο συγκεκριμένα εξετάζει πόσο σχετίζεται μια τιμή με τις τιμές πριν από t ημέρες.

Παρατηρήσεις που προκύπτουν από το γράφημα:

1. Η ACF ξεκινά κοντά στο 1 στο lag 0, υποδεικνύοντας ισχυρή αυτοσυσχέτιση στην αρχή, κάτι που είναι αναμενόμενο, καθώς μια χρονοσειρά συσχετίζεται πάντα τέλεια με τον εαυτό της. Για μικρές τιμές εξακολουθεί να υπάρχει ισχυρή συσχέτιση.
2. Καθώς αυξάνουμε τα lag , η αυτοσυσχέτιση μειώνεται σταδιακά. Αυτό υποδηλώνει ότι οι ημερήσιες τιμές κλεισίματος της μετοχής της Google συσχετίζονται σε μεγάλο βαθμό σε μικρά χρονικά διαστήματα.
3. Η ACF φθίνει σταδιακά, μέχρι να πλησιάσει σχεδόν το μηδέν. Αυτό δείχνει ότι σε μεγαλύτερα χρονικά διαστήματα η συσχέτιση μεταξύ των τιμών μειώνεται.


GOOGL Daily Close Prices - ACF
Autocorrelation
1.00
0.75
0.50
0.25
0.00
−0.25
−0.50
−0.75
−1.00
0
50
100
150
200
250
300
350
Lag

3. Linear Regression

3.1 Training-Validation

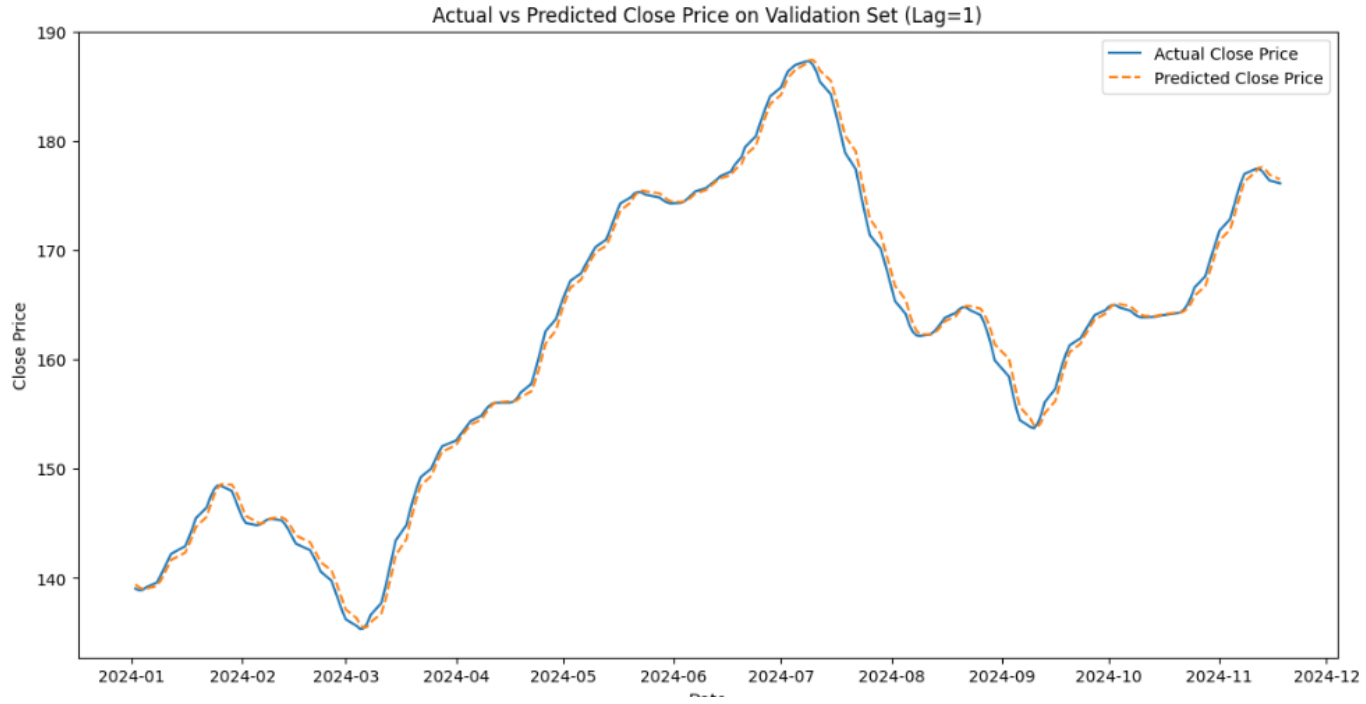
Αρχικά, εφαρμόζεται φιλτράρισμα στα δεδομένα χρησιμοποιώντας το gaussian filter με sigma=3 και δημιουργείται στο DataFrame μια στήλη closed_smoothed που περιέχει τις τιμές που θα χρησιμοποιηθούν. Στην συνέχεια, στο DataFrame δημιουργούνται και στήλες που θα περιέχουν τα lagged features δηλαδή τις παρελθοντικές τιμές. Προκειμένου να βρεθεί το σωστό πλήθος lags και με βάση τις παρατηρήσεις που προέκυψαν από την προεπεξεργασία (για μικρό πλήθος lags υπάρχει αυτοσυχέτιση μεταξύ των δεδομένων), θα δοκιμαστεί το μοντέλο για διαφορετικό πλήθος παρελθοντικών τιμών από 1(close_t-1) μέχρι 7 (close_t-1...close_t-7). Επιπλέον, διασπάται το dataframe σε σύνολο εκπαίδευσης (train set) και σύνολο επικύρωσης (validation set), το train set θα περιέχει τιμές πριν το 2024 και το validation set θα περιέχει τις τιμές μετά το 2024 μέχρι 18-11-2024.

- Το X_train, X_validation είναι τα lags και το y_train, y_validation είναι οι στόχοι, δηλαδή οι τιμές κλεισίματος της επόμενης μέρας.

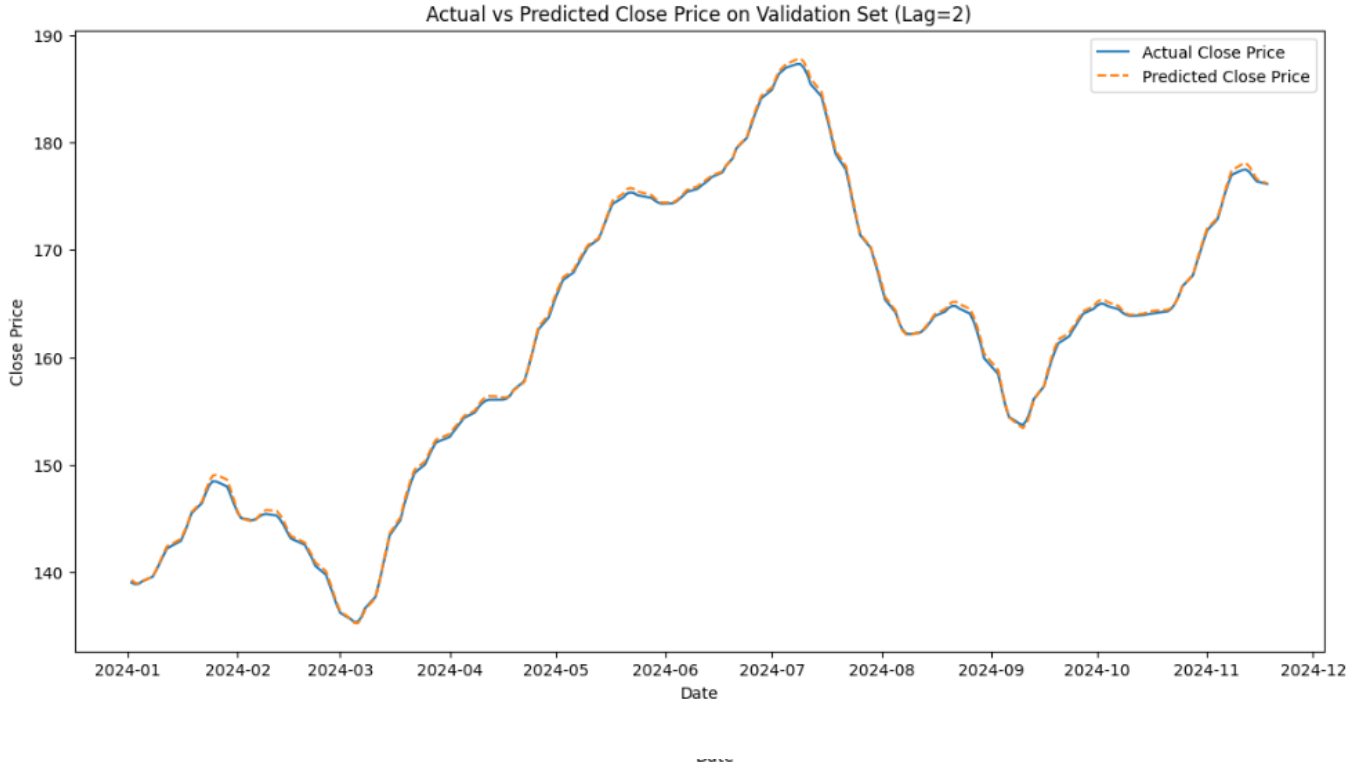
Ύστερα, δημιουργείται το μοντέλο γραμμικής παλινδρόμησης με την συνάρτηση **LinearRegression,** εκπαιδεύεται στα δεδομένα εκπαίδευσης με την μέθοδο **fit()** και πραγματοποιούνται προβλέψεις στα δεδομένα επικύρωσης με την μέθοδο **predict().** Το μοντέλο αξιολογείται χρησιμοποιώντας τις μετρικές Μέσο τετραγωνικό σφάλμα (**MSE**),Τετραγωνική ρίζα του MSE (**RMSE**), Μέσο απόλυτο σφάλμα (**MAE**).

