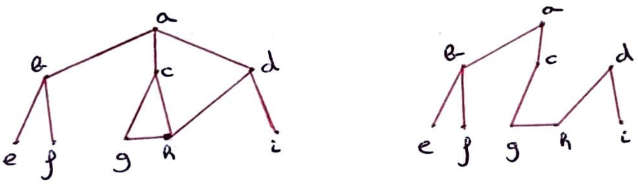
-> Ejemplo:

8. 1. Búsqueda en profundidad

~~Nota: buscar adyacencias de manera consecutiva.~~

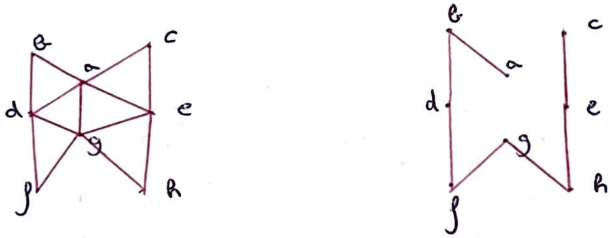
-> Ejemplo:

-> Ejemplo:



* La búsqueda en profundidad consiste en buscar adyacencias sucesivas a partir de un vértice

-> Ejemplo:

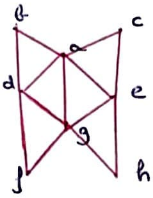


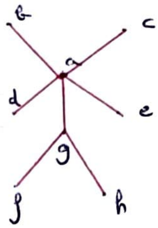
-> Ejemplo:

8. 2. Búsqueda en anchura

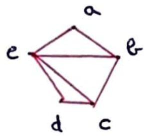
En este caso, a partir de un vértice, este se une con todos los adyacentes a él. En el siguiente paso, se selecciona el sig. vértice y se une también con todos los adyacentes, evitando ciclos.

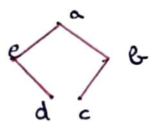
-> Ejemplo



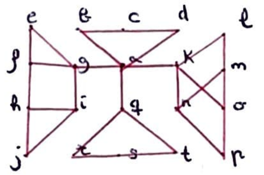


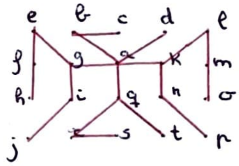
-> Ejemplo:





-> Ejemplo:



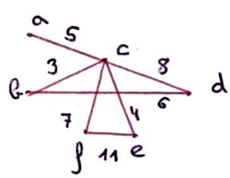


9. Redes:

Una red es un grafo ó digrafo en el que a cada arista se le asocia un número no negativo. Dicha red puede representarse por una matriz de costes (C). Si una arista no existe se representará con el símbolo ∞.

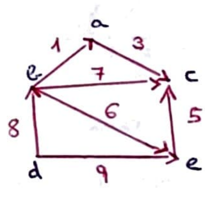
-> Ejemplo.

$$C = \begin{array}{c} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \end{array} \begin{pmatrix} 0 & \infty & 5 & \infty & \infty & \infty \\ \infty & 0 & 3 & 6 & \infty & \infty \\ 5 & 3 & 0 & 8 & 4 & 7 \\ \infty & 6 & 8 & 0 & \infty & \infty \\ \infty & \infty & 4 & \infty & 0 & 11 \\ \infty & \infty & 7 & \infty & 11 & 0 \end{pmatrix}$$



-> Ejemplo:

$$C = \begin{array}{c|ccccc} & a & b & c & d & e \\ \hline a & 0 & \infty & 3 & \infty & \infty \\ b & 1 & 0 & 7 & \infty & 6 \\ c & \infty & \infty & 0 & \infty & \infty \\ d & \infty & 8 & \infty & 0 & 9 \\ e & \infty & \infty & 5 & \infty & 0 \end{array}$$



10. Árboles generadores minimales:

En este punto estudiaremos como obtener el árbol de expansión de una red con un coste mínimo. Se trata de mantener todos los vértices conectados entre sí, sin ciclos y con el coste más reducido posible.

