Práctica 4: Lenguajes Regulares

Sofía Fernández Moreno DNI:15513804M

Diciembre 2015

1.- Dados los alfabetos A={0,1,2,3} y B={0,1} y el homomorfismo f de A* a B* dado por: f(0)=00, f(1)=01, f(2)=10, f(3)=11. Resolver las siguientes cuestiones:

a) Sea L_1 el conjunto de palabras de B* tales que no comienzan con la subcadena 10. Construir un autómata finito determinista que acepte $f^{-1}(L_1)$.

b) Construir un autómata finito determinista que acepte el lenguaje $L_2= \{uu^{-1} / u \in B^*\}$.

c) Sea L_3 el conjunto de palabras de A* definido como $L_3= \{0^k3^k / 1\leq k \leq 20\}$.Construir una expresión regular que represente a $f(L_3)$.

a) Obtenemos la solución para $L_1 \in B^*$:

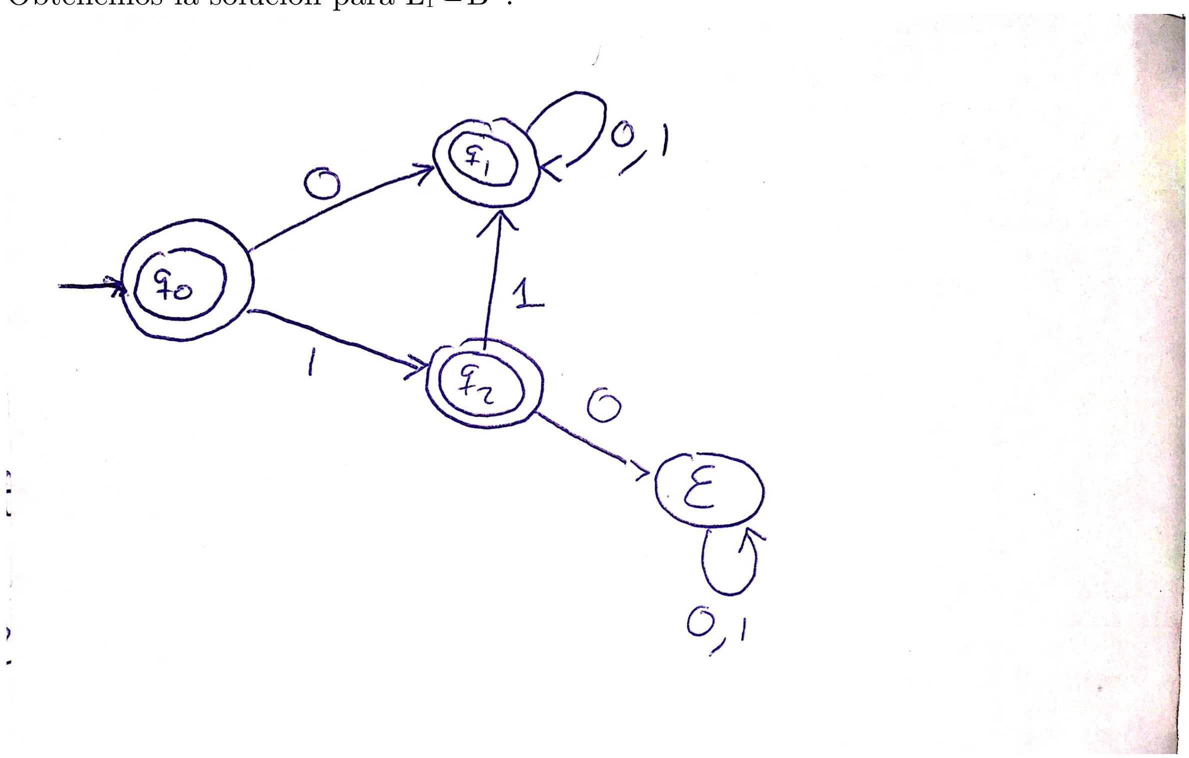


Ilustración 1 Autómata que acepta el conjunto de palabras de B* que no comiencen con la subcadena 10.

