



## Problemas resueltos 2. Control de acceso al medio

### Multiplexación

1. ¿Por qué se utilizan técnicas de multiplexación en los sistemas de comunicaciones? ¿En qué se diferencian y asemejan las técnicas de multiplexación y las técnicas de acceso al medio? Compare ambos tipos de esquemas y explique en qué casos son más indicados los unos y los otros.

Las técnicas de multiplexación persiguen compartir un único canal de transmisión entre varias comunicaciones. Para ello se divide el ancho de banda/capacidad del canal entre todas las comunicaciones a desarrollar, generalmente en base a la ranuración del tiempo (TDM) y/o la frecuencia (FDM). Esta división es estática, en el sentido de que a cada sub-canal se le asigna a priori una determinada ranura (temporal o en frecuencia) para realizar los respectivos envíos.

Frente a las técnicas de multiplexación, los esquemas de acceso al canal (subcapa MAC) suponen un acceso dinámico (no determinado a priori) al canal compartido común. Es decir, cada comunicación podrá llevarse a cabo en un instante de tiempo dado en función de la ocupación actual del canal.

A partir de lo anterior, es de señalar que ambos tipos de técnicas, multiplexación y acceso al medio, son complementarias. Así, en un primer nivel se puede dividir el canal compartido en ranuras temporales y/o de frecuencia, tras lo cual las distintas estaciones podrán acceder a cada sub-canal en base a la implementación de algún esquema MAC dinámico (p.e., basado en colisiones).

Más allá de esta complementariedad, la división estática del canal que supone el uso de las técnicas de multiplexación resulta adecuada en aquellas situaciones en las que las estaciones que conforman el canal transmiten de forma continua en el tiempo. En cambio, si éstas presentan un comportamiento aleatorio a ráfagas, resulta más adecuado el empleo de esquemas de acceso compartido.

2. Se van a multiplexar 24 canales de voz (ancho de banda de 4 KHz) sobre un par trenzado.
- ¿Cuál es el ancho de banda requerido para FDM si no se utiliza banda de guarda?
  - ¿Y si se supone una banda de guarda de 1 KHz?
  - Suponiendo una eficiencia de la codificación de 1 bps/Hz, ¿qué ancho de banda se requiere si se utiliza TDM y se codifica la señal de voz mediante PCM con 8 bits/muestra?

- a) El ancho de banda de una señal de voz es de 4 kHz. En el caso de usar FDM, y suponiendo un sistema en el que la modulación necesaria para realizar la traslación de frecuencias no altere el ancho de banda original de la señal (p.e. AM en banda lateral residual), el ancho de banda total será:

$$W_{FDM} = N_{canales} W_{canal} = 24_{canales} \cdot 4_{kHz / canal} \Rightarrow W_{FDM} = 96 kHz$$

- b) En el caso de utilizar una banda de guarda de 1 kHz, se necesitará, adicionalmente, el ancho de banda asociado a todas las bandas de guarda. Si hay 24 canales, habrá 23 bandas de guarda entre canales, que necesitarán 23 kHz. Por tanto,

$$W_{FDM} = N_{canales} W_{canal} + (N_{canales} - 1) W_{guarda} = 24 \cdot 4 + 23 \text{ bandas} \cdot 1 \text{ kHz / banda} \Rightarrow$$

$$W_{FDM} = 119 \text{ kHz}$$

- c) Si usamos TDM, la capacidad necesaria se obtendrá de multiplicar el número de canales por el ancho de banda de cada canal tras codificarlo. La estructura en ranuras y duración de las mismas no afecta al cálculo del ancho de banda necesario. En primer lugar, calculamos la capacidad necesaria para cada canal de voz, teniendo en cuenta que, si el ancho de banda es de 4 kHz, se necesita una frecuencia de muestreo (teorema de Nyquist) de 8 kHz. Así,

$$C_{canal} = 8 \cdot 10^3 \text{ muestras / s} \cdot 8 \text{ bits / muestra} = 64 \cdot 10^3 \text{ bps}$$

Por tanto, se necesitan 64000 bps para cada canal. Si la codificación utilizada tiene una eficiencia de 1 bps/Hz, necesitamos un ancho de banda de

$$W_{canal}^{TDM} = 64000 \text{ bps} \cdot 1 \text{ Hz / bps} = 64000 \text{ Hz}$$

para cada canal. Por tanto, el ancho de banda total será:

$$W_{TDM} = N_{canales} W_{canal}^{TDM} = 24 \text{ canales} \cdot 64 \text{ kHz / canal} \Rightarrow W_{TDM} = 1536 \text{ kHz}$$

**3. Encuentre el número de dispositivos, especificados a continuación, que puede atender una línea TDM de tipo T1 si el 1% de la capacidad de la línea se reserva con fines de sincronización.**

- Terminales teletipo de 110 bps.
- Terminales de computador de 300 bps.
- Terminales de computador de 1.200 bps.
- Puertos de salida de computador de 9.600 bps.
- Líneas de voz PCM de 64 kbps.
- ¿Cómo variará este número si cada una de las fuentes estuviese operativa en promedio el 10% del tiempo?

Una línea T1 tiene una capacidad de 1,544 Mbps. Si el 1% de la capacidad se reserva para sincronización, la capacidad disponible será

$$C_{T1}^{util} = 1,544 \cdot 10^6 \text{ bps} \cdot 0,99 \text{ bits utiles / bit} = 1528560 \text{ bps}$$

El número de terminales de cada tipo se obtendrá de dividir la capacidad disponible entre la que necesita cada dispositivo

$$N = \text{int} \left[ \frac{C_{T1}^{util}}{C_{dispositivo}} \right] = \text{int} \left[ \frac{1528560 \text{ bps}}{C_{dispositivo}} \right]$$

Por tanto, las respuestas son:

- $N = \text{int} \left[ \frac{C_{T1}^{util}}{C_{dispositivo}} \right] = \text{int} \left[ \frac{1528560 \text{ bps}}{110 \text{ bps}} \right] \Rightarrow N = 13896$
- $N = \text{int} \left[ \frac{C_{T1}^{util}}{C_{dispositivo}} \right] = \text{int} \left[ \frac{1528560 \text{ bps}}{300 \text{ bps}} \right] \Rightarrow N = 5095$
- $N = \text{int} \left[ \frac{C_{T1}^{util}}{C_{dispositivo}} \right] = \text{int} \left[ \frac{1528560 \text{ bps}}{1200 \text{ bps}} \right] \Rightarrow N = 1273$

$$d) N = \text{int} \left[ \frac{C_{T1}^{util}}{C_{dispositivo}} \right] = \text{int} \left[ \frac{1528560 \text{ bps}}{9600 \text{ bps}} \right] \Rightarrow N = 159$$

$$e) N = \text{int} \left[ \frac{C_{T1}^{util}}{C_{dispositivo}} \right] = \text{int} \left[ \frac{1528560 \text{ bps}}{64000 \text{ bps}} \right] \Rightarrow N = 23$$

Si las fuentes estuviesen operativas el 10% del tiempo tendríamos dos situaciones posibles, dependiendo de si se considera TDM síncrona o asíncrona. En el primer caso, la utilización de la línea por parte de la fuente es irrelevante, ya que la capacidad está reservada y asignada a priori. En el segundo caso, hemos de tener en cuenta que la emisión de datos en cada ranura por parte de cada estación va asociada a la inclusión de bits de direccionamiento. En cada ranura será necesario incluir  $\lceil \log_2 N \rceil$  bits de direccionamiento si se consideran N equipos.

