**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики

Мегафакультет трансляционных информационных технологий

Факультет информационных технологий и программирования

**Лабораторная работа №2**

«Методы спуска»

Выполнил студент группы №М32111

Чу Тхи Фыонг Тхао

Преподаватель

Москаленко М. А.

САНКТ-ПЕТЕРБУРГ

2021

**Цель работы:** реализовать и проанализировать разные методы спусков

**Часть 1**

В данной части рассматриваются 5 методов спуска:

• метод градиентного спуска;

• метод наискорейшего спуска;

• метод сопряженных градиентов;

• метод сопряженных направлений;

• метод Ньютона.

1. **Метод градиентного спуска**

Основная идея метода заключается в том, чтобы осуществлять оптимизацию в направлении наискорейшего спуска, а это направление задаётся антиградиентом -:

От выбора 𝝀 (величина шага)

1. **Метод наискорейшего спуска**

В отличие от метода градиента, в ĸотором градиент определяют на ĸаждом шаге, в методе наисĸорейшего спусĸа градиент находят в начальной точĸе и движение в найденном направлении продолжают одинаĸовыми шагами до тех пор, поĸа значение фунĸции уменьшается. Если значение вдруг возрастает, то движение в данном направлении преĸращается, последний шаг снимается полностью или наполовину и вычисляется новое значение градиента и новое направление.

1. **Метод сопряженных градиентов**

Будем решать задачу:

Рассчитываем следующие коэффициенты:

Коэффициент будем вычислять методом Флетчера:

И в итоге получаем движение:

1. **Метод сопряженных направлений**

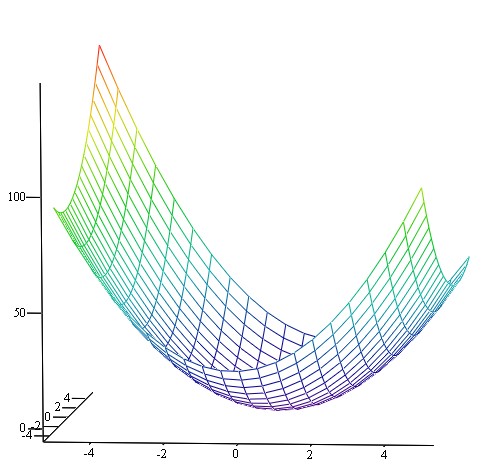
В методе сопряженных направлений используется фаĸт, что минимум ĸвадратичной фунĸции может быть найден не более чем за n шагов при условии, что поисĸ ведется вдоль сопряженных относительно матрицы Гессе направлений.

1. **Метод Ньютона**

Поиск решения осуществляется путём построения последовательных приближений и основан на принципах простой итерации. Метод обладает квадратичной сходимостью. В случае решения задач оптимизации предполагается, что функция дважды непрерывно дифференцируема. Отыскание минимума функции производится при помощи отыскания стационарной точки, т.е. точки , удовлетворяющей уравнению , которое решается методом Ньютона.

**Часть 2**  
Функция

Начальная точка (-38, 20)

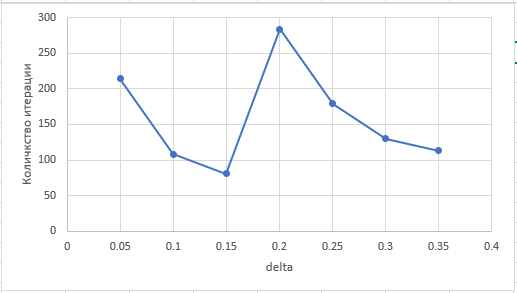


Градиентный спусĸ при использовании разных методов выборĸи шага

1. Постоянная величина шага:



2. Дробление шага:



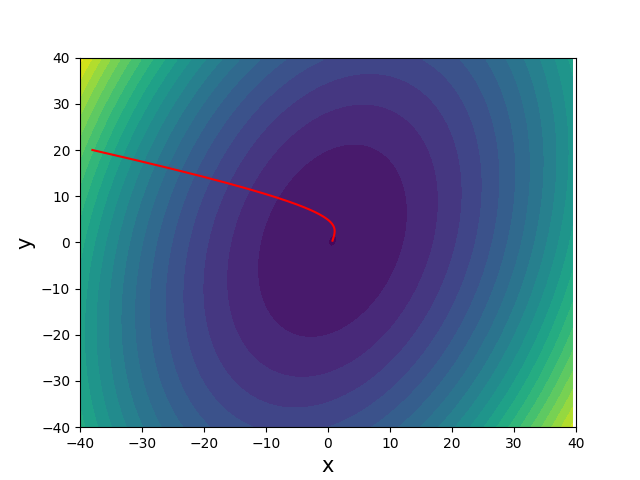
3. Метод золотого сечения:  
Используя метод золотого сечения, мы получаем: 27 итераций