Η διαδικασία επαναλαμβάνεται για πλήθος lags από 1 μέχρι και 7 και τα αποτελέσματα για το κάθε μοντέλο αποθηκεύονται στην λίστα **results_list.** Για κάθε μοντέλο εκτυπώνεται η εξίσωση γραμμικής παλινδρόμησης και δημιουργείται η γραφική με τις προβλεπόμενες και τις πραγματικές τιμές για το σύνολο επικύρωσης. Παρατίθενται ενδεικτικά τα αποτελέσματα και οι γραφικές παρακάτω για lags από 1 μέχρι 4.

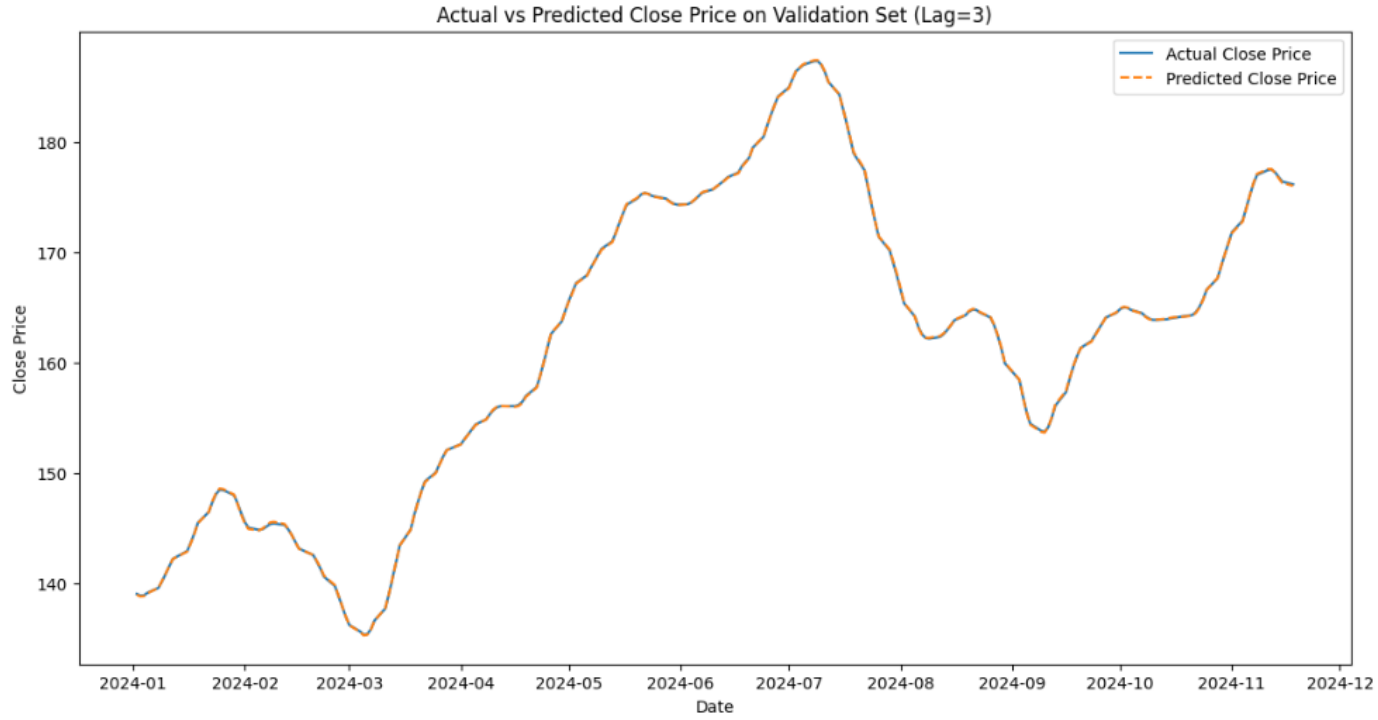
```
--- Lags: 1 ---
Training MSE: 122.74705063921955
Training RMSE: 11.079126799491897
Training MAE: 3.7005365208839502
Validation MSE: 0.5666315131761408
Validation RMSE: 0.752749303006081
Validation MAE: 0.6214900491711689
Linear Regression Equation:
y = 0.1503 + (0.9998) * close_t-1
```



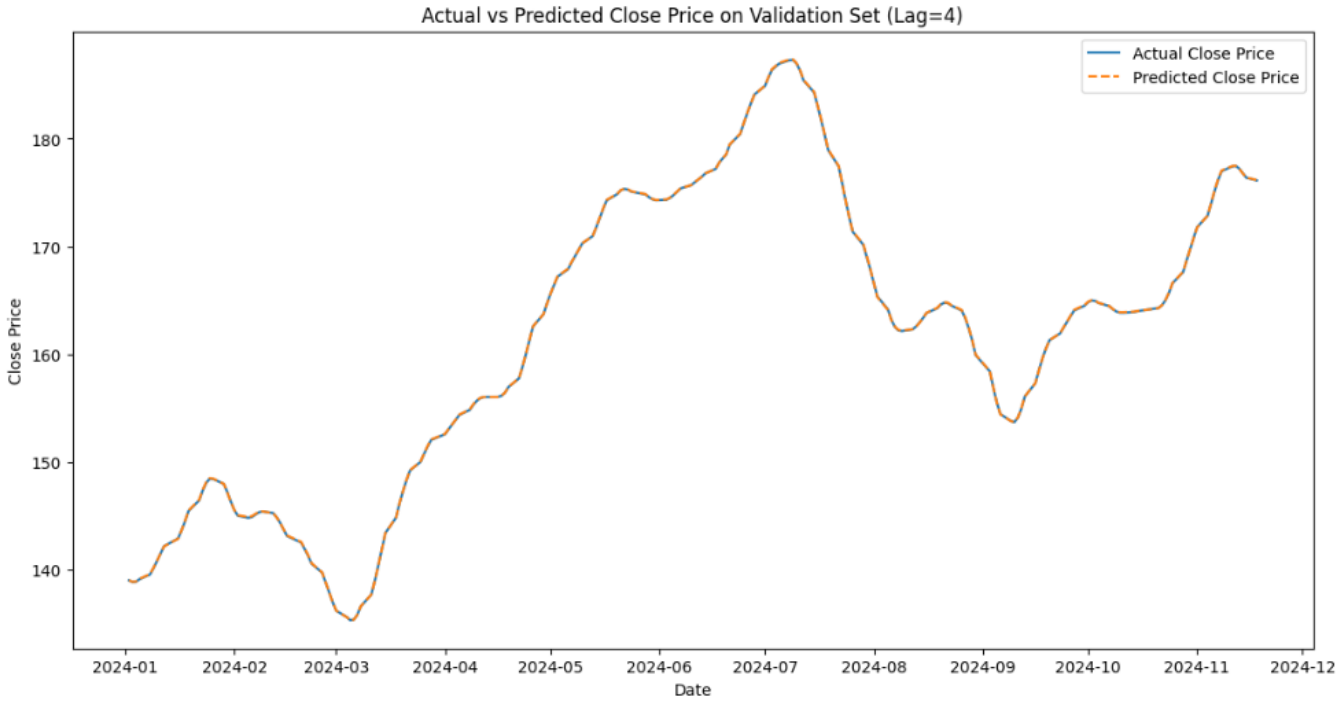
```
--- Lags: 2 ---
Training MSE: 6.754315077150989
Training RMSE: 2.598906515662114
Training MAE: 0.8983680048756589
Validation MSE: 0.07001488312958021
Validation RMSE: 0.2646032560827251
Validation MAE: 0.22767450429252373
Linear Regression Equation:
y = 0.2630 + (1.9718) * close_t-1 + (-0.9721) * close_t-2
```