Para conseguir el árbol generador minimal utilizaremos dos algoritmos: el de Prim y el de Kruskal.

10.1. El algoritmo de Prim:

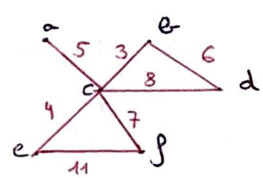
Se trata de añadir un vértice en cada paso o iteración q esté conectado a los anteriores con el mínimo coste. Para ~~ello~~ estableceremos en cada conexión:

C_K -> vértices conectados en la iteración K

$\bar{C}_K$ -> vértices no conectados en la iteración K

E'_K -> aristas en el árbol de expansión en la iteración K

-> Ejemplo:



$C_1 = \{a\}$

$\bar{C}_1 = \{b, c, d, e, f\}$

$E'_1 = \{\emptyset\}$

$C_2 = \{b\}$

$\bar{C}_2 = \{b, d, e, f\}$

$E'_2 = \{ac\}$

$C_3 = \{a, b, c\}$

$\bar{C}_3 = \{d, e, f\}$

$E'_3 = \{ac, cb\}$

$C_4 = \{a, b, c, e\}$

$\bar{C}_4 = \{d, f\}$

$E'_4 = \{ac, cb, ce\}$

$C_5 = \{a, b, c, d, e\}$

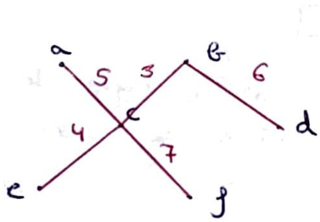
$\bar{C}_5 = \{f\}$

$E'_5 = \{ac, cb, ce, bd\}$

$C_6 = \{a, b, c, d, e, f\}$

$\bar{C}_6 = \{\emptyset\}$

$E'_6 = \{ac, cb, ce, bd, cf\}$



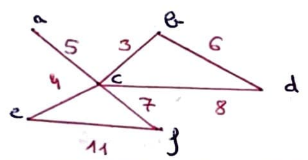
Coste = 5 + 3 + 4 + 6 + 7 = $\boxed{25}$

10.2. El algoritmo de Kruskal:

En este caso el algoritmo propone introducir aristas de menor a mayor coste de tal forma q no se formen ciclos. El proceso termina cuando todos los vértices están conectados.

En cada iteración anotamos E_K (número de aristas en el árbol de expansión en la iteración K), $\overline{E_K}$ (número de aristas no incluidas en el árbol de expansión ordenadas de menor a mayor coste), C_K (componentes conexas en la iteración K).

→ Ejemplo:



$E_0 = \{\emptyset\}$
$\overline{E_0} = \{bc, ce, ac, bd, cf, cd, ef\}$
$C_0 = \{\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d\}, \{e\}, \{f\}\}$

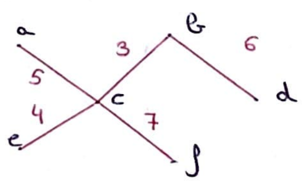
$E_1 = \{bc\}$
$\overline{E_1} = \{ce, ac, bd, cf, cd, ef\}$
$C_1 = \{\{a\}, \{bc\}, \{d\}, \{e\}, \{f\}\}$

$E_2 = \{bc, ce\}$
$\overline{E_2} = \{ac, bd, cf, cd, ef\}$
$C_2 = \{\{a\}, \{bce\}, \{d\}, \{f\}\}$

$E_3 = \{bc, ce, ac\}$
$\overline{E_3} = \{bd, cf, cd, ef\}$
$C_3 = \{\{abce\}, \{d\}, \{f\}\}$

$E_4 = \{bc, ce, ac, bd\}$
$\overline{E_4} = \{cf, cd, ef\}$
$C_4 = \{\{abcde\}, \{f\}\}$