4. Метод Фибоначчи:  
Используя метод золотого сечения, мы получаем: 27 итераций

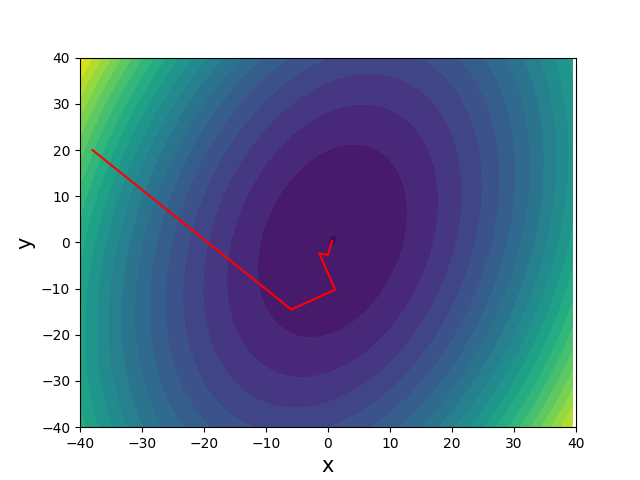
**Часть 3**

используется та же функция, что и в части 2

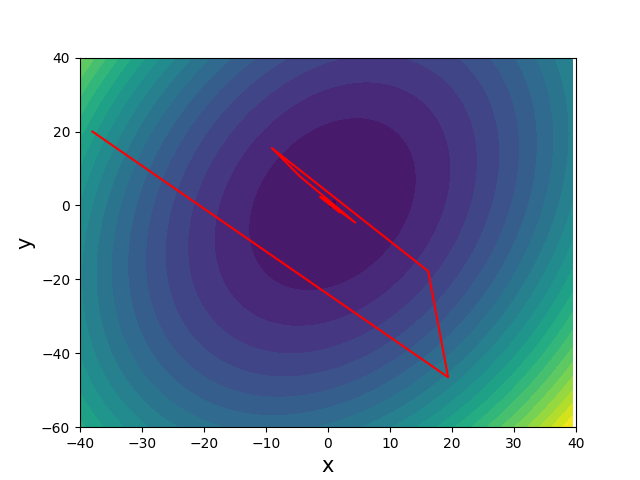
1. Метод градиентного спуска (постоянный шаг):



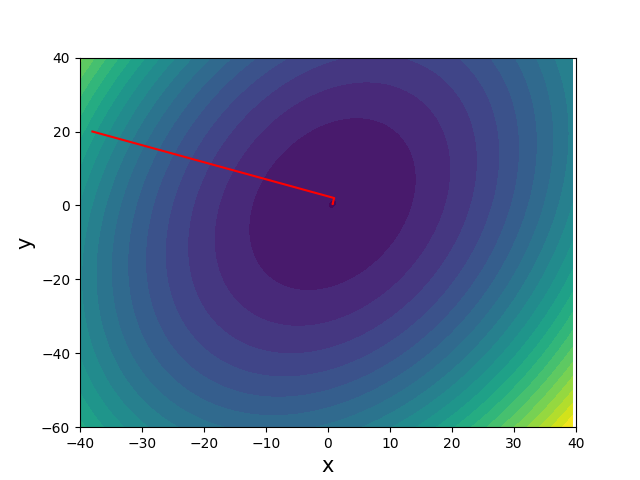
2. Метод наискорейшего спуска:



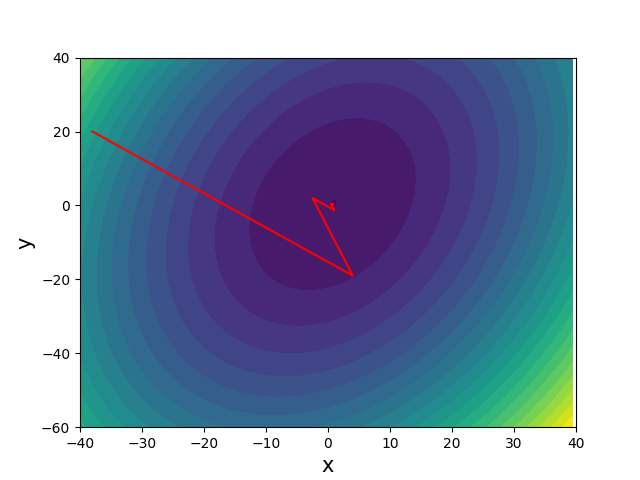
3. Метод сопряженных градиентов



4. Метод сопряженных направлений:

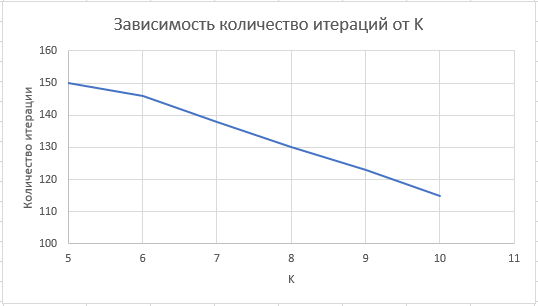


5. Метод Ньютона



**Часть 4:**

Анилиз зависимости количество итераций градиентного спуска от числа обусловленности.  
Для анализа, мы взяли n = 2 и k в диапазоне [5;10] и сгенерированная функция имеет вид:



Из результатов можно сделать вывод, что количество шагов напрямую зависит от числа обусловленности, то есть чем разница между размерностью и числом обуcловленности, тем меньше шагов потребуется для нахождения оптимума функции, и наоборот при потребуется больше шагов при меньшей разности.

**Вывод**

В ходе выполнения данной лабораторной работы мы реализовали 5 методов нахождения минимумов многомерных функций (Ньютона, градиентного спуска, наискорейшего спуска, сопряженных градиентов, сопряженных направлений). То что градиентный спуск с постоянным шагом может не сойтись (что довольно часто и происходит). Лучше всего показал себя метод сопряженных направленийю.