Ahora tan solo nos tenemos que fijar en que conjuntos de A* cumple que no comiencen en 2(10). A continuación, construimos el AFD que para este homomorfismo inverso nuestro AFD se puede reducir al siguiente:

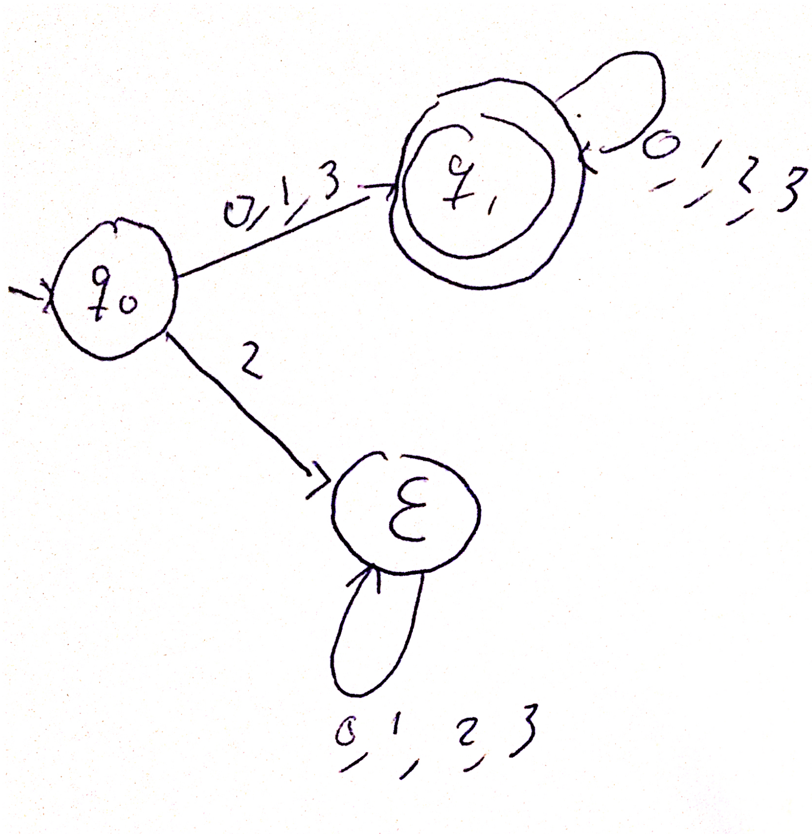


Ilustración 2 Autómata que acepta el conjunto de palabras de A* que no comiencen con la subcadena 10.

b)

Aplicando el lema de bombeo para $L_2 = \{vv^{-1} / v \in B^*\}$

Sea $z = uvw$ con $|z| \geq n$ $\forall n \in \mathbb{N}$ $z \in L_2$

Si se verifica

$$\left.\begin{array}{l} \circ\ |uv| \leq n \\ \circ\ |v| \geq 1 \end{array}\right. \Rightarrow \exists i \in \mathbb{N} \ / \ uv^i w \notin L_2$$

$\Rightarrow z = 0^n 1^n 1^n 0^n$ con $u = 0^r$ $r < n$

$v = 0^s$ $s \geq 1$

$w = 0^{n-r-s} 1^n 1^n 0^n$

Tomando $i = 2$

Veamos que $uv^2w \notin L_2$

$$uv^2w = 0^r 0^{2s} 0^{n-r-s} 1^n 1^n 0^n = 0^{n-s} 1^n 1^n 0^n \notin L_2$$

Para $i = 2$ L no es regular.

Comprobamos para $i = 0$

$$uv^i w = uw = 0^r 0^{n-r-s} 1^n 1^n 0^n = 0^{n-s} 1^n 1^n 0^n \notin L_2$$

$\Rightarrow L_2$ no es regular por no cumplirse el lema

de bombeo.

