

① Dar un autómata con pila que acepte las cadenas del siguiente lenguaje por el criterio de pila vacía

$$L = \{a^i b^j c^k d^l / (i=l) \vee (j=k)\}$$

La gramática que representa este lenguaje es, por ejemplo:

$$\begin{array}{ll} S \rightarrow S_1 & S \rightarrow S_4 \\ S_1 \rightarrow a S_1 d / S_2 & S_4 \rightarrow a S_4 / S_5 S_6 \\ S_2 \rightarrow b S_2 / S_3 & S_5 \rightarrow b S_5 c / \epsilon \\ S_3 \rightarrow c S_3 / \epsilon & S_6 \rightarrow d S_6 / \epsilon \end{array}$$

Ahora pasamos al autómata con pila asociado:

$$M = (\{q\}, \{a, b, c, d\}, \{a, b, c, d, \epsilon, S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6\}, \delta, q, S, \emptyset)$$

$$\delta(q, \epsilon, S) = \{(q, S_1), (q, S_4)\} \quad \delta(q, \epsilon, S_1) = \{(q, a S_1 d), (q, S_2)\}$$

$$\delta(q, \epsilon, S_2) = \{(q, b S_2), (q, S_3)\} \quad \delta(q, \epsilon, S_3) = \{(q, c S_3), (q, \epsilon)\}$$

$$\delta(q, \epsilon, S_4) = \{(q, a S_4), (q, S_5 S_6)\} \quad \delta(q, \epsilon, S_5) = \{(q, b S_5 c), (q, \epsilon)\}$$

$$\delta(q, \epsilon, S_6) = \{(q, d S_6), (q, \epsilon)\}$$

$$\delta(q, a, a) = \{(q, \epsilon)\}$$

$$\delta(q, b, b) = \{(q, \epsilon)\}$$

$$\delta(q, c, c) = \{(q, \epsilon)\}$$

$$\delta(q, d, d) = \{(q, \epsilon)\}$$

② Dar un autómata con pila determinista que acepte, por el criterio de pila vacía, las cadenas definidas sobre el alfabeto A de los siguientes lenguajes. Si no fuera posible encontrarlo por el criterio de pila vacía, entonces justifica por qué no ha sido posible y utiliza el criterio de estados finales.

a) $L_1 = \{0^i 1^j 2^k 3^m / i, j, k \geq 0, m = i + j + k\}$ con $A = \{0, 1, 2, 3\}$

b) $L_2 = \{0^i 1^j 2^k 3^m 4 / i, j, k \geq 0, m = i + j + k\}$ con $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$

a) No hay autómata con pila determinista que acepte por el criterio de pila vacía ya que:

-) $\epsilon \in L_1 \Rightarrow$ Si existe dicho autómata debe existir la transición $\delta(q_0, \epsilon, R) = \{q, \epsilon\}$ con q_0 y R estado y símbolo inicial respectivamente y q un estado del conjunto de estados. Como debe ser determinista y $\delta(q_0, \epsilon, R) \neq \emptyset \Rightarrow \delta(q_0, a, R)$ debe ser vacío $\forall a \in A$ por lo que no se podría leer ningún símbolo a partir del estado inicial y el símbolo inicial y L_1 sería $\{\epsilon\}$. ¡CONTRADICCIÓN!

(*) Observamos que debemos aplicar el criterio de estados finales:

$$M = (\{q_\epsilon, q_0, q_1, q_2, q_3\}, \{0, 1, 2, 3\}, \{R, X\}, \delta, q_\epsilon, R, \{q_\epsilon\})$$

$$\delta(q_\epsilon, 0, R) = \{q_0, XR\} \quad \delta(q_\epsilon, 1, R) = \{q_1, XR\} \quad \delta(q_\epsilon, 2, R) = \{q_2, XR\}$$

$$\delta(q_0, 0, X) = \{q_0, XX\} \quad \delta(q_0, 1, X) = \{q_1, XX\} \quad \delta(q_0, 2, X) = \{q_2, XX\}$$

$$\delta(q_0, 3, X) = \{q_3, \epsilon\}$$

$$\delta(q_1, 1, X) = \{q_1, XX\} \quad \delta(q_1, 2, X) = \{q_2, XX\} \quad \delta(q_1, 3, X) = \{q_3, \epsilon\}$$

$$\delta(q_2, 2, X) = \{q_2, XX\} \quad \delta(q_2, 3, X) = \{q_3, \epsilon\}$$

$$\delta(q_3, 3, X) = \{q_3, \epsilon\} \quad \delta(q_3, \epsilon, R) = \{q_\epsilon, \epsilon\}$$

$$b) \quad M = (\{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \{0, 1, 2, 3, 4\}, \{R, X\}, \delta, q_0, R, \emptyset)$$

$$\delta(q_0, 4, R) = \{q_0, \epsilon\} \quad \delta(q_0, 3, X) = \{q_3, \epsilon\}$$

$$\delta(q_0, 0, R) = \{q_0, XR\} \quad \delta(q_1, 1, X) = \{q_1, XX\}$$

$$\delta(q_0, 0, X) = \{q_0, XX\} \quad \delta(q_1, 2, X) = \{q_2, XX\}$$

$$\delta(q_0, 1, R) = \{q_1, XR\} \quad \delta(q_1, 3, X) = \{q_3, \epsilon\}$$

$$\delta(q_0, 1, X) = \{q_1, XX\} \quad \delta(q_2, 2, X) = \{q_2, XX\}$$

$$\delta(q_0, 2, R) = \{q_2, XR\} \quad \delta(q_3, 3, X) = \{q_3, \epsilon\}$$

$$\delta(q_0, 2, X) = \{q_2, XX\}$$

$$\delta(q_3, \epsilon, R) = \{q_3, \epsilon\}$$