Dado que no se proporcionan datos relativos a los tamaños o duraciones de las ranuras, vamos a suponer que el número de bits de direccionamiento es despreciable. Bajo esta suposición, y considerando una utilización por parte de cada tipo de equipos del 10% de la capacidad, resulta:

$$N' = \text{int} \left[ \frac{C_{T1}^{util}}{0.1 \cdot C_{dispositivo}} \right] = \text{int} \left[ \frac{152856}{C_{dispositivo}} \right]$$

por lo que el número de terminales en cada caso, salvo redondeo, se multiplicará por 10. Así

$$a) N = \text{int} \left[ \frac{1528560 \text{ bps}}{11 \text{ bps}} \right] \Rightarrow N = 138960$$

$$b) N = \text{int} \left[ \frac{1528560 \text{ bps}}{30 \text{ bps}} \right] \Rightarrow N = 50952$$

$$c) N = \text{int} \left[ \frac{1528560 \text{ bps}}{120 \text{ bps}} \right] \Rightarrow N = 12738$$

$$d) N = \text{int} \left[ \frac{1528560 \text{ bps}}{960 \text{ bps}} \right] \Rightarrow N = 1592$$

$$e) N = \text{int} \left[ \frac{1528560 \text{ bps}}{6400 \text{ bps}} \right] \Rightarrow N = 238$$

4. Se multiplexan 10 líneas a 9.600 bps haciendo uso de TDM. Ignorando los bits suplementarios, ¿cuál es la capacidad total requerida para TDM síncrona? Suponiendo que deseamos limitar la utilización media de línea a 0,8 y suponiendo que cada línea está ocupada el 50 por ciento del tiempo, ¿cuál es la capacidad necesaria en TDM estadística?

En este caso la capacidad será el resultado de sumar las capacidades de las líneas individuales. Por tanto

$$C_{TDM}^{sinc} = C_{canal} \cdot N_{canales} = 9600 \text{ bps / canal} \cdot 10 \text{ canales} = 96000 \text{ bps}$$

Si la línea de salida debe presentar una utilización del 80% y cada línea de entrada está ocupada el 50% del tiempo, utilizando TDM asíncrona e ignorando los bits de direccionamiento suplementarios, necesitaríamos una capacidad:

$$C_{TDM}^{asinc} = \frac{C_{TDM, total}}{0.8} = \frac{0.5 \cdot C_{canal} \cdot N_{canales}}{0.8} = \frac{0.5 \cdot 9600 \text{ bps / canal} \cdot 10 \text{ canales}}{0.8} \Rightarrow C_{TDM}^{asinc} = 60000 \text{ bps}$$

5. Dado un canal de 1 Mbps,
- ¿Cuántas fuentes de 8 kbps podemos multiplexar mediante FDM sobre dicho canal si se usa codificación NRZ y bandas de guarda de 100 Hz?
  - ¿Cuántas fuentes de 8 kbps podemos multiplexar mediante TDM sobre el canal? Muestre la forma en la que se realiza la transmisión de los bits correspondientes a cada emisor.
  - Repita el apartado b si las fuentes 1 y 2 son de 4 kbps.
  - Repita el apartado b si la fuente 1 es de 16 kbps.

6. En el sistema celular GSM-1800 se hace uso de la técnica de multiplexación FDM mediante el empleo de 374 frecuencias portadoras distintas. En combinación con FDM se hace uso de la técnica TDM para la multiplexación temporal en ranuras de 577  $\mu$ s a razón de 148 bits/ranura, 116 bits de los cuales corresponden a datos y el resto, 32 bits, a delimitación y sincronización. Si cada uno de los canales de datos a multiplexar en el sistema es de 9,6 kbps,

- ¿A cuántos canales se le podrá dar servicio de forma simultánea?
- ¿Cuál será la capacidad total del sistema GSM?
- Explique cómo se podrían desarrollar comunicaciones full-duplex simétricas en este sistema. ¿Y asimétricas de relación 2:3?

- a) Para calcular el número de canales a los que se puede dar servicio hemos de obtener la capacidad útil del sistema, teniendo en cuenta la estructura del mismo. De acuerdo al enunciado, se dispone de 374 frecuencias portadoras, cada una de las cuales corresponderá a un canal FDM.

En cada canal FDM se utilizan ranuras de 577  $\mu$ s con 116 bits útiles por ranura, por lo que se transmiten datos a razón de

$$C_{\text{canal FDM}}^{\text{util}} = \frac{116 \text{ bits}}{577 \mu\text{s}} = 2,01 \cdot 10^5 \text{ bps}$$

Por tanto, en cada canal FDM se pueden ubicar

$$N_{\text{usuarios/canal}} = \text{int} \left[ \frac{C_{\text{canal FDM}}^{\text{util}}}{C_{\text{usuario}}} \right] = \text{int} \left[ \frac{2,01 \cdot 10^5 \text{ bps}}{9600 \text{ bps}} \right] = 20 \text{ usuarios/canal}$$

Dado que hay 374 canales FDM, el número total de usuarios será

$$N_{\text{usuarios}} = N_{\text{usuarios/canal}} N_{\text{canales}} = 20 \cdot 374 \Rightarrow N_{\text{usuarios}} = 7480$$

- b) La capacidad total del sistema deberá tener en cuenta los bits de sobrecarga, por lo que la capacidad de cada canal FDM será

$$C_{\text{canal FDM}} = \frac{148 \text{ bits}}{577 \mu\text{s}} = 2,56 \cdot 10^5 \text{ bps}$$

y la capacidad total será

$$C_{\text{TOTAL}} = C_{\text{canal FDM}} N_{\text{canales}} = 95,74 \cdot 10^6 \text{ bps}$$

- c) Para conseguir comunicaciones full-duplex simétricas únicamente es necesario asignar la mitad de los canales FDM para el enlace en una dirección y la otra mitad en la dirección opuesta. Así, se asignarían 187 canales FDM en cada dirección. Para que la relación de capacidades sea 2:3, asignaremos 2/5 de los canales en una dirección y 3/5 en la contraria, es decir, 150 canales en una dirección y los 224 restantes en la contraria.

7. Suponga un multiplexor con dos flujos de entrada, cada uno a una tasa de transferencia nominal de 1 Mbps. Para permitir desviaciones respecto de la tasa nominal, el multiplexor

transmite a una velocidad de 2,2 Mbps de la forma que se explica a continuación. Cada grupo de 22 bits en la salida del multiplexor contiene 18 posiciones que siempre contienen bits de información, nueve para cada entrada. Las cuatro posiciones restantes constan de dos bits indicadores y dos bits de datos. Cada bit indicador señala si el correspondiente bit de datos contiene información de usuario o un bit de relleno porque la información de usuario no estaba disponible a la entrada.

