

# 目 录

|                                    |    |
|------------------------------------|----|
| 摘 要.....                           | 2  |
| 一、 引言.....                         | 4  |
| 二、 原子核转动带能谱和电磁性质提取公式的归纳和推导.....    | 4  |
| (一) 原子核转动带能谱性质提取公式.....            | 5  |
| (二) 原子核转动带电磁性质提取公式.....            | 5  |
| 三、 Wobbling 带能谱和电磁性质的提取和分析.....    | 8  |
| (一) 提取 Wobbling 带能谱和电磁性质的物理图像..... | 8  |
| (二) 相同核区的原子核 Wobbling 带性质的对比.....  | 23 |
| (三) 不同核区的原子核 Wobbling 带性质的对比.....  | 31 |
| 四、 总结.....                         | 32 |
| 参考文献.....                          | 33 |
| 谢辞.....                            | 34 |

## 摘 要

本文中，我们根据以往关于原子核 Wobbling 带的研究论文总结了原子核转动带能谱和电磁性质的提取公式并给出了部分公式的推导过程。通过这些文献中给出的实验数据和提取公式提取了所有被发现存在 Wobbling 运动的原子核的能谱和电磁性质，包括：顺排角动量  $i_x$ 、动力学转动惯量  $J^{(2)}$ 、 $B(M1)/B(E2)_{in}$ 、 $B(E2)_{out}/B(E2)_{in}$ 、 $E2(\%)$ ，基于这些数据提取了这些物理量的物理图像，对比分析了相同核区或不同核区的 Wobbling 运动的物理图像。通过文献和得到的物理图像系统地总结了 Wobbling 运动的物理规律以及其实验特征，并且总结了几种特殊情况。有助于人们深入理解这一运动模式。

## 关 键 词

摇摆带；能谱；电磁性质

## Abstract

In this article, we summarized the formulas for the energy spectrum and electromagnetic properties of the Wobbling band based on previous research papers on the Wobbling band, and gave the derivation process of some of the formulas. Based on these formulas and experimental data given in these documents, the energy spectrum and the electromagnetic properties of all nuclei found to have Wobbling motion are extracted, and the physical images of these physical quantities are given. Through these literatures and these physical images, the physical laws of Wobbling motion and its

experimental characteristics were systematically summarized, and several special cases were listed. This work can help people understand this movement pattern deeply.

### Keywords

Wobbling band;Energy spectrum; Electromagnetic properties

## 一、引言

原子核是一个引人入胜的介观系统，由于实验技术的不断提高，它显示出新的集体激发模式【10】。原子核形状的研究一直是原子核结构物理研究领域的重要课题之一。2001 年原子核手征双重带和 Wobbling 运动的发现吸引了人们对三轴核（形状像椭球形，但三个轴均不相等）的广泛关注【21】，使三轴形成为核结构研究领域的热点【16】。三轴核的新颖的旋转特征是手性和 Wobbling 运动【12】。原子核 Wobbling 运动是非轴向核形状的一种表现，原子核的 wobbling 运动于上世纪 70 年代由 A. Bohr 和 B. R. Mottelson 首次提出【8】。他们提出了偶偶三轴核的摇摆运动的概念，将其描述为三轴转子的主轴之一围绕固定角动量矢量的振荡，该模式是经典不对称陀螺主轴之一的振动的量子力学模拟【11】。对于一个具有稳定三轴形变的原子核，其三个主轴的转动惯量互不相等（ $j_1 \gg j_2 \neq j_3$ ）【1】，故而原子核可以绕三个主轴中的任意一个转动，三轴变形的核总是试图绕着具有最大惯性矩的中轴（m）旋转，但是围绕其他两个轴（即短（s）和长（l））的旋转的存在会使得转动轴偏离中轴，从而导致绕着中轴的进动及其转动轴偏离中轴的 Wobbling 运动【15】。Wobbling 运动的实验信号是建立在不同能级上的转动带，称作 Wobbling 带。2001 年，以丹麦玻尔为首的合作组在  $^{163}\text{Lu}$  的三轴超形变带观测到了 Wobbling 信号，证实了 Wobbling 运动的存在【1】。 $^{163}\text{Lu}$  建立了第一个 Wobbling 运动案例【9】。随后在人们  $^{165}\text{Lu}$  和  $^{167}\text{Lu}$  中发现了非常相似的谱带【9】，时至今日，人们已经在  $^{161}\text{Lu}$ 、 $^{163}\text{Lu}$ 、 $^{165}\text{Lu}$ 、 $^{167}\text{Lu}$ 、 $^{167}\text{Ta}$ 、 $^{127}\text{Xe}$ 、 $^{130}\text{Ba}$ 、 $^{133}\text{La}$ 、 $^{135}\text{Pr}$ 、 $^{105}\text{Pd}$ 、 $^{183}\text{Au}$ 、 $^{187}\text{Au}$  等十几个原子核中发现了 Wobbling 带，它们分布在  $A \sim 100$ ， $A \sim 130$ ， $A \sim 160$ ， $A \sim 180$  核区【1-16】。实际上，原子核的 Wobbling 运动与稳定的三轴性密切相关，由于只有当原子核具有三轴不对称形状，才能有 Wobbling 运动，相反，原子核的 Wobbling 运动就成为了原子核有稳定的三轴形变的证据【7】。因此，其实原子核 Wobbling 运动的是实验观察结果就是这种形状存在的直接证明。Wobbling 运动的发现已经证实了稳定核三轴性的存在。但是近十几年来，越来越多原子核 Wobbling 运动的案例被发现，实验结果的更新和发展比较迅速【8】，随着在更多原子核中观测到 Wobbling 现象，它能谱和电磁性质有待于被系统性的归纳，从而总结出普遍的规律。为此本文主要总结了以往对 Wobbling 运动的研究论文，给出了所有 Wobbling 运动能谱和电磁性质的提取公式，对已观测到的 Wobbling 带的能谱和电磁性质进行提取和归纳，随后给出了现如今发现的所有存在 Wobbling 运动的原子核的能谱和电磁性质的物理图像。对比了相同核区和不同核区的原子核 Wobbling 带的这些性质，总结了 Wobbling 运动的实验特征，有助于人们深入理解这一运动模式。

本文结构如下：在第二部分给出了 Wobbling 运动的能谱和电磁性质的提取公式，并给出了部分公式的推导过程。在第三部分给出了所有已发现存在 Wobbling 运动的原子核的能谱和电磁性质的物理量的图像，并且对比分析了同一核区和不同核区的这些物理图像。最后一部分是总结。

### 三、Wobbling 带能谱和电磁性质提取公式的归纳和推导

#### (一) 原子核转动带能谱性质提取公式

在这一节给出了 Wobbling 能量  $E_{wob}$ 、转动频率  $\omega$ 、第二类转动惯量（动力学转动惯量） $J^{(2)}$ 、顺排角动量  $i_x$  和减去转子能量的计算公式。

Wobbling 能量的计算公式如下，表示 Wobbling 带和零声子带间的能量差【11】:

$$E_{wob} = E(I, n_\omega = 1) - [E(I - 1, n_\omega = 0) + E(I + 1, n_\omega = 0)] \quad (1.0)$$

其中， $E(I, n_\omega = 1)$  表示在 Wobbling 声子数  $n_\omega = 1$  时，自旋角动量为  $I$  对应的能级能量。

Wobbling 能量表征了 Wobbling 运动的类型【15】。对于奇  $A$  核，Frauendorf 和 Dönaue 显示存在两种可能性：纵向摇摆（价核子平行于最大转动惯量轴，“中轴”排列）和横向摇摆（价核子垂直于最大转动惯量轴，即“短轴”排列）【13】。能量差随  $I$  的增大而减小。

减去转子能量的计算公式为【3】:

$$E^* = E(I) - AI(I + 1) \quad (1.1)$$

上式中  $E(I)$  为能级能量， $I$  为自旋角动量， $A$  为常数。

$K$  为基态角动量，则原子核的总角动量在转动轴方向上的投影  $I_x$  可表示为【22】:

$$I_x(I) = [(I + 0.5)^2 - K^2]^{0.5}$$

则有:

$$I_x(I + 2) = [(I + 2.5)^2 - K^2]^{0.5}$$

$$I_x(I - 2) = [(I - 1.5)^2 - K^2]^{0.5}$$

$E(I)$  为能级能量，则转动频率为【22】:

$$\omega(I) = \frac{E(I + 2) - E(I - 2)}{I_x(I + 2) - I_x(I - 2)} \quad (1.2)$$

第二类转动惯量（动力学转动惯量）的计算公式为:

$$\begin{aligned} J^{(2)} &= \frac{4\hbar^2}{E(I + 2) - 2E(I) + E(I - 2)} \left( \frac{1}{MeV} \right) \\ &= \frac{4\hbar^2}{[(E(I + 2) - E(I)) - (E(I) - E(I - 2))]} \end{aligned} \quad (1.3)$$

顺排角动量  $i_x$  的计算公式为【22】:

$$i_x(I) = I_x(I) - J_0 * \omega - J_1 * \omega^3 \quad (1.4)$$

计算  $J_0$  和  $J_1$  的估计值的方程组为:

$$\begin{cases} i_x = I_x(I) - J_0\omega(I) - J_1\omega(I)^3 \\ i_x(I_0) = i_x(I_1) = i_x(I_2) \end{cases} \quad (J_0, J_1) \quad (2.0)$$

注：当本文中无特别注释时，计算  $i_x$  所用的  $J_0$ 、 $J_1$  为用方程组 (2.0) 计算所得。

#### (二) 原子核转动带电磁性质提取公式的推导

在这一节给出了混合比  $\delta$ 、带间  $E2$  跃迁占带内跃迁的百分比  $E2(\%)$ 、带间  $M1$  跃迁与带内  $E2$  跃迁概率的比值  $B(M1)/B(E2)_{in}$ 、带间  $E2$  跃迁与带内  $E2$  跃迁概率的比值  $B(E2)_{out}/B(E2)_{in}$  的计算公式，及推导过程。

若原子核处在某一能级时有  $\max$  种跃迁情况，即  $\max$  个分支，其中第  $i$  个分支的跃迁强度为  $I_i$ ；跃迁几率为  $\lambda_i$ ，则第  $i$  个分支的跃迁强度（几率）所占总的分支的比例即为分支比  $BR_i$ ，其计算公式应为：

$$BR_i = \frac{I_i}{I_1 + I_2 + I_3 + \dots + I_i + \dots + I_{\max}} = \frac{\lambda_i}{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \dots + \lambda_i + \dots + \lambda_{\max}} \quad (1.5)$$

则第  $i$  个分支的跃迁强度应正比于跃迁几率：

$$\lambda_i \propto I_i \quad (1.6)$$

所有分支的跃迁几率（强度）之和的倒数应为：

$$\tau = \frac{1}{\lambda_{all}} = \frac{1}{\sum_i \lambda_i} \quad (1.7)$$

对于 Wobbling 声子数  $n_\omega=1 \rightarrow n_\omega=0$  的跃迁，带间跃迁包括带间 M1 和带间 E2 的跃迁，则总的带间跃迁强度应  $I_{out}$  为：

$$I_{out} = I(M1)_{out} + I(E2)_{out} \quad (1.8)$$

其中  $I(M1)_{out}$  为带间 M1 跃迁的强度， $I(E2)_{out}$  为带间 E2 跃迁的强度。

混合比  $\delta$  表征了带间 E2 跃迁和带间 M1 跃迁的强度（几率）之比，是一个实验测量量， $\delta^2$  的计算公式为：

$$\delta^2 = \frac{I(E2)_{out}}{I(M1)_{out}} = \frac{\lambda(E2)_{out}}{\lambda(M1)_{out}} \quad (1.9)$$

由（1.2）（1.8）和（1.9）得，带间 E2 跃迁所占带间跃迁的比例为：

$$E2(\%) = \frac{\lambda(E2)_{out}}{\lambda_{out}} = \frac{\delta^2}{1 + \delta^2} \quad (1.10)$$

其中  $\lambda_{out}$  为带间跃迁的总几率。

E2 跃迁的概率  $B(E2)$  的计算公式为【23】：

$$B(E2) = \frac{8.2 * 10^{-14} * BR(E2)}{E_\gamma^5(MeV) * \tau} (e^2 b^2) \quad (1.11)$$

由(1.5) 和（1.7）得，E2 跃迁的跃迁几率  $\lambda(E2)$  应为：

$$\lambda(E2) = \frac{BR(E2)}{\tau} \quad (1.12)$$

M1 跃迁概率  $B(M1)$  的计算公式为【23】：

$$B(M1) = \frac{5.68 * 10^{-14} * BR(M1)}{E_\gamma^3(MeV) * \tau} (\mu_N^2) \quad (1.13)$$

由(1.5) 和（1.7）得，M1 跃迁的跃迁几率  $\lambda(M1)$  应为：

$$\lambda(M1) = \frac{BR(M1)}{\tau} \quad (1.14)$$

联立(1.11)、(1.12)、(1.13)、(1.14) 得，带间 M1 跃迁和带内 E2 跃迁概率的比值为：

$$\frac{B(M1)_{out}}{B(E2)_{in}} = \frac{\frac{5.68 * 10^{-14} * \lambda(M1)}{E_\gamma^3(I \rightarrow I - 1)}}{\frac{8.2 * 10^{-14} * \lambda(E2)_{in}}{E_\gamma^5(I \rightarrow I - 2)}} \left( \frac{\mu_N^2}{e^2 b^2} \right) \quad (1.15)$$

由 (1.8) 和 (1.9) 得

$$\begin{aligned} I_{out} &= I(M1)_{out} + \delta^2 * I(M1)_{out} \\ &= (1 + \delta^2) * I(M1)_{out} \end{aligned} \quad (1.16)$$

注: **M1** 和 **(M1)<sub>out</sub>** 都指带间 M1 跃迁

式 (1.12) 变形得, 带间 M1 的跃迁强度为:

$$I(M1) = \frac{I_{out}}{1 + \delta^2} \quad (1.17)$$

由 (1.17) 和 (1.6) 得, 带间 M1 的跃迁几率为:

$$\lambda(M1) = \frac{1}{1 + \delta^2} \lambda_{out} \quad (1.18)$$

由 (1.18) 可得, 带间 M1 与代内 E2 的跃迁几率之比为:

$$\frac{\lambda(M1)}{\lambda(E2)_{in}} = \frac{1}{1 + \delta^2} \frac{\lambda_{out}}{\lambda(E2)_{in}} \quad (1.19)$$

将 (1.19) 代入 (1.15) 得

$$\frac{B(M1)_{out}}{B(E2)_{in}} = \frac{\frac{5.68 * 10^{-14}}{E_\gamma^3(I \rightarrow I - 1)}}{\frac{8.2 * 10^{-14}}{E_\gamma^5(I \rightarrow I - 2)}} \frac{1}{1 + \delta^2} \frac{\lambda_{out}}{\lambda(E2)_{in}} \left( \frac{\mu_N^2}{e^2 b^2} \right) \quad (1.20)$$

