



# 电子科技大学

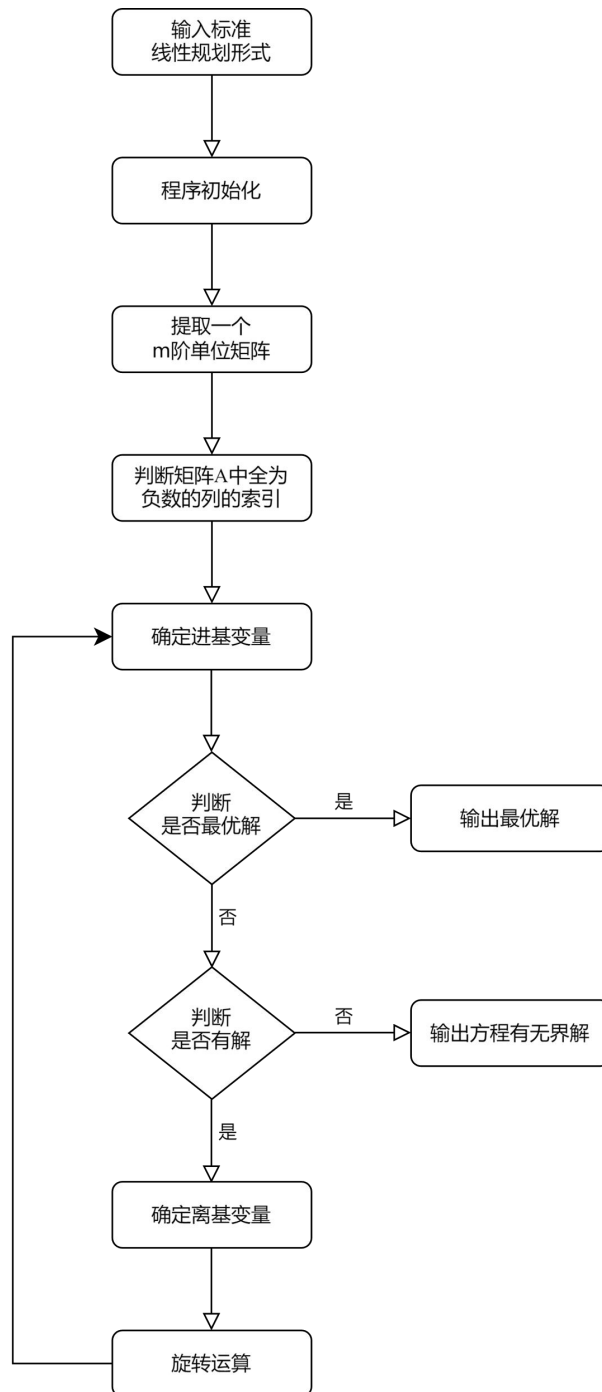
## 课程实验报告

课程名称:	最优化理论与应用
实验题目:	MATLAB 编程单纯形法
姓 名:	徐宇健
学 号:	202422280813
专 业:	085400 电子信息工程
学 院:	(深圳) 高等研究院
完成日期:	2024 年 9 月 15 日

## 实验目的:

1. 以本次实验为案例，了解算法复现流程;
2. 掌握 matlab 的基本操作，学习编写 matlab 程序，提高编程能力和技巧;
3. 学习用已学的知识解决实际问题，将理论应用于实际。

## 算法步骤:



# Matlab 程序:

## 函数:

```
function [xm, fm, noi] = dcxf(A, b, c)

%% 介绍
% 单纯形法求解标准形线性规划问题:  $\min cx$  s.t.  $Ax=b$   $x \geq 0$ 
% 输入参数: c 为目标函数系数, A 为约束方程组系数矩阵, b 为约束方程组常数项
% 输出参数: xm 为最优解, fm 为最优函数值, noi 为迭代次数

%% 准备
format rat
[m, n] = size(A);
v = nchoosek(1:n, m);
index_Basis = [];
%% 提取可行解所在列
for i = 1:size(v, 1)
    if A(:, v(i,:)) == eye(m)
        index_Basis = v(i,:);
    end
end

%% 判断矩阵 A 中全为负数的列的索引
my_negative = [];
for i = 1:n
    is_negative = all(A(:, i) < 0);
    if is_negative
        my_negative(end+1) = i;
    end
end
%disp(my_negative);
%% 提取非基变量的索引
ind_Nonbasis = setdiff(1:n, index_Basis);
noi = 0;
%disp(ind_Nonbasis);
while true
    x0 = zeros(n, 1);
    x0(index_Basis) = b; %初始基可行解
    %disp(x0);
    %disp(index_Basis);
    cB = c(index_Basis);
    %disp(cB);
    Sigma = zeros(1, n); %Sigma 为检验数向量
    Sigma(ind_Nonbasis) = c(ind_Nonbasis)' - cB'*A(:, ind_Nonbasis);
    %disp(Sigma);
```

```

[~, s] = min(Sigma);
%disp(s);
%disp(A);
Theta = b ./ A(:,s); %计算 b/ai(点除)
%disp(Theta);
Theta(Theta<=0) = 10000;
%disp(Theta);
[~, q] = min(Theta); %选出最小θ
%disp(q);
%disp(s);
q = index_Basis(q); %确定出基变量在系数矩阵中的列索引 el, 主元为 A(q,s)
%disp(Sigma);

%% 判断是否是最优解
if ~any(Sigma < 0) || any(my_negative ==s)
    xm = x0;
    fm = c' * xm; %算出最优解
    return
    break
end

%% 判断是否有解
if all(A(:,s) <= 0) %表示检验数这一列每个数都<=0, 有无界解
    fprintf("向量 y%d=\n", s);
    disp(A(:,s));
    disp("全是小于等于 0, 因此该问题是无界解");
    xm = [];
    break
end

%% 换基
index_Basis(index_Basis == q) = s; %新的基变量索引
ind_Nonbasis = setdiff(1:n, index_Basis); %非基变量索引

%% 核心——旋转运算
A(:,ind_Nonbasis) = A(:,index_Basis) \ A(:,ind_Nonbasis);
b = A(:,index_Basis) \ b;
A(:,index_Basis) = eye(m,m);
noi=noi+1;
end
end