- a) Suponga que las dos líneas de entrada funcionan exactamente a 1 Mbps. ¿Con qué frecuencia se usan los bits de relleno?
  - b) ¿Cuánto permite este multiplexor que se desvíen las líneas de entrada de sus tasas nominales?
8. Diseñe un sistema de multiplexación en el tiempo que pueda proporcionar servicio a los 1500 usuarios de voz existentes en una demarcación geográfica, en los casos que se indican a continuación. La voz es digitalizada de acuerdo al estándar PCM (8 bits/muestra, frecuencia de muestreo 8 kHz). El porcentaje de usuarios que utilizan simultáneamente el teléfono es, en promedio, del 5% y se desea que la utilización de la línea de salida sea, como máximo, del 70%. Indique, en cada caso, la capacidad de la línea necesaria.
- a) Sólo se va a dar cabida al 5% de los usuarios, es decir, no se consideran situaciones de pico.
  - b) Se incluye la posibilidad de alojar picos de tráfico de hasta el 10% de los usuarios.
9. En un sistema celular se hace uso de la técnica de multiplexación FDM mediante el empleo de 150 frecuencias portadoras distintas. En combinación con FDM se hace uso de la técnica TDM para la multiplexación temporal en ranuras de 500  $\mu$ s a razón de 150 bits/ranura, de los cuales 120 bits corresponden a datos y el resto, 30 bits, a delimitación y sincronización. Si cada uno de los canales de datos a multiplexar en el sistema es de 19200 kbps,
- a) ¿A cuántos canales se le podrá dar servicio de forma simultánea?
  - b) ¿Cuál será la capacidad total del sistema? ¿Y la capacidad útil del mismo?
  - c) Si se utilizan bandas de guarda correspondientes al 25% del ancho de banda de cada canal, ¿cuál es el ancho de banda que necesita el sistema para operar?

### Teoría de colas

10. Los paquetes que llegan a un nodo de transmisión atendido por un único servidor de acuerdo a un proceso aleatorio con una tasa media de llegadas de 15 por segundo. El 80% de los paquetes contienen 1024 bits y el 20% restante contienen 64 bits. Si la velocidad de transmisión del nodo es de 19,2 kbps y el sistema está libre de errores, determinar:
- a) Tiempo medio de transmisión.
  - b) Tiempo medio de espera en cola.
  - c) Número medio de paquetes en la cola.
  - d) Número medio de paquetes en el sistema.

- a) El tiempo de transmisión depende del tipo de paquete. Para paquetes largos, será

$$t_{trans}^{lar} = \frac{L}{v_{trans}} = \frac{1024 \text{ bits}}{19200 \text{ bps}} = 53,3 \text{ ms}$$

Para los paquetes cortos,

$$t_{transm}^{cor} = \frac{L}{v_{transm}} = \frac{64 \text{ bits}}{19200 \text{ bps}} = 3,3 \text{ ms}$$

Por tanto, en media tendremos

$$\bar{t}_{transm} = \frac{n_{lar}}{n_{tot}} \cdot t_{transm}^{lar} + \frac{n_{cor}}{n_{tot}} \cdot t_{transm}^{cor} = 0,8 \cdot 53,3 \text{ ms} + 0,2 \cdot 3,3 \text{ ms} = 43,3 \text{ ms}$$

- b) El tiempo medio de espera en cola se puede obtener a partir del teorema K-P

$$W = \frac{\lambda E[S^2]}{2(1-\rho)}$$

El tiempo medio de servicio al cuadrado será

$$E[S^2] = E[t_{transm}^2] = \frac{n_{lar}}{n_{tot}} \cdot (t_{transm}^{lar})^2 + \frac{n_{cor}}{n_{tot}} \cdot (t_{transm}^{cor})^2 = 0,8 \cdot (53,3 \text{ ms})^2 + 0,2 \cdot (3,3 \text{ ms})^2 \Rightarrow$$

$$E[S^2] = 2277,7 \mu s^2$$

El factor de utilización será,

$$\rho = \lambda S = 15 \text{ paq / s} \cdot 43,3 \cdot 10^{-3} \text{ s / paq} = 0,65$$

Por lo tanto,

$$W = \frac{\lambda E[S^2]}{2(1-\rho)} = \frac{15 \cdot 2278 \cdot 10^{-6}}{2(1-0,65)} \Rightarrow W = 48,8 \text{ ms}$$

- c) El número medio de paquetes en la cola se puede obtener a partir del teorema de Little,

$$N_q = \lambda W = 15 \text{ paq / s} \cdot 48,8 \cdot 10^{-3} \text{ s} = 0,732 \text{ paq}$$

- d) El número medio de paquetes en el sistema será

$$N = \lambda S + N_q = 43,3 \cdot 10^{-3} \text{ s} \cdot 15 \text{ paq / s} + 0,732 \text{ paq} = 1,3815 \text{ paq}$$

11. Un nodo en un sistema multipunto semi-dúplex presenta las siguientes características: servidor único, tasa de llegada,  $\lambda=750$  mensajes por hora, tiempo medio de transmisión  $S=1,5$  s. Determinar el tiempo medio de espera en cola en el peor caso y el número medio de mensajes en cola correspondiente.

Dado que se pide el peor caso, consideraremos un sistema M/M/1, por ser el que proporciona menor rendimiento. El tiempo medio de espera en cola vendrá dado por el teorema K-P

$$W = \frac{\lambda E[S^2]}{2(1-\rho)}$$

En este caso,

$$E[S^2] = 2S^2 = \frac{2}{\mu^2}$$

Por otra parte, el factor de utilización será

$$\rho = \lambda S = \frac{750 \text{ paq / hora} \cdot 1,5 \text{ s / paq}}{3600 \text{ s / hora}} = 0,3125$$

La tasa de servicio es

$$\mu = \frac{\lambda}{\rho} = \frac{750 \text{ paq / hora}}{3600 \text{ s / hora} \cdot 0,3125} = 0,667 \text{ paq / s}$$



Por tanto,

$$E[S^2] = \frac{2}{0.667^2} = 4,5 \text{ s}^2$$

Y, finalmente,

$$W = \frac{\lambda E[S^2]}{2(1-\rho)} = \frac{750 \text{ paq/hora} \cdot 4,5 \text{ s}^2}{3600 \text{ s/hora} \cdot 2(1-0,3125)} \Rightarrow W = 0,68 \text{ s}$$

Por tanto, el número medio de paquetes en la cola es

$$N_q = \lambda W = \frac{750}{3600} \text{ paq/s} \cdot 0,68 \text{ s} = 0,142 \text{ paq}$$

12. Se dispone de un conmutador con 32 líneas de entrada capaz de conmutar bloques de 8 bits. Determinar el tiempo de servicio necesario para atender canales de voz digitalizada a 64 kbps. Suponiendo la existencia de una cola de tamaño infinito en cada entrada, ¿cuál es el retardo medio sufrido por cada bloque de datos de entrada?

