

## 名词党想要速通纯数学？ | 资源整合篇



这个系列写给对数学感兴趣的初学者——无论是准备报考数学系的高中生，准大一新生，在寻找方向的低年级本科生，还是想自学的数学爱好者。我希望从个人经验出发，大致梳理数学专业科技树的全貌，并且介绍一些趁手的学习工具。本篇整合一些可能有用的互联网资源（也希望抛砖收获评论区的宝玉~）

**免责声明：** 以下完全是一个纯数研究生的一家之言。首先我不针对任何考试（想考研就狠刷数分高代，想考丘赛就.....刷真题？反正我也没考过hhh）；其次，对于大学生们——你们的老师肯定比我更专业；然后，对于应数统计和转码跑路——去问别人（然后带我一个+ω-）

### 直面英语吧！

绝大部分数学资源都以英语的形式存在于互联网上，获取的主要障碍只在于语言和[上网工具](#)。考虑到现代数学的教材和论文基本上都是以英语写作，学会用英语阅读甚至思考数学将是每个初学者必须面对的任务。好在数学用英语有着高度结构化和模板化的表达方式，很快就能习惯。对那些还不太习惯英语的初学者，我个人的建议是，在早期可以同时参考中文和英文教材，对照学习词汇和句法；现在翻译软件和 AI 高度发达，借助 [GPT4o](#) 或者 [DeepL](#) / Google 翻译都可以大大方便我们学习英文教材。此外，为了练习英语输出能力，也可以刻意训练使用英文做题或者写笔记。

George Grätzer

# The **Little** Book of Math into English

MOREMEDIA



Springer

使用英语进行数学学术写作的指导书

## 路线规划？

如何规划数学学习路线？这是知乎的日经问题了：

- [如果让你重新开始学数学，你的学习路线会怎么选？](#)
- [我想业余时间系统学习数学，想求一份学习地图，请问我该怎么学习呢？学习哪些和教程呢？](#)
- [一个普通数学系学生在本科阶段的全部课表可以发出来看一下吗？](#)
- [想自学数学，在教程顺序上有什么推荐？](#)

无论是数学专业还是数学爱好者，在面对庞大的现代数学大厦面前难免踌躇。现代数学到底学些什么？在投入人生中最宝贵的几年时间之前，这就是第一个需要解答的问题。但这个问题没有标准答案，而是取决于更基本的问题——我为什么喜欢数学？我喜欢数学的什么？对数学的需求和动机将会决定你的学习内容。

无论如何，如果你的目标是在 **2~3 年内全面了解某个纯数学领域的基础，达到准研究生的水平**的话，希望这里的资源会对你有所帮助。

## 共通线

一切数学领域的共同基础是**数学分析和线性代数**，这样说恐怕无人会反对。一个 Bachelor in Mathematics 不一定学过某门专业课，但是一定精通数分线代。如何学习数分线代的教程在知乎上汗牛充栋。暂且让我们继续前进——

## 我想速通主线！

在经历 1~1.5 年的共通线学习后，此后想要继续走**纯数学**方向，有三条主线：**分析与方程**；**代数与数论**；**几何与拓扑**。想要快速了解这些方向的骨架知识，最快的方式就是参考 [丘成桐大学生数学竞赛](#) 的考纲：

- [Analysis and Differential Equations](#)
- [Algebra and Number Theory](#)
- [Geometry and Topology](#)
- [Applied and Computational Mathematics](#)（转应数）
- [Probability and Statistics](#)
- [Mathematical Physics](#)（转物理）

丘赛的设计目的是对标国外名校的**博士生资格考试** (qualifying exams)，通过的学生即具有足够从事数学研究的知识水平。尽管可能不如丘赛全面，博资考的大纲对本科生的学习是很有指导意义的：

- [Harvard Qualifying Exam Syllabus](#)
- [Stanford PhD Qualifying Exams](#)
- [GaTech Written Comprehensive Exams](#)

由于不同数学方向之间联系非常紧密，完全专精一个方向而不管其它方向是不可能的。一般来说，能在两个方向上通关丘赛考纲，已经属于特别优秀的本科毕业生了。

## 设计专属路线图~

有了大方向之后就可以开始规划具体的学习路线图。对于这一点，很多高校的网站都提供课程目录及顺序：

- 国内高校的公开信息，比如北京大学的[培养方案](#)和[常设课程](#)；清华求真的[培养方案](#)；其他一些都可以在这个问题的答案里面找到：

[我想业余时间系统学习数学，想求一份学习地图，请问我应该怎么学习呢？学习哪些和教程呢？](#)