```

## 主函数:

```
clc,clear;
%题目 1
A=[ 1  0  0  3  -1  3;
    0  1  0  2  -2  1;
    0  0  1  -2  -1  2];
b=[2 1 3]';
c=[1 -2 3 -4  0  1]';

%题目 2
% A=[ 9  4  1  0  0;
%     4  5  0  1  0;
%     3 10  0  0  1];
% b=[360 200 300]';
% c=[-7  -12 0 0 0]';

%题目 3 (大 M 法)
% M=2e32;
% A=[ 3  2  1  6  18  -1   0 1 0 0;
%     1  0.5  0.2  2  0.5  0  -1 0 1 0;
%     0.5  1  0.2  2  0.8  0  0 0 0 1];
% b=[700 30 200]';
% c=[2 7 4 9  5  0 0 M M M]';

[xm,fm,noi] = dcxf(A,b,c);
disp('最优解为: ');
disp(xm);
disp('最优函数值为: ');
disp(fm);
disp('迭代次数为: ');
disp(noi);
```

## 实验结果:

### 题目 1:

$$\begin{cases} \min f(x) = x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 + x_6 \\ \text{s. t.} & x_1 + 3x_4 - x_5 + 3x_6 = 2 \\ & x_2 + 2x_4 - 2x_5 + x_6 = 1 \\ & x_3 - 2x_4 - x_5 + 2x_6 = 3 \\ & x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, 6 \end{cases}$$

#### 命令行窗口

最优解为:

0  
1/3  
5/3  
0  
0  
2/3

最优函数值为:

5

迭代次数为:

1

### 题目 2:

$$\begin{aligned} \max \quad & Z = 7X_1 + 12X_2 \\ \begin{cases} 9X_1 + 4X_2 \leq 360 \\ 4X_1 + 5X_2 \leq 200 \\ 3X_1 + 10X_2 \leq 300 \\ X_1 \geq 0, \quad X_2 \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

#### 命令行窗口

向量y5=

-1/3  
-5/3  
-1/3

全是小于等于0，因此该问题是无界解

### 题目 3:

$$\begin{aligned} \min Z &= 2x_1 + 7x_2 + 4x_3 + 9x_4 + 5x_5 \\ \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 6x_4 + 18x_5 & \geq 700 \\ x_1 + 0.5x_2 + 0.2x_3 + 2x_4 + 0.5x_5 & \geq 30 \\ 0.5x_1 + x_2 + 0.2x_3 + 2x_4 + 0.8x_5 & = 200 \\ x_1 & \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, \\ x_4 & \geq 0, x_5 \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

#### 命令行窗口

最优解为:

400

0

0

0

0

500

370

0

0

0

最优函数值为:

800

迭代次数为:

5

### 实验收获:

通过这次最优化理论与应用课程的实验一，让我深刻理解了**单纯形法的原理和作用**，同时在进行实验的过程中，我也明白了单纯形法具有一定的**局限性**，比如对于一般的线性规划，矩阵  $A$  中未必刚好有一个  $m$  阶的单位矩阵，这便是题目三的特点，这时候我通过查阅书籍了解到了**两阶段法**和**大  $M$  法**。通过对两种方法的细致学习后，我发现**大  $M$  法**更加简洁以及非常适用于题目算法的求解，其原理是在约束中增加人工变量  $x$ ，同时修改目标函数，加上罚项  $Me^T x_a$ ，其中  $M$  是很大的正数，这样，在极小化目标函数的过程中，由于大  $M$  的存在，将迫使人工变量离基，同时也相当于构造了一个  $m$  阶的单位矩阵用于后续算法的求解。

经过本次实验，让我受益匪浅，希望未来能够继续深入学习最优化理论与应用的相关内容，为后续更加专业的研究打下坚实的基础!