Overview of conventional TTS

Sian-Yi Chen

Advisors: Tay-Jyi Lin and Chingwei Yeh

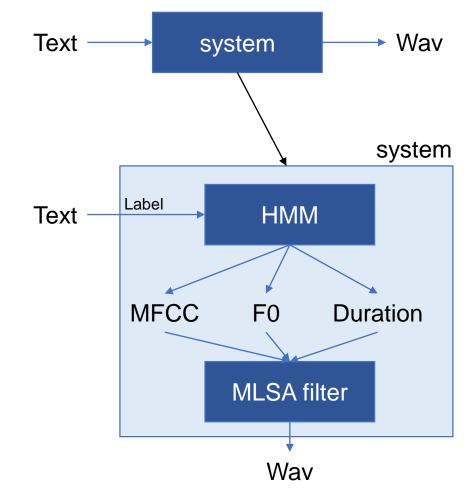
Outline

- 傳統 TTS 合成架構
 - Context-dependent Label
 - Conversion Process of Text-to-Label
 - Letter to Sound Rules
- HMM訓練架構
 - Hidden Markov Model (HMM)介紹
 - 訓練HMM模型
- 単音素HMM
- 三音素HMM
- 利用決策樹取得最佳參數
- 使用濾波器進行合成

■傳統 TTS 合成架構

傳統 TTS: statistical parametric synthesis 統計參數合成 [1] TTS (text-to-speech) 目標為輸入文字,輸出音檔系統中主要使用 HMM (Hidden Markov Model) 預測出 3 個參數,並將這些參數使用 MLSA 濾波器合成語音。

- MFCC:梅爾倒頻譜係數,一種用於描述人類聲道形狀的特徵。
- F0:基頻,一發聲體發出聲音的時候,聲音可以分解成許多單純的正弦波,其中頻率最低的就是基音,其他較高的頻率都叫做泛音,主要用於描述音高、音色。
- Duration:決定一單位(音素)的時間長度。



[1] H. Zen, K. Tokuda and A. W. Black, "Statistical parametric speech synthesis," speech communication, Vol. 51, pp.1039-1064, 2009.

Context-dependent Label

上下文標籤:輸入一段文字,解析語句中的音素、音節、詞性...等關係。

以第一個音素(ao)為例,標籤會將前音素 - 當前音素 + 後音素列為一組標籤 (sil-ao+th), 其中sil為silence, 後面緊接解析出句子的關係,關係如下:

- 音素:以當前音素為主的前後音素是什麼?他們在音節中的什麼位置?...等
- 音節:該音節是否有包含重音?包含幾個音素?...等
- 詞性:

根據個別包含三個音素的單詞的詞性、在句中的位置...等

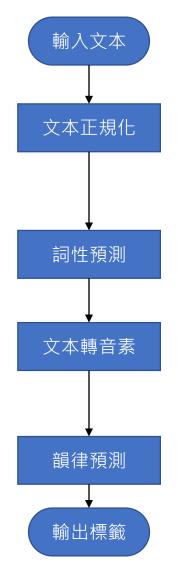
標籤格式: 音素之間的關係、音節、詞性...等

第一個標籤: sil-ao+th ...
第三個標籤: ao-th+er ...
第三個標籤: th-er+ah ...
章素 ao th er ah v

以Author為例的上下文音素標籤

句子拆分至音素

Conversion Process of Text-to-Label



通常為一句話, ex: Author of the danger trail

- 清除 Punctuation:刪除標點符號或特殊符號
- Tokenization (標記化):可以透過正規表達式將一句話拆分成單詞
- 刪除 stop words:刪除功能/停用詞(虛詞),像是is、the、at、on…等
- Lemmatize/ Stemming: 詞形還原/詞幹提取,如右
- Other:刪除網址、HTML標籤、表情符號...等

Lemmatize:將以下兩個字還原成原本的樣子amuse

- amused
- amusing

Stemming:以下四個字取出詞幹univers

- university
- universal
- universities
- universe

Lemmatize/ Stemming:詞形還原/詞幹提取

使用HMM標記詞性 [2]

使用字典查詢單詞對應到的音素,通常字典中包含三個部分[2]

- addenda(由手動添加單詞組成)
- compiled lexicon(已預先編譯好的字典)
- 使用letter to sound rules(字母到聲音的規則)處理上述2個都查找不到單詞的情況

使用ToBI標記韻律 [2]:透過定義各種基頻 (F0)的聲調來標記韻律,如右下圖所示

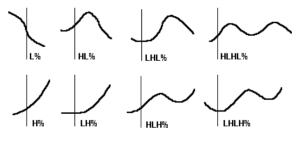


圖 3. IP 的八個邊界音的 f0 輪廓示意圖

Letter to Sound Rules

在單詞轉換到音素的過程中,無法保證將字典包括所有單詞,因此使用Letter to Sound Rules (LTS)規則來解決這個問題。

LTS模型建立步驟 [3]