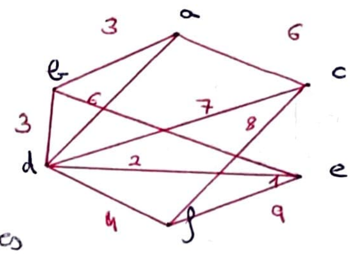
$E_5 = \{bc, ce, ac, bd, cf\}$
$\overline{E_5} = \{cd, ef\}$
$C_5 = \{abcdef\}$



Coste $= 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = \boxed{25}$

· Ejercicio: Calcular primero mediante el algoritmo de Prim y luego de Kruskal el árbol de expansión mínimo del grafo cuya matriz de costes es:

$$C = \begin{array}{c|cccccc} & a & b & c & d & e & f \\ \hline a & 0 & 3 & 6 & 6 & \infty & \infty \\ b & 3 & 0 & \infty & 3 & 1 & \infty \\ c & 6 & \infty & 0 & 7 & \infty & 8 \\ d & 6 & 3 & 7 & 0 & 2 & 4 \\ e & \infty & 1 & \infty & 2 & 0 & 9 \\ f & \infty & \infty & 8 & 4 & 9 & 0 \end{array}$$



→ **PRIM**

buscar conexiones

$C_1 = \{b\}$
$\overline{C_1} = \{a, c, d, e, f\}$
$E'_1 = \emptyset$

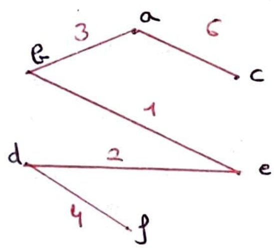
$C_2 = \{b, e\}$
$\overline{C_2} = \{a, c, d, f\}$
$E'_2 = \{be\}$

$C_3 = \{b, d, e\}$
$\overline{C_3} = \{a, c, f\}$
$E'_3 = \{be, de\}$

$C_4 = \{b, d, e, a\}$
$\overline{C_4} = \{c, f\}$
$E'_4 = \{be, de, ab\}$

$C_5 = \{b, d, e, a, f\}$
$\overline{C_5} = \{c\}$
$E'_5 = \{be, de, ab, df\}$

$C_6 = \{b, d, e, a, f, c\}$
$\overline{C_6} = \{\emptyset\}$
$E'_6 = \{be, de, ab, df, ac\}$



Coste $= 1 + 2 + 3 + 4 + 6 = \boxed{16}$

→ **KRUSKAL**

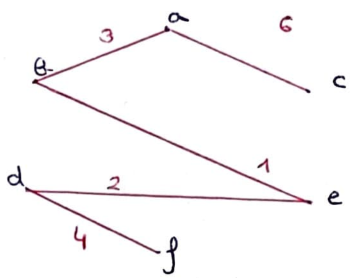
$E_0 = \{\emptyset\}$
$\overline{E_0} = \{be, de, db, ba, df, \overset{ad}{ac}, dc, cf, ef\}$
$C_0 = \{\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d\}, \{e\}, \{f\}\}$

$E_1 = \{be\}$
$\overline{E_1} = \{de, db, ba, df, \overset{ad}{ac}, dc, cf, ef\}$
$C_1 = \{\{a\}, \{be\}, \{c\}, \{d\}, \{f\}\}$

$E_2 = \{be, de\}$
$\overline{E_2} = \{\cancel{db}, ba, df, \overset{ad}{ac}, dc, cf, ef\}$
$C_2 = \{\{a\}, \{bde\}, \{c\}, \{f\}\}$

$E_3 = \{be, de, ba\}$
$\overline{E_3} = \{df, \overset{ad}{ac}, dc, cf, ef\}$
$C_3 = \{\{abde\}, \{c\}, \{f\}\}$

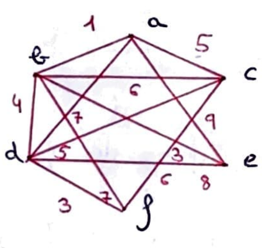
$E_4 = \{be, de, ba, df\}$	$E_5 = \{be, de, ba, df, ac\}$
$\bar{E}_4 = \{ac, \overset{ad}{} dc, cf, ef\}$	$\bar{E}_5 = \{ad, dc, cf, ef\}$
$C_4 = \{\{abdef\}, \{c\}\}$	$C_5 = \{abcdef\}$



