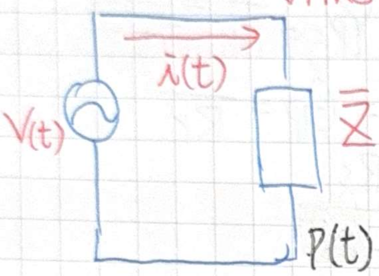
10-1 瞬間功率

一瞬間

為任意時間，負載之端電壓與流經負載電流的乘積

$$V_{rms} = \frac{V_m}{\sqrt{2}}$$



$$Z \begin{cases} R_s + jX_s \\ G_p + jB_p \end{cases}$$

$$P = V \times I$$

$$v(t) = V_m \sin(\omega t + \theta_v)$$

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \theta_i)$$

$$P(t) = v(t) \cdot i(t)$$

$$= V_m \sin(\boxed{\underbrace{\omega t}_{2\pi f t}} + \theta_v) \times I_m \sin(\boxed{\underbrace{\omega t}_{2\pi f t}} + \theta_i)$$

$$= \sqrt{2} V \sin(\omega t + \theta_v) \times \sqrt{2} I \sin(\omega t + \theta_i)$$

不同相位

$$= \boxed{2VI} \underbrace{\sin(\omega t + \theta_v)}_{\alpha} \underbrace{\sin(\omega t + \theta_i)}_{\beta}$$

頻率高於原本頻率的兩倍

積化和差

$$\sin(\alpha) \times \sin(\beta)$$

積化

$$\frac{1}{2}\left[\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)\right]$$

和差

$\theta = \theta_v - \theta_i$　　$2 \times 2\pi f t$

$$= \frac{\cancel{2}VI}{\cancel{2}}\left[\cos(\theta_v - \theta_i) - \cos(2\omega t + \theta_v + \theta_i)\right]$$

$$= VI\left[\cos\theta - \cos(2\omega t + \theta_v + \theta_i)\right]$$

$$= \underline{VI\cos\theta - VI\cos(2\omega t + \theta_v + \theta_i)} \rightarrow \text{瞬間功率}$$

$$\cos(2\omega t + \theta_v + \theta_i) = -1$$

$$P_{max} = VI\cos\theta + VI$$

$$\cos(2\omega t + \theta_v + \theta_i) = 1$$

$$P_{min} = VI\cos\theta - VI$$

10-2 平均功率

1. 瞬間功率在一週期內的平均值.

$\because VI\cos(2\omega t+\theta_v+\theta_i)=0$.

$\therefore \underbrace{P=VI\cos\theta}$ → 有效功率.實功率.

純電阻交流電路.(消耗).

$\because$ 電壓與電流相位角為 0.

$\therefore P=VI\cos\theta=VI=I^2R=\frac{V^2}{R}$

$VI\cos0^\circ-VI(-1)=VI-(-VI)=2VI$ #.

max : $p_{max}=2VI$. $(2\omega t+\theta_v+\theta_i=-1)$

min : $p_{min}=0$ $(2\omega t+\theta_v+\theta_i=1)$

$VI\cos0^\circ-VI(1)=VI-VI=0$ #.

純電容交流電路.(不消耗)

$p=VI\cos(\underset{\sim\sim}{-90^\circ})=0$. → V落後 I 90°

$VI\cos(-90)-VI\times(-1)=0+VI=VI$.

max : $p_{max}:VI$ $(\cos(2\omega t+\theta_v+\theta_i)=-1)$.

min $p_{min}:-VI$ $(\cos(2\omega t+\theta_v+\theta_i)=1)$.

$VI\cos(-90^\circ)-VI(1)=-VI$.

純電感交流電路.(不消耗).

$p=VI\cos(\underset{\sim\sim}{90^\circ})=0$. → V領先 I 90°

max : $p_{max} = VI$

min : $p_{min} = -VI$

10-3 視在功率

$$S = VI = I^2 Z = \frac{V^2}{Z} = V^2 Y$$

1. 表示供電端的能力

電阻性

$$P = S \times \cos 0^\circ = S$$

電抗性

$\because \theta = \theta_v - \theta_i$

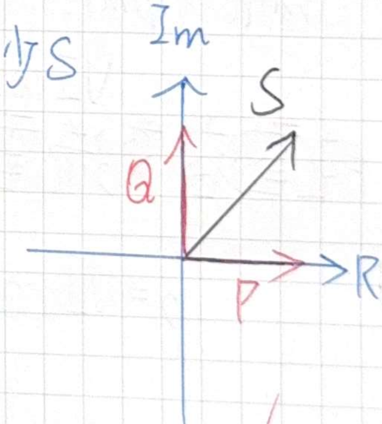
$\therefore P = S \times \cos\theta$

10-4 虛功率

降低虛功 ⇒ 減少 S

1. 無實際消耗能量的功率

$$Q = VI \sin\theta$$



純電阻交流電路

$$Q = VI \underbrace{\sin 0^\circ}_{\text{相位差}=0} = 0$$

純電容交流電路

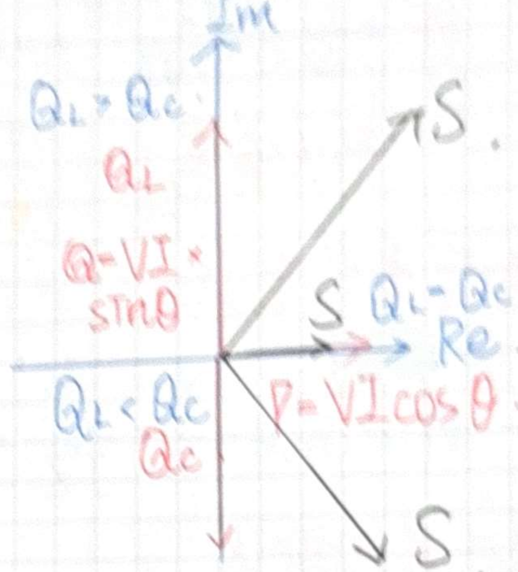
$$Q_C = VI\left|\sin(-90^\circ)\right| = VI = I^2 X_C = \frac{V^2}{X_C} \ (\text{VAR})$$

乏

純電感交流電路

$$Q_L = VI\sin(90^\circ) = VI = I^2X_L = \frac{V^2}{X_L}\ (\text{VAR})$$

$$\begin{cases} S = VI \\ P = VI\cos\theta = S\cos\theta \\ Q = VI\sin\theta = S\sin\theta \\ S = \sqrt{P^2 + Q^2} \end{cases}$$



複數計算

$$\overline{S} = \overline{V}\,\underbrace{\overline{I}^*}_{I\text{的共軛}} = P \pm jQ.$$

＊電容抗虛功率與電感性虛功率不可直接相加，必須考量相位問題

$$\overline{Q_T} = jQ_L + (-jQ_C) \qquad Q_T = Q_L - Q_C.$$

$$\begin{cases} Q_L > Q_C & \text{電感性} \\ Q_L = Q_C & \text{電阻性} \\ Q_L < Q_C & \text{電容性.} \end{cases}$$

10-5 功率因素 (PF)

1. 交流電中負載消耗的平均功率與視在功率比值

$$PF = \frac{P}{S} = \frac{VI\cos\theta}{VI} = \cos\theta$$

最大值為1 　　　 $0 \le \cos\theta \le 1$

交流串聯電路

$$PF = \cos\theta = \frac{P}{S} = \frac{I^2R}{I^2Z} = \frac{R}{Z} = \frac{R}{\sqrt{R^2+X^2}}$$

交流並聯電路

$$PF = \cos\theta = \frac{P}{S} = \frac{V^2G}{V^2Y} = \frac{G}{Y} = \frac{Z}{R} = \frac{X}{\sqrt{R^2+X^2}}$$

電阻值、電抗值相同

$PF_{串}^2 + PF_{並}^2 = 1$

* 一般電力設備大多為電感性負載

→ 並聯一個電容 ⤳ { 降低視在功率 / 提高功率因素

$$Q_C = Q_L - Q = P(\tan\theta_1 - \tan\theta_2)$$

$$= \frac{V^2}{X_C} = \omega C V^2 = 2\pi f C V^2$$

	P	Q	PF	P.F.θ.
純R	$VI\cos 0^\circ$ $=VI=I^2R=V^2G$	$Q=VI\sin 0^\circ$ $=0$	$\cos 0^\circ$ $=1$	$\theta_P=0^\circ$
純C	$VI\cos(-90^\circ)$ $=0$	$Q=VI\sin(-90^\circ)=-VI$ $Q_C=VI=I^2X_C=V^2B_C$	$\cos(-90^\circ)$ $=0.$	$\theta_P=-90^\circ$
純L	$VI\cos 90^\circ$ $=0$	$Q=VI\sin 90^\circ=VI$ $Q_L=VI=I^2X_L=V^2B_L$	$\cos 90^\circ$ $=0.$	$\theta_P=90^\circ$
RC串	$VI\cos\theta_P$ $=I^2R$	$Q=VI\sin\theta_P$ $Q_C=I^2X_C$	$\cos\theta_P=\frac{P}{S}$ $=\frac{R}{Z}=\frac{V_R}{V}$ 超前	$\theta_P=\theta_Z$ $=-\tan^{-1}\frac{X_C}{R}.$
RL串	$VI\cos\theta_P$ $=I^2R$	$Q=VI\sin\theta_P$ $Q_L=I^2X_L$	$\cos\theta_P=\frac{P}{S}$ $=\frac{R}{Z}=\frac{V_R}{V}.$ 落後	$\theta_P=\theta_Z$ $=+\tan^{-1}\frac{X_L}{R}$
RLC串	$VI\cos\theta_P$ $=I^2R$	$Q=VI\sin\theta_P=Q_L-Q_C$ $=I^2(X_L-X_C)$	$\cos\theta_P=\frac{P}{S}$ $=\frac{R}{Z}$	$\tan^{-1}\frac{X_L-X_C}{R}$
RC並	$VI\cos\theta_P$ $=V^2G=\frac{V^2}{R}$	$Q=VI\sin\theta_P$ $Q_C=V^2B_C=\frac{V^2}{X_C}$	$\cos\theta_P=\frac{P}{S}$ $=\frac{G}{Y}=\frac{I_R}{I}.$	$\theta_P=-\theta_Y$ $=-\tan^{-1}\frac{B_C}{G}$
RL並	$VI\cos\theta_P$ $=V^2G=\frac{V^2}{R}$	$Q=VI\sin\theta_P$ $Q_L=V^2B_L=\frac{V^2}{X_L}$	$\cos\theta_P=\frac{P}{S}$ $=\frac{G}{Y}=\frac{I_R}{I}$	$\tan^{-1}\frac{B_L}{G}$ $=\tan^{-1}\frac{R}{X_L}$
RLC並	$VI\cos\theta_P$ $=V^2G$	$Q=VI\sin\theta_P=Q_L-Q_C$ $=V^2(B_L-B_C)$	$\cos\theta_P=\frac{P}{S}$ $=\frac{G}{Y}.$	$\tan^{-1}\frac{B_L-B_C}{R}$