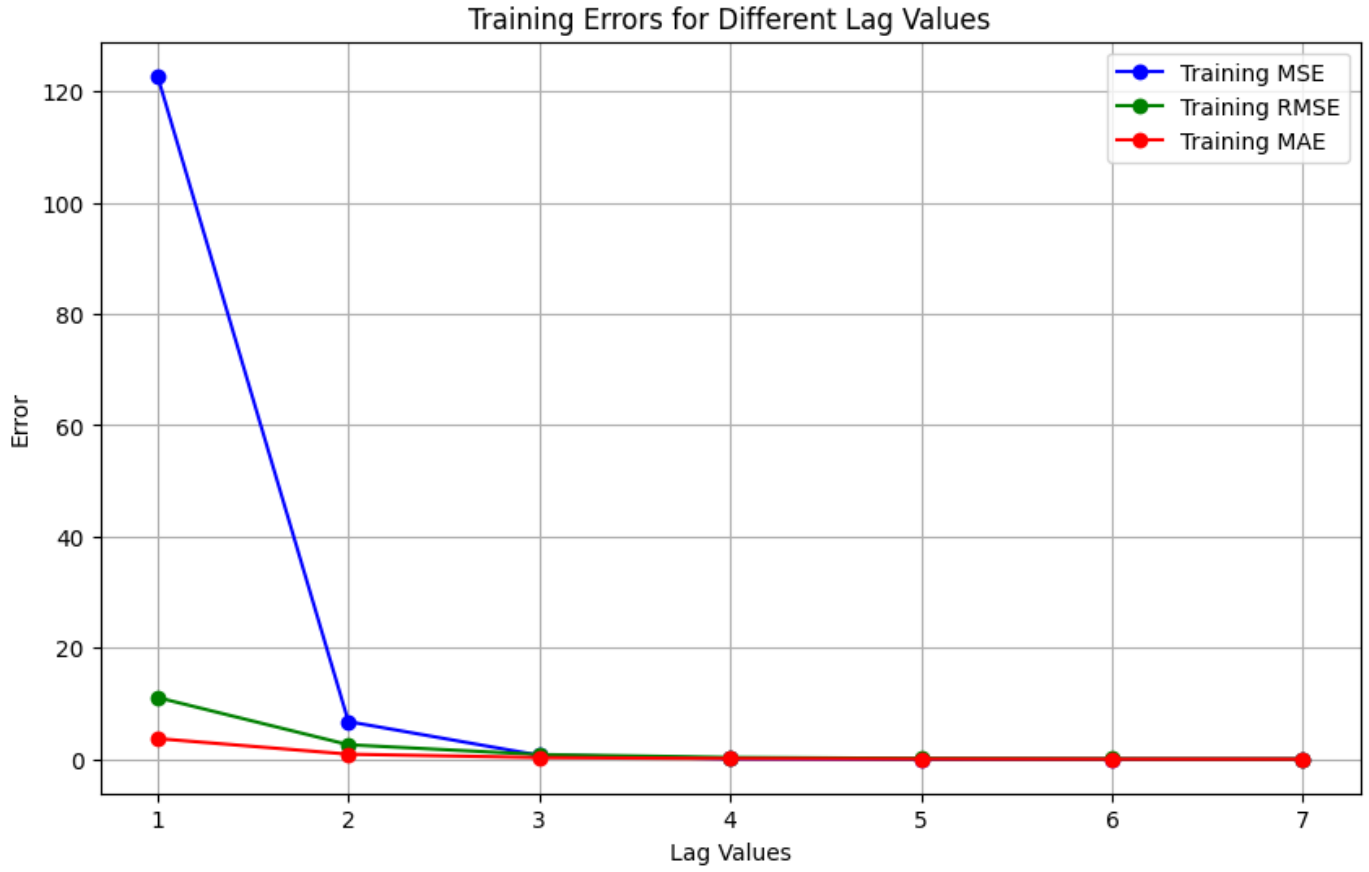

```
--- Lags: 3 ---
Training MSE: 0.6974430189210316
Training RMSE: 0.8351305400481003
Training MAE: 0.29807830592845536
Validation MSE: 0.0033390303557124463
Validation RMSE: 0.057784343517188516
Validation MAE: 0.047518220172827925
Linear Regression Equation:
y = 0.0149 + (2.8924) * close_t-1 + (-2.8394) * close_t-2 + (0.9470) * close_t-3
```

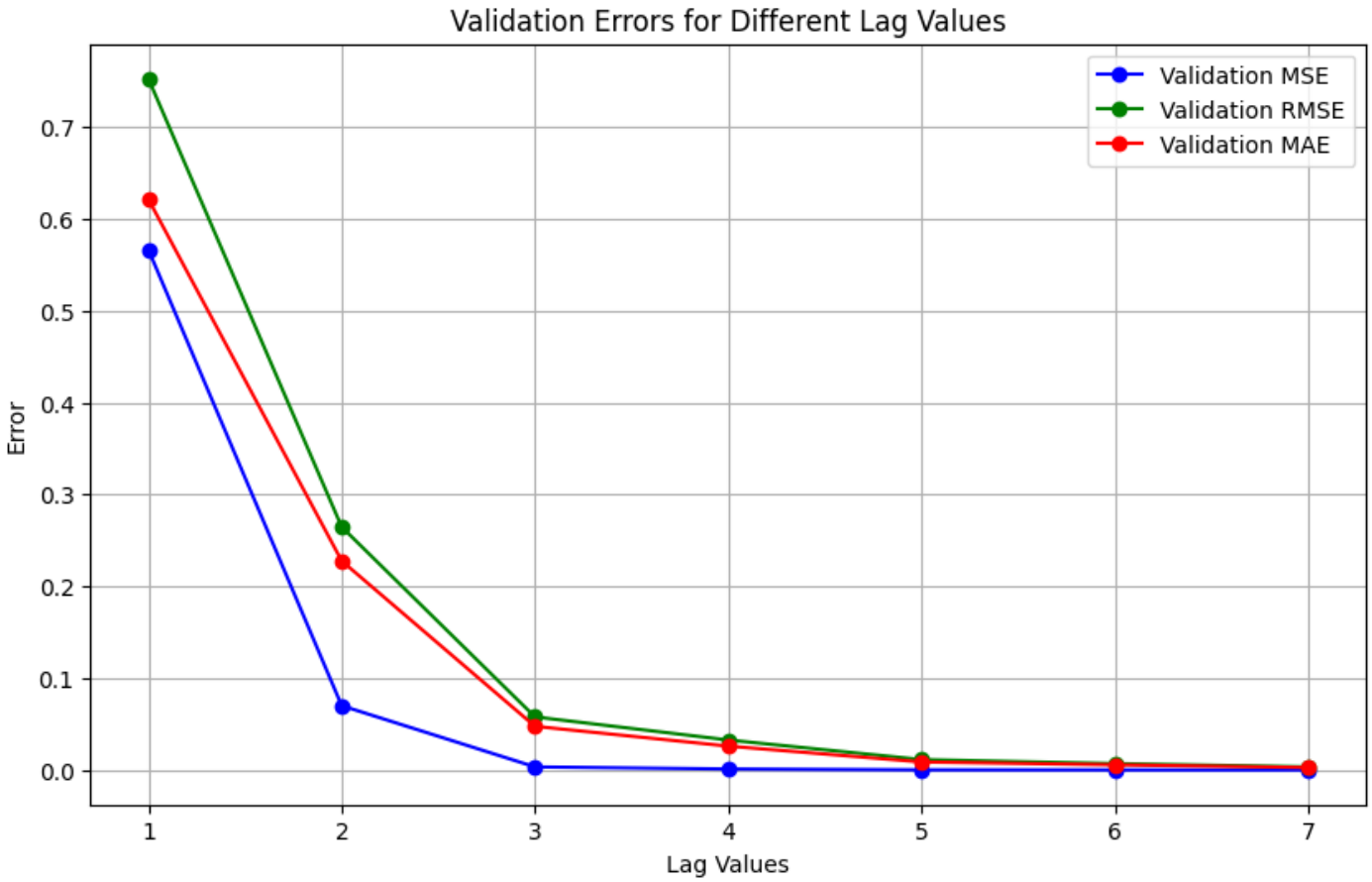


```
--- Lags: 4 ---
Training MSE: 0.09978722838763097
Training RMSE: 0.3158911654156079
Training MAE: 0.11796754313550502
Validation MSE: 0.0010647297112459037
Validation RMSE: 0.03263019631025691
Validation MAE: 0.025952780376092346
Linear Regression Equation:
y = 0.0270 + (3.7691) * close_t-1 + (-5.4679) * close_t-2 + (3.6246) * close_t-3 + (-0.9258) * close_t-4
```



