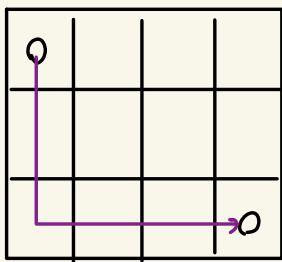


Problem Definition:

给定 m, n ，欲問從一大小为 $m \times n$ 的 grid 中由 $(0,0)$ 至 $(m-1, n-1)$ 共有几种走法，設只能向下或向右走。

Example: $n=3, m=4$



可視為： $\downarrow\downarrow\rightarrow\rightarrow\rightarrow$ 共有几种排列方法。

∴ 可知為 C_{n-1}^{n+m-2} 种

Solutions:

①. 暴搜解 \Rightarrow 去邊迴解.

②. 解折解 $\Rightarrow C_{n-1}^{m+n-2}$

③. DP 解:

11. Define Subproblem:

設 $d_{i,j}$ 為大 + 着 $i \times j$ 的 grid 時的 optimal value.

12. Recursion function:

$$d_{i,j} = \begin{cases} 1 & \text{if } i=0 \text{ or } j=0 \\ d_{i+1,j} + d_{i,j-1} & \text{otherwise.} \end{cases}$$

Bottom-up method:

Build a $m \times n$ table to store $d_{i,j}$

and calculate the $d_{i,j}$ by $d_{i-1,j} + d_{i,j-1}$

Example: $n=3, m=4$

| | | | |
|---|---|---|----|
| 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| 1 | 3 | 6 | 10 |

How to optimize space:

可以發現, 每次計算 $d_{i,j}$ 只會用到前-row, 故

可只存前-row 和 $d_{i,j-1}$ 即可.

Example:

| | | | |
|---|---|---|----|
| 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| 1 | 3 | 6 | 10 |

計算: $d_{2,2}$ 時, 只需:

