电子科技大学

课程实验报告

课程名称:	最优化理论与应用
实验题目:	MATLAB 编程单纯形法
姓　　名:	徐宇健
学　　号:	202422280813
专　　业:	085400 电子信息工程
学　　院:	(深圳) 高等研究院
完成日期:	2024 年 9 月 15 日

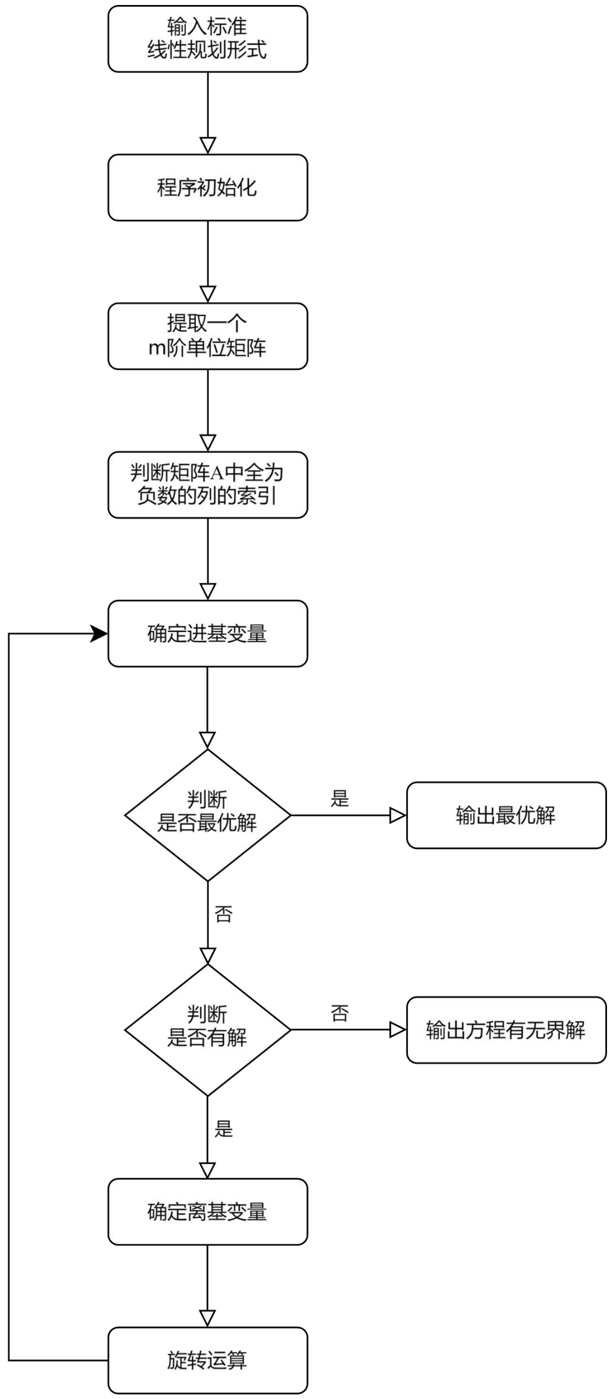
实验目的：

1. 以本次实验为案例，了解算法复现流程；

2. 掌握 matlab 的基本操作，学习编写 matlab 程序，提高编程能力和技巧；

3. 学习用已学的知识解决实际问题，将理论应用于实际。

算法步骤：



Matlab 程序:

函数:

```
function [xm,fm,noi] = dcxf(A,b,c)

%% 介绍
% 单纯形法求解标准形线性规划问题: min cx s.t. Ax=b x>=0
% 输入参数: c 为目标函数系数, A 为约束方程组系数矩阵, b 为约束方程组常数项
% 输出参数: xm 为最求解, fm 为最优函数值, noi 为迭代次数

%% 准备
format rat
[m,n] = size(A);
v=nchoosek(1:n,m);
index_Basis=[];
%% 提取可行解所在列
for i=1:size(v,1)
    if A(:,v(i,:))==eye(m)
        index_Basis=v(i,:);
    end
end

%% 判断矩阵 A 中全为负数的列的索引
my_negative=[];
for i=1:n
    is_negative = all(A(:, i) < 0);
    if is_negative
    my_negative(end+1) = i;
    end
end
%disp(my_negative);
%% 提取非基变量的索引
ind_Nonbasis = setdiff(1:n, index_Basis);
noi=0;
%disp(ind_Nonbasis);
while true
    x0 = zeros(n,1);
    x0(index_Basis) = b;                                  %初始基可行解
    %disp(x0);
    %disp(index_Basis);
    cB = c(index_Basis);
    %disp(cB);
    Sigma = zeros(1,n);                                   %Sigma 为检验数向量
    Sigma(ind_Nonbasis) = c(ind_Nonbasis)' - cB'*A(:,ind_Nonbasis);
    %disp(Sigma);
```

```
    [~, s] = min(Sigma);
    %disp(s);
    %disp(A);
    Theta = b ./ A(:,s);                                    %计算 b/ai(点除)
    %disp(Theta);
    Theta(Theta<=0) = 10000;
    %disp(Theta);
    [~, q] = min(Theta);    %选出最小θ
    %disp(q);
    %disp(s);
    q = index_Basis(q);    %确定出基变量在系数矩阵中的列索引 el，主元为 A(q,s)
    %disp(Sigma);

%% 判断是否是最优解
    if ~any(Sigma < 0) || any(my_negative ==s)
        xm = x0;
        fm = c' * xm;    %算出最优解
        return
        break
    end

%% 判断是否有解
    if all(A(:,s) <= 0)    %表示检验数这一列每个数都<=0，有无界解
        fprintf("向量 y%d=\n", s);
        disp(A(:,s));
        disp("全是小于等于 0，因此该问题是无界解");
        xm = [];
        break
    end

%% 换基
    index_Basis(index_Basis == q) = s;                      %新的基变量索引
    ind_Nonbasis = setdiff(1:n, index_Basis);               %非基变量索引

%% 核心——旋转运算
    A(:,ind_Nonbasis) = A(:,index_Basis) \ A(:,ind_Nonbasis);
    b = A(:,index_Basis) \ b;
    A(:,index_Basis) = eye(m,m);
    noi=noi+1;
end
end
```

主函数:

```
clc,clear;
%题目 1
A=[ 1   0   0   3   -1   3;
    0   1   0   2   -2   1;
    0   0   1   -2   -1   2];
b=[2 1 3]';
c=[1 -2 3 -4   0   1]';

%题目 2
% A=[ 9   4   1   0   0;
%       4   5    0   1   0;
%       3   10   0   0   1];
% b=[360 200 300]';
% c=[-7   -12 0 0 0]';

%题目 3 （大 M 法）
% M=2e32;
% A=[ 3   2   1   6   18   -1     0 1 0 0;
%       1   0.5   0.2   2   0.5   0   -1 0 1 0;
%       0.5   1   0.2   2   0.8   0   0 0 0 1];
% b=[700 30 200]';
% c=[2 7 4 9   5   0 0 M M M]';

[xm,fm,noi] = dcxf(A,b,c);
disp('最优解为：');
disp(xm);
disp('最优函数值为：');
disp(fm);
disp('迭代次数为：');
disp(noi);
```

实验结果：

题目 1：

$$
\begin{cases}
\min f(\boldsymbol{x}) = x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 + x_6 \\
\text{s. t.} \quad x_1 + 3x_4 - x_5 + 3x_6 = 2 \\
\qquad\quad x_2 + 2x_4 - 2x_5 + x_6 = 1 \\
\qquad\quad x_3 - 2x_4 - x_5 + 2x_6 = 3 \\
\qquad\quad x_j \geqslant 0, \quad j = 1, 2, \cdots, 6
\end{cases}
$$

命令行窗口

```
向量y5=
        -1/3
        -5/3
        -1/3

全是小于等于0，因此该问题是无界解
```

题目 2：

$$
\max \quad Z = 7X_1 + 12X_2
$$

$$
\begin{cases}
9X_1 + 4X_2 \leqslant 360 \\
4X_1 + 5X_2 \leqslant 200 \\
3X_1 + 10X_2 \leqslant 300 \\
X_1 \geqslant 0, \quad X_2 \geqslant 0
\end{cases}
$$

命令行窗口

```
最优解为:
      20
      24
      84
       0
       0

最优函数值为:
    -428

迭代次数为:
       2
```

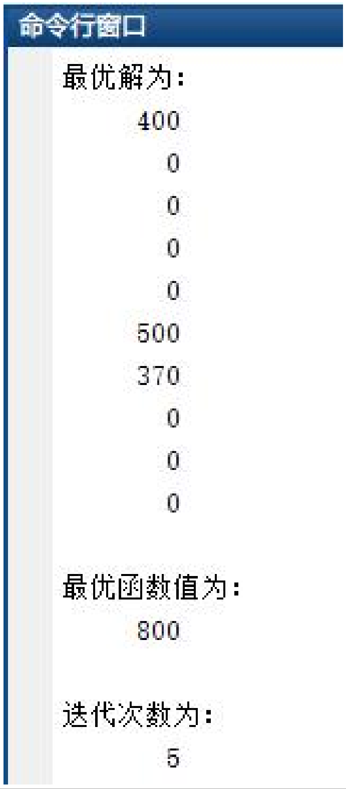
根据线性规划中最大规划和最小规划之间的转换规则，最终**结果**为：

428

题目 3:

$$\min Z=2x_1+7x_2+4x_3+9x4+5x_5$$

$$\begin{cases} 3x_1+2x_2+x_3+6x_4+18x_5 \geqslant 700 \\ x_1+0.5x_2+0.2x_3+2x_4+0.5x_5 \geqslant 30 \\ 0.5x_1+x_2+0.2x_3+2x_4+0.8x_5=200 \\ x_1 \geqslant 0, x_2 \geqslant 0, x_3 \geqslant 0, \\ x_4 \geqslant 0, x_5 \geqslant 0 \end{cases}$$



实验收获:

通过这次最优化理论与应用课程的实验一，让我深刻理解了**单纯形法的原理和作用**，同时在进行实验的过程中，我也明白了单纯形法具有一定的**局限性**，比如对于一般的线性规划，矩阵 A 中未必刚好有一个 m 阶的单位矩阵，这便是题目三的特点，这时候我通过查阅书籍了解到了**两阶段法**和**大 M 法**。通过对两种方法的细致学习后，我发现**大 M 法**更加简洁以及非常适用于题目算法的求解，其原理是在约束中增加人工变量 x，同时修改目标函数，加上罚项 $Me^{T}x_a$，其中 M 是很大的正数，这样，在极小化目标函数的过程中，由于大 M 的存在，将迫使人工变量离基，同时也相当于构造了一个 m 阶的单位矩阵用于后续算法的求解。

经过本次实验，让我受益匪浅，希望未来能够继续深入学习最优化理论与应用的相关内容，为后续更加专业的研究打下坚实的基础!