

MODELOS DE COMPUTACION.

RELACION DE PROBLEMAS III.

1. Para el lenguaje representado por la expresión regular $(01)^*0$, obtener
 - Una gramática lineal por la derecha que genera a L .
 - Una gramática lineal por la izquierda que genera a L .
 - El autómata finito determinístico minimal que acepta el lenguaje L .
2. Encontrar si es posible una gramática lineal por la derecha o una gramática libre del contexto que genere el lenguaje L supuesto que $L \subset \{a, b, c\}^*$ y verifica:
 - $u \in L$ si y solamente si verifica que u no contiene dos símbolos b consecutivos.
 - $u \in L$ si y solamente si verifica que u contiene dos símbolos b consecutivos.
 - $u \in L$ si y solamente si verifica que contiene un número impar de símbolos c .
 - $u \in L$ si y solamente si verifica que no contiene el mismo número de símbolos b que de símbolos c .
3. Encontrar un AFD minimal para el lenguaje

$$(a + b)^*(aa + bb)(a + b)^*$$

4. Para cada uno de los siguientes lenguajes regulares, encontrar el autómata minimal asociado, y a partir de dicho autómata minimal, determinar la gramática regular que genera el lenguaje:
 - a^+b^+
 - $a(a + b)^*b$
5. Considera la gramática cuyas producciones se presentan a continuación y donde el símbolo inicial es S :

$$S \rightarrow xN|x$$

$$N \rightarrow yM|y$$

$$M \rightarrow zN|z$$

- Escribe el diagrama de transiciones para ab AFD que acepte el lenguaje $L(G)$ generado por G .
- Encuentra una gramática regular por la izquierda aq genere ese mismo lenguaje $L(G)$.

- Encuentra el AFD que acepte el complementario del lenguaje $L(G)$.
6. Construir un AFD minimal para el lenguaje dado por la expresión regular

$$1^+01^*$$

7. Obtener autómatas finitos determinísticos para los siguientes lenguajes sobre el alfabeto $\{0, 1\}$.

- Palabras en las que el número de 1 es múltiplo de 3 y el número de 0 es par.
- $\{(01)^{2i} \mid i \geq 0\}$
- $\{(0^{2i}1^{2i}) \mid i \geq 0\}$

8. Construir un Autómata Finito Determinístico que acepte el lenguaje generado por la siguiente gramática:

$$S \rightarrow AB, \quad A \rightarrow aA, \quad A \rightarrow c$$

$$B \rightarrow bBb, \quad B \rightarrow d$$

9. Dar una expresión regular para la intersección de los lenguajes asociados a las expresiones regulares $(01 + 1)^*0$ y $(10 + 0)^*$. Se valorará que se construya el autómata que acepta la intersección de estos lenguajes, se minimice y, a partir del resultado, se construya la expresión regular.
10. Construir un Autómata Finito Determinista Minimal que acepte el lenguaje sobre el alfabeto $\{a, b, c\}$ de todas aquellas palabras que verifiquen simultáneamente las siguientes condiciones
- a) La palabra contiene un número par de a 's
 - b) La longitud de la palabra es un múltiplo de 3.
 - c) La palabra no contiene la subcadena abc .
11. Determinar si los siguientes lenguajes son regulares o libres de contexto. Justificar las respuestas.

- $\{0^i b^j \mid i = 2j \text{ ó } 2i = j\}$
- $\{uu^{-1} \mid u \in \{0, 1\}^*, |u| \leq 1000\}$
- $\{uu^{-1} \mid u \in \{0, 1\}^*, |u| \geq 1000\}$

$$\blacksquare \{0^i 1^j 2^k \mid i = j \text{ ó } j = k\}$$

12. Determinar que lenguajes son regulares o libres de contexto de los siguientes:

a) $\{u0u^{-1} \mid u \in \{0,1\}^*\}$

b) Números en binario que sean múltiplos de 4

c) Palabras de $\{0,1\}^*$ que no contienen la cabcadena 0110

13. Determinar autómatas minimales para los lenguajes $L(M_1) \cup L(M_2)$ y $L(M_1) \cap \overline{L(M_2)}$ donde,

$$\blacksquare M_1 = (\{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \{a, b, c\}, \delta_1, q_0, \{q_2\}) \text{ donde}$$

δ_1	q_0	q_1	q_2	q_3
a	q_1	q_1	q_3	q_3
b	q_2	q_1	q_1	q_3
c	q_3	q_3	q_0	q_3

$$\blacksquare M_2 = (\{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \{a, b, c\}, \delta_2, q_0, \{q_2\})$$

δ_2	q_0	q_1	q_2	q_3
a	q_1	q_1	q_3	q_3
b	q_1	q_2	q_2	q_3
c	q_3	q_3	q_0	q_3

14. Determinar qué lenguajes son regulares y qué lenguajes son libres de contexto entre los siguientes:

a) Conjunto de palabras sobre el alfabeto $\{0,1\}$ en las que cada 1 va precedido por un número par de ceros.

b) Conjunto $\{0^i 1^2 j 0^{i+j} \mid i, j \geq 0\}$

c) Conjunto $\{0^i 1^j 0^{i+j} \mid i, j \geq 0\}$

15. Dado el conjunto regular representado por la expresion regular $a^*b^* + b^*a^*$, construir un autómata finito determinístico minimal que lo acepte.

16. Sean los lenguajes:

– $L_1 = (01 + 1)^*00$

– $L_2 = 01(01 + 1)^*$

construir un autómata finito determinístico minimal que acepte el lenguaje $L_1 - L_2$, a partir de autómatas que acepten L_1 y L_2 .

17. Dada una palabra $u = a_1 \dots a_n \in A^*$, se llama $Per(u)$ al conjunto

$$\{a_{\sigma(1)}, \dots, a_{\sigma(n)} : \sigma \text{ es una permutación de } \{1, \dots, n\}\}$$

.

Dado un lenguaje L , se llama $Per(L) = \bigcup_{u \in L} Per(u)$.

Dar expresiones regulares y autómatas minimales para $Per(L)$ en los siguientes casos:

- a) $L = (00 + 1)^*$
- b) $L = (0 + 1)^*0$
- c) $L = (01)^*$

>Es posible que, siendo L regular, $Per(L)$ no lo sea?

18. Dados los alfabetos $A = \{0, 1, 2, 3\}$ y $B = \{0, 1\}$ y el homomorfismo f de A^* en B^* dado por:

$$\blacksquare f(0) = 00, \quad f(1) = 01, \quad f(2) = 10, \quad f(3) = 11$$

Sea L el conjunto de las palabras de B^* en las que el número de símbolos 0 es par y el de símbolos 1 no es múltiplo de 3. Construir un autómata finito determinista que acepte el lenguaje $f^{-1}(L)$.

19. Determinar un autómata finito determinístico minimal para el lenguaje sobre el alfabeto $A = \{a, b, c\}$ dado por la expresión regular $b(a + b)^* + cb^*$.

20. Dar expresiones regulares para los siguientes lenguajes sobre el alfabeto $A = \{a, b, c\}$,

- Palabras en las que cada c va precedida de una a o una b
- Palabras de longitud impar
- Palabras de longitud impar en las que el símbolo central es una c
- Palabras en las que los dos primeros símbolos son iguales a los dos últimos símbolos en orden inverso: si la palabra empieza por ab , debe de terminar por ba .

21. Determinar si las expresiones regulares siguientes representan el mismo lenguaje:

$$a) (b + (c + a)a^*(b + c))^*(c + a)a^*$$

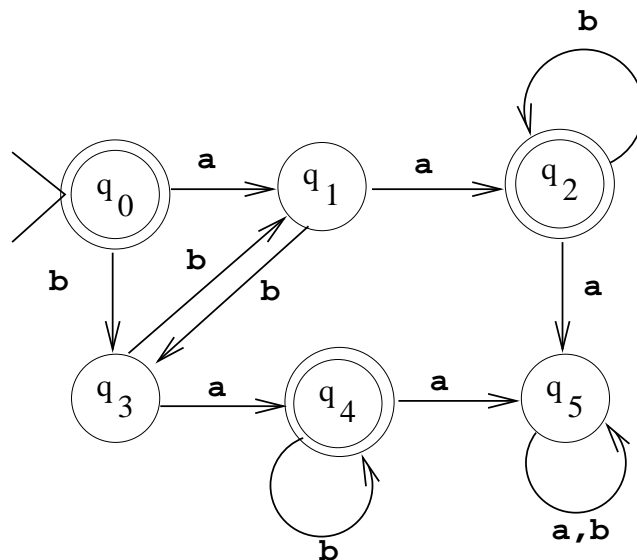
- b) $b^*(c+a)((b+c)b^*(c+a))^*a^*$
 c) $b^*(c+a)(a^*(b+c)b^*(c+a))^*a^*$

Justificar la respuesta.

22. Construir un autómata finito determinista minimal que acepte el conjunto de palabras sobre el alfabeto $A = \{0, 1\}$ que representen números no divisibles por dos ni por tres.
23. Determinar una expresión regular para los siguientes lenguajes sobre el alfabeto $\{0, 1\}$:
- Palabras en las que el tercer símbolo es un 0.
 - Palabras en las que el antepenúltimo símbolo es un 1.

Construir un autómata finito minimal que acepte la intersección de ambos lenguajes.

24. Construir autómatas finitos minimales para los siguientes lenguajes sobre el alfabeto $\{0, 1\}$:
- a) Palabras que contienen como subcadena una palabra del conjunto $\{00, 11\}^2$.
- b) Palabras que contienen como subcadena una palabra del conjunto $\{0011, 1100\}$.
25. Sea M el autómata finito determinista:



- Obtener el autómata finito determinista minimal.
- Dar una expresión regular para el lenguaje que reconoce el autómata.

Escribir expresiones regulares para dichos lenguajes.

26. Encuentra para cada uno de los siguientes lenguajes una gramática de tipo 3 que lo genere o un autómata finito que lo reconozca:

- a) $L = \{u \in \{a, b\}^* : u \text{ no contiene la subcadena 'abab'}\}$
- b) $L = \{a^n b^m c^p : n \geq 0 \text{ y múltiplo de } 3, m \geq 0, p > 0\}$
- c) $L = \{(ab)^j (cd)^i / j \geq i \geq 0\}$

27. ■ Construye una gramática regular que genere el siguiente lenguaje:

$$L_1 = \{u \in \{0, 1\}^* \mid \text{el número de 1's y el número de 0's en } u \text{ es par}\}$$

■ Construye un autómata que reconozca el siguiente lenguaje:

$$L_2 = \{0^n 1^m \mid n \geq 1, m \geq 0, n \text{ múltiplo de } 3, m \text{ par}\}$$

■ Diseña el AFD mínimo que reconoce el lenguaje $(L_1 \cup L_2)$.

28. Construir expresiones regulares para los siguientes lenguajes sobre el alfabeto $\{0, 1\}$:

- a) Palabras en las que el número de símbolos 0 es múltiplo de 3.
- b) Palabras que contienen como subcadena a 1100 ó a 00110
- c) Palabras en las que cada cero forma parte de una subcadena de 2 ceros y cada 1 forma parte de una subcadena de 3 unos.
- d) Palabras en las que el número de ocurrencias de la subcadena 011 es menor o igual que el de ocurrencias de la subcadena 110.

29. Sobre el alfabeto $\{0, 1\}$:

a) Construye una gramática regular que genere el lenguaje L_1 de las palabras u tales que:

- Si $|u| < 5$ entonces el número de 1's es impar.
- Si $|u| \geq 5$ entonces el número de 1's es par.
- u tiene al menos un símbolo 1.

b) Construye un autómata que reconozca el lenguaje L_2 dado por:

$$L_2 = \{0^n 1^m : n \geq 0, m \geq 1, m \text{ es múltiplo de } 6\}$$

c) Diseña el AFD mínimo que reconozca el lenguaje $(L_1 \cup L_2)$.

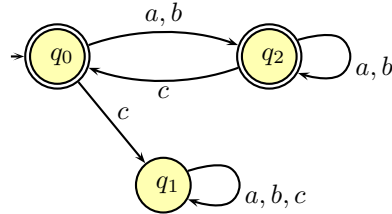
30. Encuentra para cada uno de los siguientes lenguajes una gramática de tipo 3 que lo genere o un autómata finito que lo reconozca:

- $L_1 = \{u \in 0,1^* : u \text{ no contiene la subcadena '010'}\}$
- $L_2 = \{0^i 1^j 0^k : i \geq 1, k \geq 0, i \text{ impar}, k \text{ múltiplo de } 3 \text{ y } j \geq 2\}$.

Diseña el AFD mínimo que reconoce el lenguaje $(L_2 \cap L_1)$.

31. Encuentra una expresión regular para los siguientes lenguajes sobre el alfabeto $A = \{a, b, c\}$:

a) el aceptado por el siguiente AFD:



b) el generado por la siguiente gramática:

$$S \rightarrow aA|bA|cA, \quad A \rightarrow \epsilon|aS|bS|cS$$

c) el generado por la siguiente gramática:

$$S \rightarrow TST|c, \quad T \rightarrow a|b|c$$

32. Dado el alfabeto $A = \{a, b, c\}$, encuentra:

- a) Un AFD que reconozca las palabras en las que cada ' c ' va precedida de una ' a ' o una ' b '.
- b) Una expresión regular que represente el lenguaje compuesto por las palabras de longitud impar en las que el símbolo central es una ' c '.
- c) Una gramática regular que genere las palabras de longitud impar.

33. Construir autómatas finitos para los siguientes lenguajes sobre el alfabeto $\{a, b, c\}$:

- a) L_1 : palabras del lenguaje $(\mathbf{a} + \mathbf{b})^*(\mathbf{b} + \mathbf{c})^*$.
- b) L_2 : palabras en las que nunca hay una ' a ' posterior a una ' c '.
- c) $(L_1 - L_2) \cup (L_2 - L_1)$

¿Qué podemos concluir sobre L_1 y L_2 ?