author: chtld(张尚元)

date: 2018-04-30

### 常微分方程数值解

从一个最简单的例子开始，即一阶常微分方程初值问题

关于常微分方程的初值问题的解得存在唯一性以后再讨论。

在这里我们谈论的是数值解，数值解首先的一步就是对区域进行离散，将区间离散为, 并记, 若采用均匀剖分，即,看到这个方程最一般的思路就是

1. 用差商代替导数，则有两种思路

* 向前，即，由此形成的叫欧拉(Euler)法，显格式

向后，即，由此形成的叫后退欧拉法，隐格式

1. 对方程两边积分，用数值积分公式中的左右矩形公式则也可得上面的两种格式

左矩形(显式)：

右矩形(隐式)：

梯形公式:

进行简单的运算，将未知量的项放在左边，将已知量放在右边可得

###### 欧拉法

###### 后退欧拉法

对于欧拉法形成的方程直接计算即可(显式)，但对于后退的欧拉法形成的方程则无法直接计算，因为方程左边的是未知项，在计算的时候通常使用迭代方法求解，迭代的实质是逐步显化。

.

当时，最终

###### 改进的欧拉公式(预估校正法):

先用欧拉法得到一个近似值，再使用梯形公式将这个近似值校正一次，即

预估：

校正：

继续化简可写为下面的形式:

##### 龙格库塔(Runge-Kutta)

对 右端的积分部分使用更高精度的积分公式