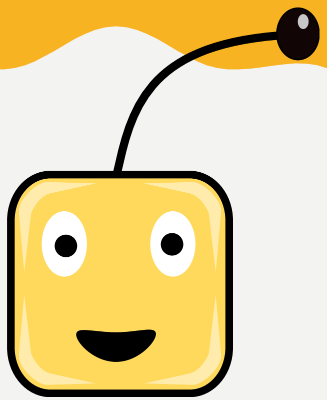


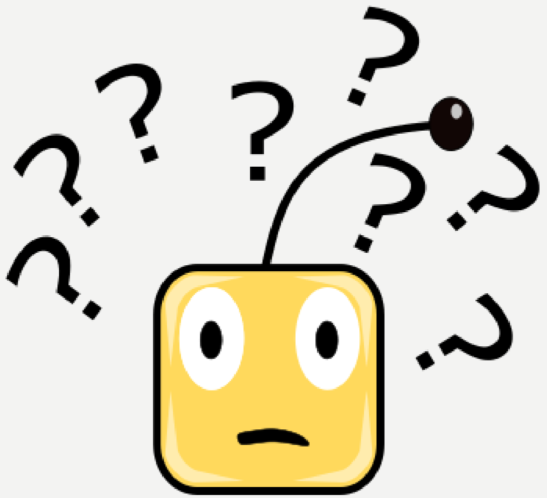
INTRODUCTION

POSITIONS, VECTEURS ET DÉPLACEMENTS

INTRODUCTION AUX VECTEURS

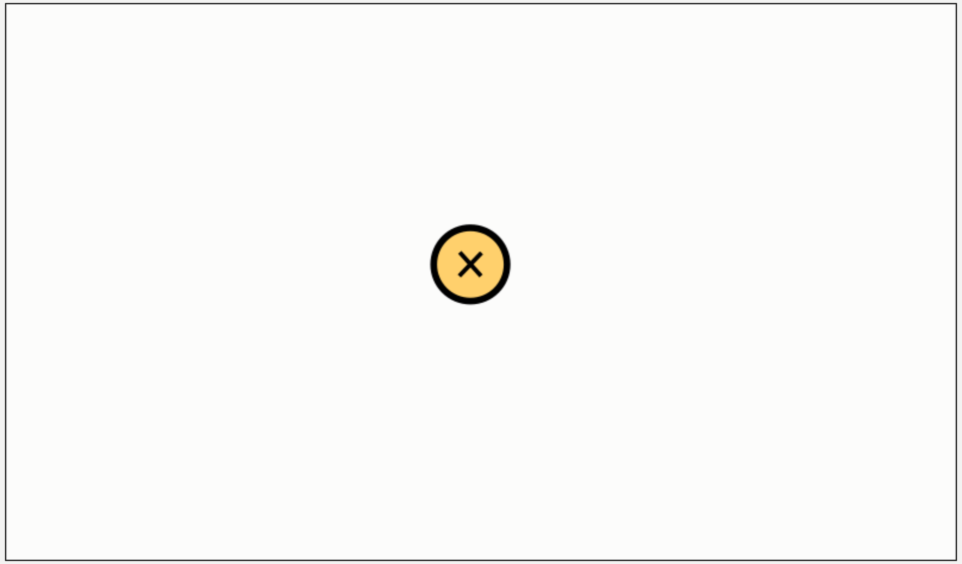
- Dans cette première partie, on va tenter de comprendre ce qu’est un vecteur de manière intuitive, parce que oui un vecteur c’est pas si simple à comprendre et il faut du temps pour bien assimiler ce concept.
- On va s’en servir quasiment tout le temps et c’est pourquoi on a besoin de comprendre avant d’attaquer ton projet.
- Est-ce que tu es prêt? Si oui alors :

QU’EST-CE QU’UN VECTEUR????



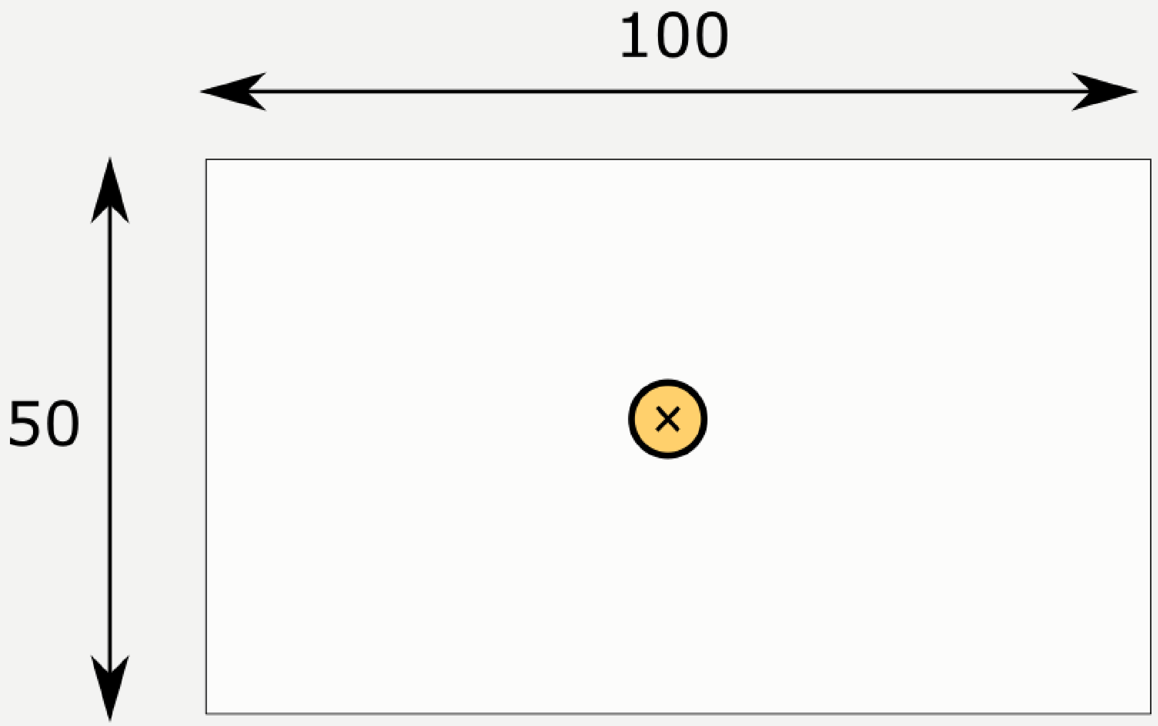
INTRODUCTION AUX VECTEURS

- On va partir sur un cas simple
- Voici une balle vue de dessus dans un espace fermé



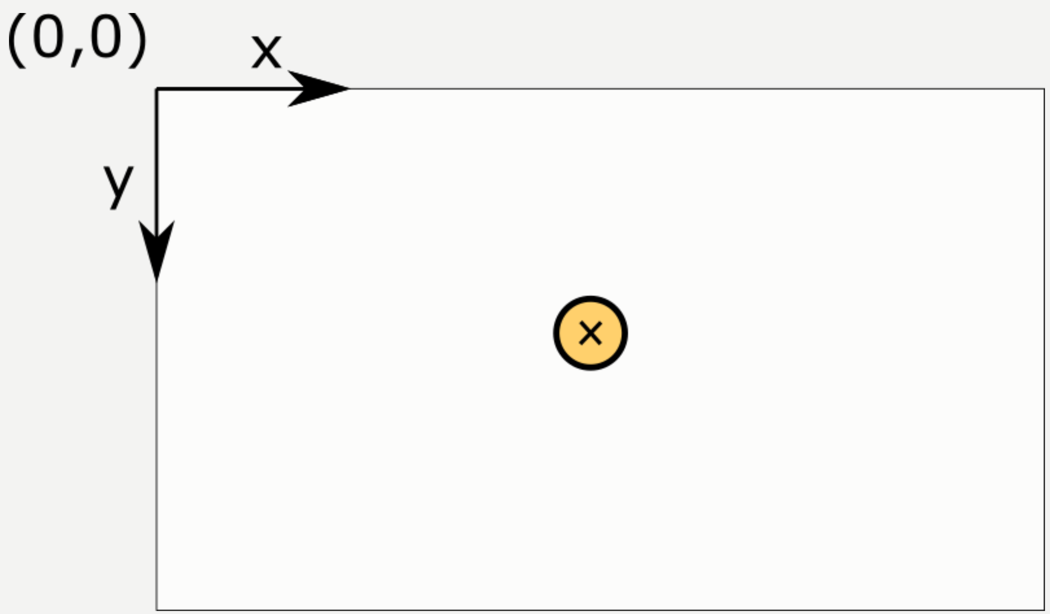
INTRODUCTION AUX VECTEURS

- Cet espace rectangulaire fait 100mm de longueur et 50mm de largeur.



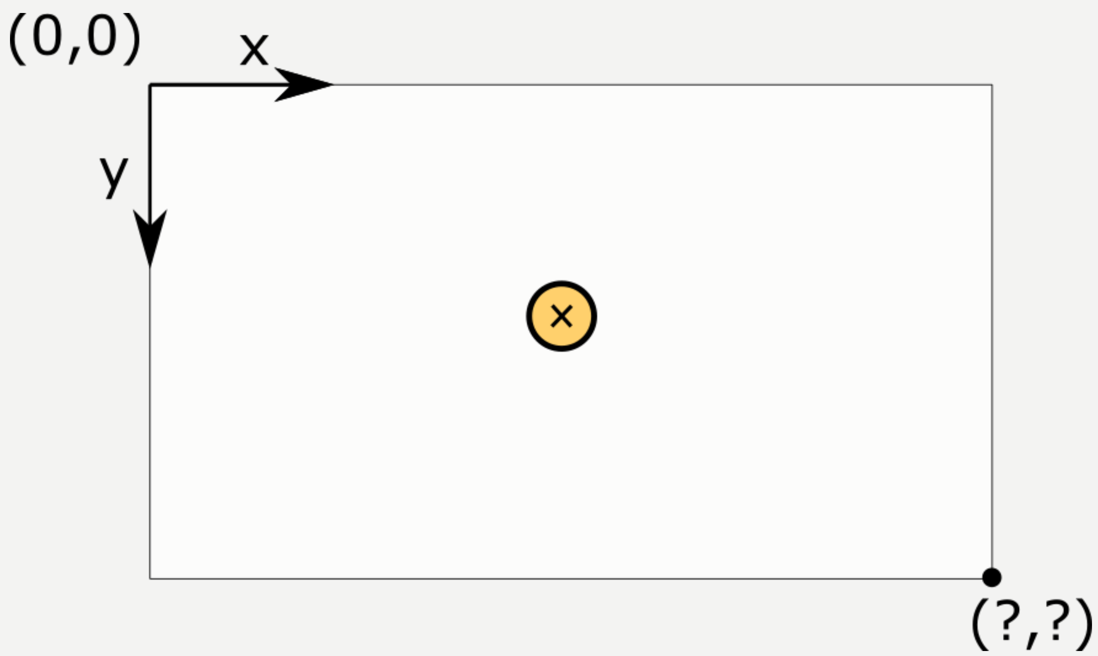
INTRODUCTION AUX VECTEURS

- On a décidé de placer l'origine de cet espace en haut à gauche.
- L'origine c'est 3 choses : l'axe x, l'axe y et sa position dans notre monde 2D (dans notre example => dans le coin supérieur gauche du rectangle).



