

Bayes classifier

Risk이란 개념.

Risk = $E[Loss]$ 이다. (loss = 기댓값)

(classification) 궁극적인 목표는 Risk 최소화이다.

$$R(f) = E_{p(x,y)} [L(y, f(x))]$$

$$= \sum_x \sum_y p(x,y) L(y, f(x))$$

이것을 minimize 하는 것 Bayes classifier이다.

$$f^* = \underset{f}{\operatorname{argmin}} E_{p(x,y)} [L(y, f(x))]$$

↓ binary class인 것 $y = \begin{cases} +1 \\ -1 \end{cases}$

$$f^*(x) = \underset{y}{\operatorname{argmin}} \sum_y p(y|x=x) L(y, \hat{y})$$

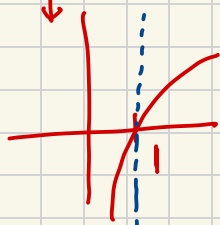
$$= \underset{y}{\operatorname{argmin}} p(y=1|x=x) L(1, \hat{y}) + p(y=-1|x=x) L(-1, \hat{y})$$

if) $\hat{y} = 1$ 이라면 $p(y=-1|x=x) L(-1, \hat{y})$ 이 생략되고

$\hat{y} = -1$ 이면 $p(y=1|x=x) L(1, \hat{y})$ 이 생략된다.

⇒ 그러면 각각 $p(x=1|x=x)$ 과 $p(x=-1|x=x)$ 확률만 알면 된다.

$$\underset{\text{+1, -1 만 출력한다}}{\operatorname{Sign}} \left(\log \left(\frac{p(y=1|x=x)}{p(y=-1|x=x)} \right) \right)$$



그때는 $p(y=1|x=x) > p(y=-1|x=x)$ 인 경우 +1 \Rightarrow y=1 확률이 더 높아서 그 반대는 -1 이 출력된다.

Bayes' Rule

$$p(y|x) = \frac{p(x|y)p(y)}{p(x)}$$

posterior probability
: prior라 쓰니까 x를 본 후 (data 보)의 확률 의미

likelihood
Label을 알, 해당 sample이 나올 확률.

prior probability
x가 없다. data를 보지 않은 상태에서 x의 확률. (프임비전된 상황)

우리는 $p(y|x)$ 을 알고 싶지만, 일반적으로 $p(x|y)$ 과 likelihood를
알고 있고, $p(y)$ 을 알아서 $p(y) \cdot p(x|y)$ 과 비교하는 방법 파악

$$= \text{Sign} \left(\log \frac{p(x=x|y=1) p(y=1)}{p(x=x|y=-1) p(y=-1)} \right)$$

< Generative classifier Vs Discriminative classifier >

① Generative classifier

$p(x, y)$ 또는 $p(x|y)p(y)$ 을 modeling

클래스별 $p(x|y)$ 을 추정한다

$p(y|x)$ 을 Bayes' Rule에 의해서

$p(x|y)p(y)$ 로 간접 modeling

↓ Generative가 간접적이다.

② Discriminative classifier

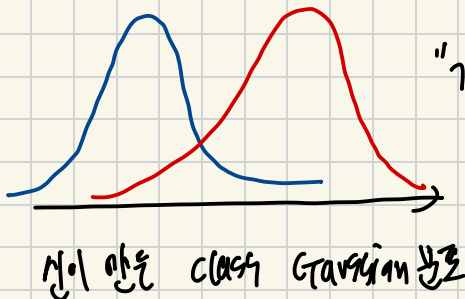
$p(y|x)$ 을 바로 modeling

$p(y|x)$ 을 직접 modeling.

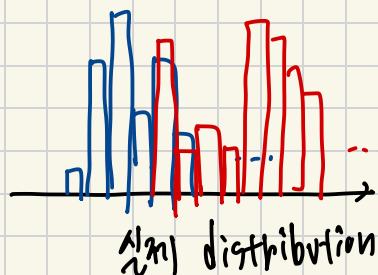
< Discriminant Analysis >

$$f^*(x) = \text{sign} \left(\log \frac{N(\mu_1, \sigma_1) \cdot \alpha}{N(\mu_{-1}, \sigma_{-1}) \cdot (1-\alpha)} \right)$$

$\rightarrow p(x=x|y=1)$ 이 정규분포를 따를 것이라는 가정
 \rightarrow 클래스 (x의 상한) $\begin{cases} y=1 \\ y=-1 \end{cases}$ 의 p.
 $\rightarrow p(x=x|y=-1)$ 이 정규분포를 따를 것이라는 가정

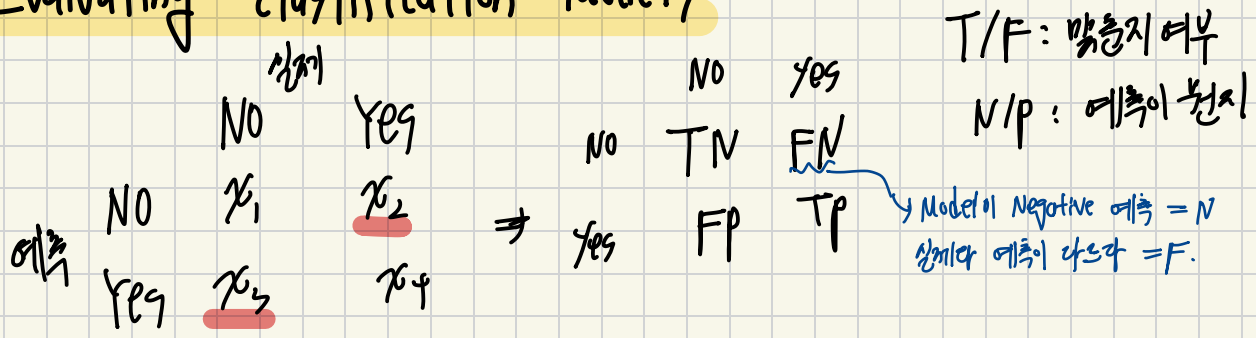


"가정"
≈



각 class에 해당하는 μ 와 σ
을 구하면 모든 data에 대해
p를 구할 수 있다.

Evaluating classification Models



(f) 정확도를 사용해서 $\frac{x_1 + x_4}{x_1 + x_2 + x_3 + x_4} \%$ 를 사용한다면,
 만약 x_2 과 x_3 가 커져 매기 작아지면 (sample 수 ↓) 그 값 모두
 낮아질라 해서 Model이 이상하게 작동할 수 있다.

∴ False positive rate: positive에 잘못 이야기한 확률

$$\frac{FP}{FP + TN}$$

이걸 기법으로
 threshold 를 control
 해서 FP와 FN 조절 가능.

∴ False negative rate: Negative에 잘못 이야기한 확률

$$\frac{FN}{FN + TP}$$

ROC curve

