*Asignatura: Algebra Lineal – Ingeniería Informática.*

*Nombre. Paulino Esteban Bermúdez Rodríguez.*

*Laboratorio: B*

*Año 2021-2022.*

## Contenido

## Ejercicio 1.

Calcule el determinante.

Tenemos la siguiente matriz A.

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 0 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & 1 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & 5 & 6 & -7 \\ 1 & 5 & 2 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

Al ser una matriz cuadrada, generamos la matriz de 5x5, introduciendo los datos en las rejillas que nos da el programa.

Para calcular el determinante generamos la matriz en máxima y para calcular su determinante se ejecuta ‘determinant(%)’.

Obteniendo como resultado: -1566.

## Ejercicio 2.

Resolver el siguiente sistema.

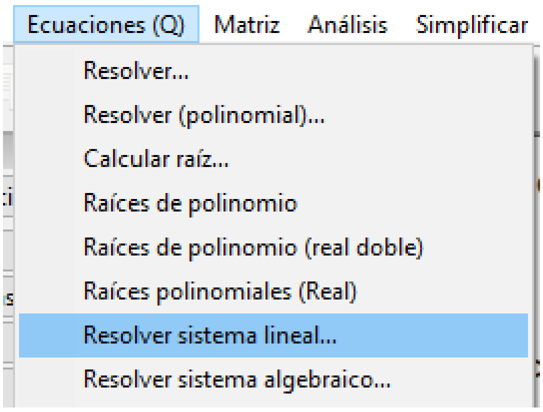
x-y+3z = 8

3x+2y-z-t=0

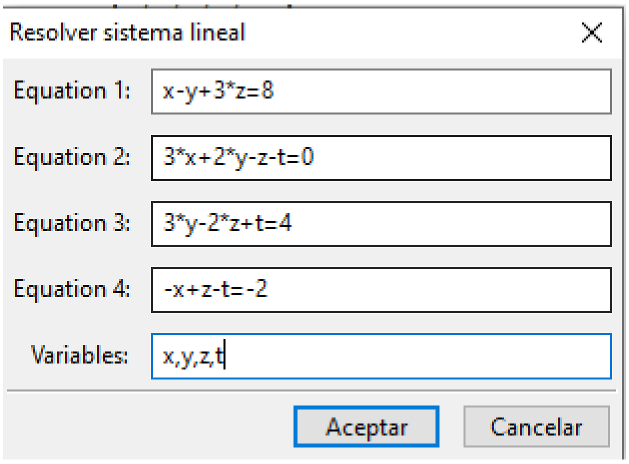
3y-2z+t=4

-x+z-t=-2

Para resolverlo, seleccionamos en el menú de Ecuaciones(Q) > Resolver sistema lineal




E introducimos el nº de ecuaciones que tenemos: 4, y rellenamos el cuadro con las ecuaciones.




Damos a Aceptar y obtendremos los resultados de las variables x,y,z y t.

(%i5) linsolve([x−y+3·z=8, 3·x+2·y−z−t=0, 3·y−2·z+t=4, −x+z−t=−2], [x,y,z,t]);

(%o5) $[x=1, y=2, z=3, t=4]$

## Ejercicio 3.

Hallar el valor o valores de ‘a’ para los que el sistema es incompatible.

Para que el sistema sea incompatible.

Introducimos al igual que en el ejercicio anterior, las ecuaciones lineales pero en este caso con el parámetro ‘a’, el sistema nos indicará las respuestas en función del parámetro.

(%i9) linsolve([x+2·y−a·z=−2, a·x+y+z=8, x+y−z=0], [x,y,z]);

(%o9) $$\left[x=\frac{8a-20}{a^2-3a}, y=-\frac{6a-10}{a^2-3a}, z=\frac{2a-10}{a^2-3a}\right]$$

Para que sea incompatible el denominador debe ser 0, por tanto, los valores para los que a lo anula son:

A=3 y a=0

Resuélvelo, si es posible para a=2.

Para ello, sustituimos el parámetro a por un 2. Obteniendo los valores de las variables x,y y z:

(%i10) /* Resolver el sist. de ec. para a=2. */
linsolve([x+2·y−2·z=−2, 2·x+y+z=8, x+y−z=0], [x,y,z]);

(%o10) $[x=2, y=1, z=3]$

## Ejercicio 4.

Comprobar si los siguientes conjuntos de vectores son linealmente independientes:

a) { (1,0,3,-2,2),(0,1,-1,2,1),(3,0,0,1,2),(0,0,0,1,3),(-1,2,0,0,0) }
b) { (1,3,2,,-1,0),(-2,-1,0,3,1),(0,5,4,1,1) }

A) Para comprobar que son linealmente independientes, debemos de crear la matriz de los vectores.

Obtenemos el rango de los vectores, que debe de ser igual al rango de la matriz. Obteninedo como resultado 5. Al haber 5 vectores concluimos que son linealmente independientes.

```
(%i13) rank(B);
(%o13) 5
```

B) Realizamos lo mismo que el apartado anterior.

Obtenemos que el rango de la matriz es 2 y tenemos 3 vectores, al ser distintos estos vectores no son linealmente independientes.

```
(%i15) rank(C);
(%o15) 2
```

## Ejercicio 5.

Dadas las siguientes aplicaciones lineales, hallar una base del núcleo y su dimensión, así como la dimensión de la imagen. ¿Alguna de ellas es inyectiva, sobreyectiva y/o biyectiva?

a) f(x,y,z,t) = (x-y,0,x-z,t)
b) f(x,y,z,t) = (x-y,0,x-z,0)
c) f(x,y,z,t) = (x-y,x+y,z+t,z-t)

a) Para resolver el ejercicio sabemos que el espacio de salida es R4 (existen 4 vectores), así que primero realizamos la matriz asociada a la aplic. Lineal aplicacamos la función nullspace para conocer la dimensión del núcleo

(%i23) nullspace(D);

(%o23) $\text{span}\left(\begin{pmatrix}1\\1\\1\\0\end{pmatrix}\right)$

También nos da la base del núcleo que sabemos que la base de llegada es R4 en este caso el resultado a sido 1, la aplicación lineal **no es inyectiva**

Ahora miramos calculamos el rango de la matriz y el cual nos sale que es 3

```
(%i18) rank(D);
(%o18) 3
```

Por lo tanto **no es sobreyectiva**. Porque no coincide con el espacio de R4

Espacio de partida = dimensión del núcleo + dimensión de la imagen

Por último, al no ser inyectiva ni sobreyectiva, no puede ser biyectiva.

b) Vemos que la dimensión del núcleo es 2

```
(%i25) /* Calculamos el nullspace de E */
nullspace(E);
```

(%o25) $\mathrm{span}\left(\begin{pmatrix}0\\0\\0\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1\\1\\1\\0\end{pmatrix}\right)$

y el rango de la imagen es dos por lo tanto no es **ni sobreyectiva ni inyectiva** porque no coincide con el espacio de llegada la imagen.

```
(%i26) /* Calculamos el rango de la matriz E */
rank(E);
(%o26) 2
```

c) Obtenemos que el núcleo será cero por lo tanto **es inyectiva** y además vemos que la imagen coincide con el espacio de llegada por lo tanto **es sobreyectiva** por lo tanto esta **aplicación lineal es biyectiva**

```
(%i28) /* Nullspace  para saber el nucleo*/
nullspace(F);
(%o28) span(?)

→ /* El nucle en este caso es cero, la solucion es la solucion trivial.
Dimension de la imagen = 4, igual que el de partida, se trata de una ap. lineal
inyectiva, sobreyectiva y al caracterizarse por tener estas dos caracteristicas es biyectiva.

(%i29) rank(E);
(%o29) 2
```

## Ejercicio 6.

Hallar las coordenadas de los vectores

u = (4,1,0)

v = (3,0,-4)

Respecto a la base.

B = { (1,0,-1), (2,1,1,), (0,0,1) }

Para hallar las coordenadas del vector û. Tomamos el siguiente sistema. Respecto de λ.

$4 = \lambda 1 + 0 - \lambda 3$

$1 = 2\ \lambda 1 + \lambda 2 + \lambda 3$

$0 = 0 + 0 + \lambda 3$

Tenemos **que λ3 = 0**. Sustituyendo en la 1ª ecuación tenemos que λ1 es

**λ1 = 4- λ3 = 4-0 = 4**

Sustuyendo en la 2ª ecuación tenemos

**λ2 =**1 – 2* λ1 – λ3 = 1-2*4-0=1-8**=-7**.

***Obteniendo las coordenadas para u respecto de b = (4,-7,0)***

```
(%i31) linsolve([x-z=4, 2·x+y+z=1, z=0], [x,y,z]);
(%o31) [x=4, y=-7, z=0]
```

Para hallar las coordenadas del vector ^v. Tomamos de igual forma los sistemas. Quedando:

$3 = \lambda 1 + 0 - \lambda 3$

$0 = 2\ \lambda 1 + \lambda 2 + \lambda 3$

$-4 = 0 + 0 + \lambda 3$

***Obteniendo las coordenadas para v respecto de b = (-1,6,-4)***

```
(%i32) linsolve([x-z=3, 2·x+y+z=0, z=-4], [x,y,z]);
(%o32) [x=-1, y=6, z=-4]
```