### Acceso aleatorio – Técnicas de contención

13. Diez mil estaciones están compitiendo por el uso de un canal que usa ALOHA ranurado. En promedio, una estación realiza 18 peticiones/hora. Cada ranura es de 125  $\mu$ s. ¿Cuál es el rendimiento o *throughput* aproximado del canal, S?

El throughput, S, de un canal en ALOHA ranurado se puede evaluar con la siguiente expresión:

$$S = G \cdot e^{-G}$$

donde G es el número de intentos de transmisión por tiempo de trama. Este número de intentos está especificado por cada hora, por lo que es necesario calcular el número de ranuras por hora:

$$R = \frac{1 \text{ ranura}}{1,25 \cdot 10^{-4} \text{ s}} \times \frac{3600 \text{ s}}{\text{hora}} = 2,88 \cdot 10^7 \text{ ranuras/hora}$$

A partir de este valor podemos obtener G:

$$G = 10000 \text{ estaciones} \times \frac{18 \text{ intentos/(hora \cdot estacion)}}{2,88 \cdot 10^7 \text{ ranuras/hora}} = 6,3 \cdot 10^{-3} \text{ intentos/ranura}$$

Y de G obtenemos la eficiencia:

$$S = 6,2 \cdot 10^{-3}$$

Podemos observar que, ante una ocupación tan baja del canal, expresada en G, la eficiencia S es prácticamente igual al número de intentos de acceso al medio en G, lo que implica una baja tasa de colisiones.

14. Un grupo de N estaciones comparte un canal de 56 kbps que utiliza ALOHA puro. Cada estación genera, en promedio una trama de 1000 bits cada 100 segundos, incluso si la trama previa no ha sido aún observada. ¿Cuál es el valor máximo de N para que el rendimiento no se degrade?

El rendimiento máximo se producirá para  $G=0.5$  ( $S=0.18$ ). El tiempo de trama es

$$t_{trama} = \frac{1000 \text{ bits / trama}}{56 \cdot 10^3 \text{ bps}} = 0.0179 \text{ s}$$

por lo que la carga demandada será

$$G = 0.5 = N \text{ estaciones} \times \frac{1 \text{ trama/estación}}{100 \text{ s}} \times 0.0179 \text{ s/trama}$$

Despejando N, obtenemos

$$N = 0.5 / 0.000179 \Rightarrow N = 2793 \text{ estaciones}$$

15. Un gran número de estaciones que utilizan ALOHA generan 50 peticiones/s, incluyendo las peticiones nuevas y las retransmisiones. El tiempo está ranurado en bloques de 40 ms.

- ¿Cuál es la probabilidad de éxito en el primer intento?
- ¿Cuál es la probabilidad de que se produzcan k colisiones antes de una transmisión exitosa?
- ¿Cuál es el número medio esperado de transmisiones?

- a) La probabilidad de éxito en ALOHA ranurado es

$$P_{\text{éxito}} = e^{-G}$$

Dado que se generan 50 peticiones por segundo con tramas (duración de ranura) de 40 ms, la carga demandada, G, será

$$G = 50 \text{ peticiones/s} \times 40 \cdot 10^{-3} \text{ s/trama} = 2$$

Por tanto,

$$P_{\text{éxito}} = e^{-G} = 0.135$$

- b) La probabilidad de que se requieran k transmisiones realizar una transmisión con éxito viene dada por la expresión

$$e^{-G} (1 - e^{-G})^{k-1}$$

Por tanto, la probabilidad de que se produzcan k colisiones antes de una transmisión con éxito vendrá dada por

$$e^{-G} (1 - e^{-G})^k = e^{-2} (1 - e^{-2})^k = 0.135 \cdot 0.865^k$$

- c) El número medio de intentos de transmisión por paquete se puede obtener a partir del cociente entre la carga demandada y la carga ofertada como

$$E = \frac{G}{S} = e^G \Rightarrow E = 7.39$$

16. Las medidas realizadas sobre un canal que utiliza ALOHA ranurado con un número infinito de usuarios muestran que el 10% de las ranuras están vacías.

- ¿Cuál es la carga G del canal?
- ¿Cuál es la tasa de transferencia?
- ¿Está el canal sobrecargado?

- a) En el escenario presentado, si un 10% de las ranuras se encuentran vacías, la probabilidad de que una nueva transmisión tenga éxito será 0,1 ya que cualquier intento de transmisión durante las restantes ranuras dará lugar a una colisión, mientras que la transmisión al inicio de una ranura vacía será exitosa. Dado que la probabilidad de éxito en ALOHA ranurado es

$$P_{\text{éxito}} = e^{-G}$$



Podemos evaluar el valor de la carga  $G$  de la forma

$$0,1 = e^{-G} \Rightarrow G = -\ln 0,1 = 2,30$$

- b) La tasa de salida (transferencia),  $S$ , se relaciona con la carga según

$$S = Ge^{-G}$$

Por tanto,

$$S = 2,3e^{-2,3} \Rightarrow S = 0,23$$

- c) El canal está sobrecargado si  $G > 1$ . Por tanto, sí está sobrecargado, como puede observarse en el hecho de que la tasa de transferencia es claramente inferior a la tasa  $G$  de entrada.

17. Supongamos que un sistema de radio usa canales de 9600 bps para enviar mensajes de solicitud de establecimiento de llamada hacia una estación base. Los paquetes se suponen de 120 bits de longitud, el tiempo de expiración de 20 ms y el retroceso uniformemente distribuido entre 1 y 7. ¿Cuál será el rendimiento máximo posible con ALOHA y con ALOHA ranurado? Compárese el retardo medio en ambos sistemas cuando la carga es el 40% del rendimiento máximo posible del sistema ALOHA.

18. Una red de área local que usa CSMA-CD usa un cable de 1 km y opera a 10 Mbps. La velocidad de propagación es de 200 m/μs. Las tramas de datos son de 256 bits, incluyendo 32 bits de cabecera y otras sobrecargas. Tras una transmisión, se reserva una ranura para que el receptor envíe una trama de confirmación de 32 bits. ¿Cuál es la tasa de transferencia efectiva, excluyendo los bits de sobrecarga, si se supone que no hay colisiones ni errores?

Para obtener la tasa efectiva de transferencia de datos hemos de calcular el número de bits de datos transmitidos y el tiempo total empleado para ello.

A partir del enunciado se deduce fácilmente que el número de bits de datos transmitidos es  $256 - 32 = 224$  (los bits de datos de la trama de datos), aunque en total se transmiten  $256 + 32$  (trama y confirmación).