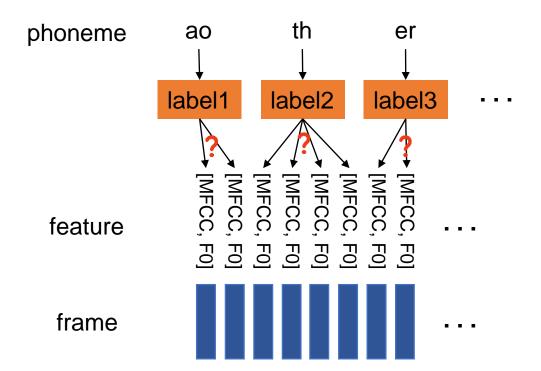
- 1. 選擇字典並預先處理成合適的訓練集
 - 刪除四個字母以下的短詞,因為這些單詞通常是功能詞(虛詞),並很常包含縮寫,縮寫通常與它的發音不會有關係
 - 刪除所有非內容詞,因為要預測的詞通常不是常見的詞,並且他們通常具有標準的發音。
 - 將字典中每10個單詞就拆分成訓練和測試資料。
- 2. 定義一組允許的字母與音素配對
 - 一個單詞中的字母數量和發音中的音素數量通常不是一對一的配對,可能0個、1個,甚至多個,因此加入了epsilon來幫助對齊。
 - " epsilon : Almost all letters can in some context correspond to no phone."
- 3. 建立每個字母/音素對的機率
 - 標記初訓練集中所有字母與音素的對齊方式,並計算所有對應的機率。
 - 若以C這個字母為例,列出所有可能的發音方式,C:_epsilon_k ch s sh t-s
- 4. 將字母與一組相等的音素/_epsilons_對齊
 - 利用DTW將字母與音素做初始化對齊,並在最有可能的位置插入epsilon。
 - 做完初始化對齊就利用EM (maximization)演算法進行迭代代直至收斂,例如在CMU字典上需要5次迭代。
- 5. 構建用於根據字母(和上下文)預測電話的 CART 模型
 - 給定上下文(如每邊3個)的情況下訓練了CART樹。

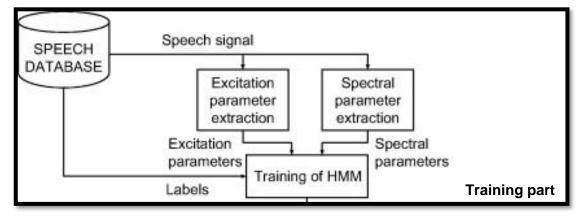
[3] A. W. Black, K. Lenzo and V. Pagel, "Issues in building general letter to sound rules," in *Proc. ISCA SSW*, 1998.

HMM訓練流程與目的

Database中包含語音與文本,其中語音用於提取聲學特徵 (MFCC與F0),而文本則轉換成包含上下文內容的標籤。

目標是將標籤標記於聲學特徵上,並透過訓練HMM預測模型得到一個標籤對應到幾個聲學特徵。





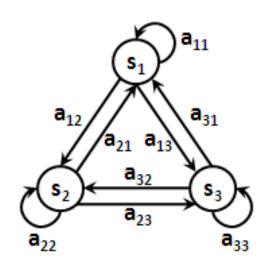
HMM訓練流程

Hidden Markov Model (HMM)

Markov Model:選一個狀態作為起點,然後沿著邊隨意走 訪任何一個狀態,會一直走並沿途累計從起點該點的機率。

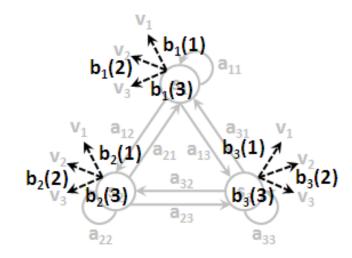
S (狀態) = {S₁, S₂, S₃}
A (轉移機率) =
$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

□ (起始機率) = 可以取任一點作為起點,機率總和為1



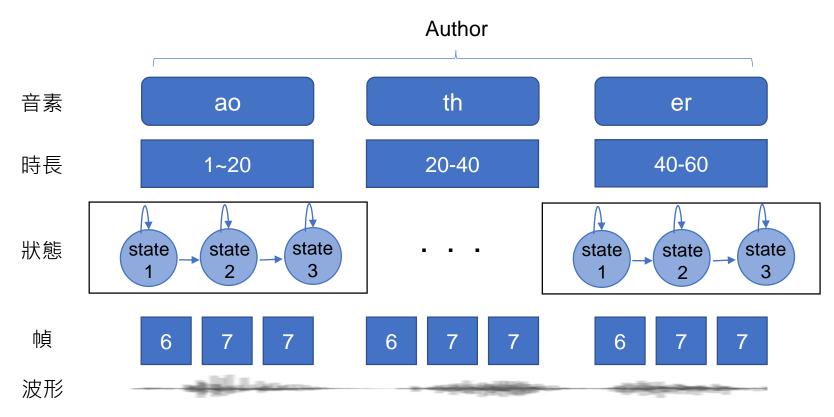
Hidden Markov Model:隱藏馬可夫模型添加了新的要素,每造訪一個狀態就會出現一個新的值 (v),而每一個新出現的值都有不同的機率 (b)。

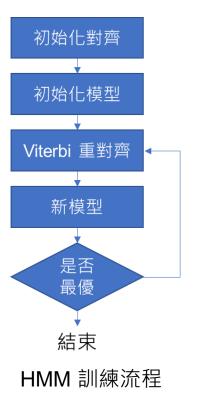
舉例來說今天有一位醫生要判斷病人是健康的還是發燒,病人只會回答正常 (S_1) 、頭暈 (S_2) 、冷 (S_3) ,醫生要從這3個答案中判斷是否發燒,是否發燒就是隱藏狀態(無法直接觀察到);發燒(v)的機率(b)。



HMM模型初始化對齊

單詞可以透過CMU發聲字典轉換成音素,但一開始不知道一段語音的哪些幀對應哪些狀態,因此進行**初始化對齊**,也就是將一段時長平均分配,假設 author 這個詞發聲 1.5 秒,若一個 frame 長 25ms,一次移動 25ms,則可以得到 60 個frame,也就是 "ao"、"th"、"er" 每個音素各對應至 20 個 frame,每個音素又由 3 個狀態所組成,因此每個狀態分配到 6 或 7 個 frame。





音素對齊frame示意圖

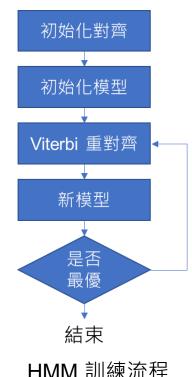
■HMM 初始化模型

輸入:觀察序列 O=[o₁, o₂, ..., oړ] (X個frame的MFCC特徵)

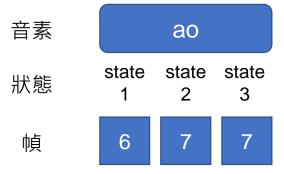
輸出:通過模型計算每一 frame 對於 "ao" 這個音素的某一狀態 (3狀態) 的機率

HMM模型 λ=(A,B,Π)

- A是狀態轉移機率的矩陣,決定狀態序列
- B是觀測狀態生成機率的矩陣,決定觀察序列
- □是隱藏狀態的初始機率分佈
- 初始化完就可得到轉移機率 A,計算轉移次數 (狀態1->狀態1,狀態1->狀態2),轉移 次數/總轉移次數 = 轉移機率
- 初始機率分佈 Π:HMM 模型是從左到右的模型,一開始在狀態1的機率為100%, 所以此參數可忽略
- 狀態生成機率 B:一個狀態對應一個HMM模型,一個狀態又對應好幾個frame,所以 好幾個frame對應一個HMM模型,初始化後,可得知狀態1對應6個frame,因此可以 透過此計算狀態1的HMM模型 (單高斯模型),求得平均值和變異數。



HMM 訓練流程



音素對應至frame

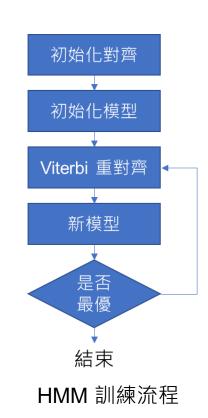
■HMM 新模型

重新對齊

- 初始化結束需要重新對齊,使用viterbi動態規劃演算法,用於尋找最有可能產生觀測事件序列的維特比路徑(隱含狀態序列)。
- 根據初始化模型來計算,記錄每個時刻與每個可能狀態之間的最優路徑機率,並同時記錄最優路徑的前一個狀態,不斷向後反覆運算,找出最後一個時間點的最大機率值對應的狀態。

反覆運算

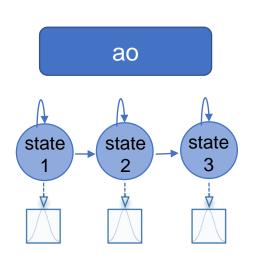
- 透過重新對齊可以得到新的轉移機率和生成機率,就可以進行下一次的對齊, 尋找新的最優路徑,得到新的對齊,新的對齊繼續改變轉移機率和生成機率。
- 如此迴圈反覆運算直到收斂,則**HMM**模型訓練完成。
- 反覆運算次數可以透過設定固定的迴圈數,也可以藉由觀察似然 (某件事發生的機率) 的變化,如果變化不大就結束。



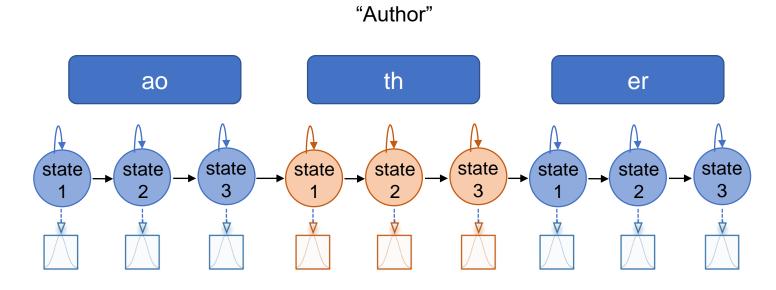
Utterance HMM

給定一個單詞並透過CMU發聲字典轉換成音素,然後將每個音素的HMM拼接起來就可以得到這個詞的HMM,同理,我們將很多詞的HMM連接起來就可以得到一個句子的HMM。

對於每個音素,通常使用三個狀態的HMM去建模,而三個狀態分別為起始音、持續音、結束音。



音素ao的HMM模型

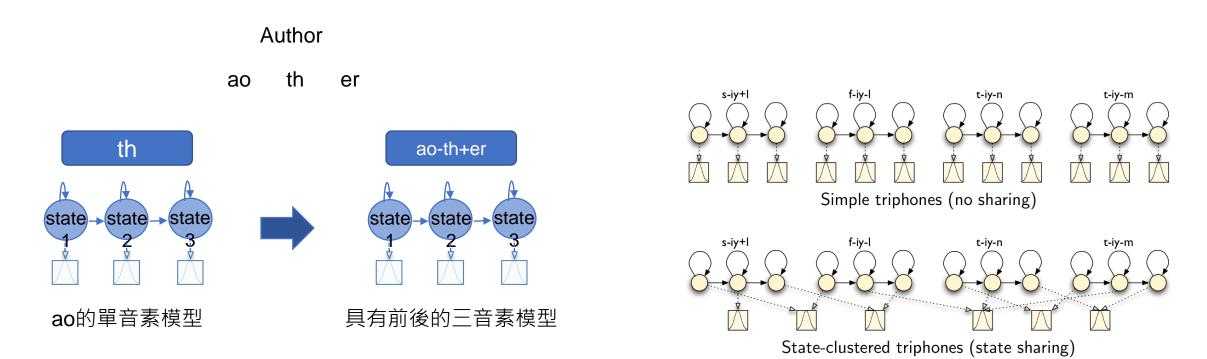


Author的HMM模型

■三音素 HMM 模型

一句話或是一個詞中的音素,常常不是獨立發音,而是會隨著前後音素的改變也跟著改變發音。 因此需要考慮上下文進行建模,一般考慮前、中、後的音素為一組。

假設現有3個音素,從單音素模型變成三音素模型時,HMM模型數量會成指數性成長,因此使用狀態綁定的方法來解決這個問題,狀態綁定就是讓具有相似特徵的一些狀態共用同一組模型參數,這樣就可以有效減少模型參數的數量。



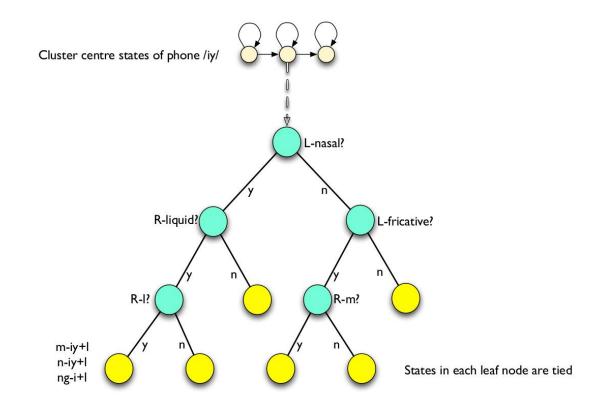
■使用問題集進行聚類

讓具有相似特徵的一些狀態共用同一組模型參數就稱為聚類。

通常使用語音決策樹(Phonetic Decision Tree)演算法,這是一種由上往下(分裂),並不斷的分為兩類。剛開始同一個音素的所有triphone都在根節點,然後每個節點都會根據問題進行分類,常見的問題如下:

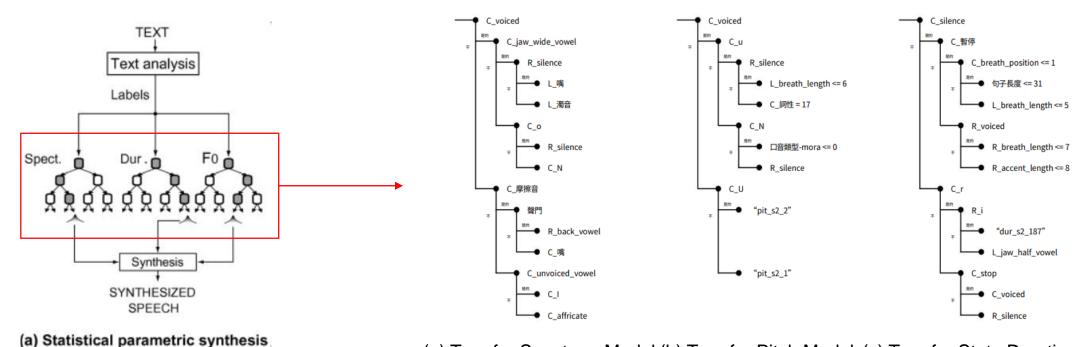
- 左邊是不是一個鼻音?
- 右邊是不是摩擦音?

目標是找到一個問題將一大堆HMM模型分成兩類。



▋頻譜、基頻、持續時間各別使用決策樹聚類

訓練完三音素模型,會得到很多HMM模型,因為三個係數(MFCC、F0、持續時間)都有各自的上下文關係,因此我們個別使用決策樹進行聚類,最後得到以下的三個樹,並可以得到三個參數的最優解。



(a) Tree for Spectrum Model (b) Tree for Pitch Model (c) Tree for State Duration Model

Examples of decision trees [2]

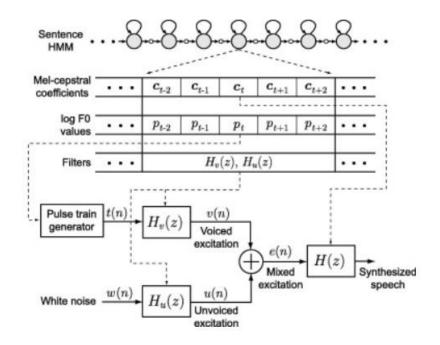
[2] T. Yoshimura, K. Tokuda, T. Masukoy, T. Kobayashi and T. Kitamura, "Simultaneous modeling of spectrum, pitch and duration in HMM-based speech synthesis," in *Proc Eurospeech*, 1999, pp. 2347–2350.

■使用濾波器進行合成

最後根據決策樹各別取得三種最佳參數,並輸入濾波器進行合成。

目的為將參數透過濾波器轉換回聲音,它透過簡單週期的脈衝序列或是白噪聲激勵通過濾波器達成轉換。

- 單週期脈衝序列對應到濁音,也就是人類聲帶振動發出的聲音。
- 白噪聲對應到清音,聲帶不震動發出的氣音。



HMM-based excitation scheme [1]

[1] H. Zen, K. Tokuda and A. W. Black, "Statistical parametric speech synthesis," speech communication, Vol. 51, pp.1039-1064, 2009.

附錄

▶上下文標籤格式

完整上下文標籤:

sil^sil-ao+th=er@1_2/A:0_0_0/B:1-1-2@1-2&1-7#1-4\$1-3!0-2;0-

4|ao/C:0+0+1/D:0_0/E:content+2@1+5&1+2#0+3/F:in_1/G:0_0/H:7=5@1=2|L-L%/I:7=3/J:14+8-2 所有特殊位元皆為固定格式的連接用符號,無意義

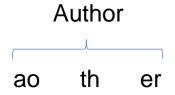
可以看到除了 p1~p7 總共分為 9 種關係,各類所代表的物理意義可參照下一頁每一種顏色對應其關係

格式:

- 1. p1^p2-p3+p4=p5@p6_p7
- 2. /A:a1_a2
- 3. /B:b1-b2@b3-b4&b5-b6#b7-b8!b9-b10|b11
- 4. /C:c1+c2
- 5. /D:d1_d2
- 6. /E:e1+e2@e3+e4
- 7. /F:f1_f2 /G:g1_g2
- 8. /H:h1=h2@h3=h4
- 9. /l:i1_i2
- 10. /J: j1+ j2- j3

■生成上下文標籤

範例句子: Author of the danger trail



第一個標籤

持續時間 x^x-(sil-sil=ao 其餘資訊 狀態一 開頭沒有聲音, sil(靜音)

第二個標籤

持續時間 x^x-sil+sil=ao 其餘資訊 狀態二

:

第六個標籤



標籤格式(音素、音節、單詞語、短語、句子之間的關係)

2050000 2400000 sil^sil-ao+th=er@1 2/A:0 0 0/B:1-1-2@1-2&1-7#1-4\$1-3!0-2:0-

4|ac/C:0+0+1/D:0_0/E:content+2@1+5&1+2#0+3/F:in_1/G:0_0/H:7=5@1=2|L-L%/1:7=3/J:14+8-2

前後音素、該音素在音節中的位置

前一個音節是否為重音、音素數量

當前音節重音、音素數量、在單詞中的位置、在短語中的位置...等

下一個音節是否為重音、音素數量

前一個單詞詞性、音節數量

當前單詞詞性、音節數量、在短語中的位置、單詞數量、距離...等

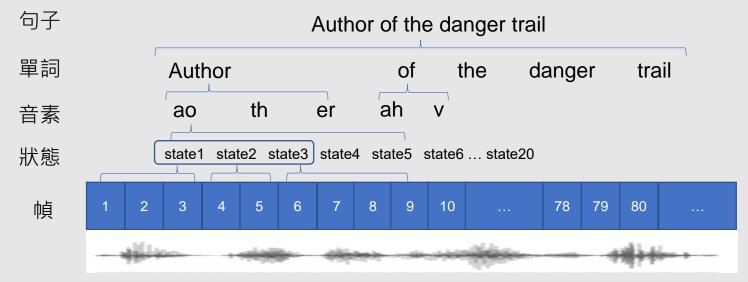
下一個單詞詞性、音節數量

前一個短語中的音節數量、單詞數量

當前短語中的音節數量、單詞數量、在語句中的位置

下一個短語中的音節數量、單詞數量

此話語中的音節、單詞、短語數量



HMM 以5個狀態對齊示意圖

HMM 定義與三問題

HMM模型做了兩個很重要的假設如下(定義)

- 1) 任意時刻的隱藏狀態只依賴於它的前一個隱藏狀態
- 2) 觀測獨立性假設。任意時刻的觀察狀態只依賴當前時刻的隱藏狀態

HMM 三個基本問題

- 1) 評估觀察序列 (ex: MFCC特徵) 機率
 - 即給定模型λ·計算在模型λ下觀測序列O出現的概率P·使用前向後向演算法
- 2)模型參數學習問題
 - 即給定觀測序列O,估計模型λ=(A,B,Π)的參數,使該模型下觀測序列的條件概率P(O|λ)最大,使用EM演算法
- 3)預測問題,也稱為解碼問題
 - 即給定模型λ=(A,B,Π)和觀測序列O,求給定觀測序列條件下,最可能出現的對應的狀態序列,使用viterbi 演算法

一、字母:

字母 26 個 母音 (a e l o u) 輔音 剩下21個

| 音素 | 分类 | 数量 | 示例 |
|---------|-----|------|------------|
| | | 48 个 | 全部音标 |
| 元音(音素) | 单元音 | 12 个 | [i:]、[3:]等 |
| | 双元音 | 8个 | [ei]、[ai]等 |
| 辅音(音素)— | 清辅音 | 12 个 | [p]、[t]等 |
| | 浊辅音 | 16 个 | [b]、[d]等 |

二、音素(48=20+28)

音素是從音質角度劃分的最小的語音單位,從發音特徵上可分為兩類,即母音(也叫母音)音素和輔音(也叫子音)音素 英語中共有48個音素,其中母音20個,輔音28個。

字母是組成單詞的最小單位;音素是指字母在單詞中的讀音

blackboard只有b-l-a-ck-b-oar-d七個音素

用音標表示它們即[b] [l] [æ] [k] [b] [ɔ:] [d]

三、音標:

音標是**記錄音素的符號**,是音素的標寫符號。**它的制定原則**是:一個音素只用一個音標表示,而**一個音標並不只表示一個音素** (雙母音就是由2個音素組成的,相對於單母音來說。由2個音素構成的音標我們稱之為雙母音)

注意:音標≠音素,音素是音,音標是符號。

四、音節

母音音素特別響亮,一個母音音素可構成一個音節,一個母音音素和一個或幾個輔音音素結合也可以構成一個音節。一般說來,母音音素可以單獨構成音節。

輔音音素不響亮,一般不能單獨構成音節。但英語輔音音素中有 4 個輔音[m],[n],[ng],[l]是響音,它們和輔音音素結合,也可構成音節。它們構成的音節往往出現在詞尾,一般是非重讀音節。

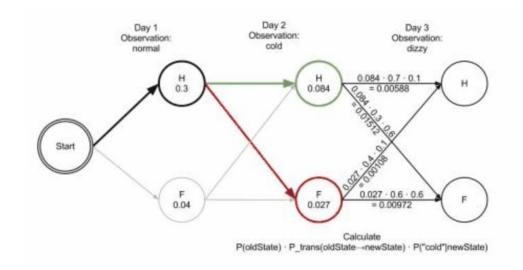
■Viterbi演算法概念

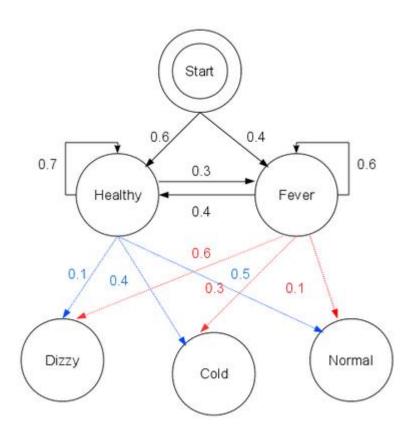
Viterbi是一種動態規劃演算法。它用於尋找最有可能產生觀測事件序列的路徑, 以及其機率。

今天有一位醫生要判斷病人是健康的還是發燒,病人只會回答正常、頭暈、冷,醫生要從這3個答案中判斷是否發燒,是否發燒就是隱藏狀態(無法直接觀察到)右圖為病人各狀態的機率:

- 當天健康的病人隔天只會有30%的機率會發燒
- 如果病人是健康的會有50%的機率覺得正常
- 如果病人發燒了會有60%的機率覺得頭暈

病人連續看醫生3天,得以下結果:[正常、冷、頭暈] 根據viterbi演算法可以計算出3天的狀態分別是:[健康、健康、發燒]



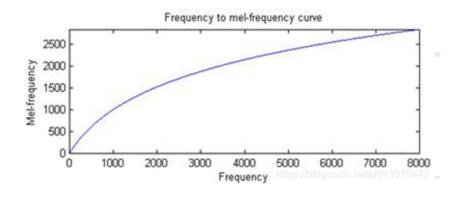


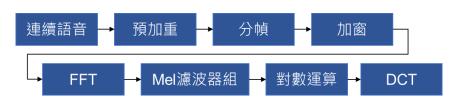
■提取MFCC

梅爾到頻譜係數(MFCC) 是在Mel刻度頻率域提取出來的倒譜參數,Mel描述了人耳頻率的非線性特性 右圖展示Mel頻率與線性頻率的關係

- 預加重:通過一個高通濾波器,用來補償高頻
- 梅爾刻度濾波器過濾・將訊號進行一個平滑・分成幾個子帶。 一般有兩種
 - 1. 三角帶通濾波器
 - 2. 高度的梅爾濾波
- 對數能量:計算每個濾波器組輸出的對數能量,即子帶能量

MFCC的物理含義就是將語音物理資訊(頻譜包絡和細節)進行編碼運算得到的一組特徵向量,表示訊號頻譜的能量在不同頻率區間的分佈。





■提取FO

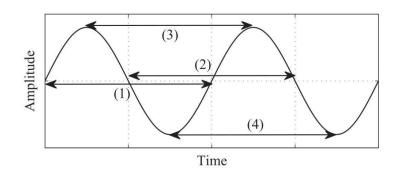
提取一幀聲音基頻的方法,大致可以分為**時域法**和**頻域法**。

- **時域法以聲音的波形為輸入**,其基本原理是**尋找波形的最小正週期**。當然,實際訊號的週期性只能是 折似的。
- 頻域法則會先對訊號做傅裡葉變換,得到頻譜(僅取幅度譜,捨棄相位譜)。頻譜上在基頻的整數倍 處會有尖峰,頻域法的基本原理就是要求出這些尖峰頻率的最大公約數

提取F0的演算法:

DIO (時域法)

通過低通濾波器對原始訊號進行基頻的提取,具體流程是取4個 週期計算標準差,並選最低的作為基頻



YIN (時域法)

時域法的基本原理是尋找波形的最小正週期。換句話說,就是看訊號平移多少後,與原訊號的重合度最高。

「重合度」有兩種定量衡量的方法,可以使用乘法的方式,亦可用減法的方式 YIN 演算法的名稱取自「陰陽」之「陰」,它表明演算法的核心思想是在差函數上尋找「穀值」,而不是在自相關函數上尋找「峰值」。

■動態特徵

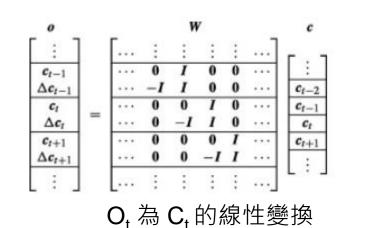
動態特徵為聲學特徵在相鄰幀間的變化情況。

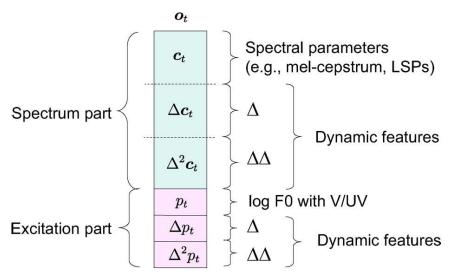
透過HMM生成每個狀態的最有可能的觀測值,它只有考慮統計參數最有可能的觀測值,也就是該狀態的高斯分佈均值,但這種方式生成出來的參數會有明顯的分段,因此合成出來的音檔會不自然,因此引入動態特徵後可以有效改善此問題,讓合成出來的音檔平滑化。