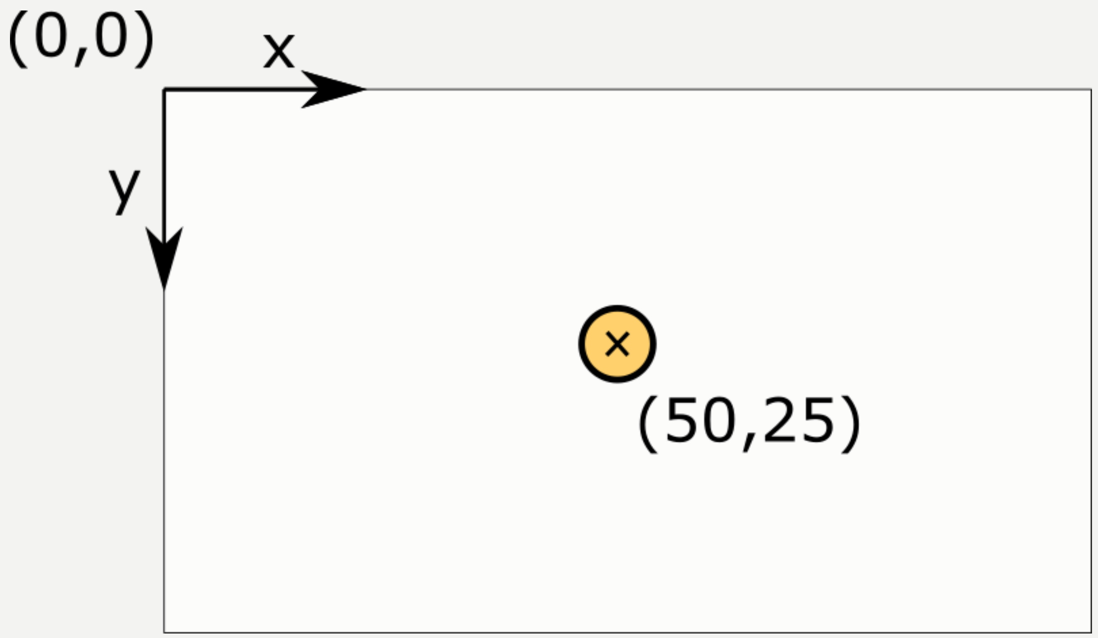
INTRODUCTION AUX VECTEURS

- L'origine, c'est la position à x = 0 et à y = 0 ou autrement écrit (0,0) avec le premier 0 qui correspond à x et le second 0 qui correspond à y.
- Quelle est la position en bas à droite du rectangle à ton avis? (Indice : la taille du rectangle est 100x50mm)



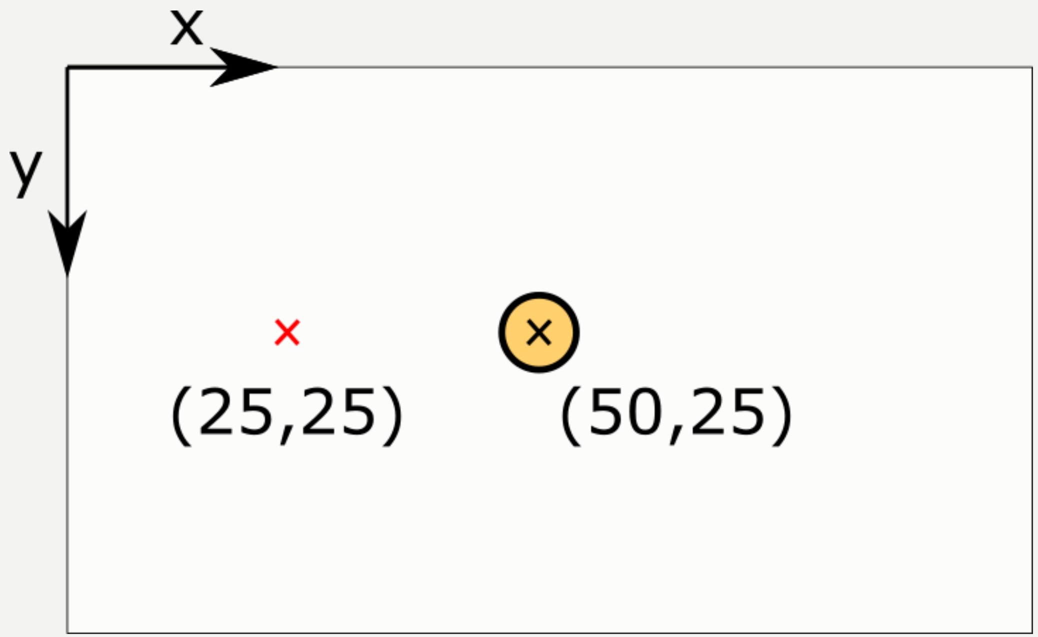
INTRODUCTION AUX VECTEURS

- On peut exprimer la position de n'importe quel objet à partir de cette origine
- On a ajouté une balle dont sa propre origine est en son centre (la petite croix)
- On décide de placer la balle à la position (50, 25). C'est-à-dire que l'origine de la balle est décalée de 50 en x et 25 en y par rapport à l'origine du rectangle.



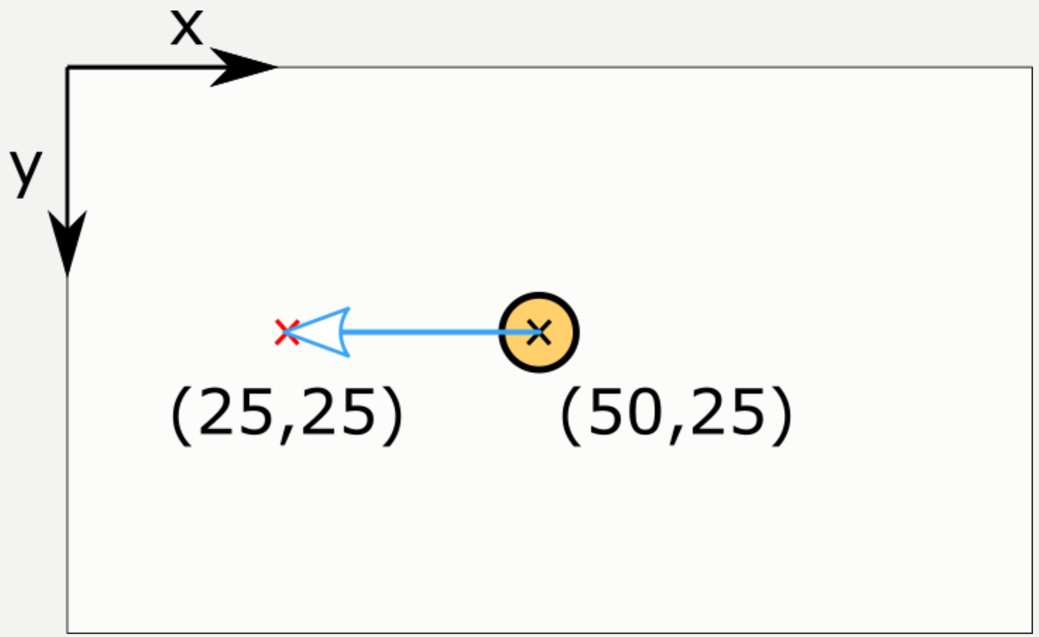
INTRODUCTION AUX VECTEURS

- Maintenant les choses se corsent. On aimerait que la balle bouge de sa position (50, 25) à une autre position, disons (25, 25).
- Comment exprimer ce déplacement à ton avis?



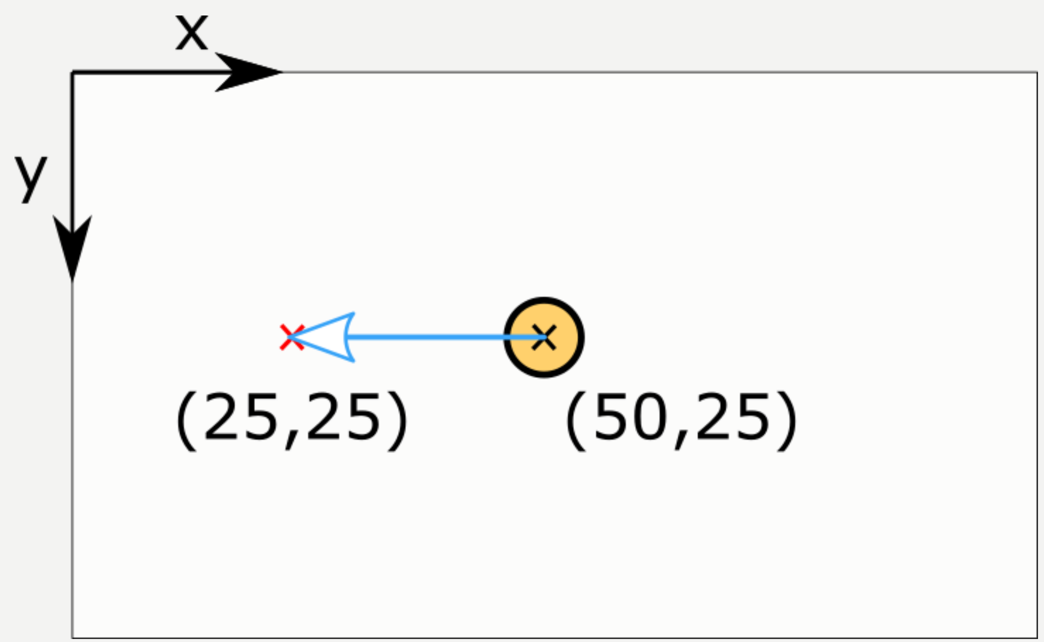
INTRODUCTION AUX VECTEURS

- On va tracer une flèche partant de l'origine de la balle jusqu'à la position (25,25).
- La flèche représente le déplacement de la balle en partant de sa position d'origine (50,25) jusqu'à la position (25,25)



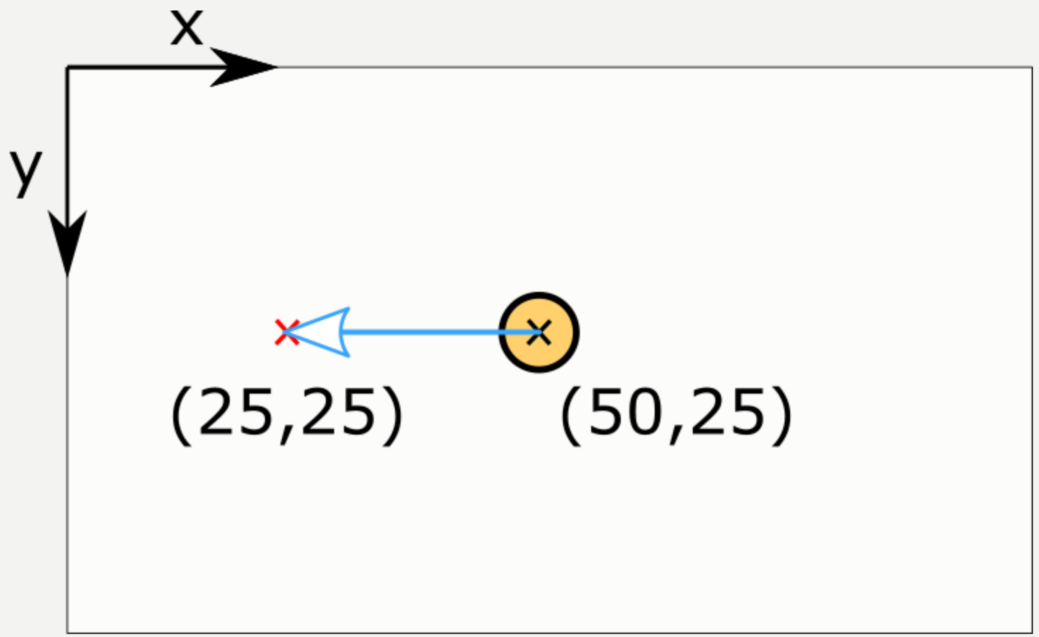
INTRODUCTION AUX VECTEURS

- Mais, on a juste dessiné une flèche! Qu'est-ce qu'elle représente mathématiquement? Par exemple un point, c'est une position et une position on peut l'exprimer de la manière suivante (x_0, y_0).



