

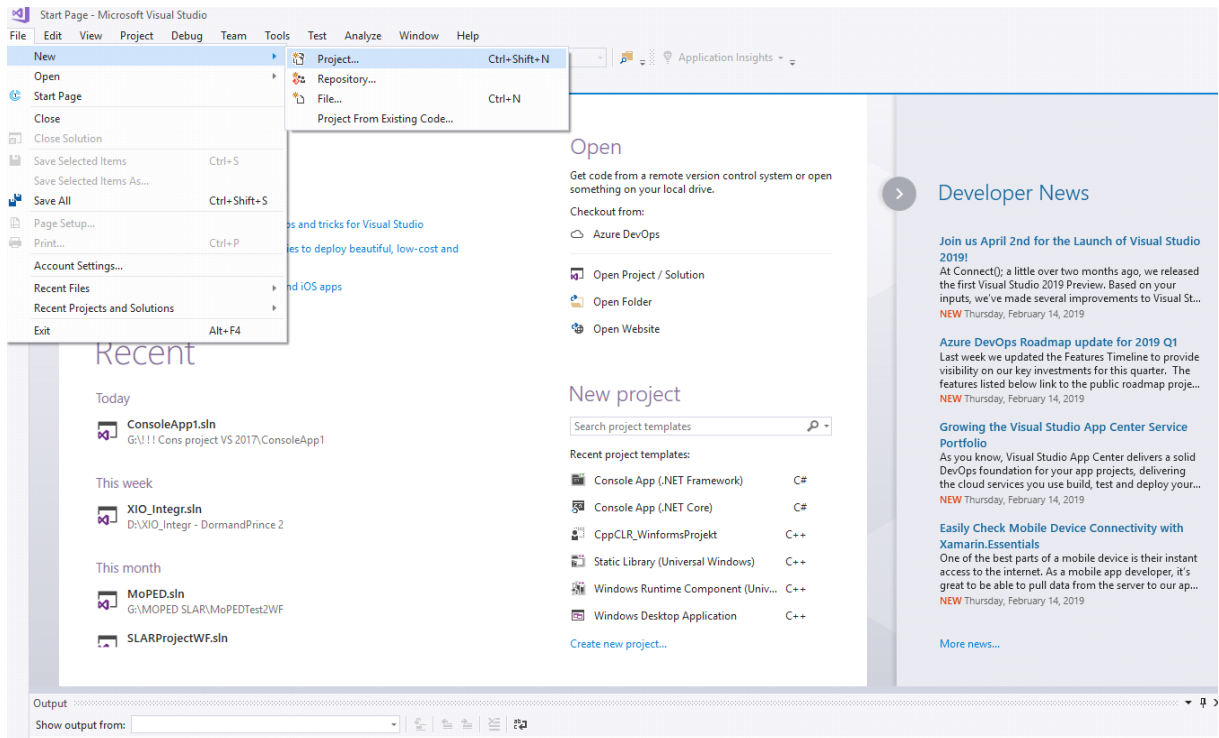
Консольний режим роботи середовища Visual Studio 2017 мовою C#

Мета роботи:

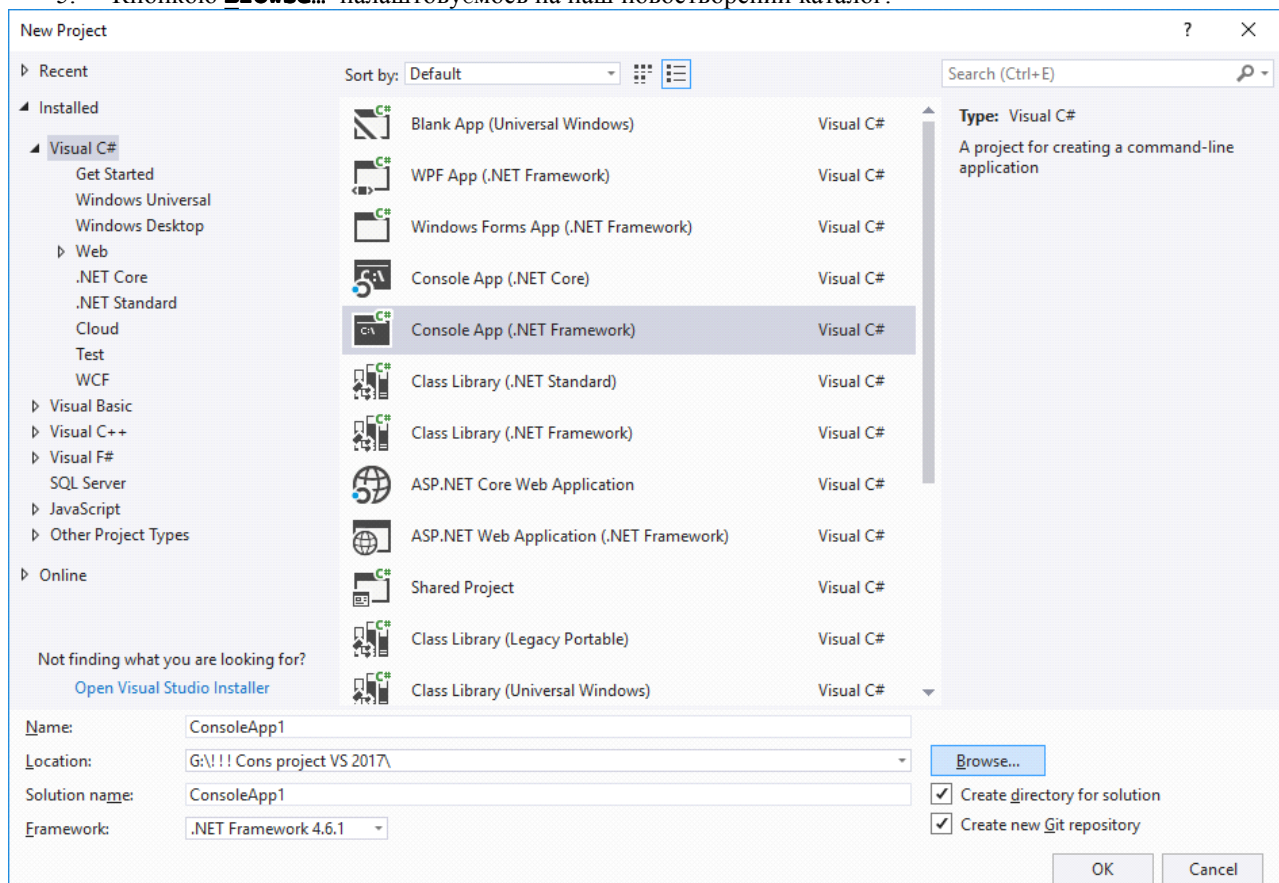
1. Освоїти роботу в консольному режимі середовища Visual Studio 2017 мовою C#.
2. Вивчити оператори введення/виведення даних для консольного режиму.
3. Повторити тему: “Методи розв’язання нелінійних рівнянь”.

Порядок виконання роботи

1. Створюємо у своєму каталозі папку, наприклад, **!!! Cons project VS 2017.**
2. Запускаємо на роботу Visual Studio 2012. Одержимо стартове вікно.
3. У його текстовому меню обираємо: **FILE/New/Project...**



4. У вікні **New Project** обираємо режим **Console Application (.NET Framework)**.
5. Кнопкою **Browse...** налаштуємося на наш новостворений каталог:



6. У вікні, що відкриється, **програмуємо алгоритм методу ділення навпіл** для розв’язання нелінійних рівнянь:

- Описуємо функцію $f(x)$, що відповідає нашому нелінійному рівнянню.
- Задаємо інтервал $[a, b]$, на якому існує тільки один корінь рівняння, і бажану точність його обчислення Eps . За необхідності, табулюємо $f(x)$.
- Перевіряємо, чи виконується умова: $f(a) * f(b) < 0$, тобто чи шуканий корінь справді міститься в середині заданого інтервалу.
- Якщо ця умова не виконується, програма видає повідомлення про відсутність кореня на зазначеному інтервалі і завершує роботу.
- Якщо корінь на інтервалі $[a, b]$ – присутній, то визначаємо середину інтервалу, тобто точку $c = \frac{a+b}{2}$, і перевіряємо умову: $f(a) * f(c) < 0$.
- Якщо вона виконується, то праву межу інтервалу b переносимо в середню точку c – шляхом присвоєння **$b = c$** ;
У протилежному випадку в точку c переносимо ліву межу (**$a = c$**);
 - Поділ уточненого інтервалу $[a, b]$ навпіл і перенесення однієї із меж інтервалу продовжуємо доти, доки не виконається умова $b - a < Eps$.
 - Друкуємо обчислене наближене значення кореня і значення лічильника *Lich* кількості поділів інтервалу.
 - У програмі також перевіряємо, чи точка a , або точка b , або точка c не знаходиться поблизу шуканого кореня (у межах заданої нами точності Eps).

7. Повний текст одного із варіантів програмної реалізації алгоритму МДН наведено нижче

```
using System;
using System.Collections.Generic;
using System.Linq;
using System.Text;
using System.Threading.Tasks;
namespace ConsoleApplication2
{
    class Program
    {
        public static double f(double x)
        { return x * x - 4; }

        static void Main(string[] args)
        {
            double a, b, c, Eps;
            int Lich = 0;
            Console.WriteLine("Input a, b, eps");
            a = Convert.ToDouble(Console.ReadLine());
            b = Convert.ToDouble(Console.ReadLine());
            Eps = Convert.ToDouble(Console.ReadLine());
            if (f(a) * f(b) > 0) // Перевіряємо, чи є корінь на інтервалі [a, b]
            {
                Console.WriteLine("No root in the interval");
                Console.ReadLine(); // Затримка показу повідомлення
                return;
            }
            if (Math.Abs(f(a)) < Eps) // Перевіряємо, чи ліва межа не є коренем
            {
                Console.WriteLine("x = " + a + " Lich = " + Lich);
                Console.ReadLine(); // Затримка показу повідомлення
                return;
            }
            else
            if (Math.Abs(f(b)) < Eps) // Перевіряємо, чи права межа не є коренем
            {
                Console.WriteLine("x = " + b + " Lich = " + Lich);
                Console.ReadLine(); // Затримка показу повідомлення
                return;
            }
            else
            {
                while (Math.Abs(b - a) > Eps) // Цикл Методу ділення навпіл
                {
                    c = (a + b) / 2;
                    Lich++;
                    if (Math.Abs(f(c)) < Eps) // Перевіряємо, чи точка c не є коренем
                    {
                        Console.WriteLine("x = " + c + " Lich = " + Lich);
                        Console.ReadLine(); // Затримка показу повідомлення
                    }
                }
            }
        }
    }
}
```

```
        return;
    }
    else if (f(a) * f(c) < 0) b = c; // Звуження інтервалу пошуку кореня
                                else a = c;
}
Console.WriteLine("x = " + (a + b) / 2 + " Lich = " + Lich);
Console.ReadLine(); // Затримка показу повідомлення
return;
}
}
}
```

Завдання:

- Запустити програму МДН у консольному режимі і дослідити її роботу.
- Запустити цю програму в автономному копіляторі **csc.exe** і порівняти розміри **exe**-файлу для обох варіантів програми.
- У консольному виконанні самостійно запрограмувати ще один популярний алгоритм знаходження, із точністю ε , кореня нелінійного рівняння: $f(x) = 0$ (1) – **метод Ньютона** (дотичних). Нагадаємо його теорію:

Задамо де-яке початкове наближення $x_0 \in [a, b]$ і лінеаризуємо функцію $f(x)$ в околі x_0 за допомогою частини

ряду Тейлора: $f(x) = f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0)$.

Замість рівняння (1) розв'яжемо лінеаризоване рівняння $f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0) = 0$, трактуючи його розв'язок x як перше наближення до кореня $x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$. Продовжуючи цей процес m раз, приходимо до **формули**

$$\text{Ньютона: } x_{m+1} = x_m - \frac{f(x_m)}{f'(x_m)}, \quad (2)$$

яка є ітераційним процесом з ітераційною функцією $s(x) = x - \frac{f(x)}{f'(x)}$.

Геометричну інтерпретацію цього процесу проілюстровано на рис. 1. Рівняння (2) є рівнянням прямої, дотичної до кривої $f(x)$ у точці x_0 , отож, цей метод називають **методом дотичних**.

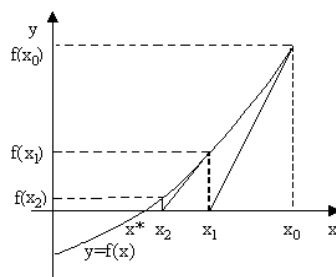


Рис. 1. Геометричне трактування методу Ньютона (дотичних)

Ітераційну формулу методу Ньютона можна також отримати, використовуючи означення похідної функції $f(x)$ у де-якій точці x_0 , як тангенсу кута α дотичної до графіку функції у точці x_0 з віссю ox (рис. 2.)

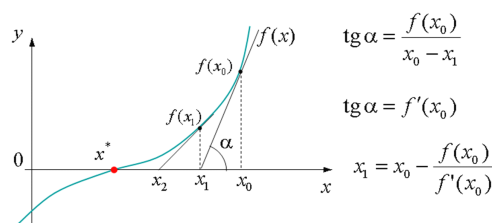


Рис. 2. Виведення ітераційної формули методу Ньютона

Головною характеристикою ітераційних процесів є їхня **збіжність**. Збіжність методу Ньютона оцінюється нерівністю $|x_{m+1} - x^*| \leq |x_m - x^*|^2 \cdot \frac{M_2}{m_1}$, де $M_2 = \max|f''(x)|$, $m_1 = 2\min|f'(x)|$, $x \in [a, b]$. Таку збіжність називають **квадратичною**, оскільки похибка кожного кроку обчислень є пропорційна до квадрату попередньої.

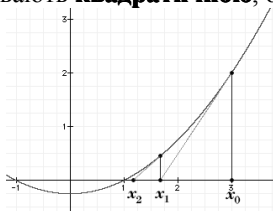


Рис. 3. Метод збігається

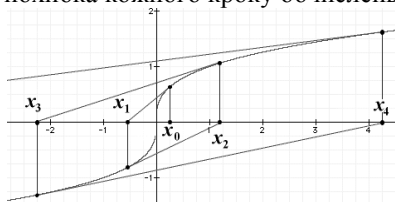


Рис. 4. Метод не збігається

Зазначимо, що поліпшення збіжності методу Ньютона, порівняно з іншими методами, досягається збільшенням витрат на виконання кожного кроку, оскільки на кожному кроці треба обчислювати не тільки значення функції $f(x)$, але й значення її похідної $f'(x)$.

Щоб позбутися необхідності обчислювати похідну на кожному кроці, використовують **модифікований метод Ньютона**, у якому похідну обчислюють тільки один раз:
$$x_{m+1} = x_m - \frac{f(x_m)}{f'(x_0)} . \quad (3)$$

Цей метод можна також вважати методом релаксацій із параметром $\tau = -1/f'(x_0)$. Його збіжність є лінійною.

Можна довести, що початкове наближення x_0 для початку ітераційного процесу необхідно обирати таким, щоб виконувалась умова $f(x_0) * f''(x_0) > 0$. В іншому випадку ітерації методу Ньютона можуть і не збігатись до розв'язку.

Алгоритм методу Ньютона

Якщо локалізовано проміжок $[a, b]$, на якому розташований корінь рівняння (1), його уточнюємо алгоритмом Ньютона, який програмуємо так:

В **описовій** частині консольної програми описуємо:

1. Три функції дійсного типу від аргументу x з іменами f , fp і $f2p$, які, для заданого значення x , обчислюють, відповідно: значення функції f , її першу та другу похідні.
2. Змінні дійсного типу: a , b , точність обчислення кореня Eps , робочі змінні x , D , Dx .
3. Змінні цілого типу: i – параметр циклу; $Kmax$ – максималь-но допустиму кількість ітерацій.

У **виконуваний** частині цієї програми:

1. Вводимо межі a , b проміжку локалізації кореня, значення точності Eps та кількості ітерацій $Kmax$.
2. Надаємо змінній x значення b .
3. Якщо $f(x) * f2p(x) < 0$, то надаємо змінній x значення a , інакше – переходимо до кроку 6;
4. Якщо $f(x) * f2p(x) > 0$, – переходимо до кроку 6, інакше
5. Виводимо на екран повідомлення: “**Для заданого рівняння збіжність методу Ньютона не гарантується**” і потім:
6. Починаємо цикл по i від 1 до $Kmax$, у тілі якого:
 - обчислюємо $Dx = f(x) / fp(x)$;
 - виконуємо ітерацію Ньютона: $x = x - Dx$;
 - якщо **модуль** значення Dx є більшим за Eps – продовжуємо виконувати цей ітераційний цикл, якщо – ні, то:
 - виводимо на екран шукане наближене значення кореня x ;
 - завершуємо роботу програми.
7. У випадку успішного завершення цього циклу, тобто, якщо корінь не знайдено, виводимо повідомлення: “**За задану кількість ітерацій корінь з точністю Eps не знайдено**”.
8. Завершуємо роботу програми.

Примітка: Значення виразів для першої та другої похідних можна обчислити “вручну” за правилами математичного аналізу. Програма буде універсальнішою, якщо похідні знаходити чисельно.

Першу похідну визначають за означенням похідної: $fp(x) = (f(x + D) - f(x)) / D$.

Другу похідну визначають одним із двох способів:

- аналогічно до першої: $f2p(x) = (fp(x + D) - fp(x)) / D$, або
- за чисельною триточковою формулою: $f2p(x) = (f(x + D) + f(x - D) - 2 * f(x)) / D^2$.

Значення D доцільно обирати таким: $D = Eps / 100.0$.

Після кожного оператора виведення на екран повідомлень чи результату необхідно затримувати зображення екрана, наприклад, оператором **Console.ReadLine()** ;.

4. Захистити алгоритм і програму методу Ньютона.

Додаткове завдання:

Дослідити форматове виведення на текстовий екран дійсного числа:

```
using System;
namespace Float2String
{
    class Class1
    {
        [STAThread]
        static void Main(string[] args)
        { double d = 3.1415926;
          Console.WriteLine("{0}", d); // 3,1415926
          Console.WriteLine("{0:F2}", d); // 3,14
          Console.WriteLine(string.Format("{0}", d)); // 3,1415926
          Console.WriteLine(string.Format("{0:F3}", d)); // 3,142
          Console.WriteLine(d.ToString("F2")); // 3,14
          Console.WriteLine(d.ToString("E")); // 3,141593E+000
          Console.WriteLine(d.ToString("C")); // 3,14 грн.
          Console.WriteLine(d.ToString("G")); // 3,1415926
          Console.WriteLine(d.ToString("R")); // 3,1415926
          Console.ReadLine();
        }
    }
}
```