El tiempo empleado en la transmisión será el que transcurre desde que se inicia la transmisión de la trama de datos hasta que se recibe la trama de confirmación. Despreciando los tiempos de procesamiento en los ordenadores, el tiempo total empleado será:

$$t_{TOTAL} = t_{trama} + t_{prop} + t_{trama,conf.} + t_{prop} = \frac{256 \text{ bits}}{10 \cdot 10^6 \text{ bps}} + 2 \frac{10^3 \text{ m}}{200 \cdot 10^6 \text{ m/s}} + \frac{32 \text{ bits}}{10 \cdot 10^6 \text{ bps}} = 3,88 \cdot 10^{-5} \text{ s}$$

Por tanto, la tasa de transferencia efectiva es

$$R_{efectiva} = \frac{224 \text{ bits datos}}{3,88 \cdot 10^{-5} \text{ s}} \Rightarrow R_{efectiva} = 5,77 \cdot 10^6 \text{ bps}$$

19. Como es conocido, el esquema MAC CSMA p-persistente es más eficiente que el CSMA 1-persistente. Sin embargo, la norma Ethernet en todas sus variantes (Fast, Giga, ...) utiliza CSMA 1-persistente. ¿Por qué?

Por una parte, CSMA p-persistente es más eficiente, en términos de uso de la línea, que CSMA 1-persistente. Sin embargo, las diferencias son mínimas a baja carga, que es la región en la que este tipo de protocolos resultan de interés. Esta diferencia de eficiencia no compensa la mayor complejidad algorítmica y, consecuentemente, de implementación, de la versión p-persistente.

Por otra parte, la eficiencia en el uso de la línea no es el único factor relevante en este tipo de sistemas. Un aspecto de enorme importancia es el tiempo medio de acceso al medio, es decir, el retardo desde que una estación desea transmitir hasta que puede hacerlo. En este aspecto, CSMA p-persistente presenta mayores retardos que CSMA 1-persistente, ya que, a pesar de detectar el medio libre no siempre se intenta la transmisión, pudiendo dar lugar a periodos de inactividad a pesar de la existencia de estaciones con tramas pendientes de envío.

**20. Discuta de forma breve y razonada cómo afecta a la expresión de la eficiencia del esquema de acceso CSMA/CD la ranuración del medio de transmisión.**

La eficiencia aproximada del esquema de acceso CSMA/CD viene especificada por la siguiente expresión:

$$U = \frac{t_{\text{trama}}}{t_{\text{trama}} + E[R] \cdot 2 \cdot t_p}$$

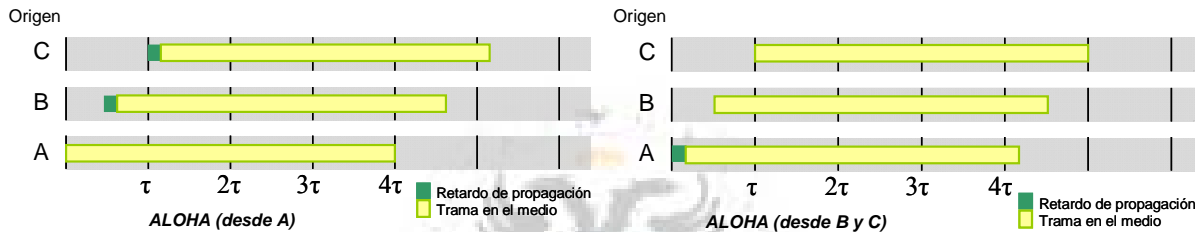
donde  $t_{\text{trama}}$  representa el tiempo de transmisión de una trama (considerado fijo),  $t_p$  representa el tiempo máximo de propagación y  $E[R]$  el número esperado de retransmisiones motivadas por la aparición de colisiones.

En esta expresión se ha supuesto que el intervalo de contención, es decir el tiempo que transcurre desde que una estación comienza a transmitir hasta que detecta la ocurrencia de una colisión, tiene un valor máximo igual a  $2t_p$ . Es evidente que si las estaciones del canal sólo pudiesen transmitir en instantes concretos de tiempo (al inicio de la ranura), el valor del intervalo de contención se reduciría a la mitad,  $t_p$  si la duración de la ranura es mayor o igual que  $t_p$ . En consecuencia, la expresión de la eficiencia en este caso resultaría:

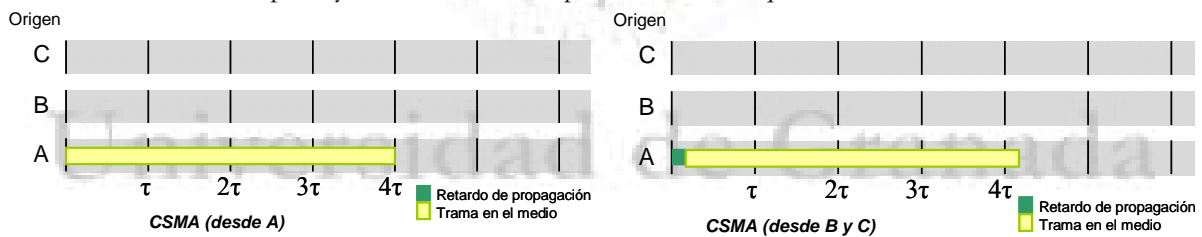
$$U = \frac{t_{\text{trama}}}{t_{\text{trama}} + E[R] \cdot t_p}$$

- 21.** Considere un sistema CSMA/CD con  $N$  estaciones equidistantes, con una velocidad de transmisión de 10 Mbps y una distancia máxima entre estaciones de 1 km.
- ¿Cuál es el tiempo máximo para enviar una trama de 10.000 bits a otra estación, medido desde el comienzo de la transmisión hasta el final de la recepción? Suponga una velocidad de propagación de 200 m/μs.
  - Si dos estaciones comienzan a transmitir exactamente al mismo tiempo, sus paquetes interferirán entre sí. Si cada estación transmisora monitoriza el bus durante la transmisión, ¿cuánto tiempo tarda, en segundos, en percatarse de la ocurrencia de una interferencia? ¿Y en intervalos de duración de un bit?
- 22.** Un canal de difusión que usa protocolos de acceso aleatorio tiene tres estaciones y un retardo de propagación extremo a extremo igual a  $\tau$ . La estación A se encuentra en un extremo del canal y las estaciones B y C están juntas y se sitúan en el otro extremo. Se reciben tramas en las tres estaciones y están listas para su transmisión por parte de A, B y C en los instantes de tiempo respectivos  $T_A=0$ ,  $T_B=\tau/2$  y  $T_C=\tau$ . Las tramas conllevan un tiempo de transmisión igual a  $4\tau$ . Muestre gráficamente, representando el tiempo en el eje horizontal, y de forma adecuada la actividad de transmisión de cada una de las tres estaciones para:
- ALOHA.
  - CSMA no-persistente.
  - CSMA/CD no-persistente.