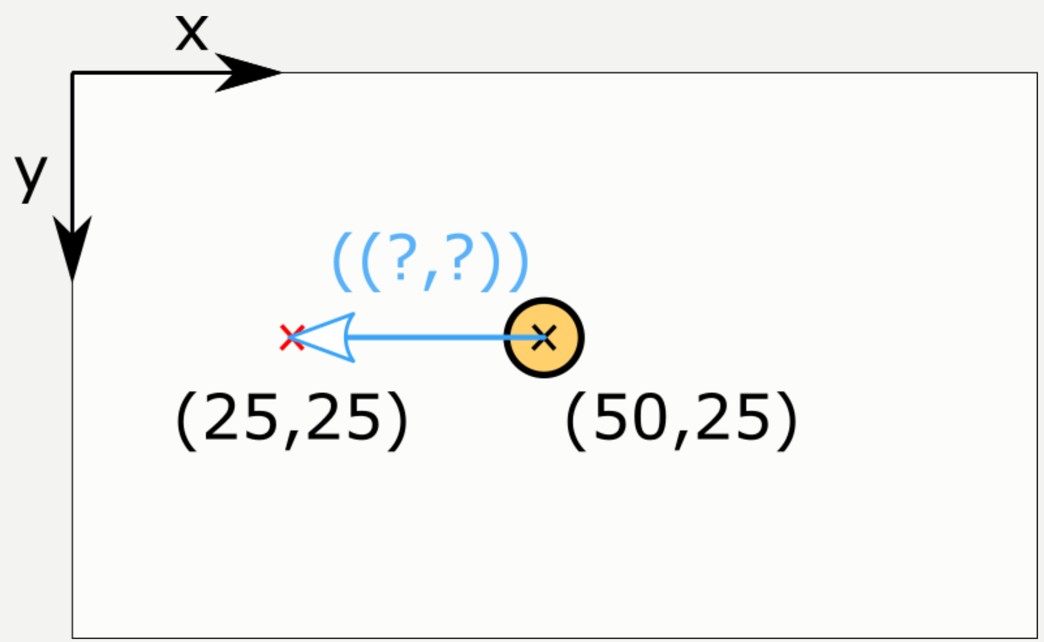
INTRODUCTION AUX VECTEURS

- Et bien, on va faire la même chose que pour les positions.
- La grande différence ce sont les valeurs qui sont exprimées. On n'exprime plus une position dans l'espace mais un déplacement. Appelons dx le déplacement sur x et dy le déplacement sur y.



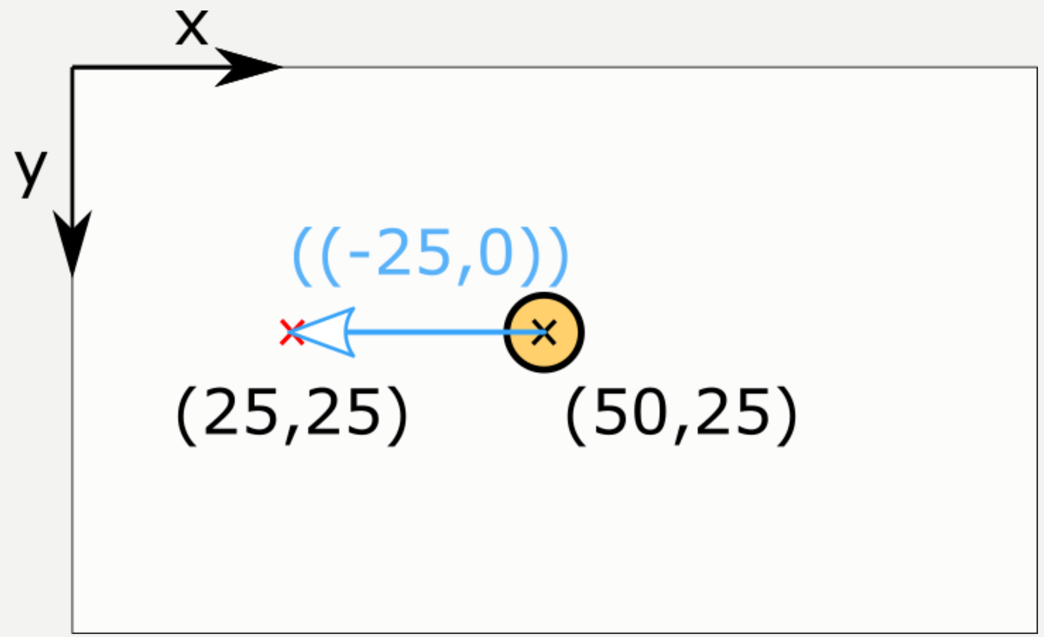
INTRODUCTION AUX VECTEURS

- Pour faire la différence entre une position et un déplacement, je vais écrire la position comme çà : (x,y) et le déplacement comme çà ((dx,dy))
- Maintenant on veut savoir ce que vaut dx et dy pour la flèche bleue.



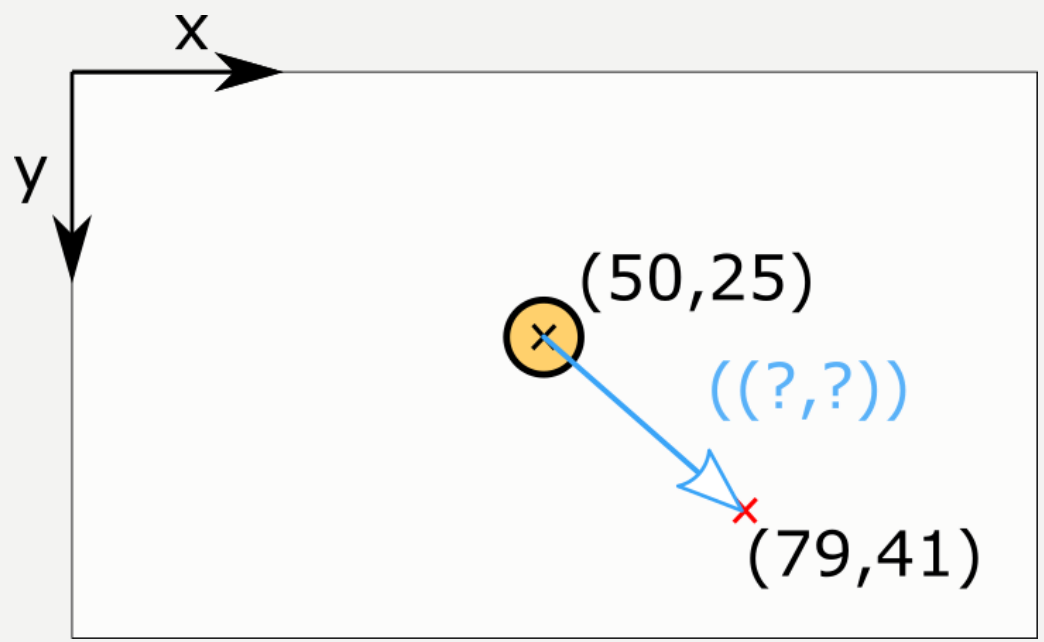
INTRODUCTION AUX VECTEURS

- De manière intuitive, on voit bien que la balle fait un déplacement de 25mm vers la gauche (sur l'axe x). Comme l'axe des x est orienté vers la droite, on va dans le sens opposé à l'axe x, et la valeur est négative, soit dx = -25mm. Il n'y a aucun déplacement sur l'axe y, donc dy = 0mm. On a finalement un déplacement ((dx,dy)) qui vaut ((-25,0)).



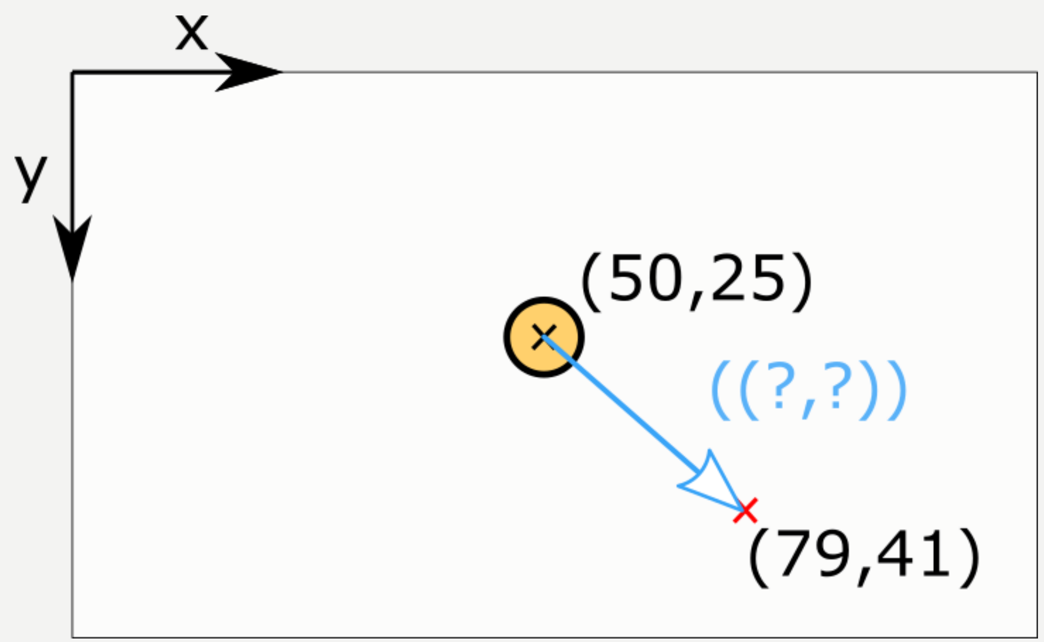
INTRODUCTION AUX VECTEURS

- Et voilà, on l'a fait, on a le déplacement de la balle. Bon avoue que c'était simple à déduire!
- Allez exercice plus compliquée, saurais-tu trouver le déplacement suivant?



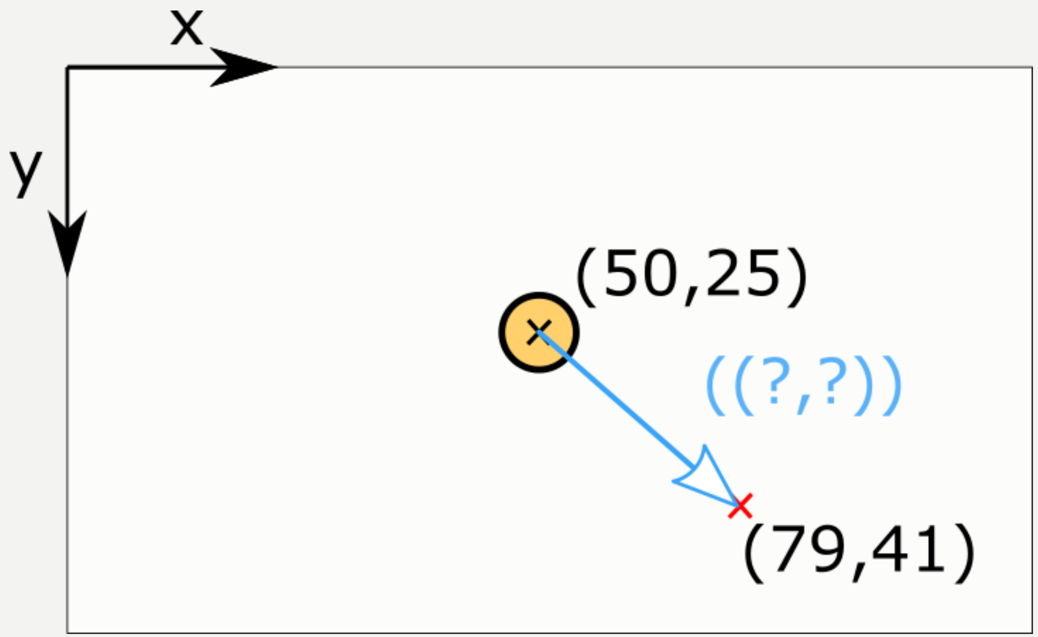
INTRODUCTION AUX VECTEURS

- Alors, trouvé?
- Ne t’inquiètes pas si ce n’est pas le cas. Regardons comment on peut faire!



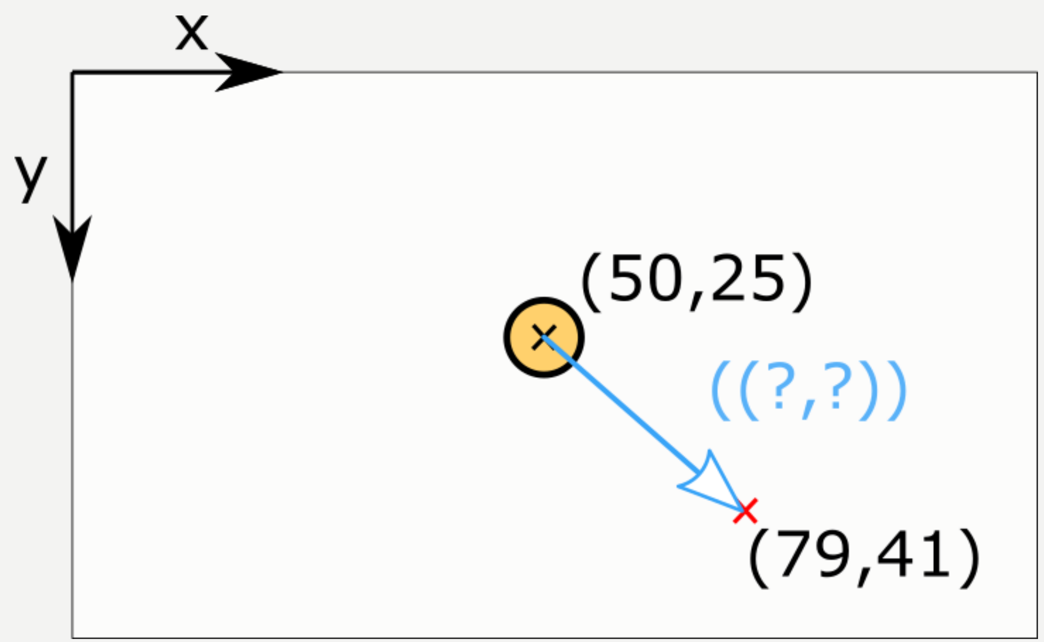
INTRODUCTION AUX VECTEURS

- Une petite technique en géométrie est largement utilisée pour trouver un tel déplacement. Il suffit de réaliser une simple soustraction entre les deux positions. Mais dans quel ordre?



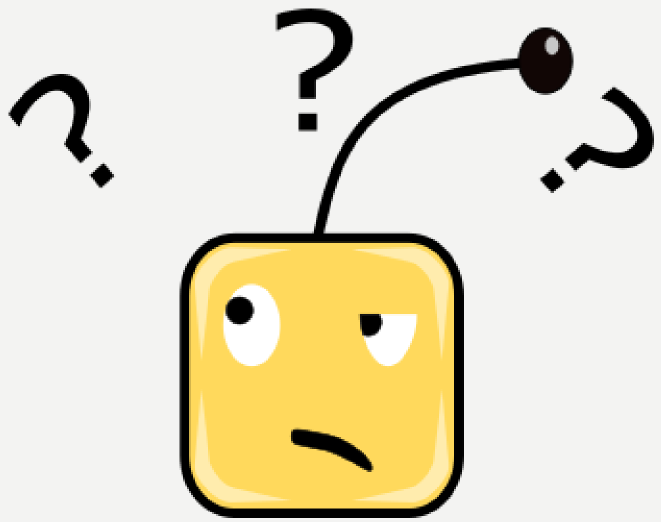
INTRODUCTION AUX VECTEURS

- La règle est la suivante :
- Déplacement de la balle d'une position A jusqu'à une position B = position B – position A



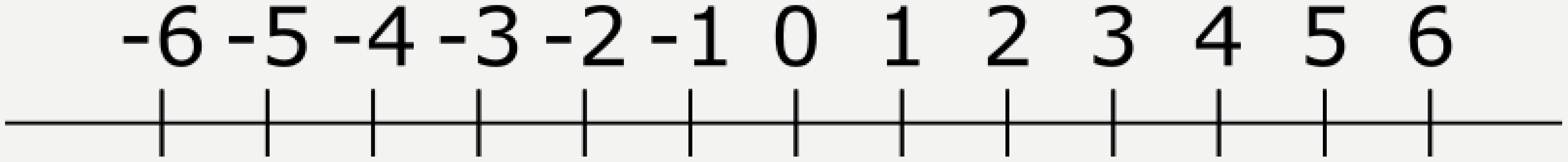
INTRODUCTION AUX VECTEURS

- Et là, tu te demandes probablement MAIS POURQUOI DANS CE SENS LA ET PAS DANS L'AUTRE SENS??? (c'est-à-dire position de départ – position d'arrivée).
- Et bien je te dirais très bonne question! Et çà mérite explication. Petit aparté!



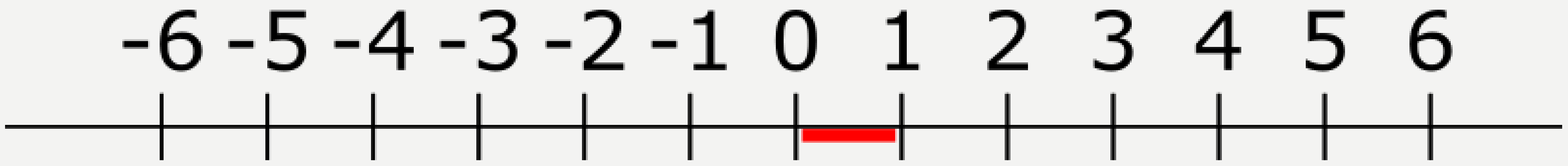
INTRODUCTION AUX VECTEURS

- On va commencer par dessiner l'ensemble des nombres entiers



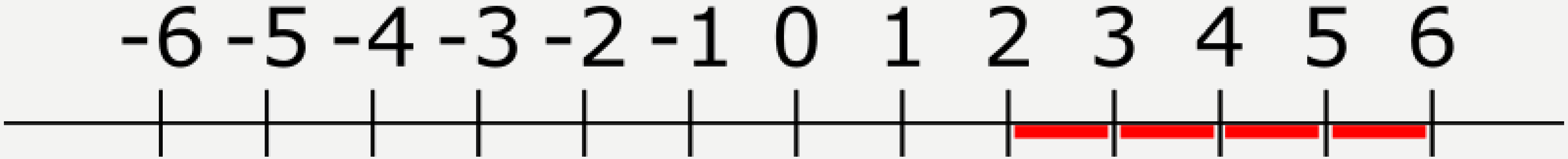
INTRODUCTION AUX VECTEURS

- Peux-tu me dire de combien il faut de petits espaces en partant du nombre 2 jusqu'au nombre 6? Et surtout comment tu fais?
- Un petit espace, c'est l'espace entre deux nombre (en rouge sur le schéma)



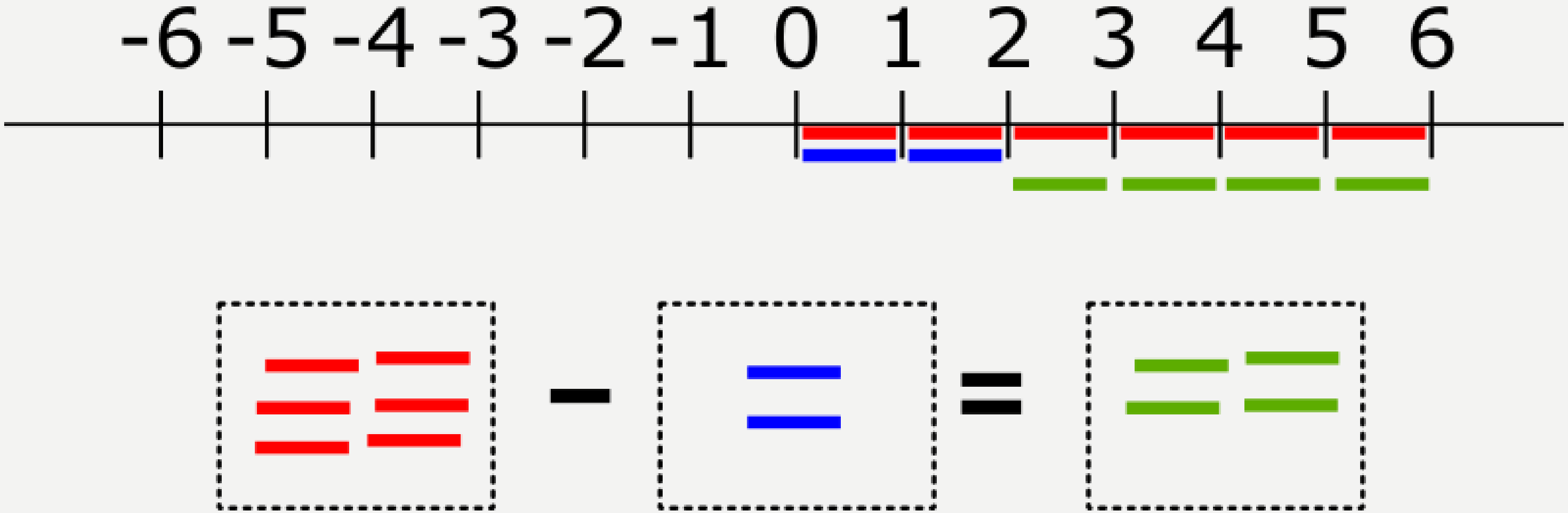
INTRODUCTION AUX VECTEURS

- Moi je vois deux façons de faire. On peut compter combien de petits espaces il faut **ajouter** en partant de 2 jusqu'à arriver au nombre 6.
- Il y'en a 4.



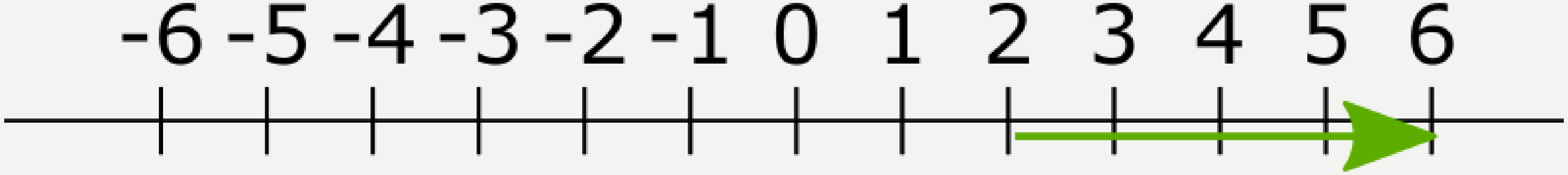
INTRODUCTION AUX VECTEURS

- Ou bien une opération un peu plus rapide.
- Il y a 6 espaces en partant du 0 pour arriver à 6
- I y a 2 espaces en partant du 2 pour arriver à 2
- Si on retranche les 2 espaces aux 6 espaces, on a 6 – 2 = 4.