- 中文资料中参考价值最高的可能是这份由中科大学生制作的[USTC基础数学修课指南](#)，包含了一般学习建议和各个课程介绍。
- MIT 的 [Math Major Roadmaps](#).
- Cambridge 的 [Undergraduate Mathematics: Course Information](#)，这里面包括从大一到大三每年详细的课程内容大纲，而每门课的非官方的讲义可以在这里找到：[Tripos-specific resources](#)；作业题在这里：[DPMMS example sheets](#).
- 强力推荐 [\\*Oxford 数学系\\*](#) 的网站：这里有从大一到大四每一门课程的大纲，讲义，习题，全部免费公开 (!ω!) 点开 [Course Synopses](#) 可以看到分年级的课程大纲集成 pdf；点开 [Course planner](#) 可以互动地探索从大二到大四每门课之间的相互依赖关系。据我所知，如此便利公开的共享资源或许独此一家吧。

| Part A   | Part B  | Part C  |
|--|---|---|
| Michaelmas   | Michaelmas  | Michaelmas  |
| <input checked="" type="checkbox"/> A0: Linear Algebra                     | <input type="checkbox"/> B1.1 Logic   | <input type="checkbox"/> C1.1 Model Theory                          |
| <input checked="" type="checkbox"/> A1: Differential Equations 1           | <input checked="" type="checkbox"/> B2.1 Introduction to Representation Theory  | <input type="checkbox"/> C1.3 Analytic Topology                     |
| <input checked="" type="checkbox"/> A2: Metric Spaces and Complex Analysis | <input checked="" type="checkbox"/> B3.1 Galois Theory                          | <input checked="" type="checkbox"/> C2.2 Homological Algebra        |
| <input checked="" type="checkbox"/> A8: Probability                        | <input checked="" type="checkbox"/> B3.2 Geometry of Surfaces                   | <input type="checkbox"/> C2.4 Infinite Groups                       |
| <input checked="" type="checkbox"/> A11: Quantum Theory                    | <input checked="" type="checkbox"/> B3.5 Topology and Groups                    | <input checked="" type="checkbox"/> C2.7 Category Theory            |
| <input type="checkbox"/> An Introduction to LaTeX                          | <input checked="" type="checkbox"/> B4.1 Functional Analysis I                  | <input type="checkbox"/> C3.1 Algebraic Topology <b>Recommended</b> |
| Hilary   | <b>Recommendations:</b><br>A10: Fluids and Waves<br>ASO: Calculus of Variations | <input type="checkbox"/> C3.3 Differentiable Manifolds              |
| <input checked="" type="checkbox"/> A3: Rings and Modules                  | <input type="checkbox"/> B5.2 Applied Partial Differential Equations            | <input type="checkbox"/> C3.4 Algebraic Geometry <b>Recommended</b> |
| <input checked="" type="checkbox"/> A4: Integration                        | <input type="checkbox"/> B5.3 Viscous Flow                                      | <input type="checkbox"/> C3.5 Lie Groups                            |
| <input checked="" type="checkbox"/> A5: Topology                           | <input type="checkbox"/> B5.5 Further Mathematical Biology                      | <input type="checkbox"/> C3.6 Modular Forms                         |

## 去哪里找资源?

### 有数学疑问?

- 直接在知乎问! 在简体中文的数理信息丰富性和专业度上, 还没有平台能替代知乎。
- 英文的数学问答论坛就是 [Math StackExchange](#) 和 [MathOverflow](#)。前者主要是具体数学习题的答疑, 后者则是讨论研究性问题以及一般问题。注意这几个网站对提问的方法有着比知乎更严格的要求, 伸手党问题一般会被直接关闭; 同时好的提问会得到快速解答。
- 其它一些活跃的中文数学社区还有 [超理论坛](#) (其中还有其他理科的板块)。

想要快速了解一个概念名词, 英文[维基百科](#)是最快的方式。除此之外, 具有百科性质的网站还有:

- [nLab](#) 是一个以高阶结构 (无穷范畴) 为骨架的数学和物理百科。
- [香蕉百科](#) 是一个中文数学百科, 其中也有一些数学讲义和讨论。
- [Stacks project](#) 是交换代数和代数几何的百科全书。由 de Jong 发起的项目, 其最初目的是覆盖所有学习代数叠 (algebraic stacks) 所必须的数学, 现在已经发展成超过 7500 页的百科, 很多标准的代数几何结论的证明都可以在上面找到。
- [Kerodon](#) 是基于 Jacob Lurie 作品的无穷范畴百科。