分支比  $\lambda$  表征了带间跃迁占带间跃迁强度与带内强度的比值, 它的计算公式为:

$$\lambda = \frac{I_{out}}{I_{out} + I(E2)_{in}} \quad (1.21)$$

由 (1.21) 变形得

$$\lambda = \frac{1}{1 + \frac{I(E2)_{in}}{I_{out}}} \quad (1.22)$$

由 (1.22) 和 (1.6) 得

$$\frac{I_{out}}{I(E2)_{in}} = \frac{\lambda_{out}}{\lambda(E2)_{in}} = \frac{\lambda}{1 - \lambda} \quad (1.23)$$

将 (1.23) 代入 (1.20) 得

$$\begin{aligned} \frac{B(M1)_{out}}{B(E2)_{in}} &= \frac{\frac{5.68 * 10^{-14}}{E_\gamma^3(I \rightarrow I - 1)}}{\frac{8.2 * 10^{-14}}{E_\gamma^5(I \rightarrow I - 2)}} \frac{1}{1 + \delta^2} \frac{\lambda}{1 - \lambda} \left( \frac{\mu_N^2}{e^2 b^2} \right) \\ &= \frac{5.68 E_\gamma^5(I \rightarrow I - 2)}{8.2 E_\gamma^3(I \rightarrow I - 1)} \frac{1}{1 + \delta^2} \frac{\lambda}{1 - \lambda} \left( \frac{\mu_N^2}{e^2 b^2} \right) \end{aligned} \quad (1.24)$$

同理, 由 (1.11)、(1.12) 得带间 E2 跃迁和带内 E2 跃迁概率的比值为:

$$\frac{B(E2)_{out}}{B(E2)_{in}} = \frac{\frac{8.2 * 10^{-14} * \lambda(E2)_{out}}{E_{\gamma}^5(I \rightarrow I-1)}}{\frac{8.2 * 10^{-14} * \lambda(E2)_{in}}{E_{\gamma}^5(I \rightarrow I-2)}} \quad (1.25)$$

由 (1.8) 和 (1.9) 得

$$I(E2)_{out} = \frac{\delta^2}{1 + \delta^2} I_{out} \quad (1.26)$$

由 (1.26) 和 (1.6) 得

$$\lambda(E2)_{out} = \frac{\delta^2}{1 + \delta^2} \lambda_{out} \quad (1.27)$$

由 (1.27) 可得

$$\frac{\lambda(E2)_{out}}{\lambda(E2)_{in}} = \frac{\delta^2}{1 + \delta^2} \frac{\lambda_{out}}{\lambda(E2)_{in}} \quad (1.28)$$

将 (1.28) 代入 (1.25) 得

$$\frac{B(E2)_{out}}{B(E2)_{in}} = \frac{\frac{8.2 * 10^{-14}}{E_{\gamma}^5(I \rightarrow I-1)}}{\frac{8.2 * 10^{-14}}{E_{\gamma}^5(I \rightarrow I-2)}} \frac{\delta^2}{1 + \delta^2} \frac{\lambda_{out}}{\lambda(E2)_{in}} \quad (1.29)$$

将 (1.23) 代入 (1.29) 得

$$\begin{aligned} \frac{B(E2)_{out}}{B(E2)_{in}} &= \frac{\frac{8.2 * 10^{-14}}{E_{\gamma}^5(I \rightarrow I-1)}}{\frac{8.2 * 10^{-14}}{E_{\gamma}^5(I \rightarrow I-2)}} \frac{\delta^2}{1 + \delta^2} \frac{\lambda}{1 - \lambda} \\ &= \frac{E_{\gamma}^5(I \rightarrow I-2)}{E_{\gamma}^5(I \rightarrow I-1)} \frac{\delta^2}{1 + \delta^2} \frac{\lambda}{1 - \lambda} \end{aligned} \quad (1.30)$$

### 三、Wobbling 带能谱和电磁性质的提取和分析

(一) 提取 Wobbling 带能谱和电磁性质的物理图像

运用第二节中给出的提取公式以及参考文献中给出的实验数据提取  $^{161}\text{Lu}$ 、 $^{163}\text{Lu}$ 、 $^{165}\text{Lu}$ 、 $^{167}\text{Lu}$ 、 $^{105}\text{Pd}$ 、 $^{127}\text{Xe}$ 、 $^{130}\text{Ba}$ 、 $^{133}\text{La}$ 、 $^{135}\text{Pr}$ 、 $^{183}\text{Au}$ 、 $^{187}\text{Au}$  的  $J^{(2)}$ 、 $i_x$ 、 $E_{\text{wob}}$ 、 $E_{\text{AI}}(I+1)$ 、 $B(M1)/B(E2)_{in}$  的实验平均值、 $B(E2)_{out}/B(E2)_{in}$  的实验平均值、 $E2(\%)$  的实验平均值，得到的物理图像如下：（图中  $n_{\omega}$  表示 Wobbling 声子数）

1.  $^{105}\text{Pd}$  的 Wobbling 运动物理图像：

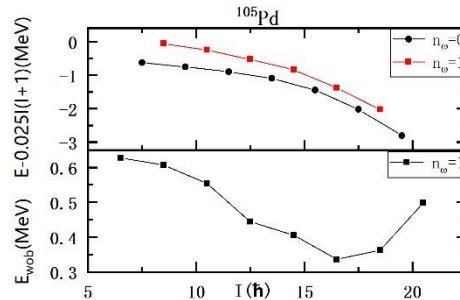




图 1.1  $^{105}\text{Pd}$  的  $E_{\text{wob}}$  和减去转子能量图像

根据参考文献【9】中的数据和公式 (1.0)、(1.1) 计算出  $^{105}\text{Pd}$  的  $E_{\text{wob}}$  和减去转子能量，图像如图 1.1 所示。图 1.1 显示， $^{105}\text{Pd}$  的 Wobbling 能量随自旋角动量  $I$  的增大而减小，在  $I=29/2\hbar$  处达到极小值，而后开始增大。但这是一个横向摇摆。这与单调增加的 Wobbling 能量不同， $I \geq 33/2\hbar$  之后 Wobbling 能量的增大不能作为纵向摇摆的证据【9】。Wobbling 能量的量级在 0.1MeV。

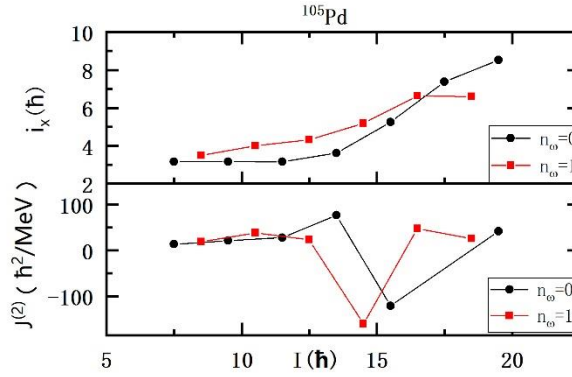


图 1.2  $^{105}\text{Pd}$  的  $J^{(2)}$  和  $i_x$  图像

根据参考文献【9】中给出的数据和公式 (1.3)，(1.4) 计算出  $^{167}\text{Ta}$  的  $J^{(2)}$  和  $i_x$ ，图像如图 1.2 所示。由图可知， $^{105}\text{Pd}$  的  $i_x$  随  $I$  的增大而增大。 $J^{(2)}$  在  $I > 7.5\hbar$  时逐渐增大，但是在  $I=15\hbar$  附近骤减， $J^{(2)}$  有极小值，为负数，这说明  $I=31/2\hbar$  到  $I=27\hbar$  的  $\gamma$  跃迁能量大于  $I=35/2\hbar$  到  $I=31/2\hbar$  的  $\gamma$  跃迁能量； $I=29/2\hbar$  到  $25/2\hbar$  的  $\gamma$  跃迁能量大于  $I=33/2\hbar$  到  $29/2\hbar$  的  $\gamma$  跃迁能量，有趣的是在  $n_w = 0$  带  $I=35/2\hbar$  到  $31/2\hbar$  的  $\gamma$  跃迁能量等于  $I=39/2\hbar$  到  $35/2\hbar$  的  $\gamma$  跃迁能量，导致计算出  $\infty$  的  $J^{(2)}$ （图中未标出）。随后当  $I > 15.5\hbar$ ， $J^{(2)}$  再次随  $I$  的增大而增大。 $J^{(2)}$  在 10-100 ( $\hbar^2/\text{MeV}$ ) 量级。

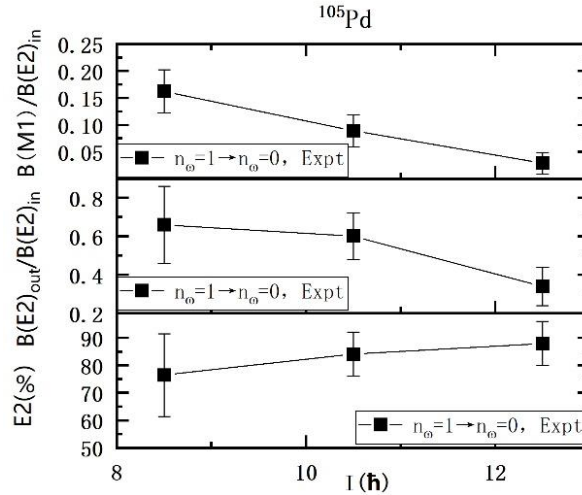


图 1.3  $^{105}\text{Pd}$  的  $B(M1)/B(E2)_{\text{in}}$ 、 $B(E2)_{\text{out}}/B(E2)_{\text{in}}$ 、 $E2(\%)$  图像

根据参考文献【9】中给出的实验数据和公式 (1.10)、(1.24)、(1.30) 计算  $^{105}\text{Pd}$  的电磁性质，图像如图 1.3 所示。在图 1.3 中，当  $I=8.5-12.5\hbar$  时，带间 E2 跃迁占带内跃迁的比值逐渐变大； $B(E2)_{\text{out}}/B(E2)_{\text{in}}$  从 0.65 递减到 0.3 左右  $B(M1)/B(E2)_{\text{in}}$  随着自旋角动量  $I$  的增大也逐渐减小，说明随着自旋的增大，发生带内跃迁的概率越来越小，且带内跃迁中 E2 跃迁所占的比例越来越大。

2.  $^{127}\text{Xe}$  的 Wobbling 运动物理图像:

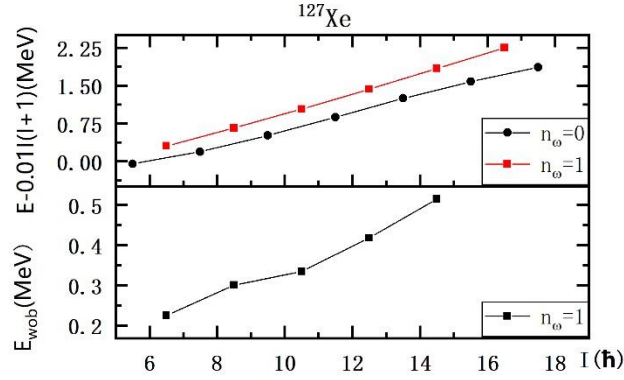


图 1.4  $^{127}\text{Xe}$  的  $E_{\text{wob}}$  和减去转子能量图像

根据参考文献【14】中的数据和公式 (1.0)、(1.1) 计算出  $^{127}\text{Xe}$  的  $E_{\text{wob}}$  和减去转子能量, 图像如图 1.4 所示。 $^{127}\text{Xe}$  的 Wobbling 能量随自旋角动量  $I$  的增大而增大, 量级在 0.1MeV 左右, 表明这是一个纵向摇摆【14】。 $n_{\omega}=1$  带和  $n_{\omega}=0$  带减去转子能量的能量差逐渐增大。

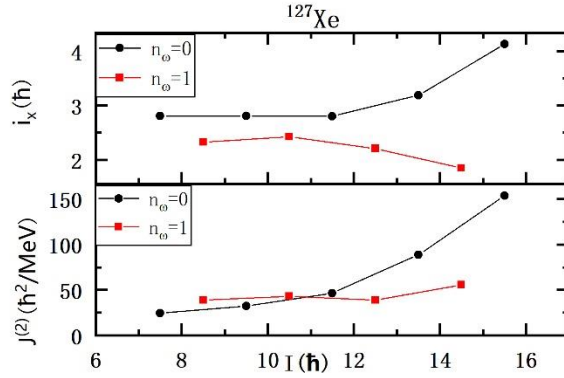


图 1.5  $^{127}\text{Xe}$  的  $J^{(2)}$  和  $i_x$  图像

根据参考文献【14】中给出的数据和公式 (1.29), (1.30) 计算出  $^{127}\text{Xe}$  的  $J^{(2)}$  和  $i_x$ , 图像如图 1.5 所示。通过图 1.5 可以看到,  $^{127}\text{Xe}$  的动力学转动惯量随自旋角动量的增大而逐渐增大,  $n_{\omega}=0$  带增大速率更快,  $J^{(2)}$  在 10-100 ( $\hbar^2/\text{MeV}$ ) 量级。随着自旋的增大,  $n_{\omega}=0$  带的  $i_x$  逐渐增大,  $n_{\omega}=1$  时的  $i_x$  逐渐减小 (可能是由于根据方程组 (2.2) 计算的  $J_0$  和  $J_1$  的估计值与实际值误差较大造成的)。

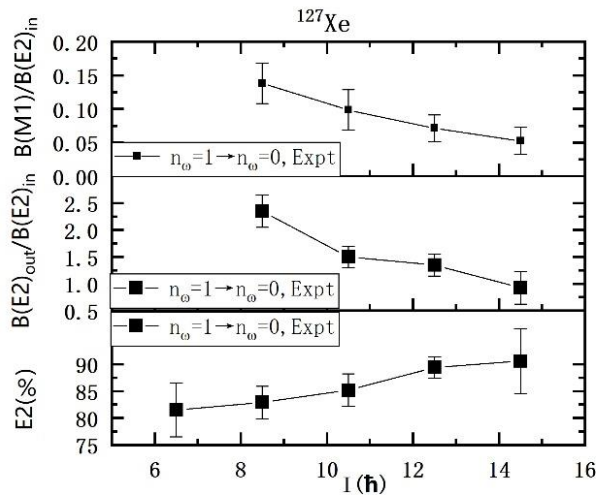


图 1.6  $^{127}\text{Xe}$  的  $B(M1)/B(E2)_{in}$ 、 $B(E2)_{out}/B(E2)_{in}$ 、 $E2(\%)$  图像

根据参考文献【14】中给出的实验数据和公式 (1.10)、(1.24)、(1.30) 计算  $^{127}\text{Xe}$  的电磁性质，图像如图 1.6 所示。由图 1.6 可知，随自旋角动量  $I$  的增大带间  $E2$  占带间跃迁的比值逐渐增大且总是在 80% 以上， $B(M1)/B(E2)_{in}$  逐渐减小，表明带间跃迁表现为主要  $E2$  的特征。在  $I=8.5\hbar$  处  $B(E2)_{out}/B(E2)_{in}$  的 2.5 倍左右，随  $I$  的增大  $B(E2)_{out}/B(E2)_{in}$  逐渐减小，当  $I=14.5\hbar$  时  $B(E2)_{out}$  降为  $B(E2)_{in}$  的 1 倍以下，表明在低自旋区，发生带间跃迁的概率比较大，而随着  $I$  的增大带间跃迁的概率迅速下降。