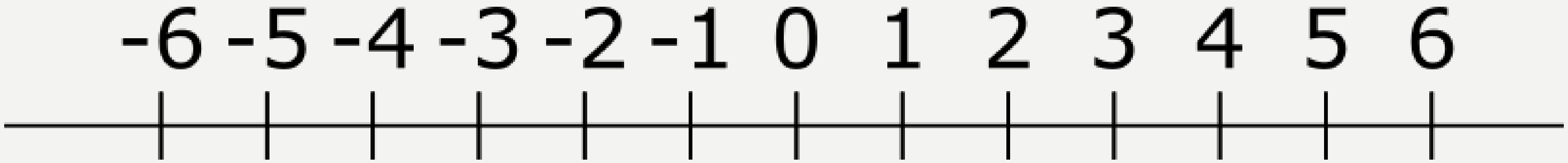
INTRODUCTION AUX VECTEURS

- Est-ce que tu as remarqué quelque chose quand on fait 6 – 2 = 4 ?
- On vient de soustraire la position d'arrivée qui est 6 à la position de départ qui est 2 pour obtenir notre déplacement qui est 4.



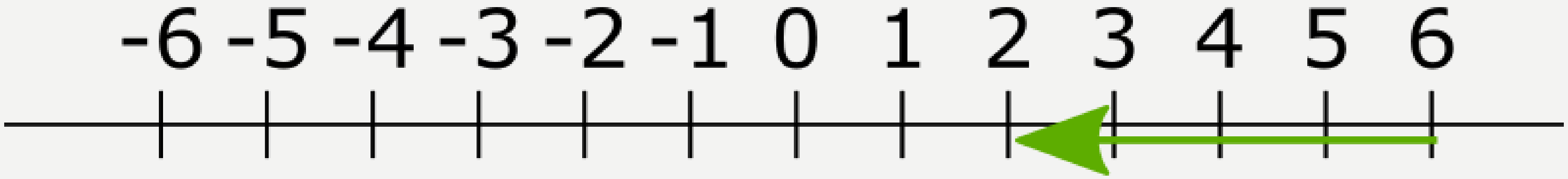
INTRODUCTION AUX VECTEURS

- Et maintenant faisons l'exercice dans l'autre sens. On veut partir du nombre 6 pour arriver au nombre 2.
- De combien est ce déplacement?



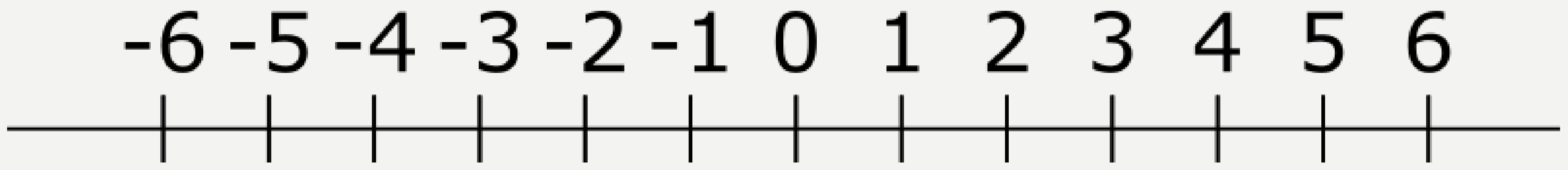
INTRODUCTION AUX VECTEURS

- Il faut **enlever** cette fois-ci 4 petits espaces pour arriver jusqu'au nombre 2.
- L'opération est cette fois-ci dans l'autre sens, c'est-à-dire 2-6=-4
- Est-ce que tu commences à voir le lien avec les positions 2D et déplacements 2D?



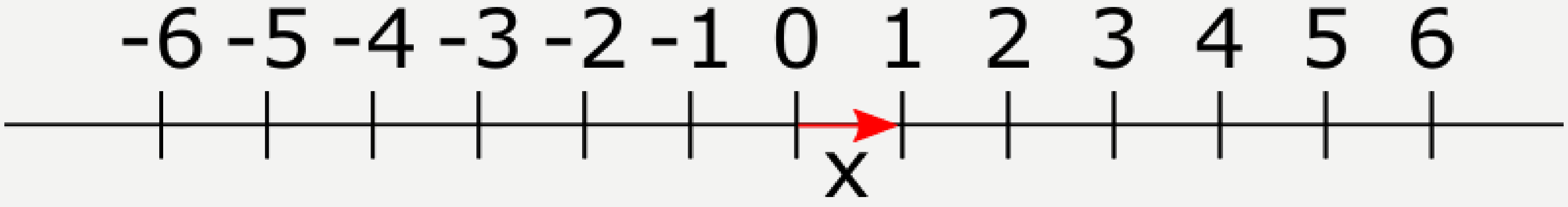
INTRODUCTION AUX VECTEURS

- Pour comprendre, il faut ajouter encore une étape importante.
- On vient de représenter le monde des entiers sur une seule ligne.
- L'origine de cette ligne est 0 et on ne peut se déplacer que sur la ligne à droite ou à gauche
- Pour toutes ces raisons, on dit que cet espace est à une dimension (espace 1D)



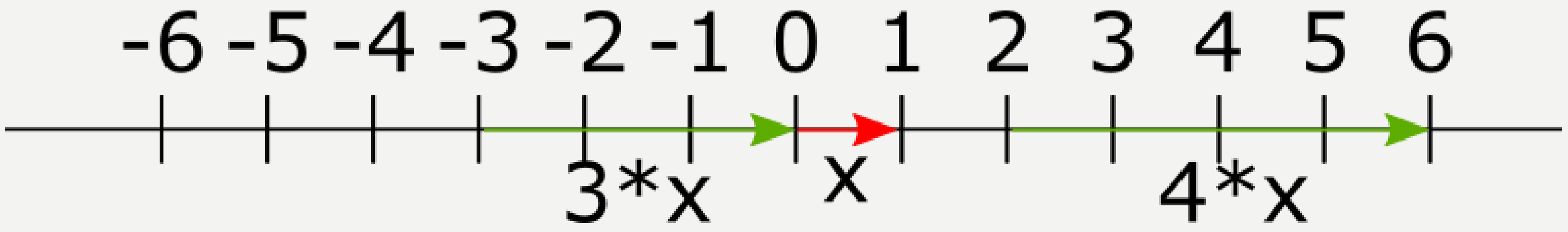
INTRODUCTION AUX VECTEURS

- Il manque un truc à cet espace, c'est une petite flèche qui va nous permettre de définir plus rigoureusement le déplacement d'un nombre à un autre
- On va dessiner cette flèche déplacement qui part de 0 et qui arrive à 1
- On appelle ce déplacement x, et sa longueur et 1



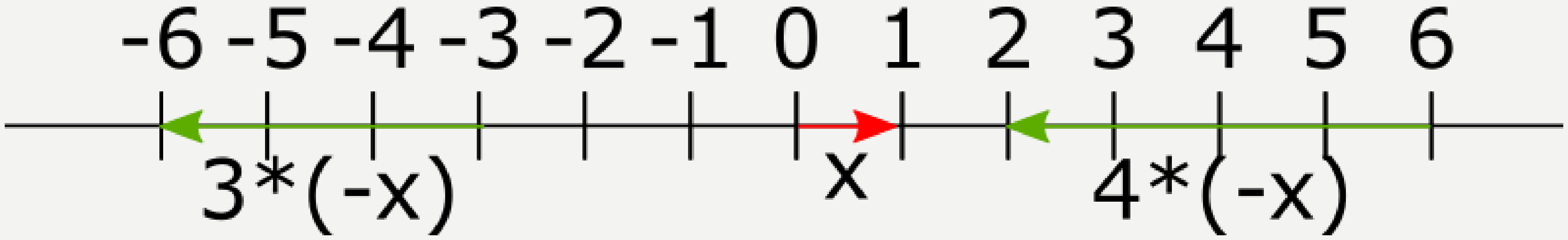
INTRODUCTION AUX VECTEURS

- Je peux maintenant dire : je veux me déplacer de quatre fois x en partant de 2
  - Le résultat sera une flèche 4 fois plus grand que x partant de 2 arrivant à 6
- Egalement : je veux me déplacer de 3 fois x en partant de -3
  - Le résultat sera une flèche 3 fois plus grande que x partant de -3 arrivant à 0



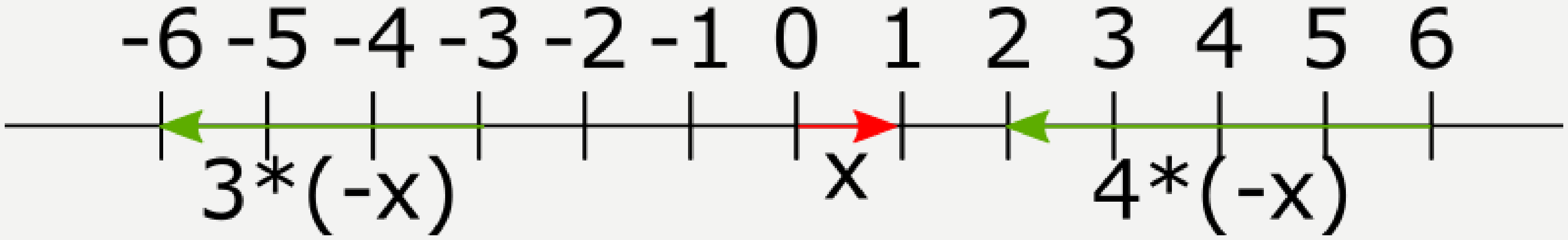
INTRODUCTION AUX VECTEURS

- Je peux aussi dire : je veux me déplacer de quatre fois -x en partant de 6
  - Le résultat sera une flèche 4 fois plus grande que x partant de 6 arrivant à 2
- Également : je veux me déplacer de trois fois -x en partant de -3
  - Le résultat sera une flèche 3 fois plus grande que x partant de -3 arrivant à -6



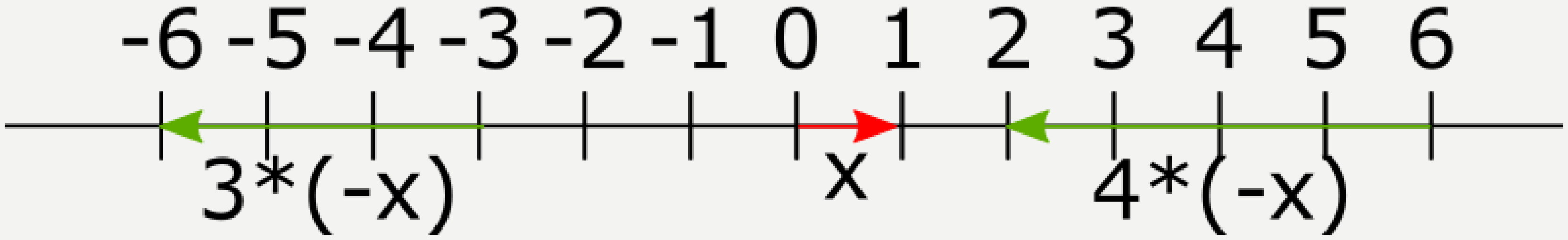
INTRODUCTION AUX VECTEURS

- Il serait temps de donner un petit nom à ces flèches!
- Et bien, ce sont ce qu'on appelle des vecteurs
- Ici comme c'est en dimension 1, ce sont alors des vecteurs 1D (1 dimension). Rappelles toi, on peut aller seulement vers la droite ou vers la gauche.



INTRODUCTION AUX VECTEURS

- Le vecteur x est particulier puisqu'on l'appelle de vecteur représentant. Il a une longueur de 1 et on se sert de lui pour exprimer tous les autres vecteurs comme on a vu précédemment.



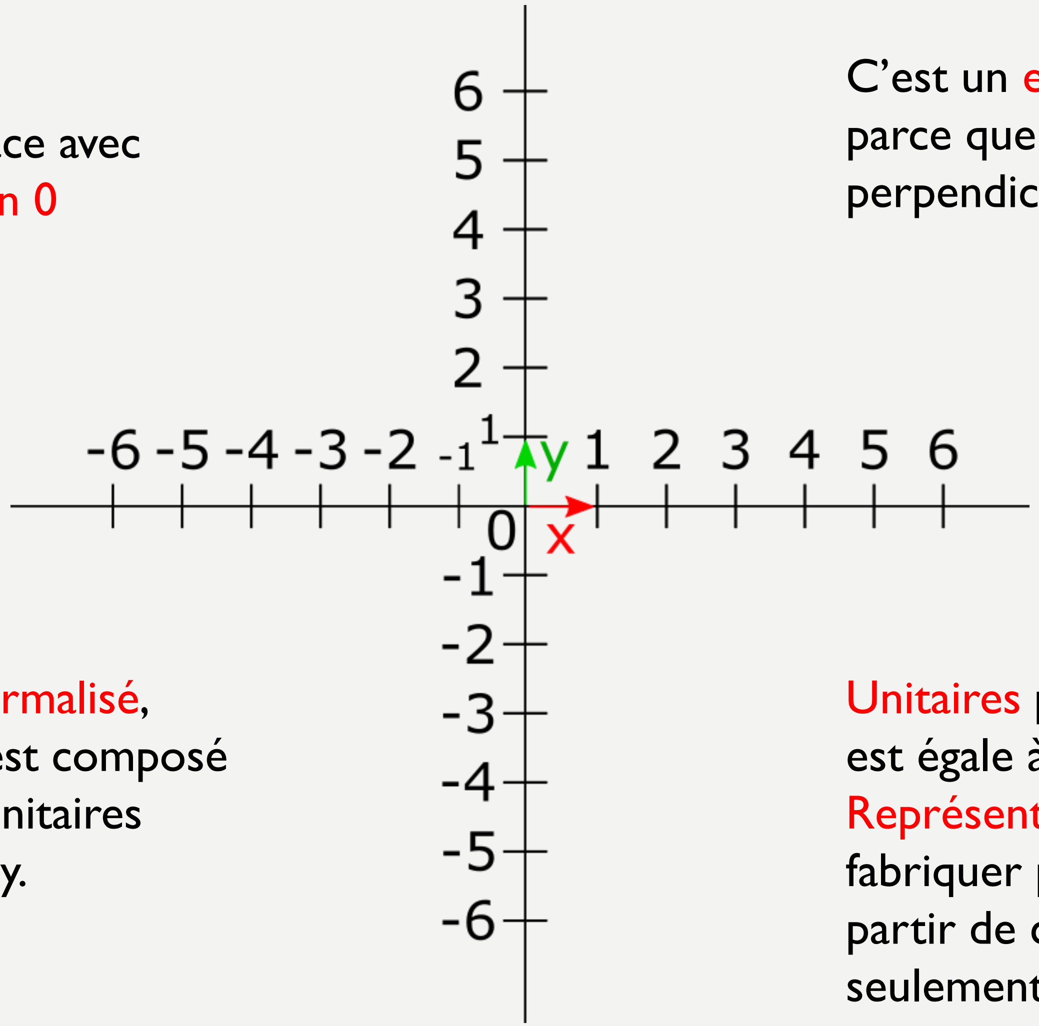
INTRODUCTION AUX VECTEURS

- Allez, on y est presque!
- On a vu tout çà en 1D, on va maintenant passer à la dimension supérieure.
- Pour çà on va copier la ligne représentant tous les nombres entiers et on va la mettre à la verticale centrée également sur 0
- Comme pour l’axe x et son vecteur représentant x, on va appeler cette nouvelle ligne l’axe y avec son vecteur représentant y et d’unité 1
- Résultat slide suivante!

INTRODUCTION AUX VECTEURS

C'est donc un espace avec un repère centré en 0

C'est un espace orthogonal, parce que les deux axes sont perpendiculaires

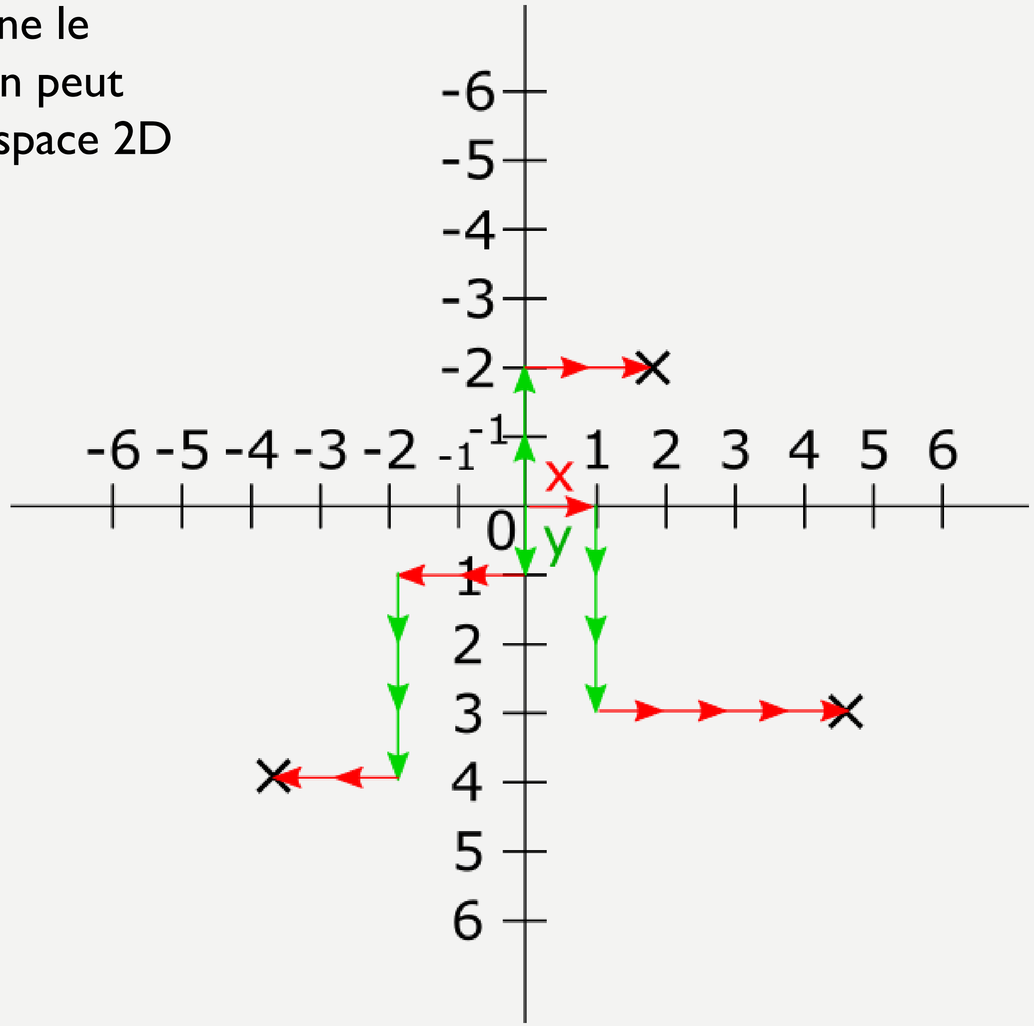


C'est un espace normalisé, puisque le repère est composé de deux vecteurs unitaires représentants x et y.

Unitaires pour dire que leur longueur est égale à 1.
Représentants, parce qu'on va fabriquer plein d'autres vecteurs à partir de ces deux vecteurs seulement.

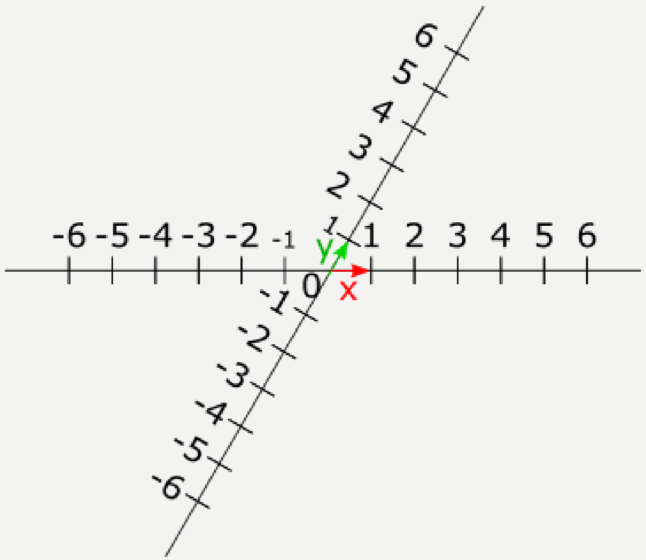
INTRODUCTION AUX VECTEURS

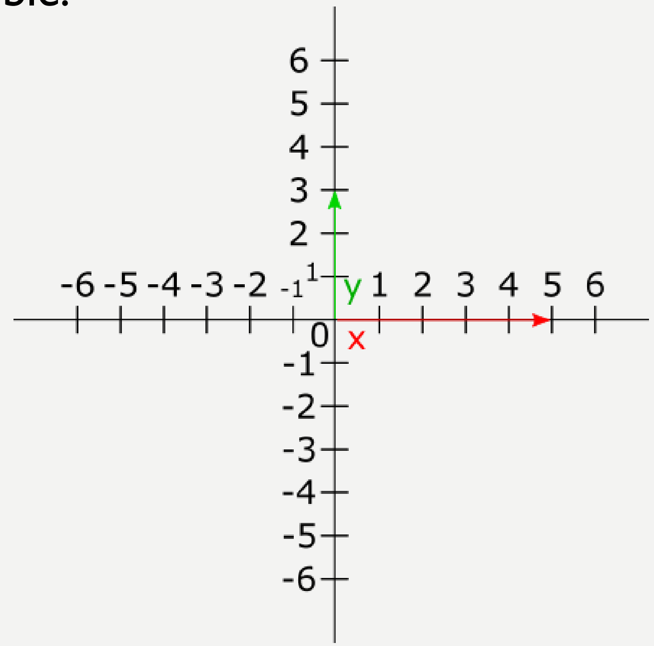
Et maintenant, si on combine le vecteur x et le vecteur y on peut aller n'importe où dans l'espace 2D

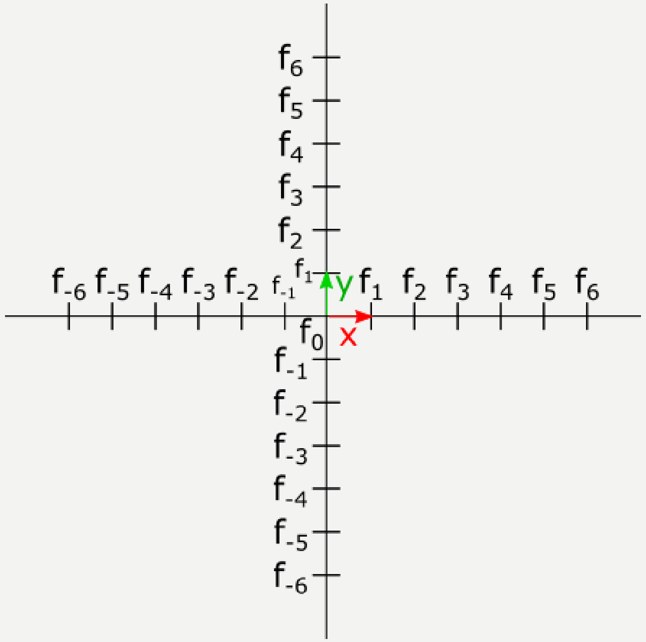


INTRODUCTION AUX VECTEURS

- Il existe une infinité d'autres espaces, qu'on ne verra heureusement pas ici, parce qu'ils peuvent être vraiment très complexes. Je vais te donner quand même quelques exemples pour que tu ais une idée de quoi çà ressemble:

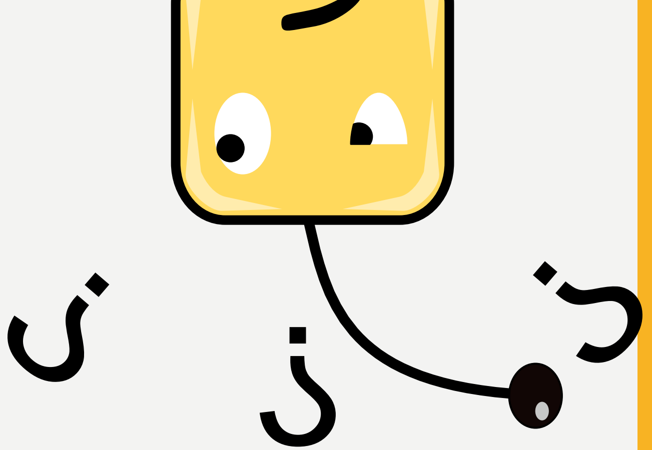




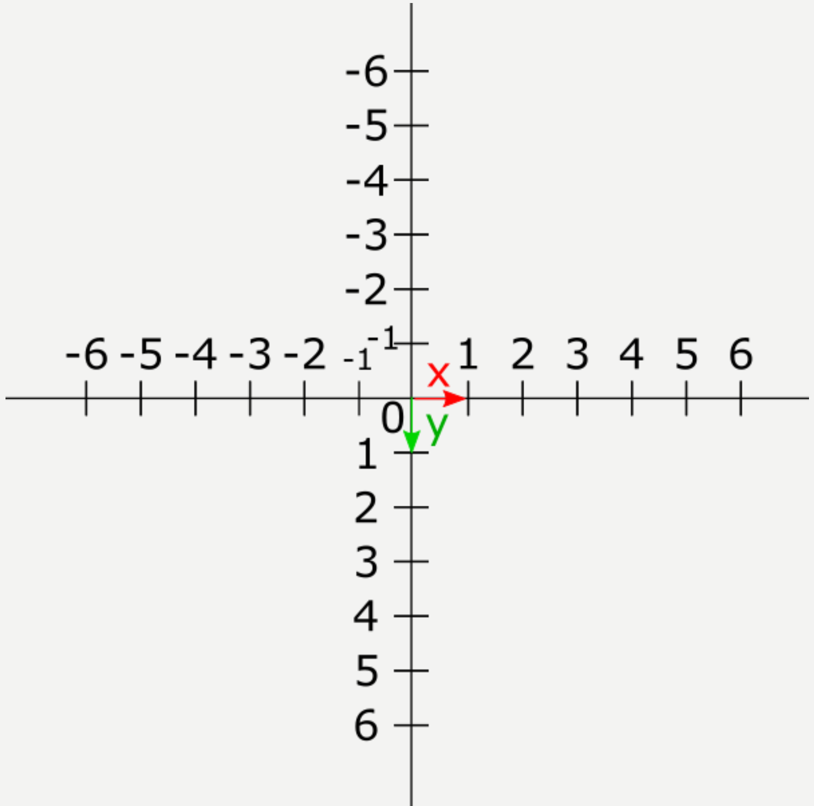


A gauche, un espace non orthogonal, au milieu un espace non normalisé, à droite un espace de fonctions. Evidemment tu peux combiner ces 3 exemples de configurations à ta guise, mais on va en rester là pour ces espaces qui nous intéressent pas.

INTRODUCTION AUX VECTEURS

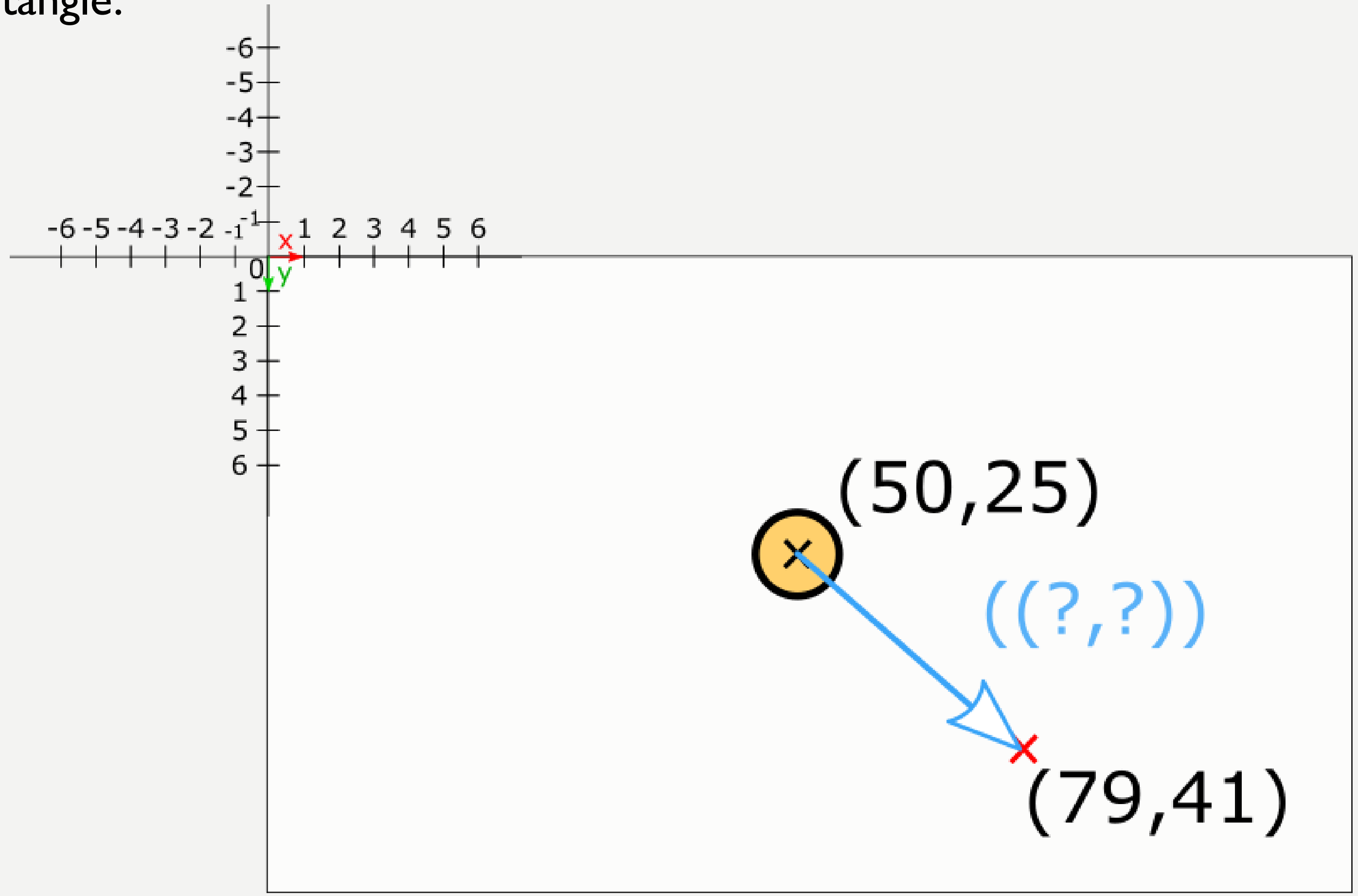


- Je me permet d'inverser l'axe y pour qu'il ait la tête en bas.
- Est-ce que çà te rappelle pas quelque chose comme çà?



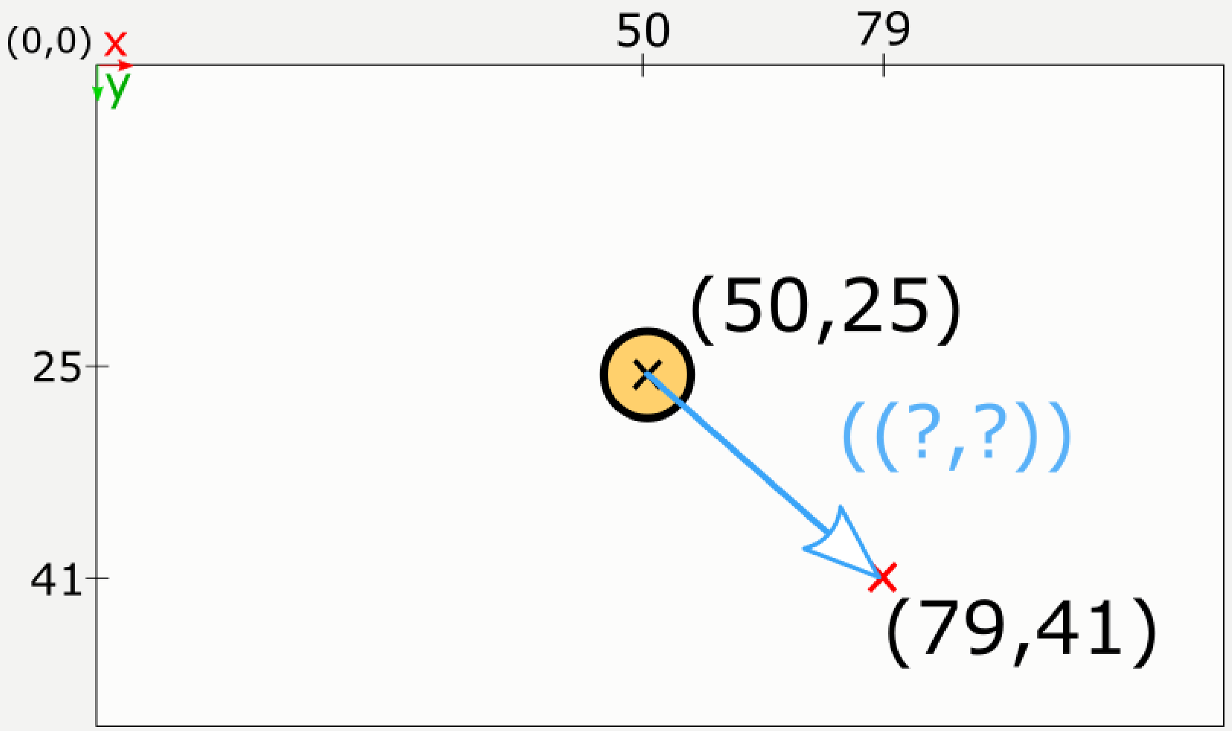
INTRODUCTION AUX VECTEURS

- Et oui c'est ce repère qu'on utilise depuis le début! Il est placé au coin supérieur gauche de notre rectangle.



