



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Крымский федеральный университет им. В.И. Вернадского»

Физико-технический институт
Кафедра компьютерной инженерии и моделирования

Лабораторная работа № 6

«Дискретные сигналы»

По дисциплине
«Обработка сигналов»

Выполнил:

Студент 3 курса

Направления подготовки

09.03.01 «Информатика

и вычислительная

техника» Группы ИВТ-

б-о-222

Чудопалов Богдан Андреевич

Проверил:

Таран Е.П.

«_»_____20_г.

Оценка:_____ Подпись:

Цель работы: разработать программное обеспечение, которое будет восстанавливать дискретный сигнал по коэффициентам.

№ варианта № отсчета	2
1	1
2	1
3	0
4	0
5	1
6	1
7	0
8	0

Рис. 1. Индивидуальный вариант.

Ход работы

1. Пройти инструктаж по технике безопасности работы в компьютерном классе, изучить инструкции по технике безопасности и правилам оказания первой медицинской помощи.
2. Дискретный сигнал задан в виде набора из 8 равноотстоящих отсчетов на интервале своей периодичности (значения отсчетов приведены в таблице 6.1).
3. Разработать программное обеспечение для исследования дискретных сигналов.
4. Определить коэффициенты дискретного преобразования Фурье.
5. Восстановить сигнал по полученным коэффициентам.
6. Построить график восстановленного сигнала, на котором отметить в виде точек значения заданных отсчетов.
7. Сделать выводы по работе.

Ход работы

Вывод программы имеет вид, выводится график и коэффициенты ДПФ:

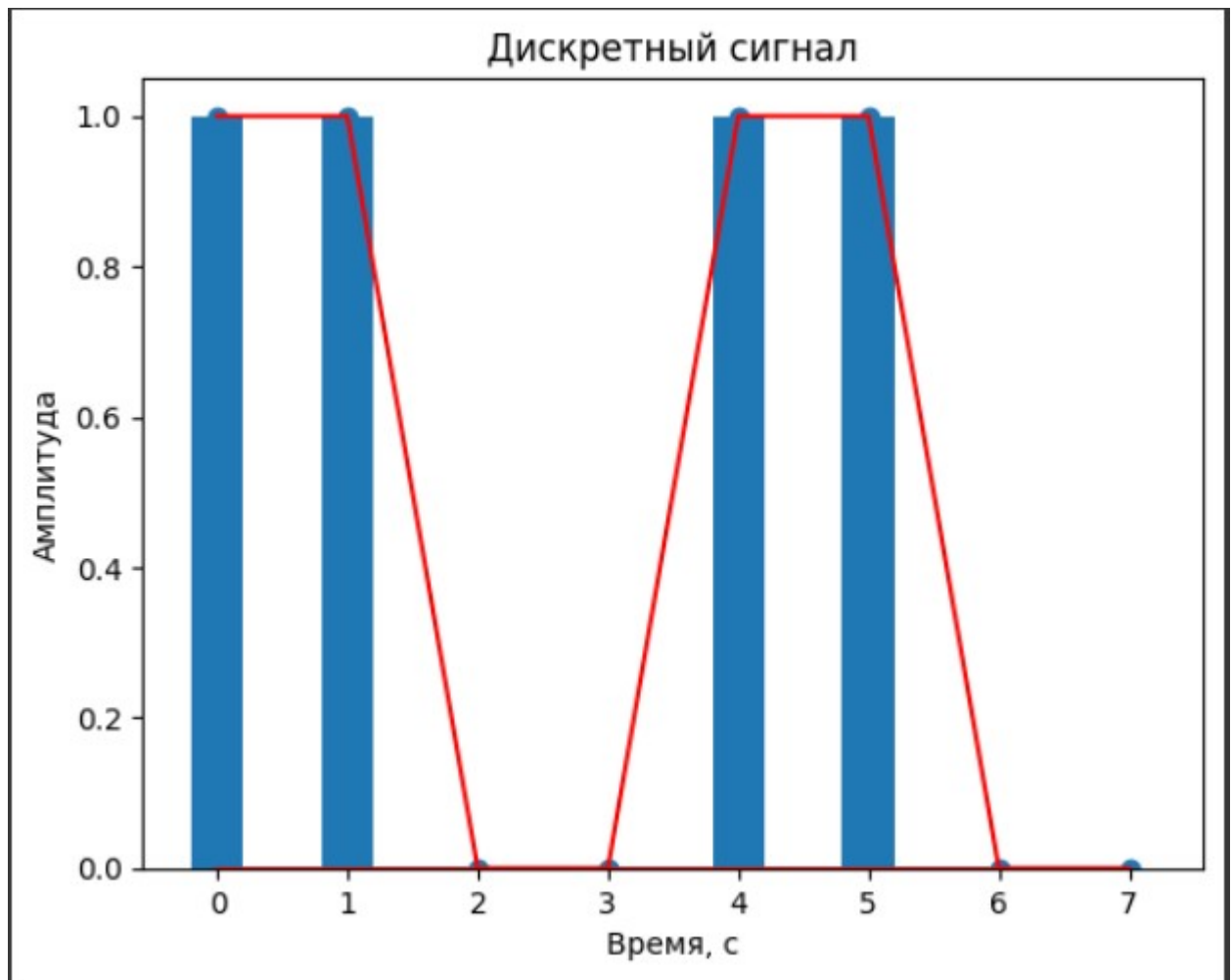


Рис. 2. Восстановленный график.

```
Коэффициенты ДПФ:  
X[0] = (4+0j)  
X[1] = 0j  
X[2] = (2-2j)  
X[3] = 0j  
X[4] = 0j  
X[5] = 0j  
X[6] = (2+2j)  
X[7] = 0j
```

Рис. 3. Коэффициенты ДПФ.

Теоретические сведения и формулы для расчета:

1. Коэффициенты ряда Фурье (дискретный случай)

Для сигнала $x[n]$ длиной N :

Постоянная составляющая:

$$a_0 = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x[n]$$

Косинусные коэффициенты ($k=1, 2, \dots, K$):

$$a_k = \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \cdot \cos\left(\frac{2\pi kn}{N}\right)$$

Синусные коэффициенты ($k=1, 2, \dots, K$):

$$b_k = \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \cdot \sin\left(\frac{2\pi kn}{N}\right)$$

2. Восстановление сигнала через ряд Фурье

$$x_{\text{rec}}[n] = a_0 + \sum_{k=1}^K \left(a_k \cos\left(\frac{2\pi kn}{N}\right) + b_k \sin\left(\frac{2\pi kn}{N}\right) \right)$$

3. Дискретное преобразование Фурье (ДПФ)

Прямое ДПФ:

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \cdot e^{-i \frac{2\pi kn}{N}}, \quad k = 0, 1, \dots, N-1$$

Обратное ДПФ:

$$x[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X[k] \cdot e^{i \frac{2\pi kn}{N}}, \quad n = 0, 1, \dots, N-1$$

4. Связь с тригонометрическими функциями

Через формулу Эйлера:

$$e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta$$

Разложение ДПФ:

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \left(\cos \left(\frac{2\pi kn}{N} \right) - i \sin \left(\frac{2\pi kn}{N} \right) \right)$$

Вывод: В ходе выполнения лабораторной работы были определены коэффициенты дискретного преобразования Фурье а так же был построен график восстановленного сигнала.

Приложение

```
for k in range(1, 5):  
    a[k-1] = (2.0 / len(x)) * np.sum([x[n] * np.cos(2 * np.pi * k * n / len(x)) for n in range(len(x))])  
    b[k-1] = (2.0 / len(x)) * np.sum([x[n] * np.sin(2 * np.pi * k * n / len(x)) for n in range(len(x))])
```

1.1. Расчет коэффициентов.

```
t = np.arange(0, len(x))  
x_reconstructed = np.zeros(len(x))  
x_reconstructed += a0  
  
for k in range(1, 5):  
    x_reconstructed += a[k-1] * np.cos(2 * np.pi * k * t / len(x)) + b[k-1] * np.sin(2 * np.pi * k * t / len(x))
```

1.2. Восстановление сигнала.

```
plt.bar(t, x, width=0.4)  
plt.stem(x)  
plt.plot(x_reconstructed, 'r')  
plt.title('Дискретный сигнал')  
plt.xlabel('Время, с')  
plt.ylabel('Амплитуда')  
plt.show()
```

1.3. Построение графика.