3.  $^{130}\text{Ba}$  的 Wobbling 物理图像：

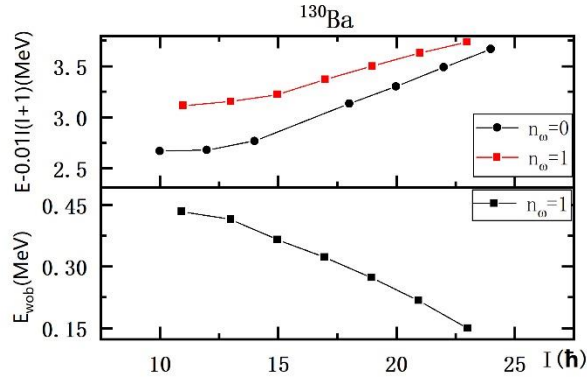


图 1.7  $^{130}\text{Ba}$  的  $E_{wob}$  和减去转子能量图像

$^{130}\text{Ba}$  是目前第一个也是唯一一个被发现存在 Wobbling 带偶偶核【13】。根据参考文献【13, 24】中的实验数据和公式 (1.0)、(1.1) 计算出  $^{130}\text{Ba}$  的  $E_{wob}$  和减去转子能量，图像如图 1.7 所示。由图 1.7 可知， $^{130}\text{Ba}$  的 Wobbling 能量随自旋角动量的增大而减小，量级在 0.1MeV，这是一个横向摇摆【13】。

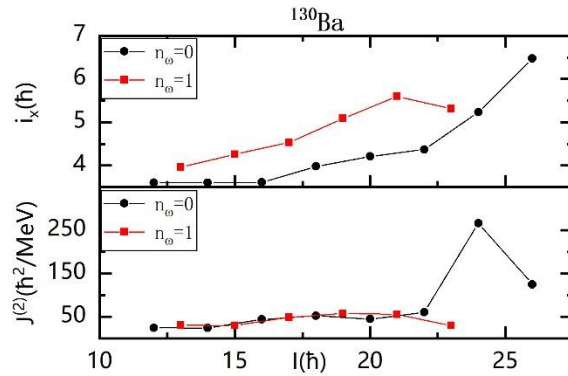


图 1.8  $^{130}\text{Ba}$  的  $J^{(2)}$  和  $i_x$  图像

根据参考文献【13, 24】给出的实验数据和公式 (1.3)、(1.4) 计算  $^{130}\text{Ba}$  的动力学转动惯量和顺排角动量，图像如图 1.8 所示。由图可知， $^{130}\text{Ba}$  的  $J^{(2)}$  在 10-100 ( $\hbar^2/\text{MeV}$ ) 量级，在  $I=8.5\hbar$  24.5 $\hbar$  区间内随  $I$  的变化趋势不明显， $i_x$  随  $I$  的增大而增大。

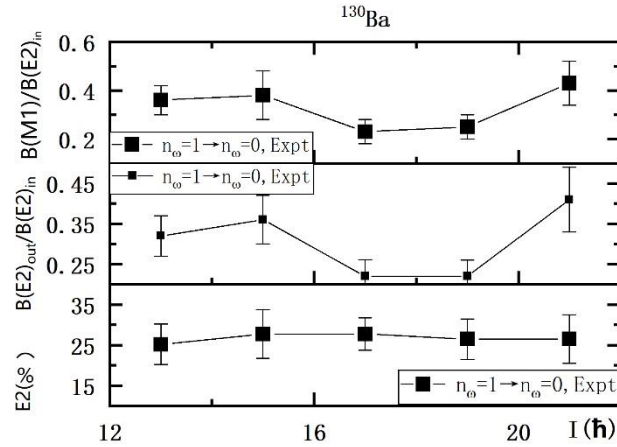


图 1.9  $^{130}\text{Ba}$  的  $B(M1)/B(E2)_{in}$ 、 $B(E2)_{out}/B(E2)_{in}$ 、 $E2(\%)$  图像

根据参考文献【13, 24】中给出的实验数据和公式 (1.10)、(1.24)、(1.30) 计算  $^{130}\text{Ba}$  的电磁性质，图像如图 1.9 所示。由图可知，带间 E2 跃迁仅占带内跃迁的 20%~30%，带间 E2 的跃迁概率约为带内 E2 跃迁的 15%~40%，带间 M1 跃迁的概率约为带内 E2 跃迁概率的 10%~50%，可见  $^{130}\text{Ba}$  的 Wobbling 带发生带间 M1 跃迁的概率显著高于其他十一个奇 A 核，而带间 E2 跃迁的发生概率与其他核相差不多。

4.  $^{133}\text{La}$  的 Wobbling 运动物理图像：

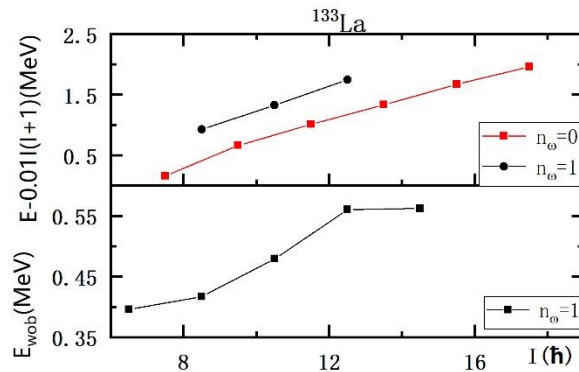


图 1.10  $^{133}\text{La}$  的  $E_{wob}$  和减去转子能量图像

根据参考文献【10】中的数据和公式 (1.0)、(1.1) 计算出  $^{133}\text{La}$  的  $E_{wob}$  和减去转子能量，所得图像如图 1.10 所示。由图 1.10 可知，随自旋角动量  $I$  的增大， $^{133}\text{La}$  的 Wobbling 能量逐渐增大，在  $I=12.5\hbar$ 、 $14.5\hbar$  处达到极大值，量级在 0.1MeV，这是纵向摇摆，这也是观察到的第一例纵向摇摆【10】。

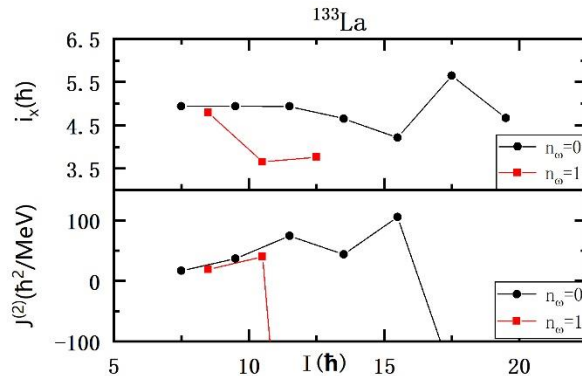


图 1.11  $^{133}\text{La}$  的  $J^{(2)}$  和  $i_x$  图像

根据参考文献【10】中给出的数据和公式 (1.3), (1.4) 计算出  $^{133}\text{La}$  的  $J^{(2)}$  和  $i_x$ , 所得图像如图 1.11 所示。由图 1.11 可知在  $I=7.5\hbar-17.5\hbar$  时  $n_\omega=0$  带的  $J^{(2)}$  随自旋角动量的增大而增大, 在  $I=19.5\hbar$  时骤减为  $-153\hbar^2/\text{MeV}$ , 这就表示  $I=39/2^- \rightarrow I=35/2^-$  的  $\gamma$  跃迁能量小于  $I=35/2^- \rightarrow 31/2^-$  的  $\gamma$  跃迁能量。 $n_\omega=1$  在  $I=12.5\hbar$  时为  $-1000\hbar^2/\text{MeV}$ , 说明  $I=29/2^- \rightarrow I=25/2^-$  的跃迁能量很接近且小于  $I=25/2^- \rightarrow I=21/2^-$  的  $\gamma$  跃迁能量。 $J^{(2)}$  在  $10 \sim 100 (\hbar^2/\text{MeV})$  量级。

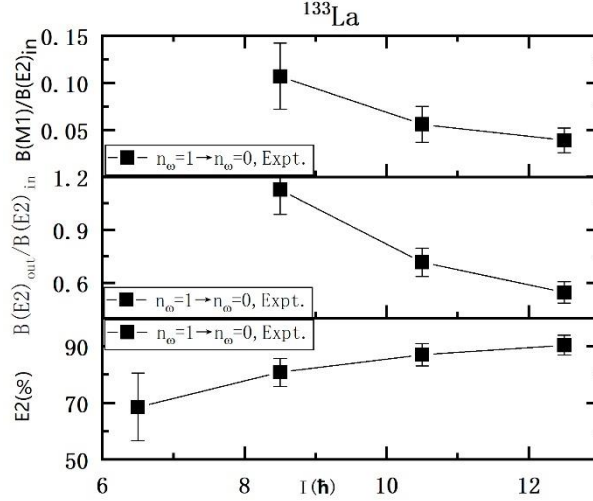


图 1.12  $^{133}\text{La}$  的  $B(M1)/B(E2)_{in}$ 、 $B(E2)_{out}/B(E2)_{in}$ 、 $E2(\%)$  图像

根据参考文献【10】中给出的实验数据和公式 (1.10)、(1.24)、(1.30) 计算  $^{133}\text{La}$  的电磁性质, 图像如图 1.12 所示。由图 1.12 可以看出  $E2(\%)$  随  $I$  的增大而增大, 带间跃迁显示出主要为  $E2$  跃迁的特征。 $B(M1)/B(E2)_{in}$ 、 $B(E2)_{out}/B(E2)_{in}$  随  $I$  的增大而减小, 即  $n_\omega=1 \rightarrow n_\omega=0$  (带间) 跃迁的发生概率随  $I$  的增大而减小。

5.  $^{135}\text{Pr}$  的 Wobbling 运动物理图像:

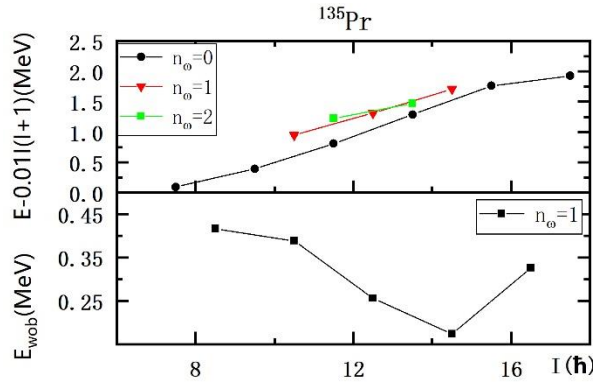


图 1.13  $^{135}\text{Pr}$  的  $E_{wob}$  和减去转子能量图像

根据参考文献【11, 12】中给出的实验数据和公式 (1.0)、(1.1) 计算出  $^{133}\text{La}$  的  $E_{wob}$  和减去转子能量, 所得图像如图 1.13 所示。图 1.13 中,  $^{135}\text{Pr}$  的 Wobbling 能量随自旋角动量  $I$  的增大先减小后增大, 量级为  $0.1\text{MeV}$ , 和  $^{105}\text{Pd}$  的  $E_{wob}$  图像很相似。

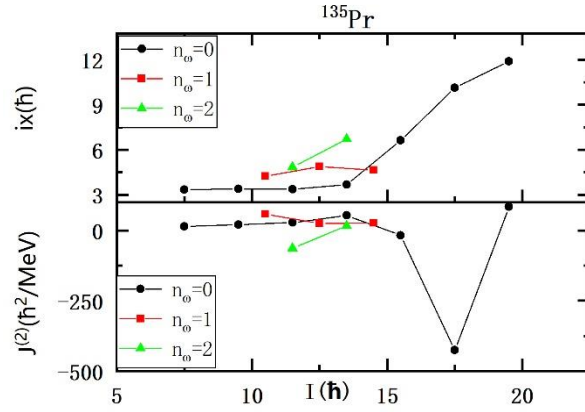


图 1.14  $^{135}\text{Pr}$  的  $J^{(2)}$  和  $i_x$  图像

根据参考文献【11, 12】中给出的数据和公式 (1.3), (1.4) 计算出  $^{135}\text{Pr}$  的  $J^{(2)}$  和  $i_x$ , 所得图像如图 1.14 所示。由图 1.14 可知,  $n_\omega = 0$  时的  $J^{(2)}$  在自旋角动量大于  $7.5\hbar$  时随自旋的增大而增大, 但是在  $I=15.5\hbar$ 、 $17.5\hbar$  时骤降为负, 说明此能级的  $\gamma$  跃迁能量小于上一能级,  $n_\omega=1$  时的  $J^{(2)}$  随自旋角动量的增大而减小,  $n_\omega=1$  时的  $J^{(2)}$  随自旋角动量的增大而增大。  $n_\omega=0$ 、 $2$  时的  $i_x$  随  $I$  的增大而增大, 而  $n_\omega=1$  时的  $i_x$  随  $I$  的增大, 先增大后减小。

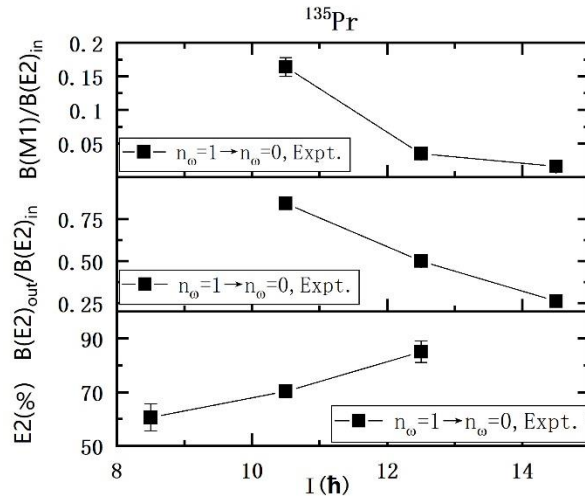


图 1.15  $^{135}\text{Pr}$  的  $B(M1)/B(E2)_{in}$ 、 $B(E2)_{out}/B(E2)_{in}$ 、 $E2(\%)$  图像

根据参考文献【11, 12】中给出的实验数据和公式 (1.10)、(1.24)、(1.30) 计算  $^{135}\text{Pr}$  的电磁性质, 图像如图 1.15 所示。由图 1.15 可知,  $I=8.5\hbar$  时带间  $E2$  占带间跃迁的 60% 以上, 且随自旋角动量  $I$  的增大而增大。在  $I=10.5\hbar$  时  $B(M1)$  约为  $B(E2)_{in}$  的 1.6 倍左右,  $B(M1)/B(E2)_{in}$  随自旋角动量的增大急剧减小。表明, 随着  $I$  的增大, 带间跃迁的几率逐渐减小, 而带间  $E2$  跃迁占带间跃迁的百分比却增大。

6.  $^{161}\text{Lu}$  的 Wobbling 运动物理图像:

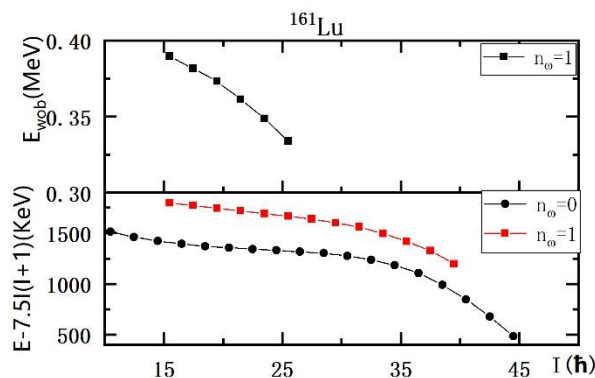


图 1.16  $^{161}\text{Lu}$  的  $E_{\text{wob}}$  和减去转子能量图像

根据参考文献【7】给出的数据和公式 (1.0)、(1.1) 计算出  $^{161}\text{Lu}$  的  $E_{\text{wob}}$  和减去转子能量, 图像如图 1.16 所示。其 Wobbling 能量随自旋角动量的增加而降低, 量级为 0.1MeV, 说明这这也是一个横向摇摆【7】。