Por lo tanto, no podemos construir su AFD.

c)

Sea $L_3 = \{0^k 3^k \ / \ 1 \leq k \leq 20\}$

La expresión regular de $f(L_3)$ sería:

$0(\varepsilon + (0(\varepsilon + (0(\ldots)3))3))3$ hasta llegar a 20

veces con $L_3 \in A^*$

$\Rightarrow f(L_3) = 00(\varepsilon + (00(\varepsilon + (00(\ldots)11))11))11$

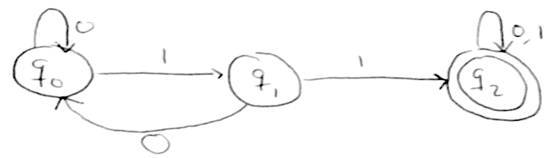
hasta 20 veces

$\Rightarrow f(L_3) = \{(00)^k (11)^k \ / \ 1 \leq k \leq 20\}$

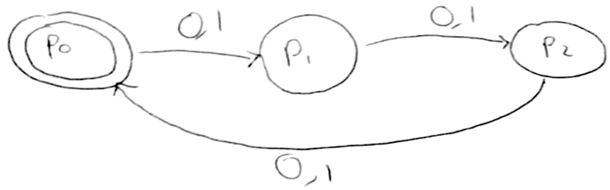
2.- Sea L_4 el conjunto de palabras de B* que contienen la subcadena 11. Sea L_5 el conjunto de las palabras de B* de longitud múltiplo de tres. Construir el AFD minimal que acepte el lenguaje $L_4 \cap L_5$.

Construimos los AFD para L_4 y para L_5. Obtenidos ambos, construimos el AFD para $L_4 \cap L_5$. Una vez obtenido este AFD intentamos obtener su AFD minimal.