Coste = $1+2+3+4+6 = \boxed{16}$

· Ejercicio: Calcular primero mediante el algoritmo de Prim y luego de Kruskal el coste de conectar todos los vértices del grafo cuya matriz de costes es la siguiente:

$$C = \begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} a & b & c & d & e & f \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 & 7 & 9 & \infty \\ 1 & 0 & 6 & 4 & 3 & 7 \\ 5 & 6 & 0 & 5 & \infty & 6 \\ 7 & 4 & 5 & 0 & 8 & 3 \\ 9 & 3 & \infty & 8 & 0 & \infty \\ \infty & 7 & 6 & 3 & \infty & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$



-> PRIM

$C_1 = \{a\}$	$C_2 = \{a, b\}$
$\bar{C}_1 = \{b, c, d, e, f\}$	$\bar{C}_2 = \{c, d, e, f\}$
$E'_1 = \{\emptyset\}$	$E'_2 = \{ab\}$

$C_3 = \{a, b, e\}$

$\bar{C}_3 = \{c, d, f\}$

$E'_3 = \{ab, be\}$

$C_4 = \{a, b, d, e\}$

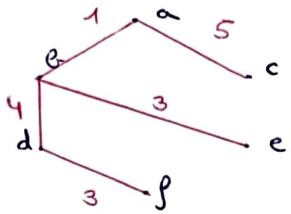
$\bar{C}_4 = \{c, f\}$

$E'_4 = \{ab, be, bd\}$

$C_5 = \{a, b, d, e, f\}$

$\bar{C}_5 = \{c\}$

$E'_5 = \{ab, be, bd, df\}$



$C_6 = \{a, b, c, d, e, f\}$

$\bar{C}_6 = \{\emptyset\}$

$E'_6 = \{ab, be, bd, df, ac\}$

Coste $= 1+3+3+4+5 = \boxed{16}$

-> KRUSKAL

$E_0 = \{\emptyset\}$

$\bar{E}_0 = \{ab, be, df, bd, dc, ac, bc, cf, bf, ad, de, ae\}$

$C_0 = \{\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d\}, \{e\}, \{f\}\}$

$E_1 = \{ab\}$

$\bar{E}_1 = \{be, df, bd, dc, ac, bc, cf, bf, ad, de, ae\}$

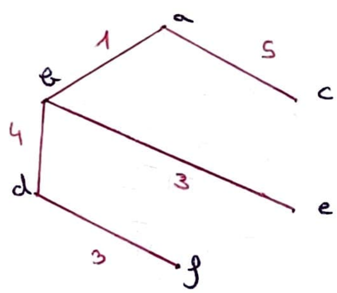
$C_1 = \{\{ab\}, \{c\}, \{d\}, \{e\}, \{f\}\}$

Coste $= 1+3+3+4+5 = \boxed{16}$

$E_2 = \{ab, be\}$

$\bar{E}_2 = \{df, bd, dc, ac, bc, cf, bf, ad, de, ae\}$

$C_2 = \{\{abe\}, \{c\}, \{d\}, \{f\}\}$



$E_3 = \{ab, be, df\}$

$\bar{E}_3 = \{bd, dc, ac, bc, cf, bf, ad, de, ae\}$

$C_3 = \{\{abe\}, \{c\} \{df\}\}$

$E_4 = \{ab, be, df, bd\}$

$\bar{E}_4 = \{ac, dc, bc, cf, bf, ad, de, ae\}$

$C_4 = \{\{abdef\}, \{c\}\}$

$E_5 = \{ab, be, df, bd, ac\}$

$\bar{E}_5 = \{dc, bc, cf, bf, ad, de, ae\}$

$C_5 = \{abcdef\}$