Τέλος ανακτώνται από την λίστα **results_list** τα σφάλματα (MSE, RMSE, MAE) για το σύνολο εκπαίδευσης και για το σύνολο επικύρωσης για τις διάφορες τιμές των lags και δημιουργούνται τα παρακάτω γραφήματα.





Από το γράφημα επικύρωσης φαίνεται ότι οι μετρικές σφάλματος (MSE, RMSE και MAE) μειώνονται σημαντικά από το lag 1 έως το lag 2 και στη συνέχεια φθάνουν σε χαμηλές και σταθερές τιμές από το lag 3 και μετά. Μέχρι το lag 4, τα σφάλματα έχουν φθάσει σε σταθερή κατάσταση, γεγονός που υποδηλώνει ότι τα πρόσθετα lag πέραν αυτού του σημείου δεν παρέχουν ουσιαστική βελτίωση της ακρίβειας. Οπότε γι' αυτό και θα χρησιμοποιηθεί το μοντέλο που έχει δημιουργηθεί με τα 4 lag. Το σφάλμα (mse) σε αυτήν την περίπτωση είναι πολύ μικρό και τείνει στο μηδέν **Validation MSE**: 0.0010647297112459037. Για το συγκεκριμένο πλήθος lags επιβεβαιώνεται και από το γράφημα με τα σφάλματα εκπαίδευσης ότι είναι το ιδανικό καθώς το μοντέλο έχει καλή ισορροπία μεταξύ προσαρμογής στα δεδομένα εκπαίδευσης (underfitting) και γενίκευσης στα δεδομένα επικύρωσης (overfitting). Αυτό σημαίνει ότι το μοντέλο έχει εκπαιδευτεί σωστά και οι προβλέψεις που κάνει είναι πολύ κοντά στις πραγματικές τιμές αν όχι ίδιες.

Μετά από αυτήν την παρατήρηση προστέθηκαν στον κώδικα οι εντολές οι οποίες αποθηκεύουν το μοντέλο με lag = 4 χρησιμοποιώντας την βιβλιοθήκη joblib, ώστε να μπορεί να χρησιμοποιηθεί στο testing.

```
    # Store the model for lag 4
    if lags == 4:
        best_model = model
        joblib.dump(best_model, 'linear_regression_model.pkl')
```

3.2 Testing

Χρησιμοποιώντας το μοντέλο που αποθηκεύτηκε όπως αναφέρθηκε και παραπάνω θα προβλεφθεί με την συνάρτηση **predict** και με βάση τις 4 προηγούμενες τιμές (13-11-2024 μέχρι 18-11-2024) η τιμή για τις 19-11-2024 η οποία δεν βρίσκεται στο σύνολο των δεδομένων. Η τιμή που πρόβλεψε το μοντέλο είναι:

```
Predicted Close Price for the next day: 177.54
```

Ενώ η πραγματική τιμή της μετοχής για εκείνη την μέρα είναι: 11/19/2024 $178.12

Το μοντέλο πέτυχε μια πρόβλεψη, η οποία είναι πολύ κοντά στην πραγματική τιμή. Το σφάλμα MSE κατά το στάδιο της επικύρωσης ήταν 0.0010647, υποδεικνύοντας υψηλή ακρίβεια και καλή γενίκευση. Αυτό σημαίνει ότι τα δεδομένα έχουν σχεδόν γραμμική συσχέτιση.

4. Lasso Regression (L1 Κανονικοποίηση)

4.1 Training-Validation

Ακολουθείται η ίδια διαδικασία με το προηγούμενο μοντέλο, εφαρμόζεται φιλτράρισμα στα δεδομένα και διασπάται το DataFrame σε σύνολο εκπαίδευσης (train set) και σύνολο επικύρωσης (validation set).

Το lasso μοντέλο εκτός από το διαφορετικό πλήθος lags , θα δοκιμαστεί και για διαφορετικό πλήθος πολυωνύμων (από 1 μέχρι 5), ώστε να βρεθεί το καταλληλότερο μοντέλο για την συγκεκριμένη μετοχή.

Τα δεδομένα εισόδου πρέπει να μετατραπούν σε πολυωνυμικά χαρακτηριστικά, αυτό γίνεται δημιουργώντας ένα αντικείμενο της κλάσης **PolynomialFeatures,** το οποίο θα χρησιμοποιηθεί για να δημιουργήσει νέα χαρακτηριστικά που αντιστοιχούν στους πολυωνυμικούς όρους της εισόδου με βάση τον βαθμό του πολυωνύμου. Επίσης, εφαρμόζοντας την μέθοδο **fit_transform()** στα δεδομένα εκπαίδευσης υπολογίζονται οι όροι που πρέπει να δημιουργηθούν για το πολυώνυμο. Επιπλέον, εφαρμόζεται η μέθοδος **transform()** στα δεδομένα επικύρωσης για να εφαρμοστούν τα ίδια πολυωνυμικά χαρακτηριστικά που δημιουργήθηκαν από τα δεδομένα εκπαίδευσης.

Ακόμη, πρέπει να σημειωθεί ότι κάθε φορά για το διαφορετικό πλήθος lags και βαθμών πολυωνύμου για την επιλογή της παραμέτρου alpha (ελέγχει την κανονικοποίηση που εφαρμόζεται στο μοντέλο) του μοντέλου lasso πραγματοποιείται cross-validation για τιμές (0.01, 0.1, 1, 10, 100) με την χρήση Grid Search. Πιο συγκεκριμένα, το λεξικό **param_gid** περιλαμβάνει τις τιμές του alpha και δίνεται ως όρισμα στην συνάρτηση **GridSearchCV** σαν ορίσματα δίνονται επιπλέον το μοντέλο **lasso**, το **cv=5** που υποδηλώνει ότι τα δεδομένα θα χωριστούν σε 5 υποσύνολα και το μοντέλο θα εκπαιδευτεί σε καθένα από αυτά και τέλος το **scoring='neg_mean_squared_error'** που θα χρησιμοποιηθεί η μετρική MSE για να ελεγχθεί η απόδοση του μοντέλου για κάθε alpha. Αφού ολοκληρωθεί η διαδικασία Grid Search η **best_params_** παρέχει την βέλτιστη παράμετρο alpha (μικρότερο MSE) και αποθηκεύεται στην μεταβλητή **best_alpha**.Ύστερα, δημιουργείται το τελικό μοντέλο με την συνάρτηση **Lasso** δίνοντας σαν παράμετρο την βέλτιστη τιμή **alpha** και τον αριθμό των επαναλήψεων **max_iter=1000**.