### 找课?

- 你能叫得出名字的本科课, 在 Bilibili 上大多都能找到优质的中文课程录像。其中优质的有丘维声的 [高等代数](#), 梁灿彬的 [微分几何入门与广义相对论](#) 等。这些课程有配套书籍, 按照进度跟着学能获得几乎和在校选课相当的体验。
- 与此相对, YouTube 上也有很多英文课程的录像, 并且录像的丰富程度随着疫情时远程学习的普及有了飞跃的发展。
- 视频网站的另一大特色是精致的科普视频, 比如 [3Blue1Brown](#) 还有 [Veritasium](#)。比起干燥的课本, 这些视频能够给入门者创造动机和兴趣。我本人在学数学之前也深受 3Blue1Brown 的系列 [线性代数的本质](#) 的惠泽。
- 各大高校的网站, 有一定概率可以找到对应课程的讲义或者其他资源, 只要 Google 搜索课名+学校名就行。这里再次强推 [Oxford 数学系](#) 的网站!

### 找书?

- 如果有学生账号, 并且所在大学或机构有订阅, 可以在一些出版社 (比如 Cambridge University Press, Springer) 网站上登录后直接免费下载。
- 一些比较新的书, 可以搜索作者的个人网站, 有概率存在免费公开的版本可以直接下载。
- 大部分英文教材的 pdf 版都可以在 [z-library](#) 或者 [Library Genesis](#) 上找到。

- 如果对纸质书有特殊喜好，但是未在国内有引进出版的，可以把 pdf 在淘宝店打印装订出来，价格一般不超过小几十块钱。

## 找论文？

- 数学领域几乎所有的论文在发表前都会以预印本的形式在 [arXiv](#) 上公开。如果对某个方向特别感兴趣，可以使用 arXiv 的订阅功能，它会每天发送当日在该领域的新增文章，订阅方式详见 [Subscribe to daily listing emails](#)。

## 找会议？

想要了解某个领域内的会议汇总情况并不容易，一般靠的是口耳相传。仅就个人了解的代数几何内：

- Ravi Vakil 有一个网站汇总了国外的代数几何会议情况：[Upcoming conferences in algebraic geometry](#)

据我所知还没有人汇总国内代数几何会议信息，如果有知道的欢迎汇总~

- 邮件订阅 [COW 或者其它 mailing lists](#)，会收到关于会议的信息，同时也有 PhD / postdoc / 教职的招聘信息，请注意这些列表是偏向于欧洲的。

## 一些宝藏个人网站

请见谅这些网站的选择受到我个人兴趣的影响，因此相对偏向于[代数和几何](#)这边。首先是一些笔记狂魔：

- [Dexter Chua](#)：一位剑桥本硕，哈佛博士的大神。他的网站有大量本科剑桥数学课的 LaTeX 笔记，超过 4000 页。
- [Gilles Castel](#)：另一位 LaTeX 笔记大神，他著名的博文 [How I'm able to take notes in mathematics lectures using LaTeX and Vim](#) 以及其后续有非常高的参考价值。
- [Florian Bouyer](#)：这位是华威的本硕博。他也写了大量数学课程笔记，从本科到研究生级别的都有，偏向代数方向。

请允许我塞进来一些理论物理私货，虽然可能不适合出现在这个数学文章当中，但是如果粗暴地认为理论物理是数学的一部分也未尝不可（bushi）。

- [David Tong](#)：物理系同学中无人不晓的佟大为教授。Tong 的网站上有包罗万象的物理课程讲义，从四大力学到弦论，且平均质量极高，非常适合自学或者考前速成的时候参考。
- [The Theoretical Minimum](#)：这个网站有 Leonard Susskind 讲授的各门理论物理课程的录像。所谓的 *Theoretical Minimum* 最初指的是大名鼎鼎的朗道势垒，意指一个合格的理论物理学生所需掌握的最少知识。