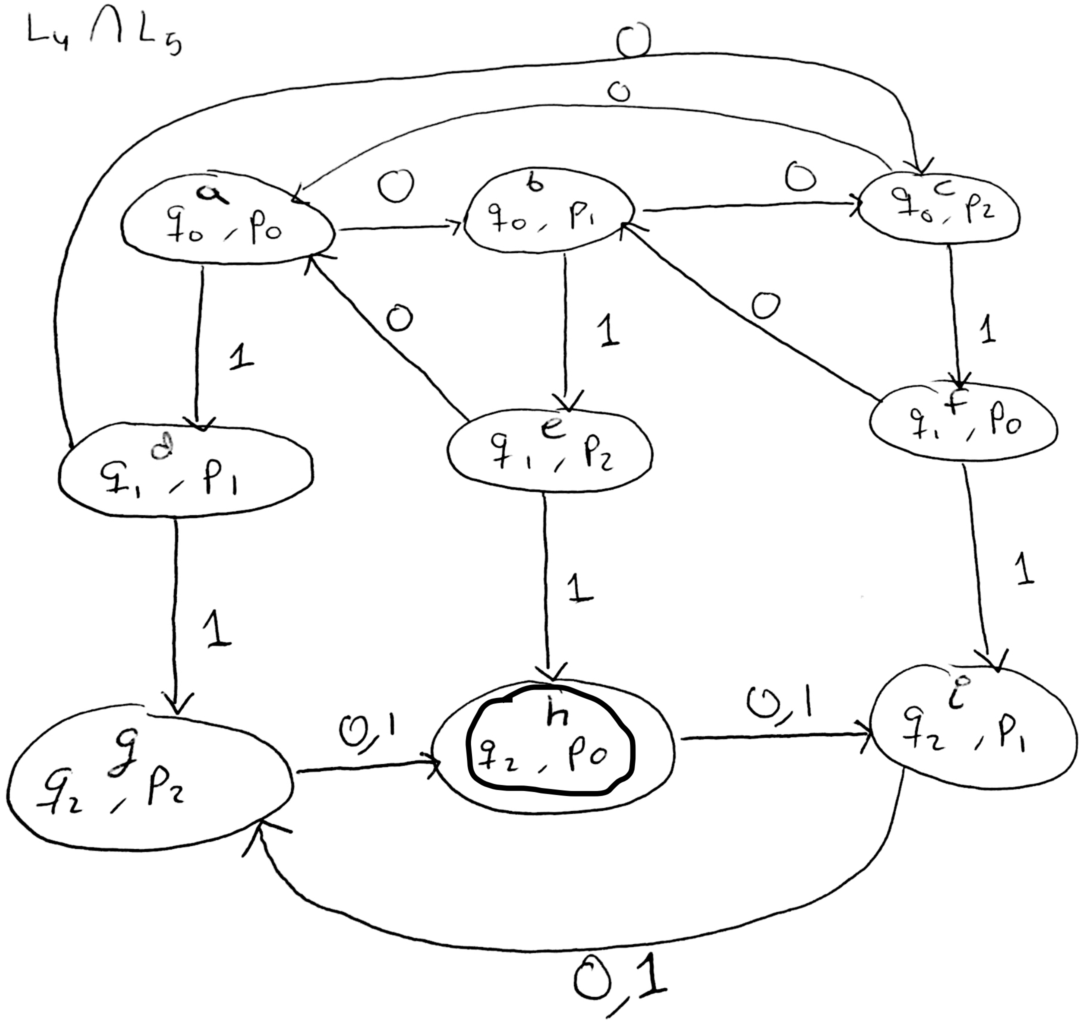
L_4



L_5



$L_4 \cap L_5$



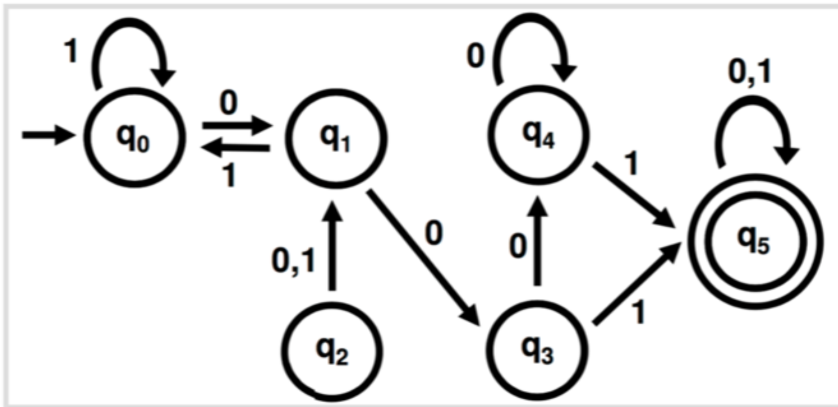
Ahora pasamos a buscar el AFD minimal, comprobando que no existan estados inaccesibles e ir comprobando cada pareja que es distinguible.
Este autómata no tienes estados inaccesibles. Pasamos a realizar la siguiente tabla:

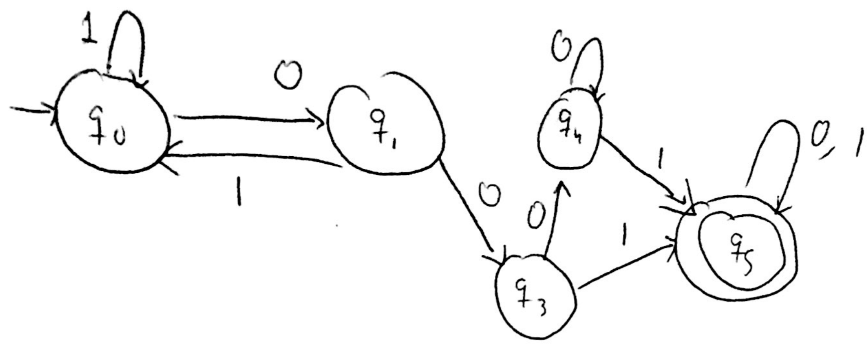
b	X							
c	X	X						
d	X	X	X					
e	X	X	X	X				
f	X	X	X	X	X			
g	X	X	X	X	X	X		
h	X	X	X	X	X	X	X	
i	X	X	X	X	X	X	X	X
	a	b	c	d	e	f	g	h

Con la anterior tabla comprobamos que al estar todos marcados nuestro autómata es el mínimo posible, es decir, el que tendrá el mínimo número de estados.