Τέλος, δημιουργείται το μοντέλο με την συνάρτηση **Lasso** δίνοντας σαν παράμετρο την βέλτιστη τιμή **alpha** και τον αριθμό των επαναλήψεων **max_iter=1000**, εκπαιδεύεται στα δεδομένα εκπαίδευσης με την μέθοδο **fit()** και πραγματοποιούνται προβλέψεις στα δεδομένα επικύρωσης με την μέθοδο **predict().**Το μοντέλο αξιολογείται χρησιμοποιώντας τις μετρικές Μέσο τετραγωνικό σφάλμα (**MSE**),Τετραγωνική ρίζα του MSE (**RMSE**) και Μέσο απόλυτο σφάλμα (**MAE**). Η διαδικασία επαναλαμβάνεται για πλήθος lags από 1 μέχρι και 7 και πλήθος πολυωνύμου από 1 μέχρι και 5 τα αποτελέσματα για το κάθε μοντέλο αποθηκεύονται στην λίστα **results_list.** Για κάθε μοντέλο εκτυπώνονται τα σφάλματα. Ενδεικτικά παρατίθενται για 4 μοντέλα οι τιμές σφάλματος.

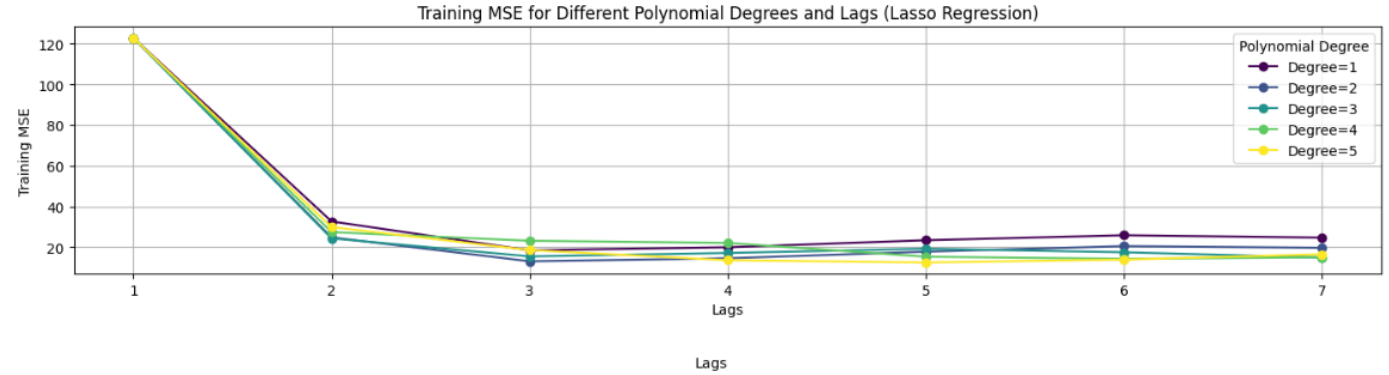
```
--- Lags: 1, Degree: 1, Best Alpha: 100 ---
Training MSE: 122.77387850531954
Training RMSE: 11.080337472537538
Training MAE: 3.7113759958197994
Validation MSE: 0.5811756228348759
Validation RMSE: 0.7623487540718329
Validation MAE: 0.6061288538631436
```

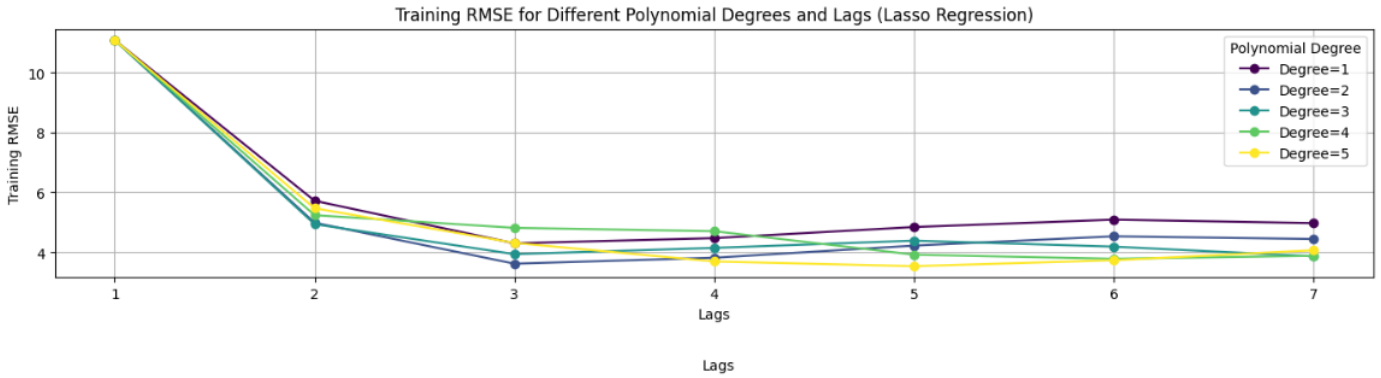
```
--- Lags: 3, Degree: 3, Best Alpha: 1 ---
Training MSE: 15.441155835836957
Training RMSE: 3.929523614363064
Training MAE: 1.7963574859935643
Validation MSE: 0.24059501647540682
Validation RMSE: 0.4905048587683988
Validation MAE: 0.399072887112303
```

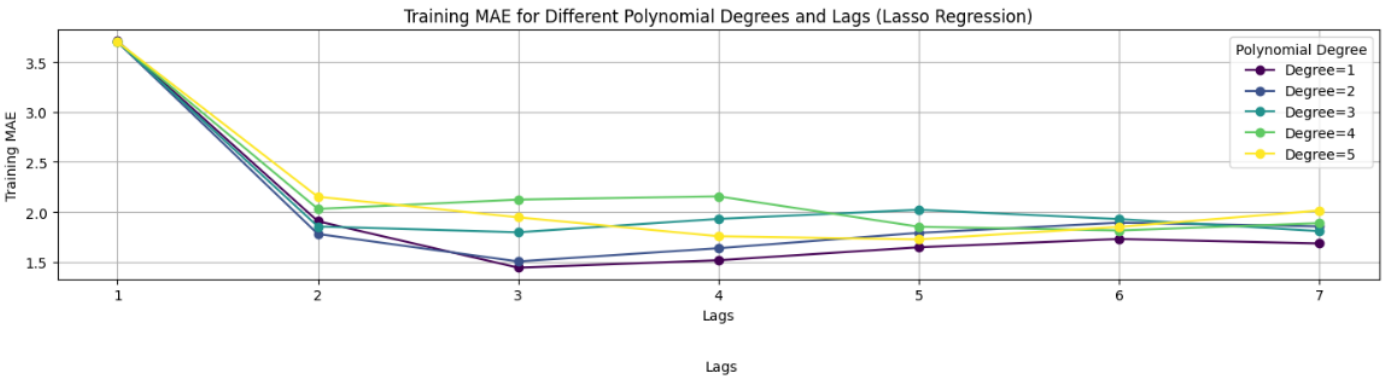
```
--- Lags: 6, Degree: 2, Best Alpha: 0.01 ---
Training MSE: 20.48286286914541
Training RMSE: 4.525799693882332
Training MAE: 1.892153422414074
Validation MSE: 0.32013150125418266
Validation RMSE: 0.565801644796286
Validation MAE: 0.42994595940013103
```

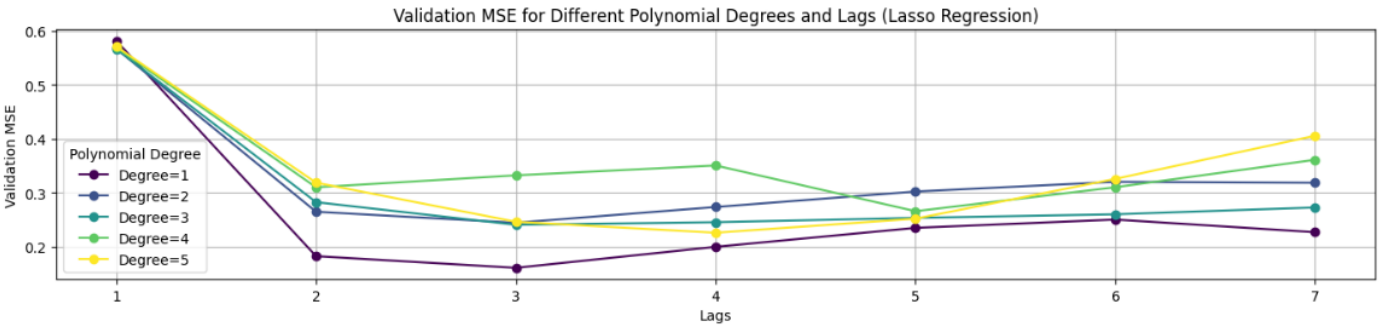
```
--- Lags: 4, Degree: 4, Best Alpha: 10 ---
Training MSE: 22.054804533886664
Training RMSE: 4.696254308902645
Training MAE: 2.1557403197112937
Validation MSE: 0.35036032572214526
Validation RMSE: 0.5919124307886643
Validation MAE: 0.5096877696508652
```

