数值计算报告02

张楚明 18342125 软工四班

1. **题目描述:**

对递增的2个数据1920.03和1945.81尝试用各种不同函数、公式或方法进行插值建模，进行外插值/外推计算，以求出该递增2数据的下一个数据（也即第3个数据）是多少？（注意: 外插值/外推无唯一答案，但该第3个数据理论上大 于2019.79）

1. **解题思路**

**1.外推,由于数据点精度不高,所以外插误差较大**

**(1)拉格朗日插值**

设两点为(0, 1920.03), (1, 1945.81).

则由拉格朗日插值公式,其中, 得:

由外推将x = 2代入上式的得1971.59 < 2019.79

**(2)牛顿插值**

设两点为(0, 1920.03), (1, 1945.81).

则由牛顿插值公式,其中, 得:

由外推将x = 2代入上式的得1971.59 < 2019.79

**(3)三次样条插值**

设两点为(0, 1920.03), (1, 1945.81).

根据三次样条的推导可得

又由方程组

可解得

将上述结果代入

得,

将x=2代入得=1971.59 < 2019.79

**2.外推,由于数据点精度不高,宜采用外推方法算得第三个数据点**

**(1).最小二乘拟合**

设两点为(0, 1920.03), (1, 1945.81), 数据点满足方程y = Ax + B, 可得正规方程:

将两个已知数据点代入上述正规方程可得

解得A = 25.78, B = 1920, 所以方程为y = 25.78x+1920

将x = 2代入上述方程得 < 2019.79

**(2)幂函数拟合**

设两点为(1, 1920.03), (2, 1945.81), 数据点满足方程y = A, 又因为A满足方程:

1. 设M = 2,将已知数据点代入上式可得A = 1940.65,则方程为y = 1940.65. 将x = 3代入得 > 2019.79
2. 设M = 3,将已知数据点代入上式可得A = 1943.03,则方程为y = 1943.03. 将x = 3代入得 > 2019.79

**(3) y = C拟合**

设两点为(0, 1920.03), (1, 1945.81), 将y = C线性变换为

ln(y) = Ax + ln(C), 并且令X = x, Y = ln(y), C = , 得 Y = AX + B, 可得正规方程:

将两点(0, ln(1920.03)), (1, ln(1945.81))代入上述正规方程可得

解得A = 0.0133, B = 7.5601, 得C = , 所以y =

将x = 2代入上述方程得 < 2019.79

**(4) y =**

设两点为(1, 1920.03), (2, 1945.81), 将y = 线性变换为

y = A+ B 并且令X = , Y = y, 得 Y = AX + B, 可得正规方程:

将两点(1, 1920.03), (, 1945.81),代入上述正规方程可得

解得A = -51.52, B = 1971.56, 所以方程为y = -51.52+ 1971.56

将x = 3代入上述方程得 < 2019.79

**(5) y =**

设两点为(0, 1920.03), (1, 1945.81), 将y = , 线性变换为

y = 并且令X = xy, Y = y, C = , D = , 得 Y = AX + B, 可得正规方程:

将两点(0, 1920.03), (, 1945.81),代入上述正规方程可得

解得A = 0.013, B = 1920.03, 得C = -75.48, D = -144919.07 所以方程为y =

将x = 2代入上述方程得 < 2019.79

**(6) y =**

设两点为(0, 1920.03), (1, 1945.81), 将y = , 线性变换为

= 并且令X = x, Y = , 得 Y = AX + B, 可得正规方程:

将两点(0, 1/1920.03), (, 1/1945.81),代入上述正规方程可得

解得A = -0.0069×, B = 0.5208×,所以方程为y =

将x = 2代入上述方程得 < 2019.79

**(7) y =**

设两点为(1, 1920.03), (2, 1945.81), 令X = , Y = y,

得 Y = AX + B, 可得正规方程:

将两点(0, 1920.03), (ln(2), 1945.81),代入上述正规方程可得

解得A = 37.19, B = 1920.03, 所以方程为y = 37.19ln(x) + 1920.03

将x = 3代入上述方程得 < 2019.79

**(8) y =**

设两点为(0, 1920.03), (1, 1945.81), 将y = 线性变换为, 令X = , Y = , 得 Y = AX + B, 可得正规方程:

将两点(0, ), (1, ),代入上述正规方程可得

解得A = -0.152×, B = 22.822×,

所以方程为y =

将x = 2代入上述方程得 < 2019.79

**(9) y =**

设两点为(1, 1920.03), (2, 1945.81), 将y =线性变换为, 令X = x, Y = , C = D = -A得 Y = AX + B, 可得正规方程:

将两点(1, ln(1920.03)), (2, )),代入上述正规方程可得

解得A = -0.68, B = 8.24, 得C = , D = 0.68

所以方程.为y =

将x = 3代入上述方程得 < 2019.79

**(10) y =**

设两点为(0, 1920.03), (1, 1945.81), 将y =

线性变换为, 令X = x, Y = , C = L = 2000, 得 Y = AX + B, 可得正规方程:

将两点(0, ), (1, ),代入上述正规方程可得

解得A = -0.402, B = -3.18 得C =

所以方程.为y =

将x = 2代入上述方程得 < 2019.79

1. **参考文献**

Numerical Methods Using MATLAB Fourth Edition (By John H. Mathews and Kurtis D. Fink)

1. **正解**

用插值方法,可得所求函数过已知两点(1, 1920.03)、(2，1945.81), (所设方程有两个未知数),拉格朗日插值\牛顿插值\多项式插值(三次样条插值)均为线性插值,由上可得并不满足条件

于是考虑高阶非线性

1. 设y = A

将两点代入上述方程得

解得

所以方程为y = -947.125

将x = 3代入得y=104.34不满足条件

题目增长要求增长率(斜率)与x正相关且大于线性,而①中斜率与x负相关,舍去

1. 设y = A

将两点代入上述方程得

解得

所以方程为y =

将x = 3代入得y=-1816.902不满足条件

题目增长要求增长率(斜率)与x正相关且大于线性,而①中斜率与x负相关,舍去

1. 设y = A

将两点代入上述方程得

解得

所以方程为y = 8.593

将x = 3代入得y=5811.648>2019.79满足条件,但是跨度太大,增长应该放缓

1. 设y = A

将两点代入上述方程得

解得

所以方程为y = 3.682

将x = 3代入得y=5848.455>2019.79满足条件,但是跨度太大,增长应该放缓

1. 设y = A

将两点代入上述方程得

解得

所以方程为y =

将x = 3代入得y=1997.37

比线性较为接近

1. 设y = A

将两点代入上述方程得

解得

所以方程为y =

将x = 3代入得y=2023.16 > 2019.79

三次以上基本满足

由上述三种形式对比可得用y = A形式得方程外推效果较好(n>=3)

特殊函数拟合(考虑增长率得问题,所以选择增长较快得指数函数),同样设较为相似方程y =

将两点代入上述方程得

解得

所以方程为y =

将x = 3代入得y=2077.57 > 2019.79满足条件