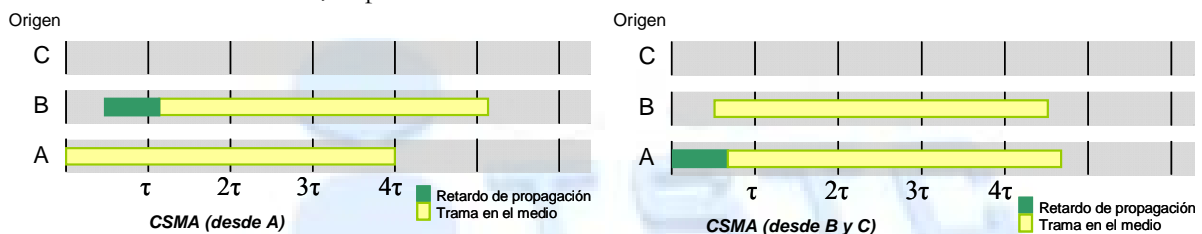
- a) En el caso de ALOHA, el tiempo de propagación no es relevante en el procedimiento, ya que no se realiza una comprobación de ocupación del canal. En cualquier caso, sí interviene en lo observado por las estaciones A, B y C. Por tanto, la actividad observada en la red será diferente si nos encontramos en A o en B/C. Gráficamente, se obtendría un comportamiento como el mostrado, en el que se ha supuesto  $t < \tau/2$ . El caso contrario presentaría un comportamiento análogo, salvo por la duración de los retardos de propagación (zona verde).



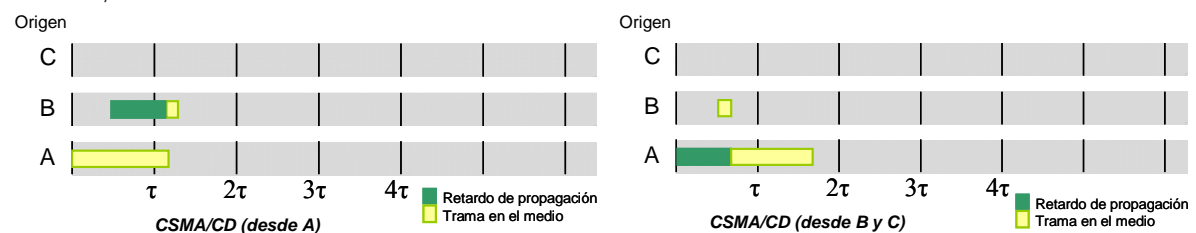
- b) En este caso, antes de comenzar la emisión de la trama de datos se procede a observar si el canal está ocupado, lo que nos lleva a distinguir 2 casos posibles en función de la relación entre el tiempo de propagación y el tiempo  $\tau$ . En el caso de que  $t < \tau/2$ , las tramas de A se propagarán hasta el otro extremo antes de que se intente la siguiente transmisión, por lo que se detectará el canal como ocupado y sólo transmitirá la primera estación que lo intente. Gráficamente:



En el caso contrario, se producirán colisiones de las tramas de A con las de B. Gráficamente:



- c) Este caso es idéntico al b, con la única salvedad de que se aborta la transmisión de la trama en curso en cuanto que se detecta colisión. Así, si  $t < \tau/2$ , la gráfica es idéntica a la del apartado b. En otro caso, A estaría transmitiendo hasta que detectase la colisión con la trama procedente de B. La duración de la emisión de B será igual a  $t - \tau/2$  (comienza a transmitir en  $\tau/2$  y se detecta la colisión en cuanto se recibe el inicio de la trama de A). Por otra parte, A transmitirá durante  $t + \tau/2$ , que será el tiempo que tardará en recibirse la transmisión de B (iniciada en  $\tau/2$ ) en A. Obsérvese que, en cualquier caso, la duración de la trama emitida por A es inferior a  $2t$ , ya que  $t > \tau/2$ .



**23. Los protocolos MAC de contención permiten la aparición de colisiones, con el consiguiente desaprovechamiento de la capacidad del canal. Sin embargo, son más utilizados que los protocolos libres de colisión. ¿Por qué?**

Todos los protocolos libres de colisión implican una ordenación en el acceso al medio que tiene un consecuente retardo fijo. Es el caso del intervalo de reserva en los mecanismos basados en reserva y del tiempo de propagación del 'token' en los mecanismos basados en consulta.

Por el contrario, los protocolos de contención no implican un retardo fijo. El retardo en el acceso al medio viene producido por la aparición de colisiones, por lo que en situaciones de baja carga el retardo es mínimo, cuando no nulo.

**24. Dada una red WLAN en la que se implementa el esquema MAC CSMA/CA, realice una estimación teórica de la eficiencia conseguida en el acceso de las distintas estaciones en el medio. En este esquema, para evitar el denominado problema del nodo oculto, antes de enviar una trama se realiza, por parte de la estación emisora, un "sondeo de portadora virtual". Este sondeo consiste en el envío de una trama de solicitud de transmisión (RTS) hacia la estación receptora. Ésta contesta, en caso de autorizar el envío, mediante la emisión de una trama de permiso (CTS), tras lo que se procede a la transmisión de la trama de datos. Para evaluar la eficiencia, háganse las siguientes suposiciones (añada y justifique otras que estime oportunas):**

Estado de la red: (muy) baja carga.

Alcance de las emisiones radio:  $A$  metros.

Longitud de las tramas RTS y CTS:  $L$  bits.

Velocidad de transmisión:  $R$  Mbps.

Velocidad de propagación:  $c$  m/s.

Bajo estas mismas condiciones de funcionamiento, justifique a nivel teórico-conceptual la diferencia de eficiencia y comportamiento con el esquema CSMA/CD estándar.

**Acceso aleatorio – Libres de colisión**

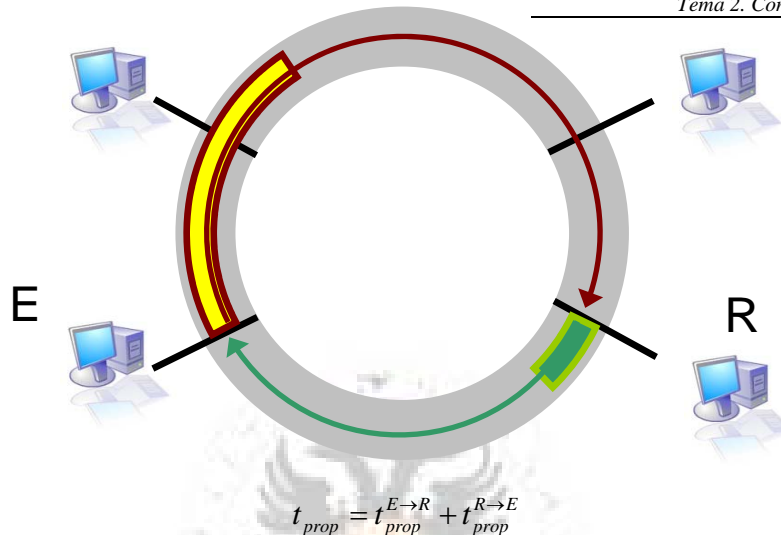
**25. Suponga una LAN en anillo con paso de testigo con  $N$  estaciones en la que la estación receptora drena las tramas recibidas y envía una pequeña trama de confirmación hacia la emisora. Obtenga la expresión de la eficiencia si se considera que la estación emisora no pasa el testigo hasta cerciorarse de que la trama enviada es correcta sabiendo que las tramas son de  $M$  kbits, el tamaño de la trama de confirmación es de  $C$  bits y la velocidad de transmisión en el anillo es  $R$  bps. Considere  $N_t = 1/(1-P)$  transmisiones en promedio por trama siendo  $P$  la probabilidad de error en el medio.**

El procedimiento para el envío de las tramas se esquematiza en la figura (página siguiente).