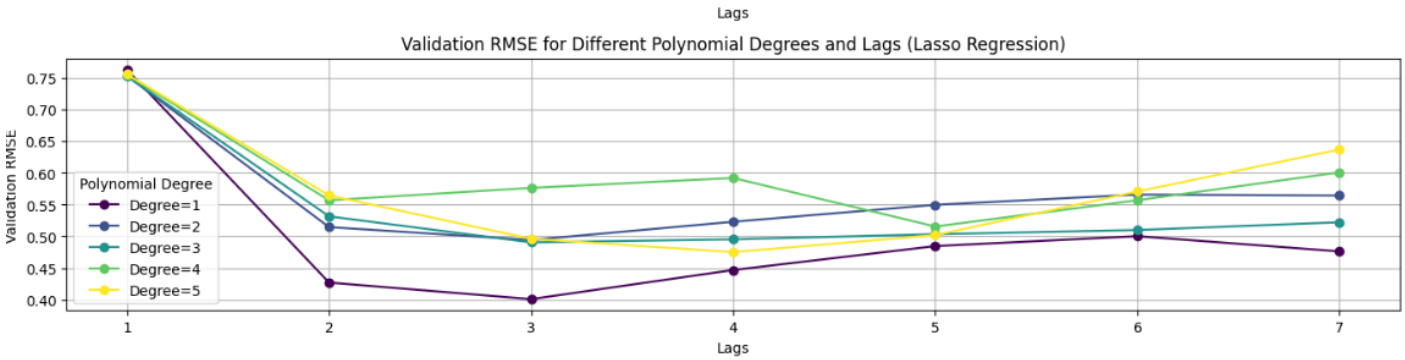
Από την λίστα **results_list** ανακτώνται τα σφάλματα (MSE, RMSE, MAE) για το σύνολο εκπαίδευσης και για το σύνολο επικύρωσης για τις διάφορες τιμές των lags και βαθμών και δημιουργούνται τα παρακάτω 6 γραφήματα.

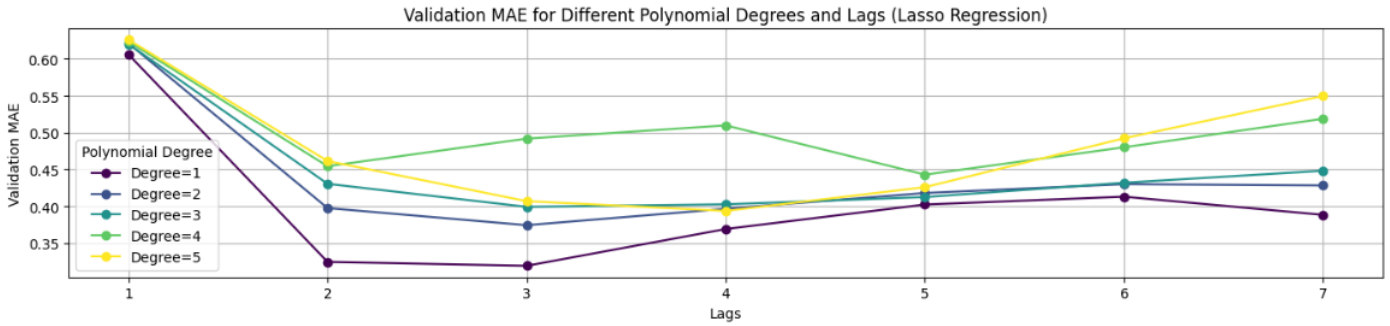












Με βάση τα γραφήματα επικύρωσης, φαίνεται ότι οι μετρικές σφάλματος (MSE, RMSE και MAE) μειώνονται σημαντικά από το lag 1 έως το lag 2 και στη συνέχεια φθάνουν σε χαμηλή τιμή για lag = 3, αυτό δείχνει την ικανότητα του μοντέλου να εκμεταλλεύεται χρήσιμες πληροφορίες από παρελθοντικά δεδομένα χωρίς να κάνει overfitting. Για τους βαθμούς 1,2,4,5 για μεγαλύτερο πλήθος lag αυξάνεται το σφάλμα λόγω overfitting. Οπότε ο καταλληλότερος συνδυασμός είναι lag=3 , degree=3, καθώς έχει ένα από τα χαμηλότερα MSE και προσφέρει το βέλτιστο σημείο ισορροπίας μεταξύ ακρίβειας πρόβλεψης, γενίκευσης (επιτρέπει την καταγραφή μη γραμμικών σχέσεων) και πολυπλοκότητας. Το σφάλμα (mse) σε αυτήν την περίπτωση είναι **Validation MSE**: 0.24059501647540682. Τα υψηλότερα σφάλματα στο σύνολο εκπαίδευσης οφείλονται στην κανονικοποίηση του lasso που θυσιάζει ακρίβεια στην εκπαίδευση για καλύτερη γενίκευση.

Μετά απο αυτήν την παρατήρηση προστέθηκαν στον κώδικα οι εντολές οι οποίες αποθηκεύουν το μοντέλο με lag = 3 και degree = 3 χρησιμοποιώντας την βιβλιοθήκη joblib, ώστε να μπορεί να χρησιμοποιηθεί για το testing.

4.2 Testing

Χρησιμοποιώντας το μοντέλο με βαθμό πολυωνύμου **degree=3**, **alpha=1** που αποθηκεύτηκε θα προβλεφθεί με την συνάρτηση **predict** και με βάση τις 3 προηγούμενες τιμές (14-11-2024 μέχρι 18-11-2024) η τιμή για τις 19-11-2024 η οποία δεν βρίσκεται στο σύνολο των δεδομένων. Η τιμή που πρόβλεψε το μοντέλο είναι:

```
Prediction for the next day: 177.07874003730063
```

Ενώ η πραγματική τιμή της μετοχής για εκείνη την μέρα είναι: 11/19/2024 $178.12

Το μοντέλο έχει μεγαλύτερη διαφορά με την πραγματική τιμή και το MSE είναι επίσης αρκετά μεγαλύτερο, κάτι που δείχνει ότι το μοντέλο δεν κατάφερε να γενικεύσει σωστά. Η L1 κανονικοποίηση

που εφαρμόζει το Lasso οδηγεί σε μηδενισμό συντελεστών για χαρακτηριστικά που θεωρεί λιγότερο σημαντικά. Άρα, όλα τα χαρακτηριστικά στα δεδομένα παίζουν σημαντικό ρόλο, οπότε η μείωση χαρακτηριστικών οδήγησε σε απώλεια κρίσιμων πληροφοριών και χειρότερη απόδοση.

5. Ridge Regression (L2 Κανονικοποίηση)

5.1 Training-Validation

Ακολουθείται η ίδια διαδικασία με τα προηγούμενα μοντέλα, εφαρμόζεται φιλτράρισμα στα δεδομένα και διασπάται DataFrame σε σύνολο εκπαίδευσης (train set) και σύνολο επικύρωσης (validation set).

Το ridge μοντέλο εκτός από το διαφορετικό πλήθος lags , θα δοκιμαστεί και για διαφορετικό πλήθος πολυωνύμων (από 1 μέχρι 4), ώστε να βρεθεί το καταλληλότερο μοντέλο για την συγκεκριμένη μετοχή.

Τα δεδομένα εισόδου πρέπει να μετατραπούν σε πολυωνυμικά χαρακτηριστικά, η διαδικασία είναι ίδια με αυτή που ακολουθήθηκε και για το μοντέλο lasso. Όσον αφορά το cross validation πραγματοποιούνται πάλι τα ίδια βήματα με το μοντέλο lasso.