O_t:狀態輸出向量 C_t: M維靜態特徵 ΔCt:一街動態特徵

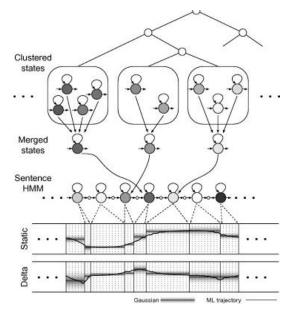
W:是一個將動態特徵附加到

c的(單位、零)矩陣





Feature vector [2]



動態特徵的影響,使軌跡變平滑

[2] T. Yoshimura, K. Tokuda, T. Masukoy, T. Kobayashi and T. Kitamura, "Simultaneous modeling of spectrum, pitch and duration in HMM-based speech synthesis," in *Proc Eurospeech*, 1999, pp. 2347–2350.

■似然函數

似然估計提供了一種給定觀察資料來評估模型參數的方法 若有一函數: $P(x|\theta)$ 輸入有兩個:x表示某一個具體的資料; θ 表示模型的參數

- 如果 θ 是已知確定的, x 是變數,這個函數叫做**概率函數(probability function)**,它描述對於不同的樣本點 x ,其出現概率是多少。
- 如果 x 是已知確定的, θ 是變數,這個函數叫做**似然函數**(likelihood function), 它描述對於不同的模型參數,出現 x 這個樣本點的概率是多少。

假設一三音素模型基於多元單高斯分佈,則可以計算出它的平均值和變異數,接著就可以套用右圖的公式計算出該模型在高斯上的似然值。

Log-likelihood for diagonal covariance Gaussian:

$$L(S) = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^{m} \left[\sum_{k=1}^{N} \log(2\pi\sigma_k^2) + \sum_{k=1}^{N} \frac{(x_{ik} - \mu_k)^2}{\sigma_k^2} \right]$$
$$= -\frac{1}{2} \left[m \sum_{k=1}^{N} \log(2\pi\sigma_k^2) + m \sum_{k=1}^{N} \frac{\sigma_k^2}{\sigma_k^2} \right]$$
$$= -\frac{1}{2} \left[mN(1 + \log(2\pi)) + m \sum_{k=1}^{N} \log(\sigma_k^2) \right].$$

對所有資料計算似然值,並取 log

■最佳的分裂問題

- 假設使用某一個問題可以將某一節點所對應的特徵分為兩部分 (I 和 r),則根據分裂前和分裂後的似然變化去做判斷,下圖第一個公式為分裂後的似然和 L(S_I)+L(S_r),另外扣掉分裂前似然 L(S),如果算出來的值越大,則代表兩數據之間差距越大,則代表這個問題越好。
- 最佳分裂問題(公式二)為分裂前和分裂後的似然變化的簡化, L(S_I)+L(S_I)-L(S)

Log-likelihood difference:

$$L(S_l) + L(S_r) = -\frac{1}{2}mN(1 + \log(2\pi)) - \frac{1}{2} \left[m_l \sum_{k=1}^{N} \log(\sigma_{lk}^2) + m_r \sum_{k=1}^{N} \log(\sigma_{rk}^2) \right].$$

Best question:

$$\begin{split} q^* &= \mathrm{argmin} \bigg[m_l \sum_{k=1}^N \log(\sigma_{lk}^2) + m_r \sum_{k=1}^N \log(\sigma_{rk}^2) \bigg], \\ \text{with} \quad \sigma_{lk}^2 &= \frac{1}{m_l} \sum_{x \in S_l} x_k^2 - \frac{1}{m_l^2} (\sum_{x \in S_l} x_k)^2 \\ \sigma_{rk}^2 &= \frac{1}{m_r} \sum_{x \in S_r} x_k^2 - \frac{1}{m_r^2} (\sum_{x \in S_r} x_k)^2. \end{split}$$

■參數生成演算法

目標是在給定高斯分佈序列的前提下,計算出具有最大似然函數的語音參數序列。 最大似然估計方法是在近似無限多種模型參數中,想辦法導出最有可能產生與真實觀察到的資訊一樣的結果模型參數。

計算高斯分佈 (常態分佈) 需要有平均數與標準差。

目標找到一個 μ (平均數) 與 σ (標準差),使目標樣本資訊代入時,使下方的概似函數值最大化

$$f(x | \mu) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

$$f(x_1, x_2 | \mu) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x_1-\mu)^2}{2\sigma^2}} * \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x_2-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

$$f(x_1, x_2, ... x_n | \mu) = \prod_{i=1}^{n} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x_i-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$
概似函數