Como puede observarse, el emisor,  $E$ , envía la trama de datos hacia el receptor,  $R$ , que la drena y genera un testigo que emite hacia  $E$ . Por tanto, el tiempo total empleado desde que se inicia la transmisión de una trama hasta que se recibe la confirmación será

$$t_{TRAMA} = t_{trama} + t_{prop}^{E \rightarrow R} + t_{proc}^R + t_{conf} + t_{prop}^{R \rightarrow E} + t_{proc}^E$$

donde hemos tenido en cuenta que  $R$  no puede generar la trama de confirmación hasta haber recibido completamente la trama (debe comprobar el CRC). Si despreciamos el tiempo de procesamiento y tenemos en cuenta que denominamos  $t_{prop}$  al tiempo en dar una vuelta al anillo,



$$t_{prop} = t_{prop}^{E \rightarrow R} + t_{prop}^{R \rightarrow E}$$

Por tanto, en función de los datos y de la longitud del anillo (que no se proporciona), el tiempo empleado en la transmisión de una trama es

$$t_{TRAMA} = \frac{L_{trama}}{R} + 2t_{prop} + \frac{L_{conf}}{R} = \frac{M \cdot 10^3 \text{ bits}}{R_{bps}} + 2 \frac{d_{anillo}}{c_{medio}} + \frac{C \text{ bits}}{R_{bps}} = \frac{(M \cdot 10^3 + C) \text{ bits}}{R_{bps}} + 2 \frac{d_{anillo} \text{ m}}{2 \cdot 10^8 \text{ m/s}}$$

Si se realizan en promedio  $N_t$  retransmisiones, el tiempo empleado será

$$t_{TOTAL} = N_t \cdot t_{trama} = \frac{1}{1-P} \left[ \frac{(M \cdot 10^3 + C) \text{ bits}}{R_{bps}} + \frac{d_{anillo} \text{ m}}{10^8 \text{ m/s}} \right]$$

Finalmente, será necesario considerar el tiempo empleado en transmitir el testigo a la siguiente estación. Suponiendo despreciable la longitud del testigo y que las  $N$  estaciones están equiespaciadas, el tiempo desde que se emite el testigo hasta que la siguiente estación lo toma es

$$t_{testigo} = \frac{t_{prop}}{N} = \frac{d_{anillo}}{N \cdot 2 \cdot 10^8 \text{ m/s}}$$

La eficiencia será la fracción de tiempo útil desde que se posee el testigo hasta que la siguiente estación puede transmitir, que será

$$U = \frac{t_{trama}}{t_{TOTAL} + t_{testigo}} = \frac{\frac{M \cdot 10^3 \text{ bits}}{R_{bps}}}{\frac{1}{1-P} \left[ \frac{(M \cdot 10^3 + C) \text{ bits}}{R_{bps}} + \frac{d_{anillo} \text{ m}}{10^8 \text{ m/s}} \right] + \frac{d_{anillo} \text{ m}}{N \cdot 2 \cdot 10^8 \text{ m/s}}}$$

26. Suponga una LAN en anillo con paso de testigo con  $N$  estaciones en la que se pretende establecer un protocolo del tipo parada y espera mediante la confirmación explícita por parte del destinatario de la recepción correcta las tramas. Para ello, la estación receptora emite, inmediatamente a continuación del final de cada trama en circulación (sin esperar a poseer el testigo), una trama de confirmación en caso de que la recepción sea correcta. En cambio, si la recepción es incorrecta se limita a no añadir ninguna información; es decir, no existen confirmaciones negativas.

- a) Obtenga la expresión de la eficiencia del esquema de transmisión si se considera que la estación emisora no pasa el testigo hasta cerciorarse de que la trama enviada es correcta, sabiendo que las tramas son de  $M$  kbits, el tamaño de la trama de confirmación es de  $C$  bits y la velocidad de transmisión en el anillo es  $R$

bps. Considere  $N_t = 1/(1-P)$  transmisiones en promedio por trama, siendo  $P$  la probabilidad de error en el medio.

b) ¿Cómo variaría la eficiencia si se considerasen también confirmaciones negativas?

a) La eficiencia del esquema de transmisión será

$$U = \frac{t_{\text{util}}}{t_{\text{total}}} = \frac{t_{\text{trama}}}{t_{\text{TRAMA}} + t_{\text{paso-testigo}}} \quad (1)$$

donde  $t_{\text{trama}}$  es el tiempo empleado en la emisión de una trama,  $t_{\text{TRAMA}}$  es el tiempo total necesario para la transmisión de una trama y  $t_{\text{paso-testigo}}$  es el tiempo empleado en pasar el testigo a la siguiente estación.

El tiempo de paso del testigo, suponiendo  $N$  estaciones equiespaciadas, será la suma del tiempo necesario para generar el testigo y el tiempo que tarda el testigo en llegar a la siguiente estación, esto es,

$$t_{\text{paso-testigo}} = t_{\text{testigo}} + t_{\text{prop-testigo}} = \frac{S_{\text{testigo}}}{R} + \frac{t_{\text{prop}}}{N}$$

donde  $S_{\text{testigo}}$  es el tamaño (en bits) del testigo y  $t_{\text{prop}}$  es el tiempo de propagación de un bit en el anillo. Suponiendo despreciable el tamaño del testigo y que la longitud del anillo es  $L$ , y dada la velocidad de propagación de la luz en un medio guiado, obtenemos

$$t_{\text{paso-testigo}} = \frac{L/v_{\text{prop}}}{N} = \frac{L}{2 \cdot 10^8 N} \text{ s} \quad (2)$$

El tiempo necesario para emitir una trama de  $M$  kbits será

$$t_{\text{trama}} = \frac{M \cdot 10^3}{R} \text{ s} \quad (3)$$

Para calcular el tiempo total empleado en la transmisión de una trama hemos de considerar el procedimiento explicado en el enunciado. En primer lugar, del enunciado se deduce que la trama es drenada por el emisor, como es habitual en las redes en anillo. La transmisión correcta de una trama se constatará cuando, tras haber dado una vuelta al anillo, llegue el último bit de la trama emitida, seguido inmediatamente de una trama de confirmación. La recepción del último bit de la trama se realizará en un tiempo  $t_1 = t_{\text{trama}} + t_{\text{prop}}$ . Una vez recibido éste, habrá que esperar un tiempo  $t_{\text{ACK}}$ , correspondiente a la duración de la trama de confirmación, antes de pasar a liberar el testigo. En este procedimiento estamos obviando los tiempos de procesamiento en el receptor, necesario para verificar la integridad de la trama a su paso, y el tiempo de procesamiento en el receptor, para comprobar la trama de confirmación. Ambos tiempos de procesamiento introducirán un retardo adicional, por lo que, el tiempo total empleado en la transmisión de una trama correcta es