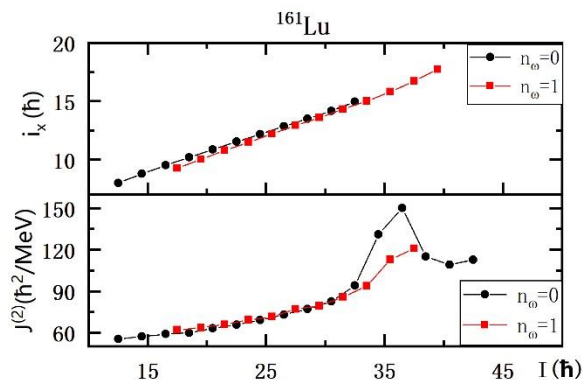


图 1.17  $^{161}\text{Lu}$  的  $J^{(2)}$  和  $i_x$  图像

根据参考文献【7】给出的数据和公式 (1.3), (1.4) 计算出  $^{161}\text{Lu}$  的  $J^{(2)}$  和  $i_x$  (计算  $i_x = I_x(I) - J_0 \omega - J_1 \omega^3$  时所用的  $J_0$  和  $J_1$  为  $J_0 = 30\hbar^2\text{MeV}^{-1}$ ,  $J_1 = 40\hbar^4\text{MeV}^{-3}$ 【7】), 图像如图 1.17 所示。通过  $J^{(2)}$  的图像可以看出, 在  $I=15-30\hbar$  之间,  $J^{(2)}$  在 50-80 ( $\hbar^2/\text{MeV}$ ) 之间缓慢增大,  $I>30\hbar$  时,  $J^{(2)}$  先急剧增大后减小。  $i_x$  随  $I$  的增大而增大。

由于实验上还暂时未测得  $^{161}\text{Lu}$  的电性质【7】, 所以这里暂时不给出  $^{161}\text{Lu}$  的电性质图像。

7.  $^{163}\text{Lu}$  的 Wobbling 运动物理图像:

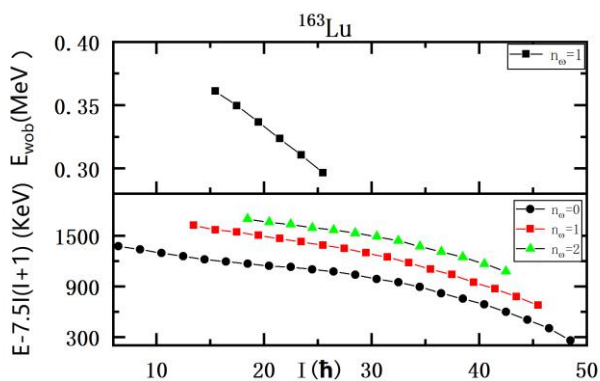


图 1.18  $^{163}\text{Lu}$  的  $E_{\text{wob}}$  和减去转子能量图像



根据参考文献【1, 2, 5】中给出的数据和公式 (1.0)、(1.1) 计算出  $^{163}\text{Lu}$  的  $E_{\text{wob}}$  和减去转子能量, 图像如图 1.18 所示。Wobbling 能量随自旋角动量的增加而降低, 量级为 0.1MeV, 这是一个横向摇摆【9】。

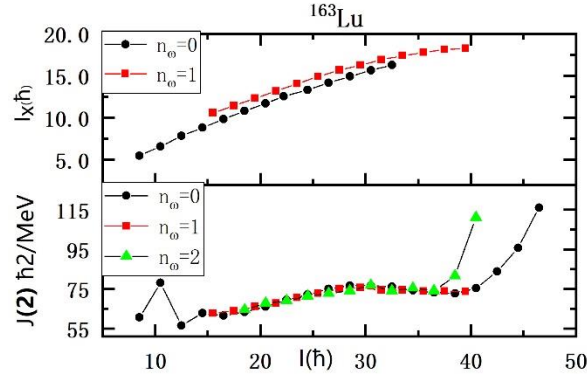


图 1.19  $^{163}\text{Lu}$  的  $J^{(2)}$  和  $i_x$  图像

根据参考文献【1, 2, 5】给出的数据和第一部分中的提取公式 (1.3) 和 (1.4) 计算出  $^{163}\text{Lu}$  的 Wobbling 带的  $J^{(2)}$  和  $i_x$  (计算  $i_x = I_x(I) - J_0 \omega - J_1 \omega^3$  时所用的  $J_0$  和  $J_1$  为  $J_0 = 25\hbar^2\text{MeV}^{-1}$ ,  $J_1 = 45\hbar^4\text{MeV}^{-3}$ 【1】)。图像如图 1.19 所示。在图 1.19 中可以观察到,  $i_x$  随自旋角动量  $I$  的增大而增大, 在  $I < 10.5\hbar$  时  $J^{(2)}$  随  $I$  先增大后减小, 在  $I = 15\hbar \sim 20\hbar$ ,  $J^{(2)}$  在 60–80 ( $\hbar^2/\text{MeV}$ ) 之间缓慢增大, 在  $I > 40\hbar$  时,  $J^{(2)}$  急剧增大。

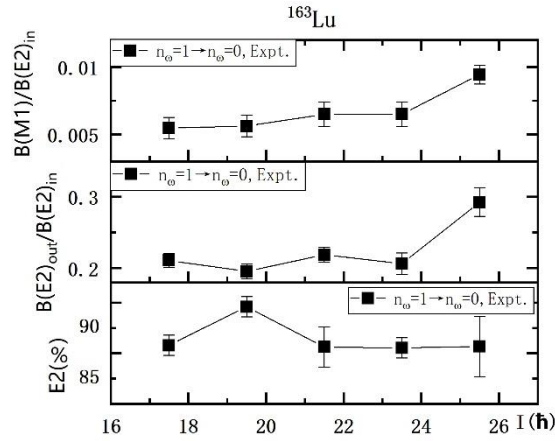


图 1.20 (1)  $^{163}\text{Lu}$  的  $n_{\omega}=1 \rightarrow n_{\omega}=0$  的  $B(M1)/B(E2)_{\text{in}}$ 、 $B(E2)_{\text{out}}/B(E2)_{\text{in}}$ 、 $E2(\%)$  图像

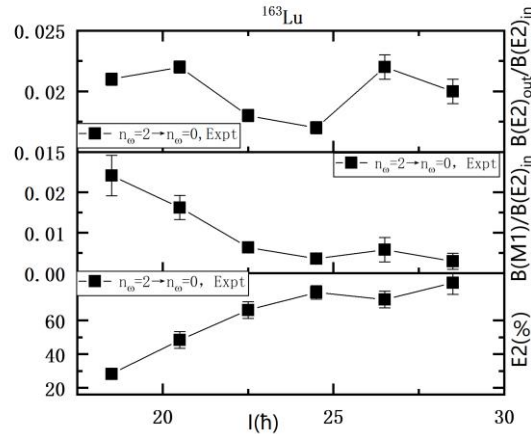


图 1.20 (2)  $^{163}\text{Lu}$  的  $n_{\omega}=2 \rightarrow n_{\omega}=0$  的  $B(M1)/B(E2)_{\text{in}}$ 、 $B(E2)_{\text{out}}/B(E2)_{\text{in}}$ 、 $E2(\%)$  图像



根据参考文献【1, 2, 5】中给出的数据和公式 (1.10)、(1.24)、(1.30) 计算出  $^{163}\text{Lu}$  Wobbling 带的电磁性质, 图像如图 1.20 (1)、(2) 所示。图像 (1) 显示, 在自旋角动量  $I=17.5\hbar \sim 25.5\hbar$  之间, 带间 E2 占整个  $n_\omega = 1 \rightarrow n_\omega = 0$  的跃迁跃迁的 88% 以上, 相反带间 M1 跃迁只占不到带间跃迁的 12%。由此可知,  $n_\omega = 1 \rightarrow n_\omega = 0$  的跃迁主要是 E2 跃迁。

由图像 (2) 可知, 相比  $n_\omega = 1 \rightarrow n_\omega = 0$  跃迁,  $n_\omega = 2 \rightarrow n_\omega = 0$  跃迁在  $I < 22.5\hbar$  时, 带间 E2 的跃迁几率不及带间跃迁的 50%, 但是随着  $I$  的增大, 带间跃迁逐渐显示出主要为 E2 跃迁的特征。而  $B(E2)_{\text{out}}/B(E2)_{\text{in}}$  小于 0.1, 可见  $n_\omega = 2 \rightarrow n_\omega = 0$  的跃迁几率远远不如  $n_\omega = 1 \rightarrow n_\omega = 0$ 。

8.  $^{165}\text{Lu}$  的 Wobbling 运动物理图像:

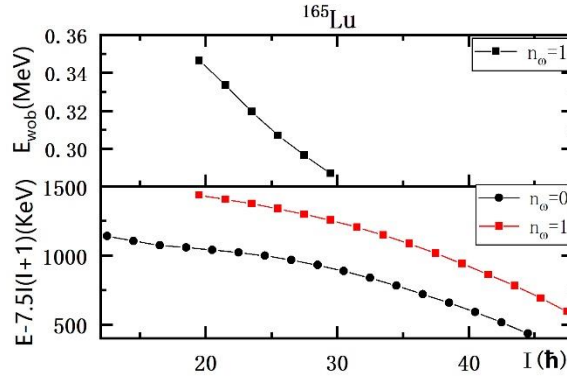


图 1.21  $^{165}\text{Lu}$  的  $E_{\text{wob}}$  和减去转子能量图像

根据参考文献【3】中给出的实验数据和公式 (1.0)、(1.1) 计算出  $^{165}\text{Lu}$  的 Wobbling 能量和减去转子能量, 图像如图 1.21 所示。其 Wobbling 能量随自旋角动量的增加而降低, 量级在 0.1MeV, 表明这这也是一个横向摇摆【3】。

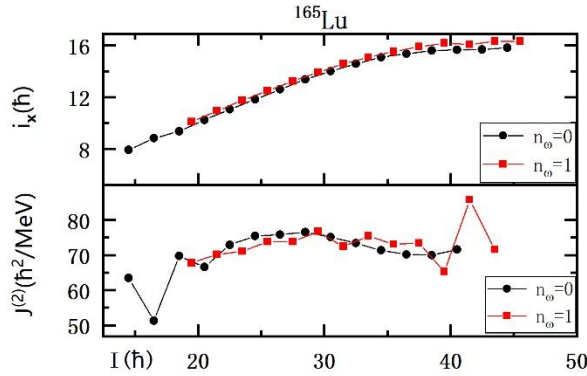


图 1.22  $^{165}\text{Lu}$  的  $J^{(2)}$  和  $i_x$  图像

通过参考文献【3】给出的数据和公式 (1.3)、(1.4) 计算出  $^{165}\text{Lu}$  的动力学转动惯量和顺排角动量 (计算  $i_x = I_x(I) - J_0 \omega - J_1 \omega^3$  时所用  $J_0 = 30\hbar^2 \text{MeV}^{-1}$ ,  $J_1 = 40\hbar^4 \text{MeV}^{-3}$ 【3】), 图像如图 1.22 所示。由图可知, 在  $I > 20\hbar$  时  $n_\omega = 1, 0\hbar$  的动力学转动惯量很接近。在  $I = 15\hbar - 30\hbar$  间  $J^{(2)}$  随  $I$  的变化不明显, 数值稳定在在 50-90 ( $\hbar^2/\text{MeV}$ ) 区间内。 $i_x$  随  $I$  的增大而增大。

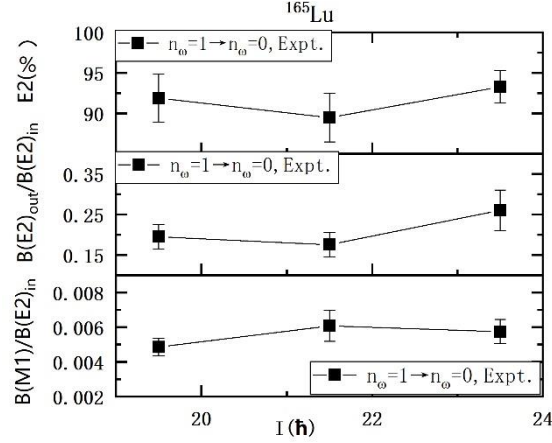


图 1.23  $^{165}\text{Lu}$  的  $B(M1)/B(E2)_{in}$ 、 $B(E2)_{out}/B(E2)_{in}$ 、 $E2(\%)$  图像

根据参考文献【3】中的实验数据和公式 (1.10)、(1.24)、(1.30) 计算出  $^{165}\text{Lu}$  的  $B(M1)/B(E2)_{in}$ 、 $B(E2)_{out}/B(E2)_{in}$ 、 $E2(\%)$  的实验值，由图可知在  $I=17.5\hbar$ 、 $19.5\hbar$ 、 $21.5\hbar$  处的带间 E2 占带内跃迁的 90% 以上，由此可知， $n_{\omega}=1 \rightarrow n_{\omega}=0$  的跃迁主要是 E2 跃迁。带间 E2 的跃迁概率约为带内 E2 跃迁的 0.2 倍左右。

9.  $^{167}\text{Lu}$  的 Wobbling 运动物理图像：

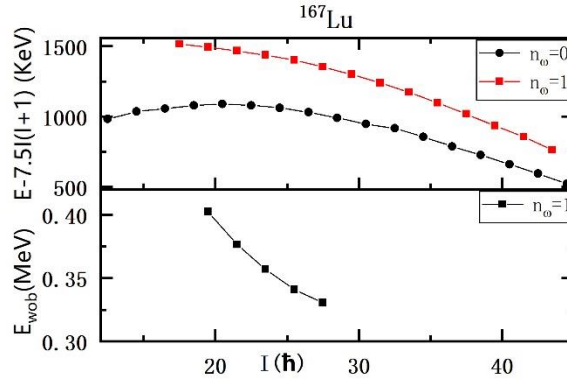


图 1.24  $^{167}\text{Lu}$  的  $E_{wob}$  和减去转子能量图像

根据参考文献【4】中的实验数据和公式 (1.0)、(1.1) 计算出  $^{167}\text{Lu}$  的  $E_{wob}$  和减去转子能量，图像如图 1.24 所示。 $^{167}\text{Lu}$  的 Wobbling 能量随自旋角动量  $I$  的增大而减小，量级在 0.1MeV，是横向摇摆【4】。