Τέλος, δημιουργείται το μοντέλο με την συνάρτηση **Ridge** δίνοντας σαν παράμετρο την βέλτιστη τιμή **alpha** και τον αριθμό των επαναλήψεων **max_iter=1000**, εκπαιδεύεται στα δεδομένα εκπαίδευσης με την μέθοδο **fit()** και πραγματοποιούνται προβλέψεις στα δεδομένα επικύρωσης με την μέθοδο **predict().** Το μοντέλο αξιολογείται χρησιμοποιώντας τις μετρικές Μέσο τετραγωνικό σφάλμα (**MSE**),Τετραγωνική ρίζα του MSE (**RMSE**) και Μέσο απόλυτο σφάλμα (**MAE**). Η διαδικασία επαναλαμβάνεται για πλήθος lags από 1 μέχρι και 7 και βαθμό πολυωνύμου από 1 μέχρι και 4 τα αποτελέσματα για το κάθε μοντέλο αποθηκεύονται στην λίστα **results_list.** Για κάθε μοντέλο εκτυπώνονται τα σφάλματα. Ενδεικτικά παρατίθενται για 4 μοντέλα οι τιμές σφάλματος.

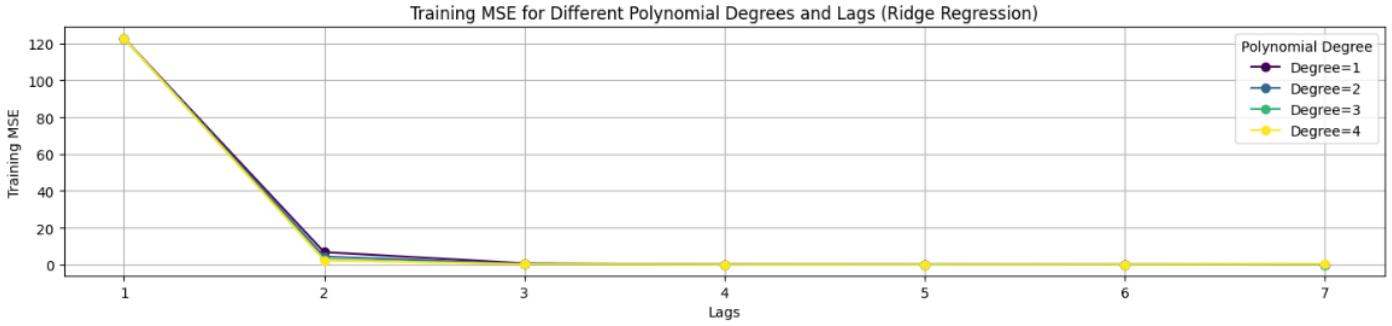
```
--- Lags: 1, Degree: 1, Best Alpha: 100 ---
Training MSE: 122.74705064034845
Training RMSE: 11.079126799542843
Training MAE: 3.700538066605188
Validation MSE: 0.5666283199034802
Validation RMSE: 0.7527471819299493
Validation MAE: 0.6214844799800088
```

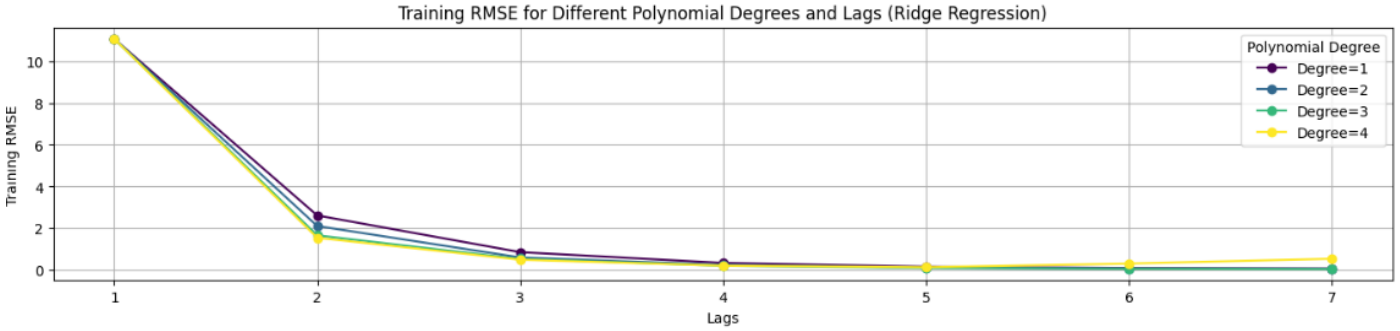
```
--- Lags: 4, Degree: 3, Best Alpha: 0.01 ---
Training MSE: 0.0339126122566258
Training RMSE: 0.18415377339773897
Training MAE: 0.10631137416968106
Validation MSE: 0.0010584331604625468
Validation RMSE: 0.03253356974668699
Validation MAE: 0.025430962809973954
```

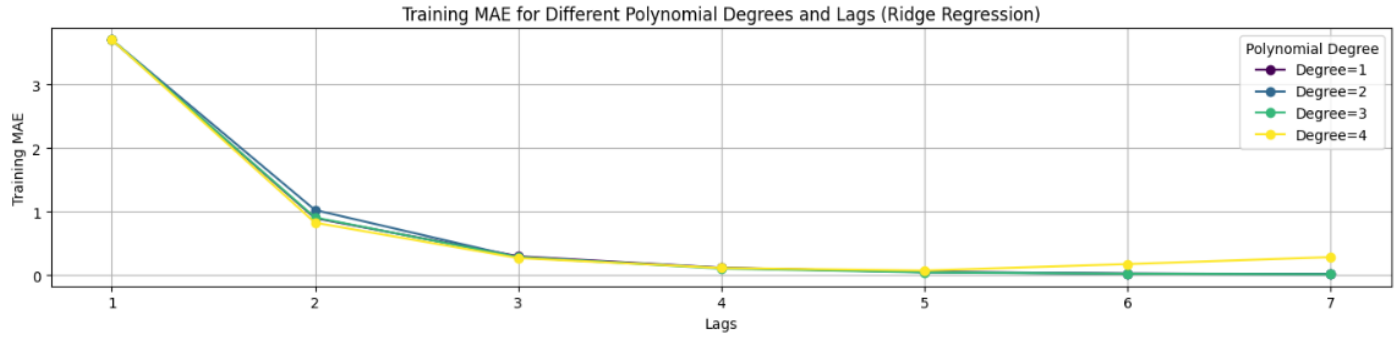
```
--- Lags: 3, Degree: 3, Best Alpha: 10 ---
Training MSE: 0.2576264357414435
Training RMSE: 0.507569143803525
Training MAE: 0.2850760803425198
Validation MSE: 0.007605802575855658
Validation RMSE: 0.08721125257588988
Validation MAE: 0.06799081280409595
```

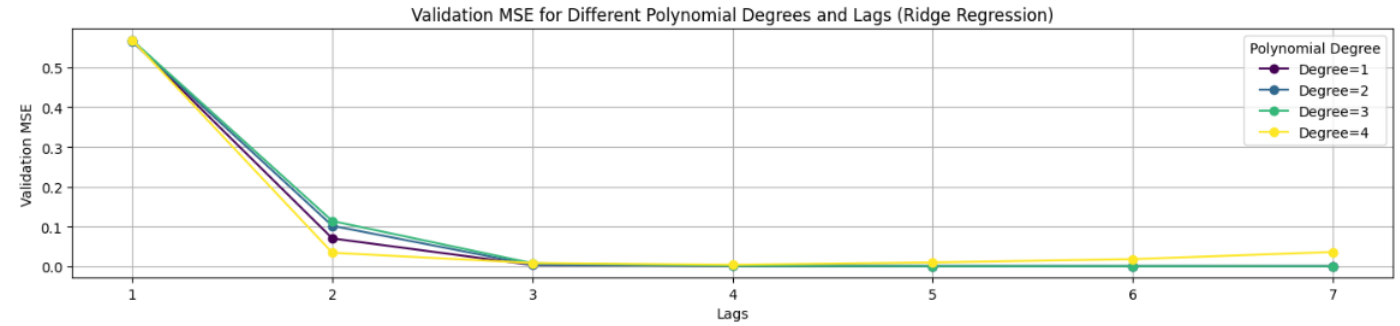
```
--- Lags: 6, Degree: 4, Best Alpha: 1 ---
Training MSE: 0.08138381355471895
Training RMSE: 0.2852784842127407
Training MAE: 0.17613268347542982
Validation MSE: 0.017891510027931726
Validation RMSE: 0.13375914932419286
Validation MAE: 0.11512565106788683
```

