MODELOS DE COMPUTACIÓN

RELACION DE PROBLEMAS 6.

1. Proporcione ejemplos de los siguientes lenguajes:

   1.a Un lenguaje que no es independiente del contexto.

   1.b Un lenguaje independiente del contexto pero no determinista.

   1.c Un lenguaje que es independiente del contexto determinista, pero que no es aceptado por un autómata con pila determinista que tiene que vaciar su pila.

   1.d Un lenguaje que es aceptado por un autómata con pila determinista que tiene que vaciar su pila, pero que no es un lenguaje regular.

2. Encontrar cuando sea posible, un autómata con pila que acepte el lenguaje L, donde:

   - $L = \{ww^{-1} \mid w \in \{a,b\}^*\}$
   - $L = \{ww \mid w \in \{a,b\}^*\}$
   - $L = \{a^l b^m c^n \mid l+m=n\}$
   - $L = \{a^m b^n c^m \mid n \leq m\}$

3. Demostrar que los siguientes lenguajes no son libres de contexto:

   - $L_1 = \{a^p \ : \ p \text{ es primo } \}$
   - $L_2 = \{a^{n^2} \ : \ n \geq 1\}$

4. Encontrar un autómata con pila que acepte, por el criterio de pila vacía el lenguaje $L = \{0^n u u^{-1} 1^n \ : \ u \in \{0,1\}^*\}$.

   Encontrar un autómata que acepte el lenguaje complementario.

5. Considerar la gramática libre de contexto dada por las siguientes producciones:

$$
\begin{aligned}
&S \to aABb \mid aBA \mid \epsilon \\
&A \to aS \mid bAAA \\
&B \to aABB \mid aBAB \mid aBBA \mid bS
\end{aligned}
$$

   Determinar si las cadenas *aabaab* y las cadenas *bbaaa* son generadas por esta gramática

   a) Haciendo una búsqueda en el árbol de todas las derivaciones, pasando previamente la gramática a forma normal de Greibach.

   b) Mediante el algoritmo de Cocke-Younger-Kasami.

6. Determinar qué lenguajes son regulares y/o libres de contexto:

- $\{0^{n^2} \mid n \geq 1\}$
- $\{0^n 1^n 0^n 1^n \mid n \geq 0\}$
- $\{0^n 1 0^m 1 0^{n+m} \mid n, m \geq 0\}$
- Conjunto de palabras en las que toda posición impar está ocupada por un 1.

7. Construir autómatas con pila que acepten por el criterio de pila vacía los siguientes lenguajes sobre el alfabeto $A = \{0, 1\}$:

   - $L_1 = \{(01)^i (10)^i | i \geq 0\}$
   - $L_2 = \{(0^i 1^i (10)^i | i \geq 0\}$

8. Comprobar, usando el algoritmo de Cocke-Younger-Kasami y el algoritmo de Early si las palabras $bba0d1$ y $cba1d1$ pertenecen al lenguaje generado por la gramática:

$$S \to AaB|AaC$$

$$A \to Ab|Ac|b|c$$

$$B \to BdC|0$$

$$C \to CeB|1$$

9. Dada la gramática:

$$\begin{array}{llll} S \to AB & S \to C & & \\ A \to aAb & A \to ab & B \to cBd & B \to cd \\ C \to aCd & C \to aDd & D \to bDc & D \to bc \end{array}$$

   determinar mediante el algoritmo de Cocke-Younger-Kasami si las palabras $abbccd$ y $aabbcd$ son generadas.

10. Determinar si son regulares y/o independientes del contexto los siguientes lenguajes:

    a) $\{uu^{-1}u \mid u \in \{0,1\}^*\}$

    b) $\{uu^{-1}ww^{-1} \mid u, w \in \{0,1\}^*\}$

    c) $\{uu^{-1}w \mid u, w \in \{0,1\}^* \text{ y } |u| \leq 3\}$

    Justificar las respuestas.

11. Construir una gramática independiente del contexto para el lenguaje más pequeño que verifica las siguientes reglas:

a) Cualquier sucesión de dígitos de $\{0, 1, 2, \ldots, 9\}$ de longitud mayor o igual a 1 es una palabra del lenguaje.

b) Si $u_1, \ldots, u_n \quad (n \geq 1)$ son palabras del lenguaje, entonces $(u_1 + \cdots + u_n)$ es una palabra del lenguaje.

c) Si $u_1, \ldots, u_n \quad (n \geq 1)$ son palabras del lenguaje, entonces $[u_1 * \cdots * u_n]$ es una palabra del lenguaje.