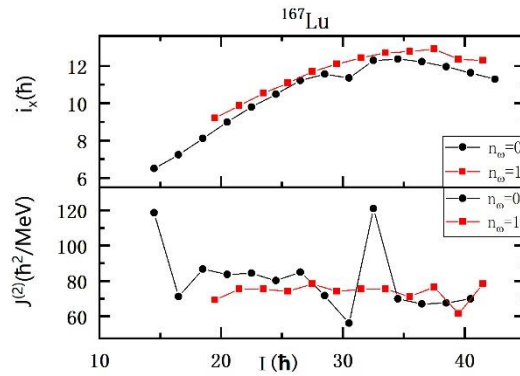


图 1.25  $^{167}\text{Lu}$  的  $J^{(2)}$  和  $i_x$  图像

根据参考文献【4】中的数据和公式 (1.3)，(1.4) 计算出  $^{167}\text{Lu}$  的  $i_x$  和  $J^{(2)}$

(计算  $i_x = I_x(I) - J_0 \omega - J_1 \omega^3$  时所用  $J_0 = 35 \hbar^2 \text{MeV}^{-1}$ ,  $J_1 = 45 \hbar^4 \text{MeV}^{-3}$  【4】), 物理图像如图 1.25 所示。由图可知, 在  $I = 15 - 30 \hbar$  之间,  $J^{(2)}$  的变化比较平稳, 但是  $n_\omega = 0$  时的  $J^{(2)}$  在  $32.5 \hbar$  处出现极大值, 在  $I = 30.5 \hbar$  处出现极小值。 $n_\omega = 1$  时的  $J^{(2)}$  数值稳定在  $60 - 80 (\hbar^2/\text{MeV})$  之间。 $i_x$  随  $I$  先增大后减小。

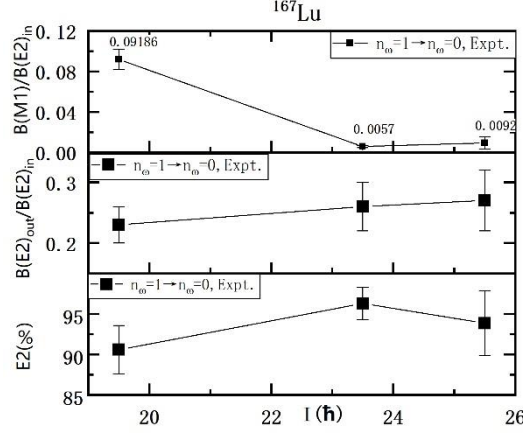


图 1.26  $^{167}\text{Lu}$  的  $B(M1)/B(E2)_{in}$ 、 $B(E2)_{out}/B(E2)_{in}$ 、 $E2(\%)$  图像

根据参考文献【4】中给出的实验数据和公式 (1.10)、(1.24)、(1.30) 计算出  $^{167}\text{Lu}$  的电磁性质, 图像如图 1.26 所示。由图可知,  $^{167}\text{Lu}$  的带间 E2 跃迁概率占带内跃迁的 90% 以上, 且随着自旋的增加这个比率有上升的趋势。带间 E2 跃迁的概率为带内 E2 跃迁的 20% 以上,  $B(E2)_{out}/B(E2)_{in}$  随自旋角动量的增大而增大。带间 M1 跃迁概率不足带内 E2 跃迁概率的 0.1 倍, 且随着自旋的增加此比值减小。由此可知,  $n_\omega = 1 \rightarrow n_\omega = 0$  (带间) 跃迁主要是 E2 跃迁。

10.  $^{167}\text{Ta}$  的 Wobbling 运动物理图像:

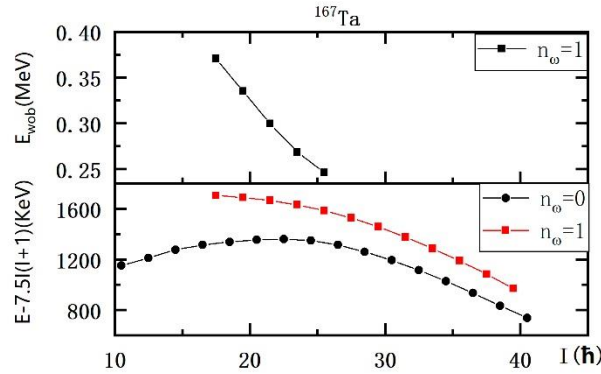


图 1.27  $^{167}\text{Ta}$  的  $E_{wob}$  和减去转子能量图像

根据参考文献【8】中的数据和公式 (1.1) 计算出  $^{167}\text{Ta}$  的  $E_{wob}$  和减去转子能量, 图像如图 1.27 所示。由图像可知,  $^{167}\text{Ta}$  的 Wobbling 能量随  $I$  的增加而减小, 量级在  $0.1 \text{MeV}$ , 这表明是横向摇摆【7】。 $n_\omega = 1 \rightarrow n_\omega = 0$  之间的能量差随  $I$  的增大而减小。

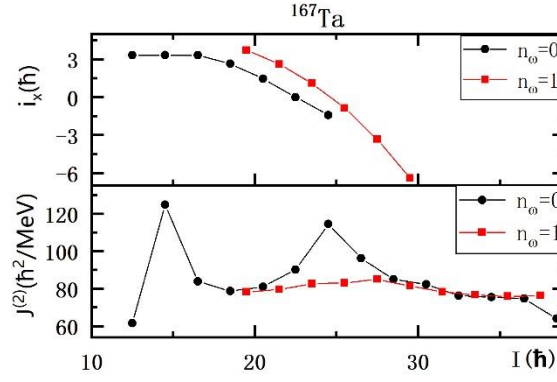


图 1.28  $^{167}\text{Ta}$  的  $J^{(2)}$  和  $i_x$  图像

根据参考文献【8】中给出的数据和公式 (1.3), (1.4) 计算出  $^{167}\text{Ta}$  的  $J^{(2)}$  和  $i_x$ , 图像如图 1.28 所示,  $i_x$  随  $I$  的增大而增大, 在  $I=12.5-34.5\hbar$  之间,  $n_\omega = 1$  带的  $J^{(2)}$  的图像比较平稳, 稳定在  $60-80 (\hbar^2/\text{MeV})$  之间。 $n_\omega = 0$  时的  $J^{(2)}$  在  $I=14.5\hbar$  和  $24.5\hbar$  处出现极大值。 $i_x$  随  $I$  的增大而减小 (可能是由于根据方程组 (2.2) 计算的  $J_0$  和  $J_1$  的估计值与实际值误差较大造成的)。

参考文献【8】暂未给出  $^{167}\text{Ta}$  的电磁性质的实验数据, 所以这里暂时无法给出  $^{167}\text{Ta}$  的电磁性质图像。

11.  $^{183}\text{Au}$  的 Wobbling 运动图像:

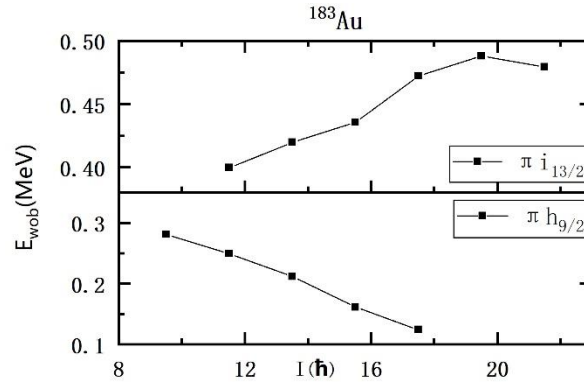


图 1.29  $^{183}\text{Au}$  的  $E_{\text{wob}}$  图像

根据参考文献【15】中的数据和公式 (1.0) 计算出  $^{183}\text{Au}$  的  $E_{\text{wob}}$ , 所得图像如图 1.29 所示。由图 1.29 知  $^{183}\text{Au}$  的  $\pi i_{13/2}$  带到 TW2 带的 Wobbling 能量随自旋角动量  $I$  的增大而增大;  $\pi h_{9/2}$  带到 TW1 带的 Wobbling 能量随自旋角动量  $I$  的增大而减小, 量级在都  $0.1\text{MeV}$ 。但是参考文献【15】中用粒子转子模型模拟了 TW2 带到  $\pi i_{13/2}$  带的 Wobbling 能量, 结果为先上升后下降, 其中上升部分和实验吻合的很好, 并且建议将这两个 Wobbling 带都归为横向摇摆。

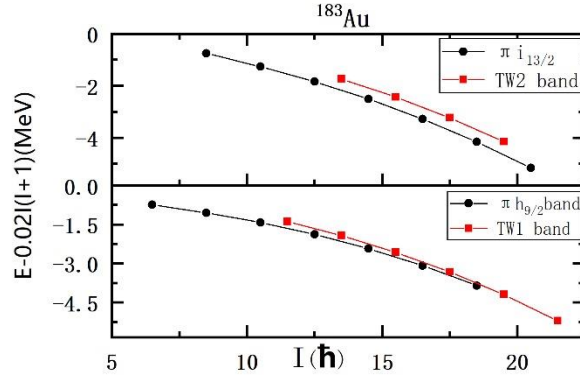


图 1.30  $^{183}\text{Au}$  的减去转子能量图像

根据参考文献【15】中的数据和公式 (1.1) 计算出  $^{183}\text{Au}$  的减去转子能量, 所得图像如图 1.30 所示。

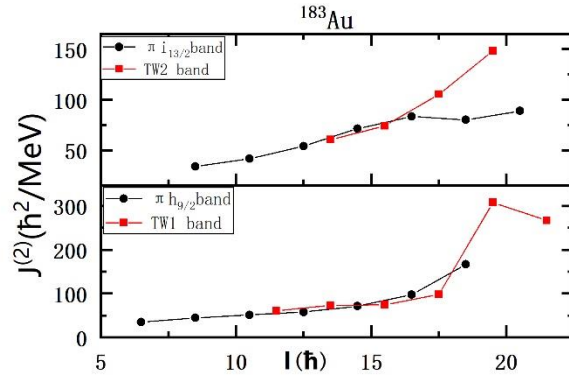


图 1.31  $^{183}\text{Au}$  的  $J^{(2)}$  图

根据参考文献【15】中给出的实验数据和公式 (1.3) 计算出  $^{183}\text{Au}$  的  $J^{(2)}$ , 所得图像如图 1.31 所示。四条能带的  $J^{(2)}$  都随  $I$  的增大而减小。量级在  $10\text{--}100\hbar^2/\text{MeV}$ 。

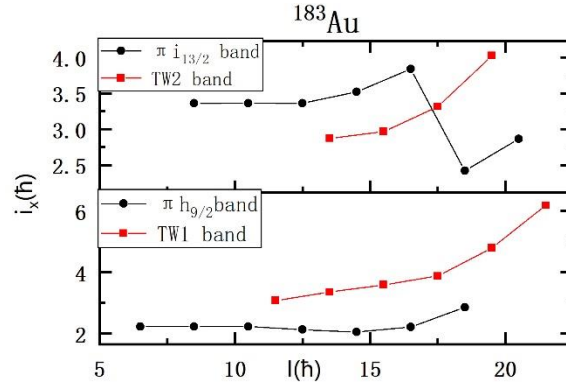


图 1.32  $^{183}\text{Au}$  的  $i_x$  图像

根据参考文献【15】中给出的数据和公式 (1.4) 计算出  $^{183}\text{Au}$  的  $i_x$  如图 1.32 所示,  $\pi h_{9/2}$  带和 TW1 带的  $i_x$  随  $I$  的增大而增大, TW2 带的  $i_x$  随  $I$  的增大而增大, 但是而  $\pi i_{13/2}$  带的  $i_x$  随  $I$  的增大先增大后减小(可能是由于根据方程组(2.2)计算的  $J_0$  和  $J_1$  的估计值与实际值误差较大造成的)。

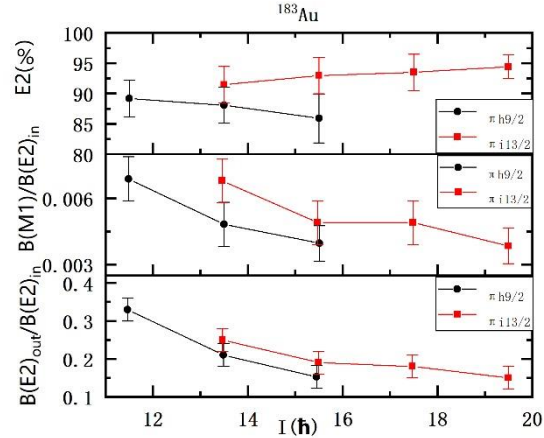


图 1.33  $^{183}\text{Au}$  的  $B(M1)/B(E2)_{in}$ 、 $B(E2)_{out}/B(E2)_{in}$ 、 $E2(\%)$  图像

根据参考文献【15】中给出的实验数据和公式 (1.10)、(1.24)、(1.30) 计算  $^{183}\text{Au}$  的电磁性质，图像如图 1.33 所示。由图可知， $\pi i_{13/2}$  带的  $E2(\%)$  随自旋角动量的增大而增大，而  $\pi h_{9/2}$  带的  $E2(\%)$  随自旋角动量的增大而减小，两条带的  $E2(\%)$  均在 85% 以上。 $E2$  跃迁均为主要带间跃迁。 $B(M1)/B(E2)_{in}$  和  $B(E2)_{out}/B(E2)_{in}$  都随自旋角动量  $I$  的增加而减小，表示随着  $I$  的增大，发生带间跃迁的概率逐渐减小。

12.  $^{187}\text{Au}$  的 Wobbling 物理图像：

(此小节图中的 Yrast band 表示 Wobbling 声子数  $n_\omega=0$  带，Wobbling band 表示  $n_\omega=1$  带)

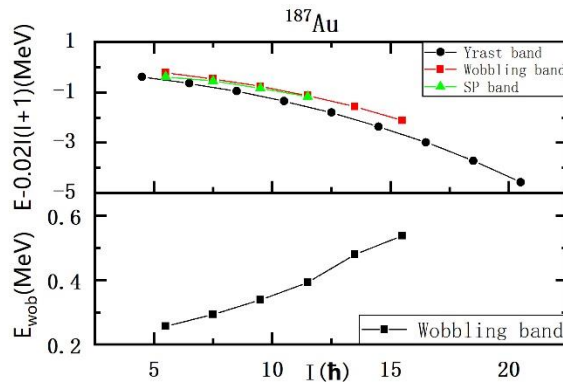


图 1.34  $^{187}\text{Au}$  的  $E_{wob}$  和减去转子能量图像

根据参考文献【16】中的数据 and 公式 (1.0)、(1.1) 计算出  $^{187}\text{Au}$  的  $E_{wob}$  和减去转子能量，所得图像如图 1.34 所示。由图可知， $^{187}\text{Au}$  的 Wobbling 能量随自旋角动量  $I$  的增大而增大，量级为 0.1MeV，是纵向摇摆。