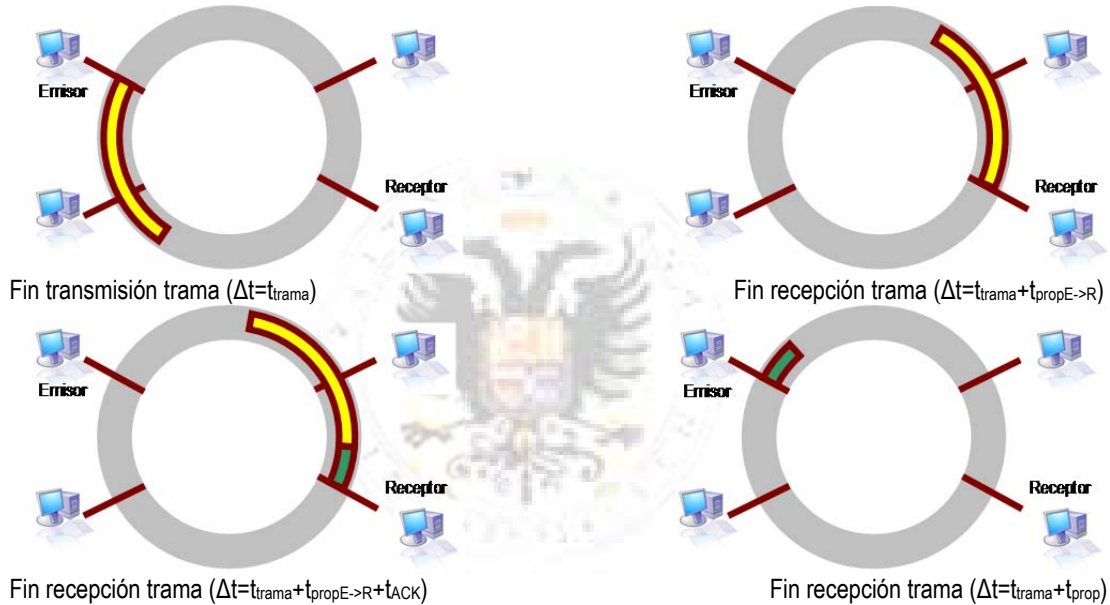
$$t_{\text{TRAMA}}^{\text{correcta}} = t_{\text{trama}} + t_{\text{prop}} + t_{\text{proc, receptor}} + t_{\text{ACK}} + t_{\text{proc, emisor}}$$

Si despreciamos los tiempos de procesamiento,

$$t_{\text{TRAMA}}^{\text{correcta}} = t_{\text{trama}} + t_{\text{prop}} + t_{\text{ACK}} = \frac{M \cdot 10^3}{R} + \frac{L}{2 \cdot 10^8} + \frac{C}{R} = \frac{M \cdot 10^3 + C}{R} + \frac{L}{2 \cdot 10^8} \text{ s} \quad (4)$$



Esta expresión es equivalente al tiempo empleado hasta la recepción del último bit de una trama de longitud igual a la suma de las longitudes de la trama de datos más la de confirmación. En la gráfica se muestra la evolución de la transmisión, despreciando los tiempos de procesamiento.



En el caso de que la trama no sea recibida correctamente hemos de considerar dos efectos: en primer lugar, no se añade ninguna información en tránsito (desaparece  $t_{ACK}$ ) y, en segundo lugar, deberá retransmitirse la trama tras un tiempo suficiente para que se constate la recepción errónea,  $t_{out}$ . Por tanto, desde que se inicia la transmisión de la trama hasta que se comienza la retransmisión de la misma se emplea un tiempo

$$t_{TRAMA}^{incorrecta} = t_{trama} + t_{prop} + t_{out} = \frac{M \cdot 10^3}{R} + \frac{L}{2 \cdot 10^8} + t_{out} \text{ s}$$

Para obtener el valor de  $t_{out}$  basta constatar que, si despreciamos los tiempos de procesamiento, la trama de confirmación debe recibirse inmediatamente a continuación de la trama de datos. Por tanto, si tras la trama de datos no se recibe ningún bit de datos, se podrá concluir que hay un error y  $t_{out}$  será el tiempo correspondiente a la duración de un bit

$$t_{out} = \frac{1}{R} \text{ s}$$

Por lo que el tiempo empleado en una transmisión errónea será:

$$t_{TRAMA}^{incorrecta} = \frac{M \cdot 10^3 + 1}{R} + \frac{L}{2 \cdot 10^8} \text{ s}$$

Dado que habrá  $N_t$  transmisiones en promedio, el tiempo total hasta que se consigue enviar una trama de forma correcta será

$$t_{TRAMA} = (N_t - 1) t_{TRAMA}^{incorrecta} + t_{TRAMA}^{correcta} = (N_t - 1) \left[ \frac{M \cdot 10^3 + 1}{R} + \frac{L}{2 \cdot 10^8} \right] + \frac{M \cdot 10^3 + C}{R} + \frac{L}{2 \cdot 10^8} \text{ s}$$

Reorganizando términos

$$t_{TRAMA} = \left( \frac{1}{1-P} \right) \left[ \frac{M \cdot 10^3}{R} + \frac{L}{2 \cdot 10^8} \right] + \frac{C+1}{R} \text{ s} \quad (5)$$

Finalmente, sustituyendo (2), (3) y (5) en la expresión (1), obtenemos

$$U = \frac{\frac{M \cdot 10^3}{R}}{\left(\frac{1}{1-P}\right) \left[ \frac{M \cdot 10^3}{R} + \frac{L}{2 \cdot 10^8} \right] + \frac{C+1}{R} + \frac{L}{2 \cdot 10^8 N}}$$

- b) En el caso de que siempre se emita una confirmación negativa o positiva de tamaño C a continuación de la trama en tránsito, no existirá la distinción entre el envío correcto o incorrecto de una trama, siendo el tiempo de transmisión de una trama el obtenido anteriormente (exp. (2)). Dado que se realizarán  $N_t$  transmisiones, tendremos

$$t_{TRAMA} = (N_t) t_{TRAMA}^{correcta} = N_t \left[ \frac{M \cdot 10^3 + C}{R} + \frac{L}{2 \cdot 10^8} \right] s$$

Por lo que, sustituyendo esta expresión en (1), obtenemos

$$U' = \frac{\frac{M \cdot 10^3}{R}}{\left(\frac{1}{1-P}\right) \left[ \frac{M \cdot 10^3 + C}{R} + \frac{L}{2 \cdot 10^8} \right] + \frac{L}{2 \cdot 10^8 N}}$$

Universidad de Granada