

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет  
информационных технологий, механики и оптики

Мегафакультет трансляционных информационных технологий

Факультет информационных технологий и программирования

**Лаб моделирование**

**Тема: Статистическая физика, физика твердого тела**

Выполнила студент группы №М32111

Чу Тхи Фыонг Тхао

Проверил

Крылов В. А.

САНКТ-ПЕТЕРБУРГ

2021

## 1-д Броуновское движение

Смоделируем броуновское движение с помощью уравнения Ланжевена:

$$m \frac{dv}{dt} = -\gamma v(t) + \eta(t); v(t) = \frac{dx(t)}{dt}$$

Где  $m$  – масса частицы,  $\gamma$  – коэффициент трения,  $v(t)$  – скорость частицы,  $x(t)$  – координата частицы,  $\eta(t)$  – шумовой член

Свойства Шумового члена:

$$\langle \eta(t) \rangle = 0$$

$$\langle \eta_i(t) \eta_j(t') \rangle = 2k_b T \gamma \delta_{ij} \delta(t - t')$$

Где  $k_b$  – постоянная Больцмана,  $T$  – температура,  $\delta$  – дельта функция.

Для моделирования уравнение Ланжевена дискретизируется конечными разностями:

$$v(t) = \frac{dx(t)}{d(t)} \longrightarrow v[i] = \frac{x[i] - x[i-1]}{dt}$$

$$m \frac{v[i] - v[i-1]}{dt} = \gamma \cdot v[i] + \eta[i]$$

Где  $dt$  – временной шаг

Импортируем модули:

```
import matplotlib.pyplot as plt
from mpl_toolkits.mplot3d import Axes3D
import numpy as np
```

Задаем начальные параметры:

```
Tf = 100000      # Final time - seconds
m = 1            # Particle mass
gamma = 2        # Friction
```

```

kb = 1          # Boltzmann cte = 1 for simplicity
T = 300         # [k] - Temperature

```

Задаем временной шаг:

```

t = np.linspace(0, 1000, num = Tf)
dt = t[2]-t[1]

```

Задаем шумовой член:

```

aux = np.zeros(Tf)
Random = lambda n: np.random.normal(loc=0.0, scale=1.0)
MapRandom = map(Random,aux)

# Array of Noise
eta = np.sqrt(2*kb*T*gamma)*np.array(list(MapRandom))

```

Задаем начальные положение и скорость:

```

x0 = 0
v0 = 0

```

Задаем массивы:

```

x = np.zeros(1)
x[0] = x0
v = np.zeros(1)
v[0] = v0

```

Записываем уравнение Ланжевена:

```

i = 1
while i < Tf:
    v = np.append(v, ((dt/m)*eta[i]+v[i-1])/(1+(dt/m)*gamma))
    x = np.append(x, x[i-1] + v[i]*dt)
    i+=1

```

Выводим графики скорости и положения:

```

fig, (left, right) = plt.subplots(1, 2, figsize=(15,5))

```

```
right.plot(t, x)
left.plot(t, v)

fig.suptitle('1-D Броуновское движение, fontsize=20)
right.set(xlabel = "time", ylabel = "x(t)")
left.set(xlabel = "time", ylabel = "v(t)")

right.set_xlim([0, 1000]);
left.set_xlim([0, 1000]);
```

Результат моделирования:

---

1-D Броуновское движение

