

1. For a forward SDE

$$dx_t = f(x_t, t)dt + g(x_t, t)dW_t,$$

its corresponding Fokker Planck Equation is

$$\partial_t P = -\partial_x(fP) + \frac{1}{2}\partial_{xx}(g^2P).$$

$$\text{Then } \partial_t P = -\partial_x(fP) + \frac{1}{2}\partial_x(2gP\partial_x g + g^2\partial_x P)$$

$$= \partial_x(-fP + gP\partial_x g + \frac{g^2}{2}\partial_x P)$$

$$= -\partial_x(\hat{f}P), \text{ where } \hat{f} = f - g\partial_x g - \frac{g^2}{2}\frac{\partial_x P}{P}.$$

$$\text{Note that } g\partial_x g = \frac{1}{2}\partial_x g^2 \text{ and } \partial_x \log P = \frac{1}{P}\partial_x P.$$

$$\text{Then we have } \partial_t P = -\partial_x[(f - \frac{1}{2}\partial_x g^2 - \frac{g^2}{2}\partial_x \log P)P] \text{ with its corresponding}$$

$$\text{PF ODE } dx_t = [f(x_t, t) - \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial x}g^2(x_t, t) - \frac{g^2(x_t, t)}{2}\frac{\partial}{\partial x}\log P(x_t, t)]dt. \quad \square$$

AI 的未來與機器學習的基石

1. AI 的未來能力

現今的 AI 發展主要是在特定任務上，比如影像分類與語言生成，有良好的應用表現。然而，若是任務改變，則模型需要重新訓練。如果 AI 能擁有從經驗與新情境中自主學習不同任務的能力，也就是 AGI。那麼假如存在未知且能預見對生物身體有危險的環境，比方說星球間的探索建設，與其讓人類穿上太空服在無氧的環境中作業，不如讓 AI 機器人工作來的好。

自古以來，人類就在擴張生存範圍，未來往太空擴張也是能預期的。因此使 AI 達到 AGI 的程度，我認為是必須的，同時也是我認為這個能力對人類社會有重大意義的原因。

2. 涉及的機器學習類型

我認為達成這個能力需要非監督式學習和強化學習的組合。

使用非監督式學習，輸入來源於新環境中沒有標籤的資料，模型需要自行找出資料中的規律，讓 AI 理解新環境，結合強化學習，透過與環境互動得到的回饋(目標訊號)，更新行動策略，以達到於新情境中自行學習並解決問題的能力。

3. 第一步的「模型化」

(i)

設計一個二維方格世界，讓機器人在裡面學習怎麼行動，以獲得獎勵。機器人不知道規則，讓機器人多次嘗試後，學習到哪些行動有好處。

這需要機器人有從資料中理解環境和從回饋中調整策略的能力，是建模世界與行動規畫能力的雛型。

(ii)

可測試性可以觀察三個指標：

- (1)對環境變化的預測準確率；
- (2)獲得的平均獎勵；
- (3)新環境下能否以較少嘗試來達到良好表現。

(iii)

需要的數學工具：

機率與統計理論：模擬環境的不確定性與狀態變化

神經網路模型:近似複雜的函數關係

非監督式學習:訓練模型進行預測

強化學習:使機器人學會根據回饋更新策略

(有使用 chatgpt 幫助補充一些想法細節，報告是自己打的)

問題

關於 SDE，Ito's integral 和 Stratonovich's integral 有什麼區別？我查到的資料說後者常用在物理領域，選擇兩者間的哪一個來使用的考量是什麼？