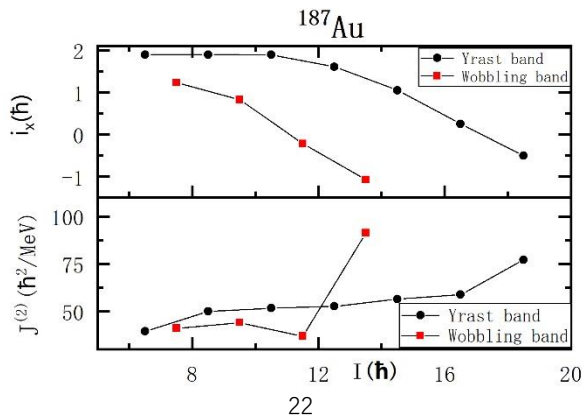


图 1.35  $^{187}\text{Au}$  的  $J^{(2)}$  和  $i_x$  图像

根据参考文献【16】中给出的数据和公式 (1.3) (1.4) 计算出  $^{187}\text{Au}$  的  $J^{(2)}$  和  $i_x$ ，所得图像如图 1.35 所示。由图可知， $^{187}\text{Au}$  的 Yrast 带的  $J^{(2)}$  随  $I$  的增大而增大， $n_\omega$  带的  $J^{(2)}$  随自旋角动量先减小后增大，量级都在  $10\text{--}100\hbar^2/\text{MeV}$ 。 $i_x$  随  $I$  的增大而减小（可能是由于根据方程组 (2.2) 计算的  $J_0$  和  $J_1$  的估计值与实际值误差较大造成的）。

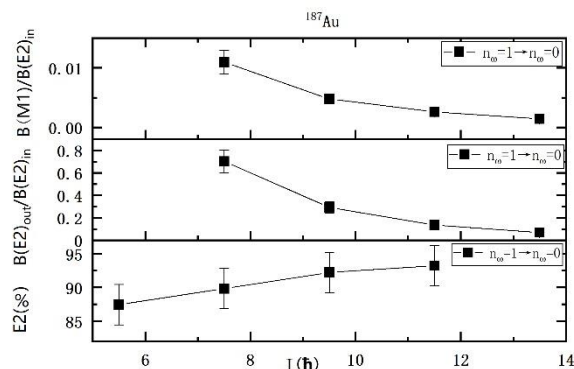


图 1.36  $^{187}\text{Au}$  的  $B(M1)/B(E2)_{in}$ 、 $B(E2)_{out}/B(E2)_{in}$ 、 $E2(\%)$  图像

根据参考文献【16】中给出的实验数据和公式 (1.10)、(1.24)、(1.30) 计算  $^{187}\text{Au}$  的电磁性质，图像如图 1.36 所示。从图中可以看出， $E2(\%)$  随  $I$  的增大而增大， $B(M1)/B(E2)_{in}$ 、 $B(E2)_{out}/B(E2)_{in}$  随  $I$  的增大而减小。由此可见，随着  $I$  的增大，带间跃迁的发生概率减小，且带间跃迁中的 M1 跃迁愈发不明显。

### (三) 相同核区的原子核 Wobbling 带性质的对比

#### 1. $A \sim 100$ 质量区

$A \sim 100$  质量区存在 Wobbling 带的原子核至今为止只发现了  $^{105}\text{Pd}$ ，其能谱和电磁性质的图像可参考 (二) 中第一小节的图像。

#### 2. $A \sim 130$ 质量区

##### (1) Wobbling 能量对比

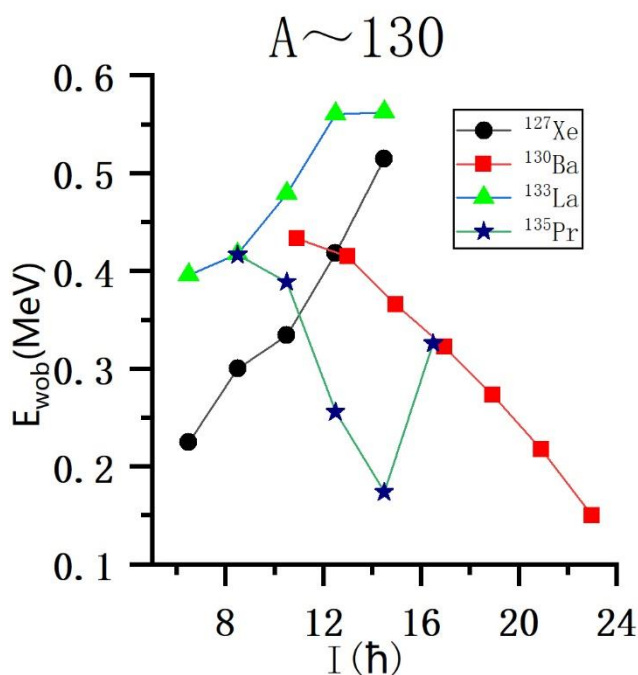




图 2.1 A~130 质量区的 Wobbling 能量图像

由图 2.1 可知,  $^{127}\text{Xe}$ 、 $^{130}\text{Ba}$ 、 $^{133}\text{La}$ 、 $^{135}\text{Pr}$  的 Wobbling 也能量十分接近, 量级在 0.1MeV。其中  $^{127}\text{Xe}$ 、 $^{133}\text{La}$  的 Wobbling 能量随自旋角动量的增大而增大, 是纵向摇摆。 $^{130}\text{Ba}$  的 Wobbling 能量随自旋角动量的增大而减小, 是横向摇摆, 而  $^{135}\text{Pr}$  的 Wobbling 能量随 I 先减小后增大, 但这也是一个横向摇摆【12-13】。

(2) 减去转子能量对比

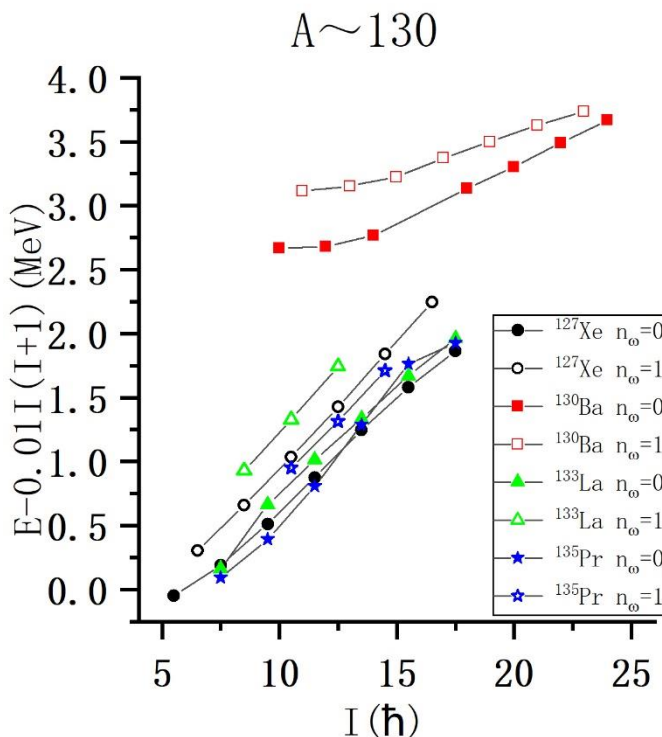


图 2.2 A~130 质量区的减去转子能量图像

图 2.2 显示, 减去转子能量  $E - AI(I+1)$ , A 均设定为 0.01。偶偶核  $^{130}\text{Ba}$  的减去转子能量显著大于其他核。且  $^{127}\text{Xe}$ 、 $^{133}\text{La}$  两条能带之间的减去转子能量的能量差随 I 的增大而增大, 而  $^{130}\text{Ba}$ 、 $^{135}\text{Pr}$  的两条能带间的减去转子能量的能量差随 I 的增大而减小。

(3) 动力学转动惯量对比



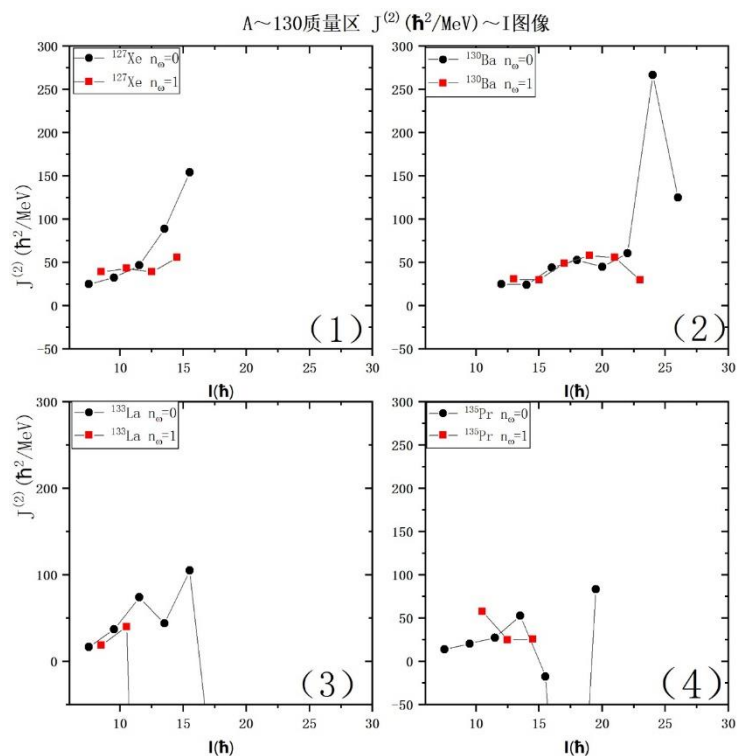


图 2.3 A~130 质量区的动力学转动惯量图像

由图 2.3 可知,  $^{127}\text{Xe}$ 、 $^{133}\text{La}$ 、 $^{135}\text{Pr}$  的动力学转动惯量除个别能级外非常接近。量级在  $10\text{--}100\hbar^2/\text{MeV}$ 。

(4) 电磁性质对比

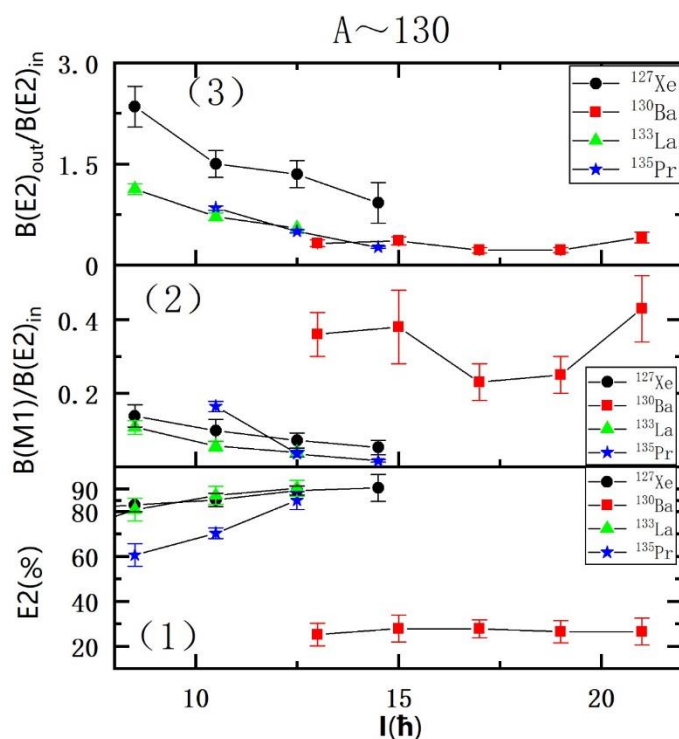


图 2.4 A~130 质量区的电磁性质对比

由图 2.4 可知,  $^{127}\text{Xe}$ 、 $^{133}\text{La}$ 、 $^{135}\text{Pr}$  的电磁性质十分相似, 而  $^{130}\text{Ba}$  的  $E2(\%)$  显

著小于其余三个核,  $B(M1)/B(E2)_{in}$  显著大于其余三个核, 且  $E2(\%)$  仅在 25% 左右, 这表示  $^{130}\text{Ba}$  的带间 M1 跃迁比较强。 $^{130}\text{Ba}$  是第一个发现有 Wobbling 带的偶偶核, 其 M1 跃迁和带间 E2 跃迁的概率都比较大, 特别是其带间 M1 跃迁的概率相对奇 A 核的 Wobbling 带而言显著提高。

### 3. A~160 质量区

#### (1) Wobbling 能量对比

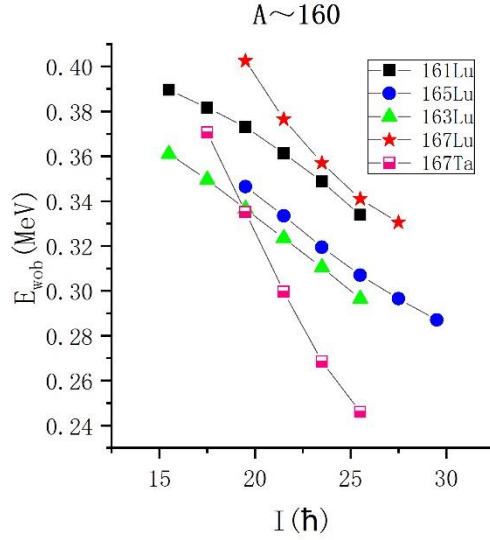


图 2.5 A~160 质量区的 Wobbling 能量图像

图像 2.5 显示, A~160 质量区的 Wobbling 能量都随自旋角动量的增大而减小, 可见目前观测到的此核区的 Wobbling 运动都是横向摇摆, 且这些原子核的 Wobbling 能量十分接近, 量级都在 0.1MeV。

#### (2) 减去转子能量对比

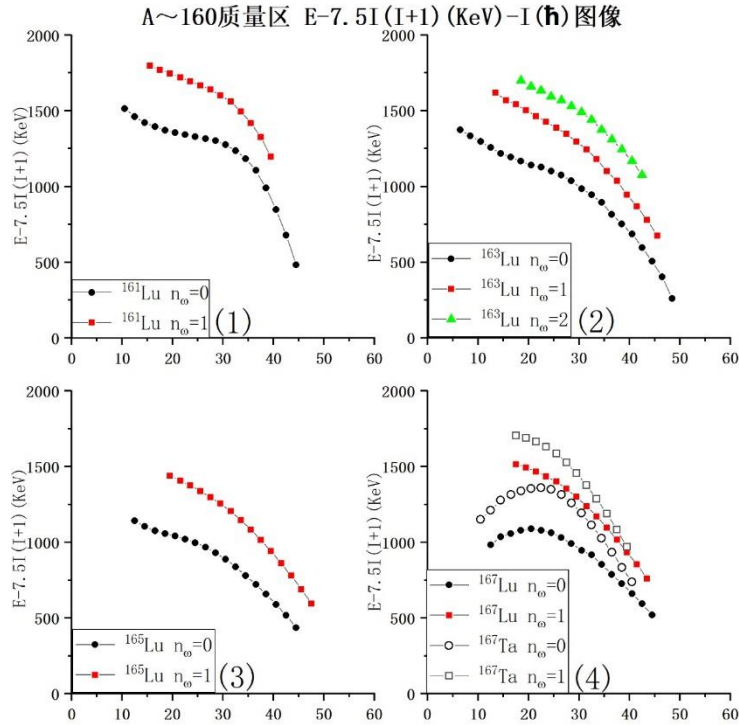


图 2.6 A~160 质量区的减去转子能量对比

图 2.6 给出了 A~160 质量区所有 Wobbling 带的减去转子能量  $E-AI(I+1)$ ，其中 A 均为 7.5。A~160 质量区的原子核两条 Wobbling 能带之间的减去转子能量的能量差都随 I 的增大而减小。