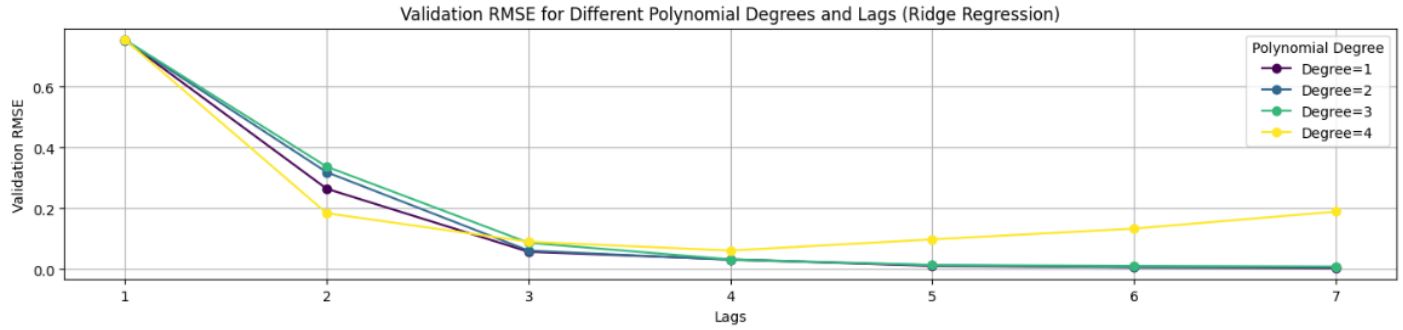
Από την λίστα **results_list** ανακτώνται τα σφάλματα (MSE, RMSE, MAE) για το σύνολο εκπαίδευσης και για το σύνολο επικύρωσης για τις διάφορες τιμές των lags και βαθμών και δημιουργούνται τα παρακάτω 6 γραφήματα.

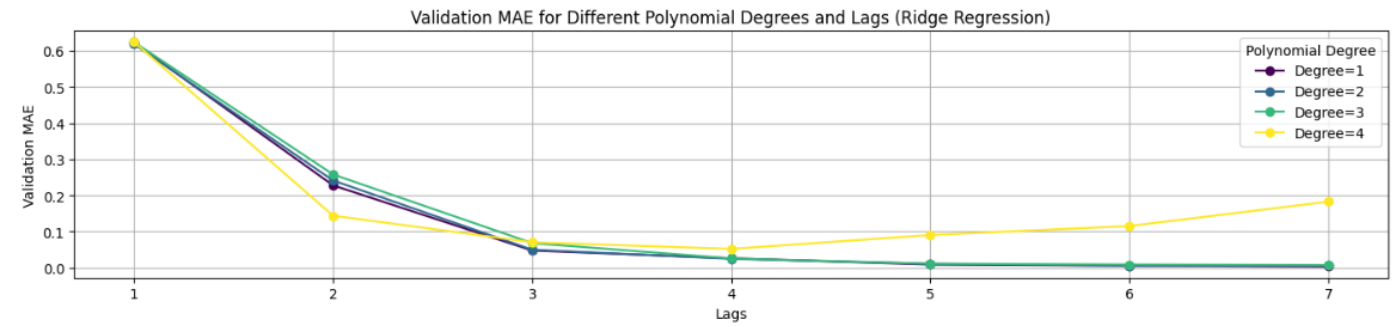












Με βάση τα γραφήματα επικύρωσης, φαίνεται ότι οι μετρικές σφάλματος (MSE, RMSE και MAE) μειώνονται σημαντικά από το lag 1 έως το lag 2 και στη συνέχεια φθάνουν σε χαμηλές σχεδόν σταθερές τιμές από το lag 3 και μετά. Αυτό δείχνει την ικανότητα του μοντέλου να εκμεταλλεύεται χρήσιμες

πληροφορίες από παρελθοντικά δεδομένα χωρίς να κάνει overfitting. Μετά το lag 4, τα σφάλματα μειώνονται ελάχιστα γεγονός που υποδηλώνει ότι τα πρόσθετα lag πέραν αυτού του σημείου δεν παρέχουν ουσιαστική βελτίωση της ακρίβειας. Οπότε γι'αυτό και θα χρησιμοποιηθεί το μοντέλο που έχει 4 lag. Αυτά ισχύουν για βαθμό πολυωνύμου μέχρι 3 όταν ο βαθμός γίνει 4 φαίνεται να κάνει overfitting, καθώς εμφανίζει μεγαλύτερα σφάλματα για περισσότερα lags. Οπότε θα επιλέξουμε βαθμό πολυωνύμου 3. Το σφάλμα (mse) σε αυτήν την περίπτωση είναι πολύ μικρό και τείνει στο μηδέν **Validation MSE**: 0.0010584331604625468. Για το συγκεκριμένο πλήθος lags και βαθμό πολυωνύμου επιβεβαιώνεται και από το γράφημα με τα σφάλματα εκπαίδευσης ότι είναι το ιδανικό καθώς το μοντέλο έχει καλή ισορροπία μεταξύ προσαρμογής στα δεδομένα εκπαίδευσης (underfitting) και γενίκευσης στα δεδομένα επικύρωσης (overfitting). Αυτό σημαίνει ότι το μοντέλο έχει εκπαιδευτεί σωστά και οι προβλέψεις που κάνει είναι πολύ κοντά στις πραγματικές τιμές αν όχι ίδιες.

Μετά απο αυτήν την παρατήρηση προστέθηκαν στον κώδικα οι εντολές οι οποίες αποθηκεύουν το μοντέλο με lag = 4 και degree = 3 χρησιμοποιώντας την βιβλιοθήκη joblib, ώστε να μπορεί να χρησιμοποιηθεί για το testing.

5.2 Testing

Χρησιμοποιώντας το μοντέλο με βαθμό πολυωνύμου **degree = 3** και **alpha = 0.01** που αποθηκεύτηκε θα προβλεφθεί με την συνάρτηση **predict** και με βάση τις 4 προηγούμενες τιμές (14-11-2024 μέχρι 18-11-2024) η τιμή για τις 19-11-2024 η οποία δεν βρίσκεται στο σύνολο των δεδομένων. Η τιμή που πρόβλεψε το μοντέλο είναι:

```
Prediction for the next day: 177.5717144706921
```

Ενώ η πραγματική τιμή της μετοχής για εκείνη την μέρα είναι: 11/19/2024 $178.12

Το μοντέλο έχει την καλύτερη απόδοση από όλα τα μοντέλα με μικρότερη διαφορά με την πραγματική τιμή και καλύτερο MSE. Το Ridge παρουσιάζει μεγαλύτερη σταθερότητα και ανθεκτικότητα στον θόρυβο, χάρη στη L2 κανονικοποίησή του.

6. Συμπεράσματα

Παρατηρείται ότι, το μοντέλο που χρησιμοποίησε L2 κανονικοποίηση (**Ridge**) πραγματοποίησε την καλύτερη πρόβλεψη. Αυτό οφείλεται στο ότι το Ridge μειώνει τον θόρυβο στα δεδομένα χωρίς να αφαιρεί σημαντικές πληροφορίες, καταφέρνοντας έτσι να βρει μια ισορροπία ανάμεσα στη γενίκευση και την αποφυγή overfitting. Ακολουθεί το γραμμικό μοντέλο (**Linear Regression**), με μικρή διαφορά στο σφάλμα και στην προβλεπόμενη τιμή (177.57 για το Ridge έναντι 177.54 για το Linear). Αυτό υποδηλώνει ότι τα δεδομένα έχουν μια σχετικά απλή γραμμική ή ημιγραμμική σχέση, που μπορεί να περιγραφεί ικανοποιητικά από αυτά τα δύο μοντέλα. Αντίθετα, το **Lasso**(L1 κανονικοποίηση), τείνει να μηδενίζει συντελεστές που θεωρεί λιγότερο σημαντικούς πράγμα που μπορεί να οδηγήσει στην εξάλειψη σημαντικών πληροφοριών, γι' αυτό και σφάλμα είναι σημαντικά μεγαλύτερο (MSE = 0.24059) και η πρόβλεψη (177.07) αποκλίνει περισσότερο από την πραγματική τιμή (178.12). Συνοψίζοντας, το Ridge Regression αναδεικνύεται ως η καλύτερη επιλογή για το συγκεκριμένο σύνολο δεδομένων, αφού συνδυάζει ακρίβεια, σταθερότητα και αντοχή στον θόρυβο, χωρίς να αφαιρεί σημαντικές πληροφορίες από τα δεδομένα.