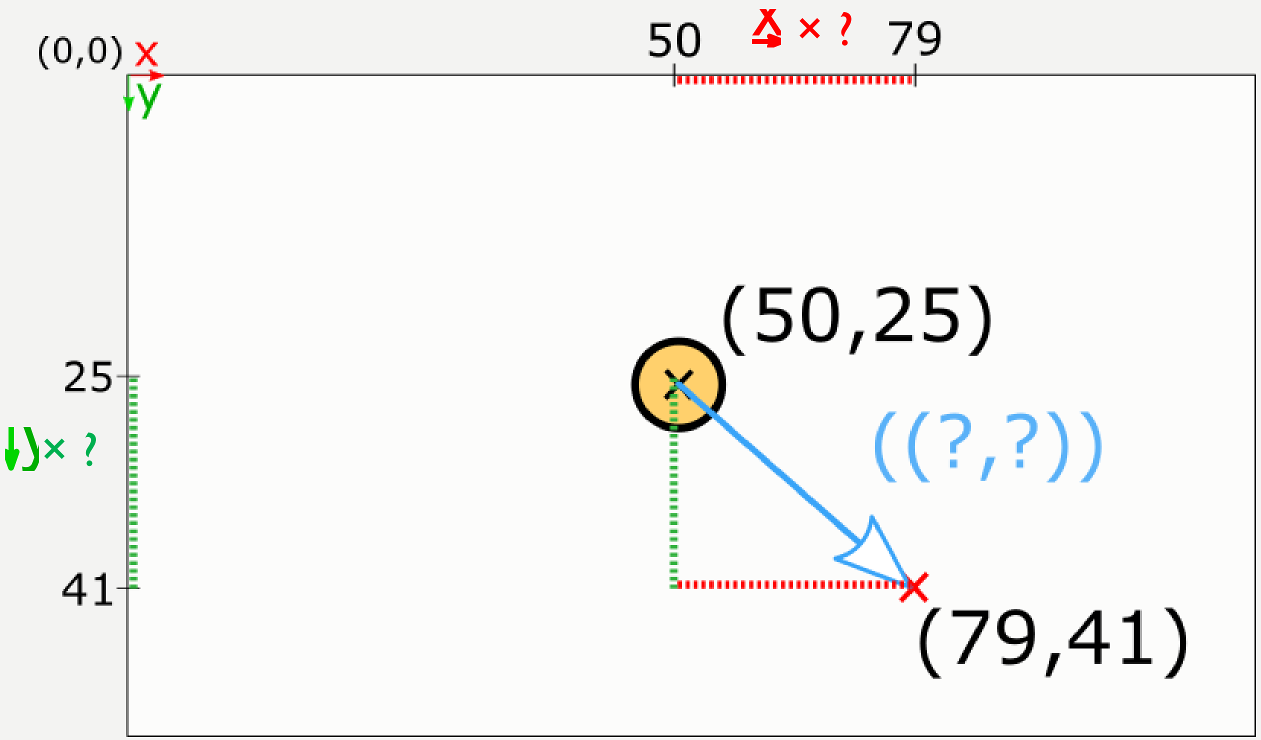
INTRODUCTION AUX VECTEURS

- Maintenant qu'on est retomber sur nos pattes, revenons à nos moutons.
- On discutait de comment obtenir la valeur de la flèche bleue. Maintenant on peut le dire, la flèche bleue est un vecteur déplacement de dimension 2.
- La formule proposée était vecteur déplacement = position d'arrivée – position de départ



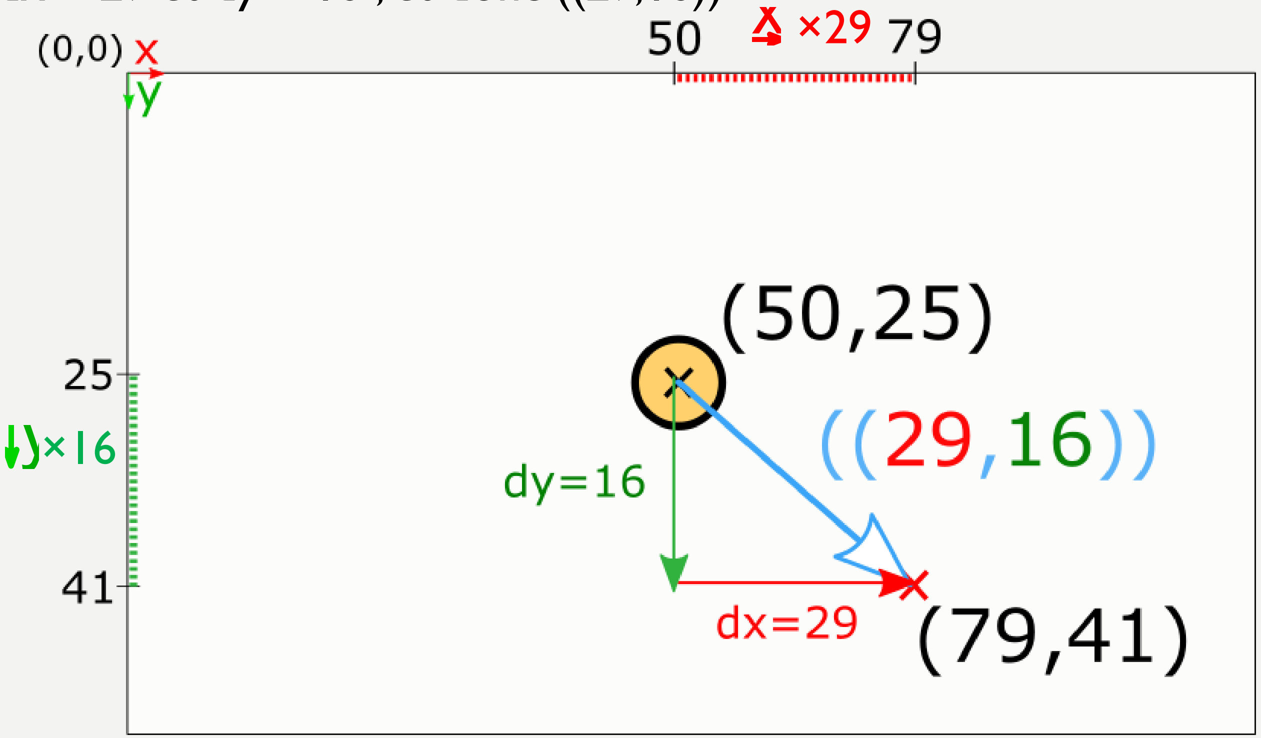
INTRODUCTION AUX VECTEURS

- On peut décomposer cette formule pour x et y, c'est-à-dire :
- Pour x, combien de petits espaces ais-je besoin en partant de 50 pour aller à 79.
- Pour y, combien de petits espaces ais-je besoin en partant de 25 pour aller à 41



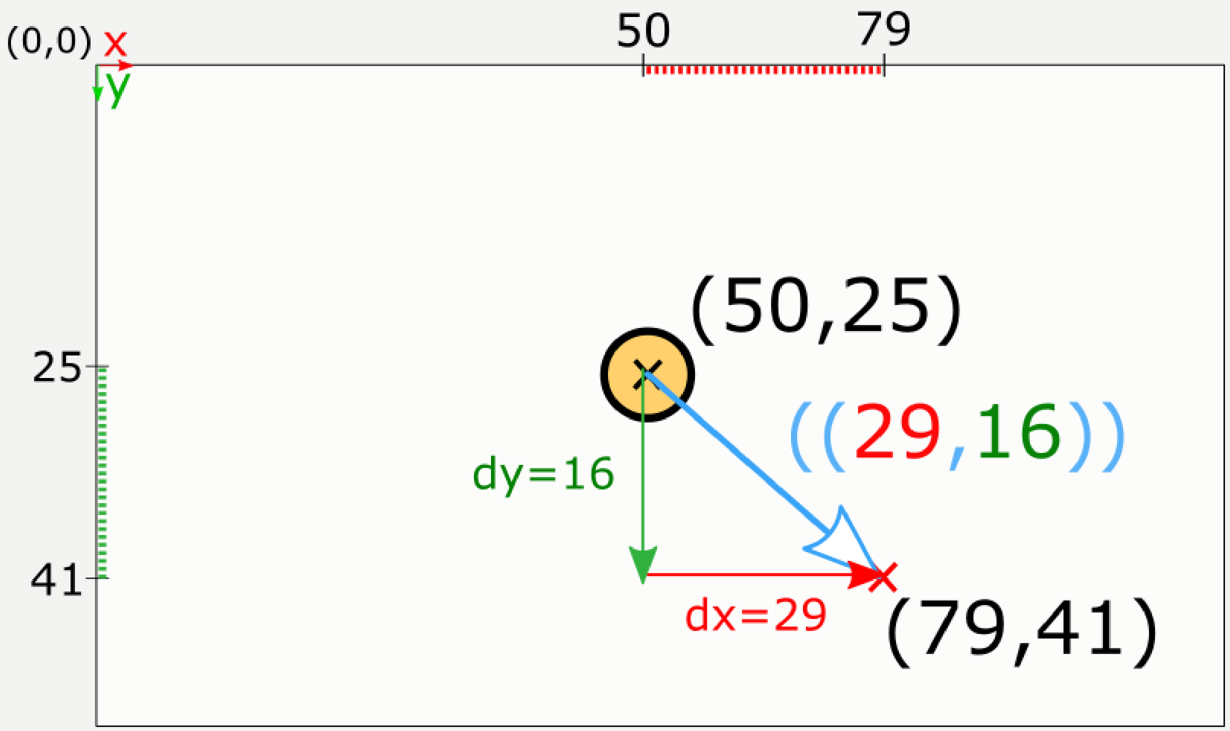
INTRODUCTION AUX VECTEURS

- Et çà c'est facile on l'a fait sur une dimension (correspond finalement à un axe). On fait simplement le calcul cette fois-ci sur deux dimensions (2 axes).
- Soit dx = 79 – 50 (position d'arrivée sur x – position de départ sur x)
- Soit dy = 41 – 25 (position d'arrivée sur y – position de départ sur y)
- On obtient dx = 29 et dy = 16 , et donc ((29,16))



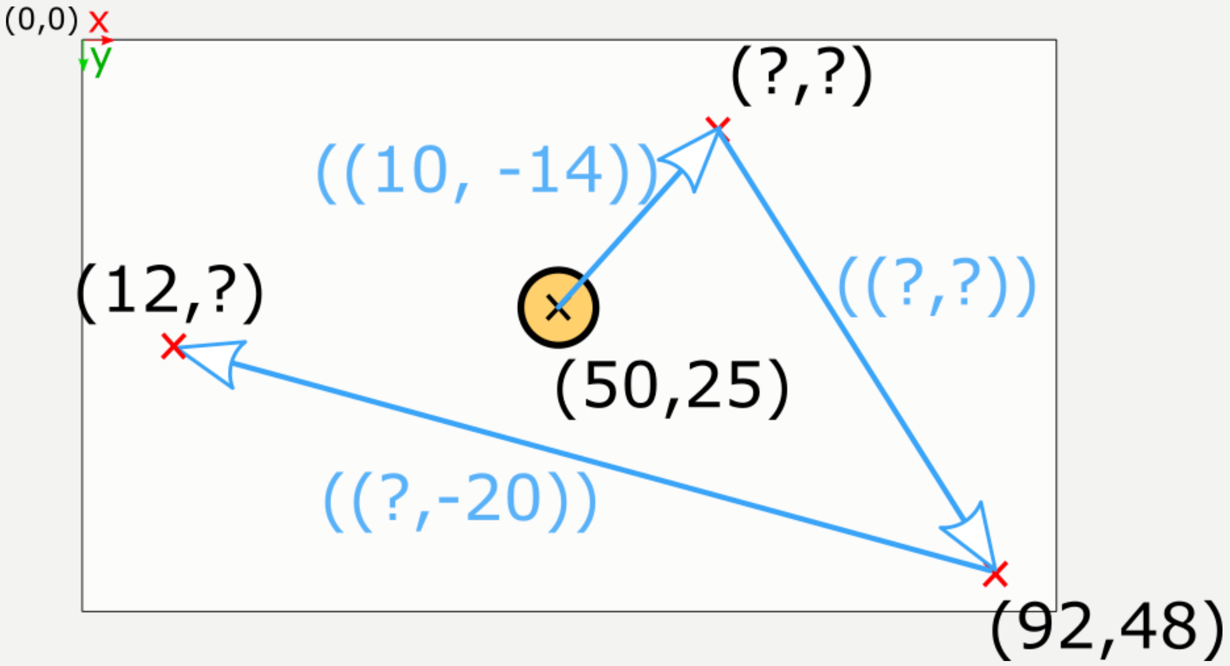
INTRODUCTION AUX VECTEURS

- Ce qui est équivalent à :
- (79,41) – (50,25) = ((29,16))



INTRODUCTION AUX VECTEURS

- Un dernier exercice? On va changer un peu, mais çà reste la même chose
- Essayes de compléter les différents trous



INTRODUCTION AUX VECTEURS

- Next step : Appliquer un déplacement à Zipp!