(3) 动力学转动惯量对比

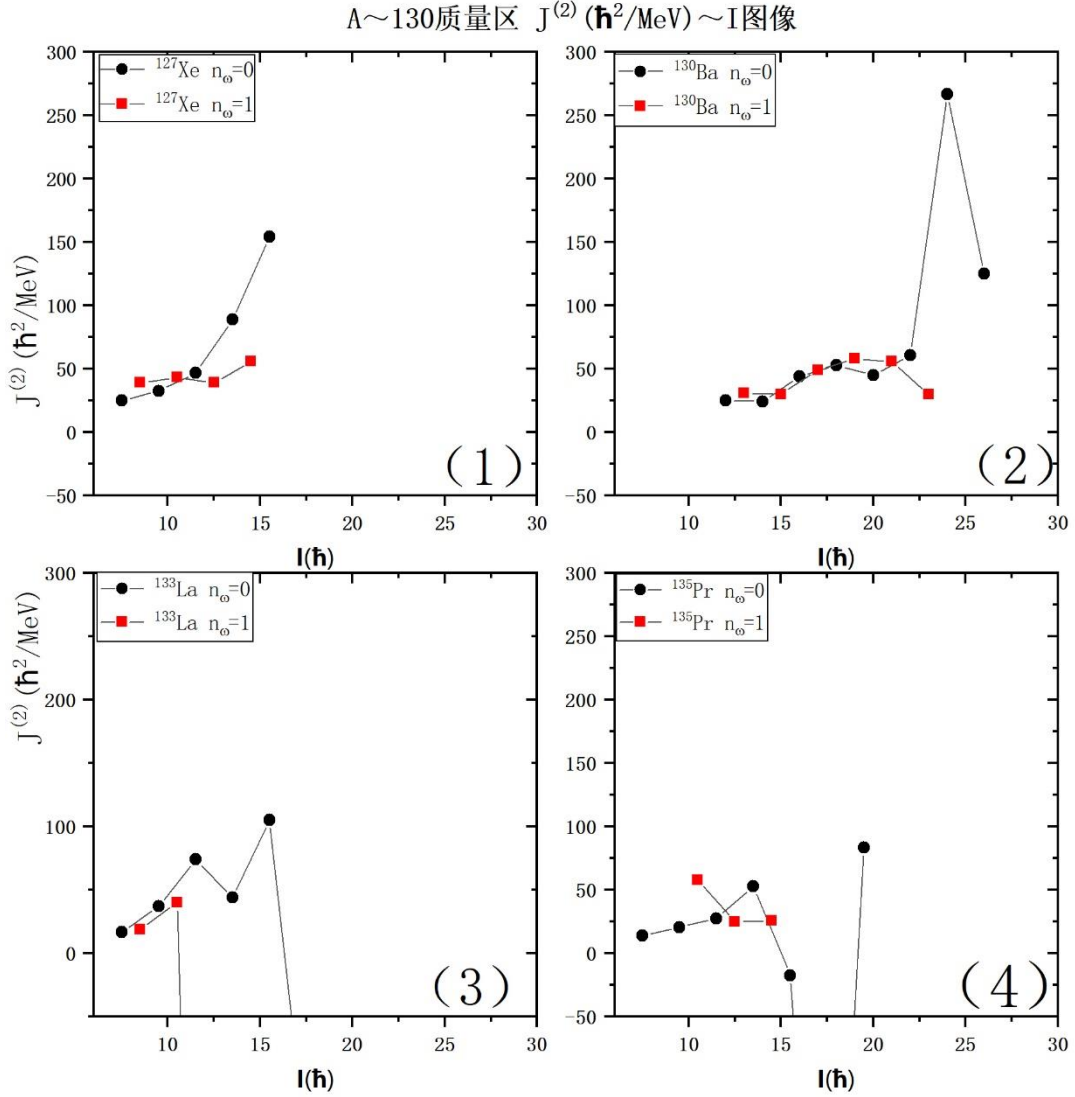


图 2.7 A~130 质量区的动力学转动惯量图像

由图 2.7 可知， $^{127}\text{Xe}$ 、 $^{133}\text{La}$ 、 $^{135}\text{Pr}$  的动力学转动惯量除个别能级外非常接近。量级在  $10-100\hbar^2/\text{MeV}$ 。

(4) 电磁性质对比

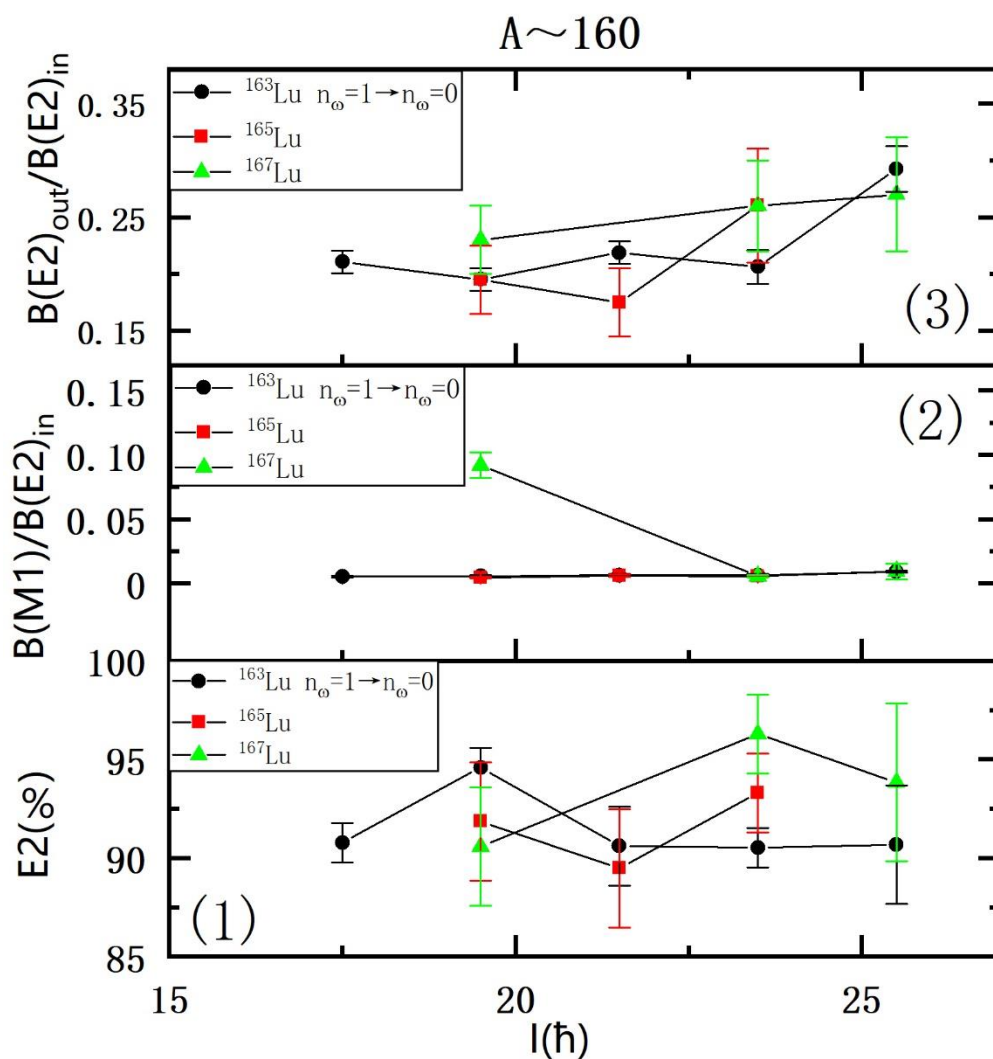


图 2.8  $A \sim 160$  质量区的电磁性质图像

图 2.8 给出了  $A \sim 160$  质量区的 Wobbling 带的电磁性质对比。这些核的电磁性质十分接近,  $I \rightarrow I-1$  跃迁(带间)中, E2 跃迁发生的概率约占 89% 以上。带间 E2 的跃迁概率都在带内 E2 跃迁的 0.2 倍左右。带间 M1 跃迁发生的概率小于 0.1。可见, 目前发现的这一质量区的  $n_\omega = 1 \rightarrow n_\omega = 0$  的跃迁主要是 E2 跃迁。

#### 4. $A \sim 180$ 质量区

##### (1) Wobbling 能量对比

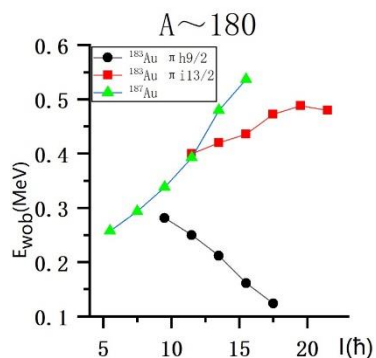


图 2.9 A~180 质量区的 Wobbling 能量图像

根据图 2.9 可以观察到,  $^{183}\text{Au}$  的  $\pi h_{9/2}$  带对应的  $n_\omega=1$  带的 Wobbling 能量随  $I$  的增大而减小,  $^{187}\text{Au}$  和  $^{183}\text{Au}$  的  $\pi i_{13/2}$  带对应的  $n_\omega=1$  带的 Wobbling 能量随  $I$  的增大而增大, 但是根据前文所述, 参考文献【15】中作者通过粒子-转子模型模拟结果显示  $^{183}\text{Au}$  的  $\pi i_{13/2}$  带对应的  $n_\omega=1$  带的 Wobbling 能量随  $I$  先增大后减小, 并且把其归为横向摇摆【15】。

(2) 减去转子能量对比

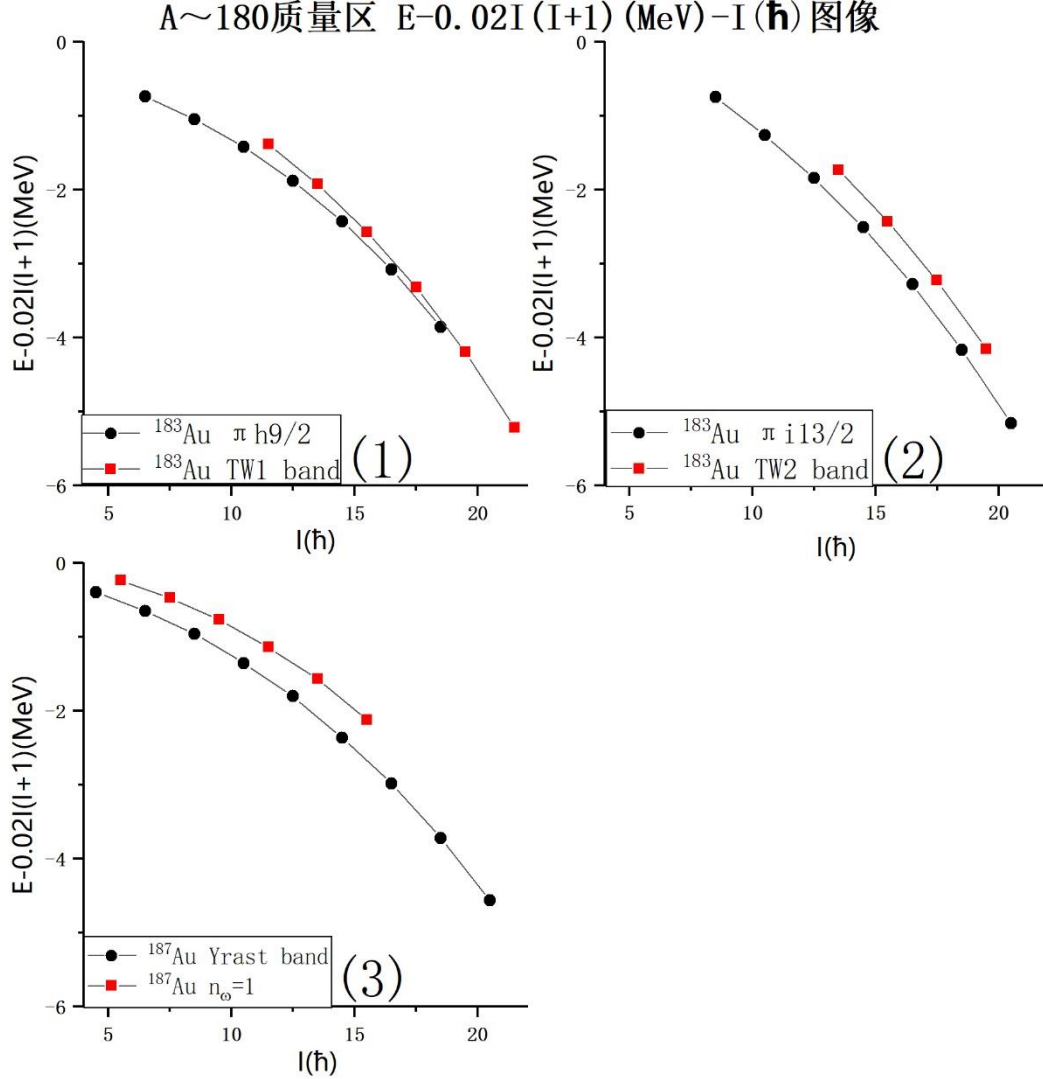


图 2.10 A~180 质量区的减去转子能量对比

如图 2.10 所示, 在  $E-AI(I+1)$ ,  $A$  取 0.02 的情况下,  $^{187}\text{Au}$  两条能带的减去转子能量之间的能量差随  $I$  的增大而增大,  $^{183}\text{Au}$  的  $\pi i_{13/2}$  带的减去转子能量曲线几乎平行于 TW2 带,  $^{183}\text{Au}$  的  $\pi h_{9/2}$  带与 TW1 带之间减去转子能量的能量差随  $I$  的增大而减小。

(3) 动力学转动惯量对比

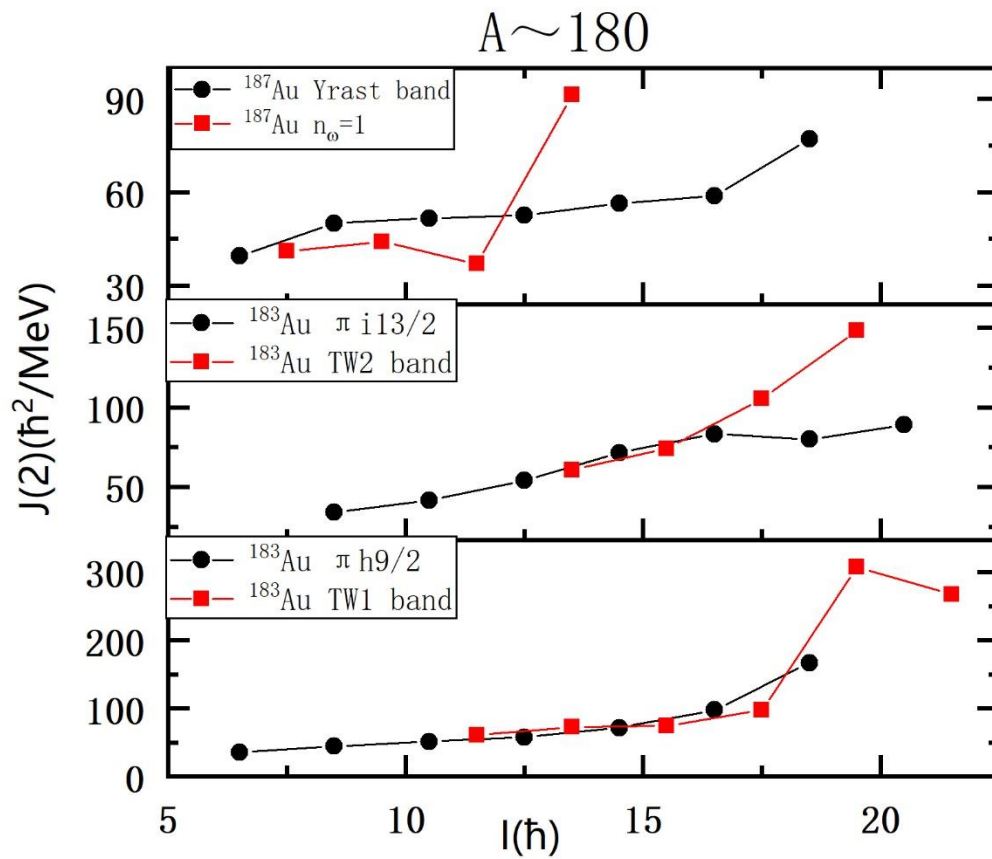


图 2.11  $A \sim 180$  质量区的动力学转动惯量图像

根据图 2.11 可以观察到  $A \sim 180$  核区的 Wobbling 带的动力学转动惯量都随  $I$  的增大有增大的趋势。且量级均在  $10\text{--}100\hbar^2/\text{MeV}$ 。