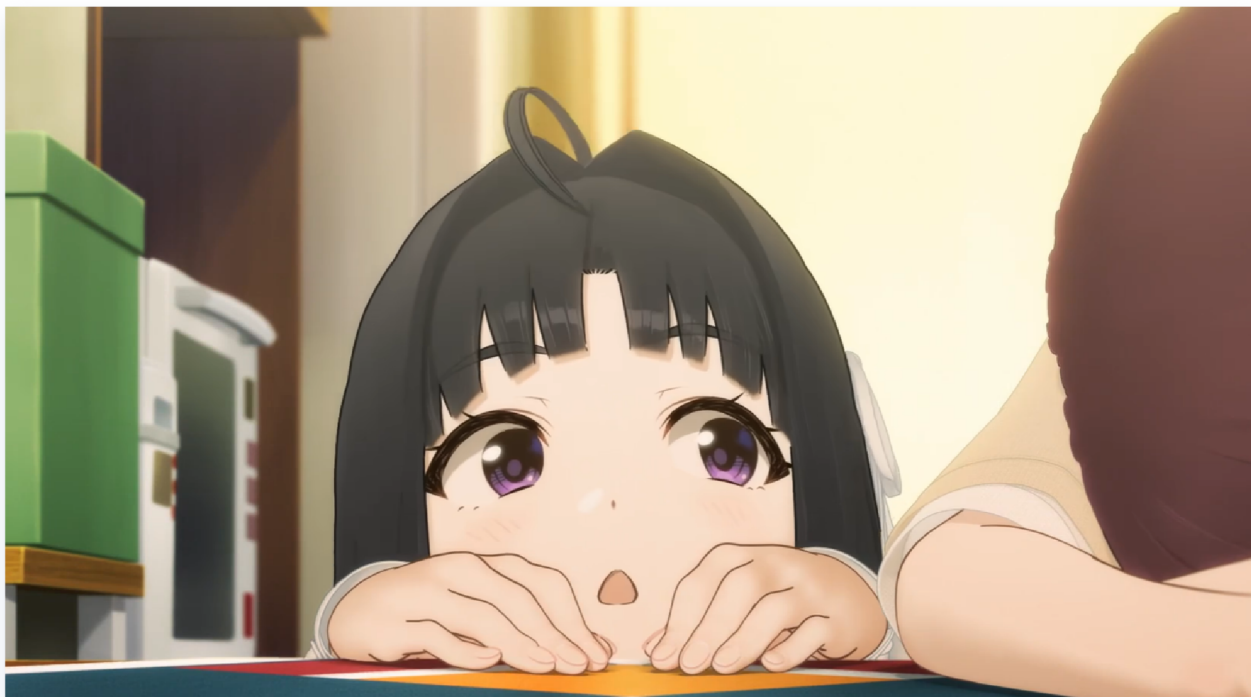
下面是一些有价值的数学家网页：

- [陶哲轩](#)：陶哲轩写了大量博客，其中有很多关于数学事业和写作的建议。作为最知名的数学科普作家，他的文字对任何人都值得一读。
- [Mura Yakerson](#)：Yakerson 是牛津的副教授，她运营的 YouTube 频道 [Math-Life Balance](#) 中采访了大量处于生涯活跃期的数学家，对于志在数学研究的人很有参考价值。
- [李文威](#)：李文威教授火出圈的契机可能是他的两卷“高观点”写作的《代数学方法》。除此之外，他的网站上还有很多书和讲义，其中即将完工的《代数学讲义》有望成为代数学入门课程的新标杆。最可贵的是，他的代数学方法是一本完全开源的中文书，其中甚至附有书籍的 LaTeX 模板；他对排版的每个细节都很严谨，因此对于想要使用 LaTeX 进行中文写作的同学来说，这无疑是最好的参考。
- [梁永祺 教学与研究生指导](#)：梁教授的网页上有很多文章，包括他自己求学代数几何时的经历，以及给学生的建议等。学代数几何前读一读很有价值。
- [J.S.Milne](#)：Milne 教授的网站上也有非常多的讲义，偏向于代数和数论方向。其中比较知名的大概是他写的 Abelian Varieties 和 Étale Cohomology。
- [Pieter Belmans](#)：Stacks project 和 Kerodon 的网页维护者，他还开发了很多代数几何分类相关的网站，比如 [Fanography](#) 记录了 Fano 三维簇的分类和数值不变量。
- [Ravi Vakil](#)：Vakil 教授最有名的就是他还尚未出版的巨著 *The Rising Sea: Foundation of Algebraic Geometry*，大有超越 Hartshorne GTM 52 成为新世纪代数几何必读书目之势。他的网页上也有很多实用的建议，比如如何从数学讲座中学到东西：[The "Three Things" Exercise for getting things out of talks](#)，以及他本人对想读 Ph.D. 的学生的要求和建议：[For potential Ph.D. students](#)。

## 一些有趣的东西

- [Graduate Students' Guide to Generals](#)：这个网站搜罗了 Princeton 博士生数学口试过程的自我记录，其中不乏一些成名已久的数学家，比如许晨阳，陶哲轩，恽之玮等。从这里一窥大佬们学生时代的学习痕迹也是饶有趣味。
-





本文使用 [Zhihu On VSCode](#) 创作并发布