Comprobar por el algoritmo de Cocke-Younger-Kasami si las palabras: $(0+1)*3$ y $[(0+1)]$ son generadas por la gramática.

12. Construye autómatas con pila determinista por el criterio de pila vacía que reconozcan a cada uno de los siguientes lenguajes:

    a) $L = \{a^m b^j c^{m-1} d \,:\, m \geq 1, j \geq 1\}$

    b) $L = \{a^i b^j c^k \,:\, i < j < k\}$

13. Encuentra una gramática libre de contexto en forma normal de Chomsky que genere el siguiente lenguaje:

    $L = \{ucv \,:\, u, v \in \{0,1\}^+ \text{ y n}^{\text{o}} \text{ de subcadenas } '01' \text{ en } u \text{ es igual al n}^{\text{o}} \text{ subcadenas } '10' \text{ en } v\}$

    Comprueba con el algoritmo CYK si la cadena $010c101$ pertenece al lenguaje generado por la gramática.

14. Encuentra una gramática libre de contexto en forma normal de Chomsky que genere el siguiente lenguaje definido sobre el alfabeto $\{a, 0, 1\}$:

    $$L = \{auava \mid u, v \in \{0,1\}^* \text{ y } u = v^{-1}\}$$

    Comprueba con el algoritmo CYK si la cadenas $a0a0a$ y $a1a0a$ pertenecen al lenguaje generado por la gramática.

15. Encuentra una gramática libre de contexto en forma normal de Chomsky que genere los siguientes lenguaje definidos sobre el alfabeto $\{a, 0, 1\}$:

    $$L_1 = \{auava \mid u, v \in \{0,1\}^+ \text{ y } u^{-1} = v\}$$

    $$L_2 = \{uvu \mid u \in \{0,1\}^+ \text{ y } u^{-1} = v\}$$

    Comprueba con el algoritmo CYK si la cadena $a0a0a$ pertenece a L_1 y la cadena 011001 pertenece al lenguaje L_2.

16. Sea la gramatica $G = (\{a, b\}, \{S, A, B\}, S, P)$ siendo P:

    $S \to AabB, \quad A \to aA|bA|\epsilon, \quad B \to Bab|Bb|ab|b$

    a) ¿Es regular el lenguaje que genera G?.
    b) Transforma G a una gramatica equivalente en Forma Normal de Chomsky.
    c) Aplicando el algoritmo CYK, determinar si las siguientes cadenas pertenecen a $L(G)$: $aababb, aaba$
    d) Muestra el arbol de derivacion para generar las palabras del apartado anterior que pertenecen a $L(G)$.

17. Dar gramáticas en forma normal de Chomsky para los lenguajes $L_1 = \{a^n b^{2n} c^k \mid n, k > 0\}$, $L_2 = \{a^n b^k c^n \mid n, k > 0\}$ y para $L_1 \cap L_2$.

18. Dada la gramática

$$
\begin{array}{lll}
S \to AB & S \to C & S \to BE \\
A \to aAb & A \to \epsilon & \\
B \to cBd & B \to \epsilon & \\
C \to aCd & C \to aDd & \\
D \to bDc & D \to \epsilon &
\end{array}
$$

    determinar mediante el algoritmo de Cocke-Younger-Kasami si las palabras $abbccd$ y $aabbcd$ son generadas por esta gramática.

19. Determinar una gramática independiente del contexto para el lenguaje: $\{0^i 1^i c 0^k 1^k \mid k = i + 1\}$ sobre el alfabeto $A = \{0, 1, c\}$.

20. Demostrar que si L_1 es independiente del contexto y L_2 es regular, entonces $\mathcal{L}_1 \cap L_2$ es independiente del contexto.

21. Si L_1 y L_2 son lenguajes sobre el alfabeto A, entonces se define el cociente $L_1/L_2 = \{u \in A^* \mid \exists w \in L_2 \text{ tal que } uw \in L_1\}$. Demostrar que si L_1 es independiente del contexto y L_2 regular, entonces L_1/L_2 es independiente del contexto.

22. Si L es un lenguaje sobre $\{0, 1\}$, sea $SUF(L)$ el conjunto de los sufijos de palabras de L: $SUF(L) = \{u \in \{0, 1\}^* \mid \exists v \in \{0, 1\}^*, \text{ tal que } vu \in L\}$. Demostrar que si L es independiente del contexto, entonces $SUF(L)$ también es independiente del contexto.

23. Demostrar que $L = \{0^i 1^i \mid i \geq 0\} \cup \{0^i 1^{2i} \mid i \geq 0\}$ es independiente del contexto, pero no es determinista.