#### (4) 电磁性质对比

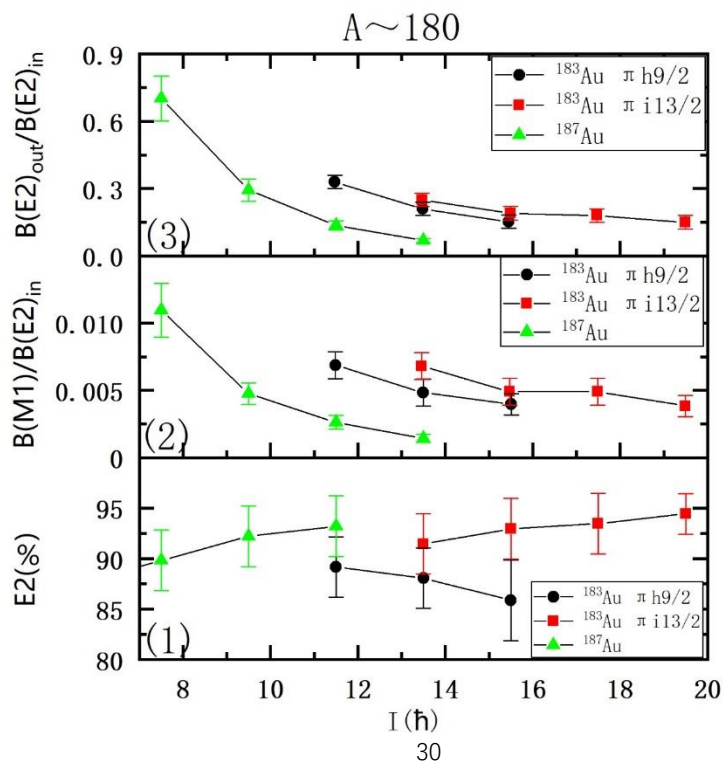


图 2.12 A~180 质量区的电磁性质图像

根据图 2.12 可以看出 A~180 核区的三个 Wobbling 带的电磁性质很相似，带间 E2 跃迁为  $I \rightarrow I-1$  的主要跃迁方式。但是  $^{183}\text{Au}$  的 TW1 带向  $\pi h_{9/2}$  带跃迁的 E2 (%) 随 I 的增大而减小，这与其他两个 Wobbling 带不同。

### (三) 不同核区的原子核 Wobbling 带性质的对比

目前发现具有 Wobbling 带的原子核共 12 个，分别为  $^{105}\text{Pd}$ 、 $^{127}\text{Xe}$ 、 $^{130}\text{Ba}$ 、 $^{133}\text{La}$ 、 $^{135}\text{Pr}$ 、 $^{161}\text{Lu}$ 、 $^{163}\text{Lu}$ 、 $^{165}\text{Lu}$ 、 $^{167}\text{Lu}$ 、 $^{167}\text{Ta}$ 、 $^{183}\text{Au}$ 、 $^{187}\text{Au}$ 。分别分布在 A~100、A~130、A~160、A~180 四个质量区，这些原子核中，只有  $^{130}\text{Ba}$  是偶偶核，其余均为奇 A 核。这些原子核 Wobbling 带的能谱和电磁性质有很多特点。

1. 纵观所有已经发现存在 Wobbling 运动的原子核，所有已发现的 Wobbling 带的动力学转动惯量都比较大，在  $10-100 (\hbar^2/\text{MeV})$  量级，Wobbling 能量都在 0.1MeV 量级。Wobbling 带发生带间跃迁时，发生 E2 跃迁的概率比较大，随着自旋角动量的增大，发生带间跃迁的概率逐渐减小。

2. 目前发现的 A~100 质量区存在 Wobbling 现象的原子核只有  $^{105}\text{Pd}$ ，其能谱和电磁性质和 A~130 核区的奇 A 核比较相似。

3. 目前发现的 A~130 质量区存在 Wobbling 现象的原子核有  $^{127}\text{Xe}$ 、 $^{130}\text{Ba}$ 、 $^{133}\text{La}$ 、 $^{135}\text{Pr}$ 。其中  $^{130}\text{Ba}$  是至今第一个也是目前唯一一个被发现存在 Wobbling 运动的偶偶核【13】。在这些原子核中  $^{130}\text{Ba}$ 、 $^{135}\text{Pr}$  是横向摇摆， $^{127}\text{Xe}$  和  $^{133}\text{La}$  是纵向摇摆。与 A~160 质量区的原子核不同，这些原子核的 Wobbling 运动也发生在自旋角动量  $I < 10\hbar$  的低自旋区。

4. 目前发现的 A~160 质量区存在 Wobbling 现象的原子核有  $^{161}\text{Lu}$ 、 $^{163}\text{Lu}$ 、 $^{165}\text{Lu}$ 、 $^{167}\text{Lu}$ 、 $^{167}\text{Ta}$ ，这些核的 Wobbling 能量都随着自旋角动量的增大而减小，标志着目前发现的这个质量区的 Wobbling 运动全部是横向摇摆；这些核原子核两条 Wobbling 能带之间的减去转子能量的能量差都随 I 的增大而减小。并且这些核都是奇 A 核；这些核发生的 Wobbling 运动都在自旋角动量  $I > 10\hbar$  的高自旋区。

5. 目前发现的 A~180 质量区存在 Wobbling 现象的原子核有  $^{183}\text{Au}$ 、 $^{187}\text{Au}$ ，并且在  $^{183}\text{Au}$  中发现了两条  $n_\omega=1$  的 Wobbling 带，实验观测到其中一条的 Wobbling 能量随自旋角动量增加，而另一条则相反，而运用粒子-转子模型模拟  $^{183}\text{Au}$  的 Wobbling 能量【15】，结果显示能量随自旋角动量增大的那条带在更高的自旋角动量下会出现能量随自旋下降的现象，并且将这两条 Wobbling 带都归为了横向摇摆【15】。迄今为止，原子核  $^{183}\text{Au}$  是唯一观察到 Wobbling 能量有增加和减少两条带的原子核，从而为完全横向摇摆现象提供了实验证据【15】。 $^{187}\text{Au}$  的 Wobbling 运动也会发生在  $I < 10\hbar$  的低自旋区。

6. 对比所有质量区 Wobbling 现象可以发现几种特殊情况：

(1) 实验上观测到  $^{105}\text{Pd}$ 、 $^{135}\text{Pr}$  的 Wobbling 能量随自旋角动量的增大先减小后增大，而实验上观测到的其他 11 个核的 Wobbling 能量均随自旋角动量的增加而单调变化。

(2) 通过对比偶偶核  $^{130}\text{Ba}$  和其他核的 Wobbling 带的电磁性质时不难发现， $^{130}\text{Ba}$  的  $n_\omega=1 \rightarrow n_\omega=0$  跃迁过程中的  $B(M1)_{\text{out}}/B(E2)_{\text{in}}$  明显比其他核高出很多，并且 E2 (%) 也是仅仅只有 25% 左右，远远小于其他奇 A 核的数值。且其减去转子能量显著大于 A~130 质量区的原子核  $^{127}\text{Xe}$ 、 $^{133}\text{La}$ 、 $^{135}\text{Pr}$ 。

(3)  $^{187}\text{Au}$  的 E2 (%) 会随着自旋角动量的增大而减小，而其他原子核的 E2 (%) 不是与其相反就是和自旋角动量无明显的关联（可能是因为目前的实验精

度不够，导致无法精确地得到二者的变化关系）。

## 四. 总结

（一）本次工作将现如今发现的所有存在 Wobbling 现象的原子核进行了总结归纳，运用以往文献中给出的相关数据计算了这些原子核的能谱和电磁性质，基于这些性质绘制了这些原子核的 Wobbling 运动物理图像。总结了 Wobbling 运动的实验特征和的几种特殊情况。有助于人们系统地了解这种运动。

Wobbling 运动即从 Wobbling 声子数  $n_\omega$  不同的 Wobbling 带之间跃迁的现象，被分为横向摇摆和纵向摇摆。Wobbling 能量表征了 Wobbling 运动类型【15】。区分这两种摇摆地方式是 Wobbling 能量随自旋角动量的变化情况，若 Wobbling 能量随自旋角动量地增大而增大则为纵向摇摆，反之为横向摇摆【10】。目前共发现了 12 个原子核中存在 Wobbling 带，这些原子核分别为  $^{105}\text{Pd}$ 、 $^{127}\text{Xe}$ 、 $^{130}\text{Ba}$ 、 $^{133}\text{La}$ 、 $^{135}\text{Pr}$ 、 $^{161}\text{Lu}$ 、 $^{163}\text{Lu}$ 、 $^{165}\text{Lu}$ 、 $^{167}\text{Lu}$ 、 $^{167}\text{Ta}$ 、 $^{183}\text{Au}$ 、 $^{187}\text{Au}$ 。分布在  $A\sim 100$ 、 $A\sim 130$ 、 $A\sim 160$ 、 $A\sim 180$  四个质量区。其中  $^{127}\text{Xe}$  和  $^{133}\text{La}$  两个原子核中发现了纵向摇摆【10, 14】，其余均为横向摇摆【1-16】，这些核中只有  $^{130}\text{Ba}$  是偶偶核，其他均为奇 A 核，在  $^{163}\text{Au}$ 、 $^{135}\text{Pr}$  甚至发现了 Wobbling 声子数  $n_\omega=2$  的 Wobbling 带，并且在  $^{183}\text{Au}$  中存在两条  $n_\omega=1$  的 Wobbling 带，实验上观测到其中一条能带的 Wobbling 能量随自旋角动量增大，另一条却随  $I$  的增大而减小【15】。目前发现的 Wobbling 能量的量级都在 0.1MeV，且这些 Wobbling 带都具有较大的动力学转动惯量（级约为  $10\sim 100\hbar^2/\text{MeV}$ ），并且带间跃迁的发生概率会随着自旋角动量的增大而减小，带间 E2 跃迁的概率大，且带间 E2 跃迁均为带间跃迁的主要方式（ $^{130}\text{Ba}$  除外）【1-16】。

原子核存在 Wobbling 运动的实验特征是  $n_\omega=1$  和  $n_\omega=0$  能带之间的互联以及较大的  $B(E2)_{\text{out}}/B(E2)_{\text{in}}$  和较大的动力学转动惯量（量级约为  $10\sim 100\hbar^2/\text{MeV}$ ）【1-16】。

（二）总结的几种特殊情况：

1. 实验上观测到  $^{105}\text{Pd}$ 、 $^{135}\text{Pr}$  的 Wobbling 能量随自旋角动量的增大先减小后增大，其他核的 Wobbling 能量均随自旋角动量的增加而单调变化【9】。
2. 偶偶核  $^{130}\text{Ba}$  的  $n_\omega=1\rightarrow n_\omega=0$  跃迁过程中的  $B(M1)_{\text{out}}/B(E2)_{\text{in}}$  明显比其他核高出很多，并且  $E2(\%)$  也仅仅只有 25% 左右，但其  $B(E2)_{\text{out}}/B(E2)_{\text{in}}$  的数值与其他原子核 Wobbling 带相差不多【13】。
3. 实验观测到  $^{187}\text{Au}$  的  $E2(\%)$  会随着自旋角动量的增大而减小，而其他原子核的  $E2(\%)$  不是与其相反就是和自旋角动量无明显的关联（可能是因为目前的实验精度不够，导致无法精确地得到二者的变化关系）。



## 参考文献

- 【1】 S. W. Ødegård et al., Phys. Rev. Lett. 86, 5866 (2001).
- 【2】 D. R. Jensen et al., Phys. Rev. Lett. 89, 142503 (2002).
- 【3】 G. Schönwaßer et al., Phys. Lett. B 552, 9 (2003).
- 【4】 H. Amro et al., Phys. Lett. B 553, 197 (2003).
- 【5】 G.B.Hagemann et al., Eur.Phys.J.A 20,183-188 (2004).
- 【6】 D.J.Hartley et al., Phys.Rev.C 72,064325 (2005).
- 【7】 P. Bringel et al., Eur. Phys. J. A 24, 167 (2005).
- 【8】 D. J. Hartley et al., Phys. Rev. C 80, 041304(R) (2009).
- 【9】 J. Timár et al., Phys. Rev. Lett. 122, 062501 (2019).
- 【10】 B. Subhagata et al., Eur. Phys. J. A 55, 159 (2019).
- 【11】 N. Sensharma et al., Phys. Lett. B 792, 170 (2019).
- 【12】 J. T. Matta, et al., Phys. Rev. Lett. 114, 082501 (2015).
- 【13】 Q. B. Chen, S. Frauendorf, and C. M. Petrache, Phys. Rev. C 100, 061301(R) (2019).
- 【14】 S.Chakraborty et al., Phys.Lett.B 811,135854 (2020).
- 【15】 S.Nandi et al., Phys, Rev.Lett.125,132501 (2020).
- 【16】 N. Sensharma et al., Phys. Rev. Lett. 124, 052501 (2020).
- 【17】 A. Bohr and B. R. Mottelson, Nuclear Structure (Benjamin, New York, 1975), Vol. II.
- 【18】 S. Frauendorf and F. Döna, Phys. Rev. C 89, 014322 (2014).
- 【19】 H. Amro et al., Phys. Lett. B 553, 197 (2003).
- 【19】 K. Tanabe and K. Sugawara-Tanabe, Phys. Rev. C 95, 064315 (2017).
- 【20】 K. Tanabe and K. Sugawara-Tanabe, Phys. Rev. C 97, 069802 (2018).
- 【21】陈启博. 原子核手征对称性和摇摆运动的集体模型[J]. 中国科学:物理学,力学,天文学, 2016, 000(001):134-152.
- 【22】王守宇.  $\sim(126)\text{Cs}$  的高自旋态及  $A\sim 130$  区手征双重带研究. 吉林大学, 2005.
- 【23】王烈林.  $\sim(130)\text{Cs}$  手征双重带研究. 吉林大学.
- 【24】 C.M.Petrache et al., Phys. Lett. B 795,241-247(2019)