3.- Calcular el AFD Minimal que acepte el mismo lenguaje que el siguiente AFD. Utilizar el algoritmo de minimización visto en clase.

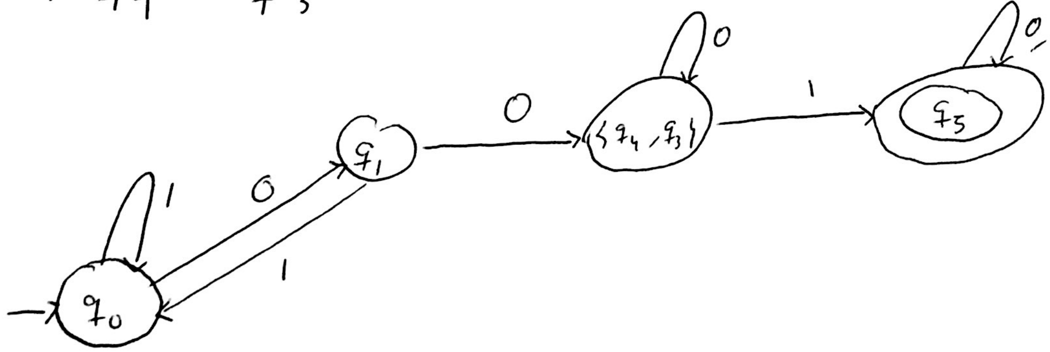
a)



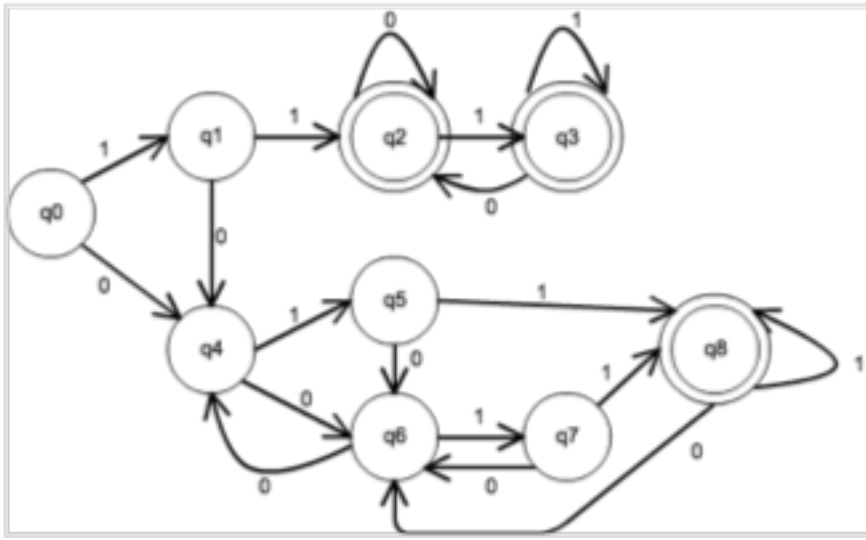


q_1	X			
q_3	X	X		
q_4	X	X		
q_5	X	X	X	X
	q_0	q_1	q_3	q_4

$\Rightarrow q_4 \equiv q_3$



b)



Tenemos que este autómata no tiene estados inaccesibles. Además los estados finales son q2, q3 y q8.
Realizamos la siguiente tabla para cada pareja de estados:

	q_0	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6	q_7
q_1	X							
q_2	X	X						
q_3	X	X	·					
q_4	X	X	X	X				
q_5	X	X	X	X	X			
q_6	X	X	X	X	·	X		
q_7	X	X	X	X	X	·	X	
q_8	X	X	X	X	X	X	X	X

$$q_3 \equiv q_2$$

$$q_6 \equiv q_4$$

$$q_7 \equiv q_5$$

Por lo tanto, tenemos que su autómata minimal es: