

文章编号:1672-4291(2009)Sup.-0008-03

## 从原子核转动能级提取运动学转动惯量

黄亚伟

(云南文山学院 数理系, 云南 文山 663000)

**摘 要:**在奇核和奇奇核中,由于相邻能级上下跃动形成旋称参差,因此原能带分裂为非优惠带和优惠带,对它们分别提取运动学转动惯量,得到相近的两组值  $2T/\hbar^2$  和  $2T'/\hbar^2$ ,这一现象在偶偶核中是不存在的.对此进行了定量和定性的研究.

**关键词:**运动学转动惯量;奇 A、奇奇核;转动能级;优惠带与非优惠带

**中图分类号:** O571.21; O571.25<sup>+</sup>1 **文献标识码:** A

## Extracts kinematics moment of inertia from rotation energy level of nucleus

HUANG Ya-wei

(Department of Mathematics and Physics, Wenshan Teacher's College,  
Wenshan 663000, Yunnan, China)

**Abstract:** When ground-state  $K=1/2$  in odd-A nucleus,  $a(-1)^{I+1/2}(I+1/2)$  item appear on the energy rotate belt. Since adjacent energy level jumps over about move taking form "twinning energy level" phenomenon, therefore original energy band disruption for favored band and unfavored band. Extracts kinematics moment of inertia from them, getting two group value  $2T/\hbar^2$  and of close but obvious diversity when  $I < I_c$ . This is that are what the even-even nucleus not have. Quantitative and qualitative research the main body of a book has been carried out on here.

**Key words:** kinematics moment of inertia; odd-A nucleus and odd-odd nucleus; rotation energy level; favored band and unfavored band

对形变原子核转动态的研究是核结构研究的一个重要课题.对原子核这一多粒子体系,其真实的转动运动比人们一般认识的要复杂得多.一般教材<sup>[1-2]</sup>都是从偶偶核的研究给出原子核转动惯量与  $\omega$ 、 $I$  的关系,这是因为除偶偶核情形最为简单以外,其能级规律还有着特别明显的实验事实.在原子核有某一稳定形变和转动频率  $\omega$  不变的假定条件下,可以认为核内核子密度分布保持不变,因而核整体的转动惯量  $T$  近似  $I$  为一常数.但一般来说,原子核转动惯量是形状和成对关联的集体参量的函数.对不同的能带转动惯量随变化分布的不同,尤其是在高自旋态下,在快速转动着的形变势场中,单粒子运动感受到的 Coriolis 力变得非常重要.使得奇 A 核和奇奇核相应能带产生 Signature(旋称)能级劈裂. Signature 劈裂得到的两条能带,即 Signature

伙伴(partner),也将对应着不同的转动惯量变化分布.有人对超形变核转动带的 Signature 劈裂和 Signature 反转作了全面的讨论.本文则从奇 A 核转动态能级 Signature 劈裂伙伴中,分别提取原子核的运动学转动惯量  $T$ ,并对关系成因作进一步分析讨论.

## 1 奇 A 核的实验能级结构及理论分析

奇 A 核和奇奇核的实验能级结构表现出与偶偶核极大的不同.尤其在低激发态,明显地出现旋称劈裂(或称旋称参差).奇 A 核的旋称劈裂如图 1 所示.随着  $I$  的增大,旋称参差现象逐渐消失.

在图 1 中,分别把奇 A 核旋称参差的高点能量和低点能量取出,就得到大家熟知的优惠带

收稿日期:2009-02-06

作者简介:黄亚伟,男,副教授,主要从事原子物理教学与研究工作.

(favored band)与非优惠带(unfavored band),如图2所示.

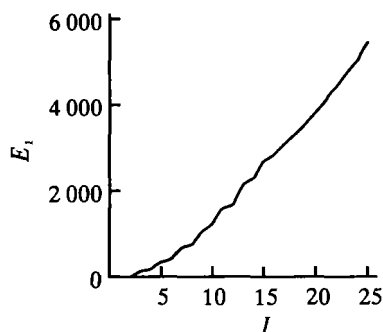


图1 奇A核 $^{165}\text{Tm}$ 转动态的旋称劈裂

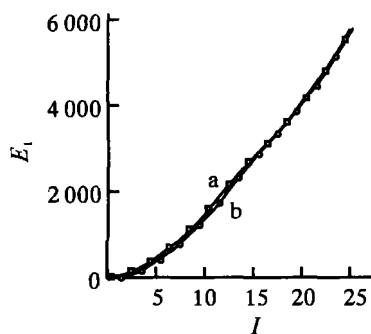


图2 奇A核 $^{165}\text{Tm}$ 转动态能级的优惠带与非优惠带  
a. 非优惠带; b. 优惠带

### 1.1 粒子-转子模型

在粒子-转子模型下,对于奇A核,在基态 $I_0 = K = 1/2$ 、科氏耦合项 $H_{\infty}$ 不能忽略时,各较高能级的能量相对于带首能量之差为<sup>[2]</sup>

$$E'_I = \frac{\hbar^2}{2T} \left[ I(I+1) - \frac{3}{4} + a + a(-1)^{I+\frac{1}{2}} \left( I + \frac{1}{2} \right) \right]. \quad (1)$$

式中 $I = K, K+1, K+2, \dots$ ,它们构成一个转动带,这里 $K = 1/2$ 对应基带.对此转动带中各较高能级的能量相对于带首能量比例为

$$E'_{3/2} : E'_{5/2} : E'_{7/2} : E'_{9/2} : \dots = (3+3a) : (9-2a) : (15+5a) : (24-4a) : \dots \quad (2)$$

由(2)式可见,对奇A核基态 $K = 1/2$ 时,由于 $a(-1)^{I+\frac{1}{2}}(I+\frac{1}{2})$ 项的出现,能级出现了非正常排列: $E_{3/2}, E_{7/2}, E_{11/2}, \dots$ 等能级向上分别移动了 $2a, 4a, 6a, \dots$ ,而 $E_{5/2}, E_{9/2}, E_{13/2}, \dots$ 等能级分别向下移动了 $-3a, -5a, -7a, \dots$ .因而使 $E_{3/2}$ 与 $E_{5/2}, E_{7/2}$ 与 $E_{9/2}, E_{11/2}$ 与 $E_{13/2}, \dots$ 之间两相邻能级靠得很近(间距缩小),又使 $E_{1/2}$ 与 $E_{3/2}, E_{5/2}$ 与 $E_{7/2}, E_{9/2}$ 与 $E_{11/2}, \dots$ 之间两相邻能级又离得很远(间距拉大),而且能级越低移动的相对幅度越大,这一能级间隔变化导致旋称劈裂,见图1.当 $I$ 逐渐增大时,移动的相对

幅度随之变小,最后趋向于零.

### 1.2 投影壳模型

投影壳模型能够更全面深入地揭示科氏耦合项的影响.在该模型中,带的转动能量由哈密顿量关于投影准粒子态 $\hat{P}_{MK}^I |\Phi_K\rangle$ 的期望值来定义,带能量为

$$E_K(I) = \frac{H_{KK}}{N_{KK}} = \frac{\langle \Phi_K | \hat{H} \hat{P}_{KK}^I | \Phi_K \rangle}{\langle \Phi_K | \hat{P}_{KK}^I | \Phi_K \rangle}. \quad (3)$$

由式(3)可以导出量子力学理论下的旋称劈裂

$$E = \frac{H}{N} = \frac{H_1 + (-1)^{I-K} H_2}{N_1 + (-1)^{I-K} N_2} = E_1 - (-1)^{I-K} \bar{E}_2, \quad (4)$$

$$E_1 \equiv \frac{H_1 N_1 - H_2 N_2}{N_1^2 - N_2^2},$$

$$E_2 \equiv \frac{H_1 N_1 - H_2 N_1}{N_1^2 - N_2^2}.$$

对于1-准粒子带 $E_2$ 取平均值,用 $\bar{E}_2$ 表示,得到

$$E = E_1 - (-1)^{I-i} \bar{E}_2, \quad \bar{E}_2 \equiv \frac{H_1 \bar{N}_2 - \bar{H}_2 N_1}{N_1^2 - N_2^2}. \quad (5)$$

式中 $E_1$ 是能量的主项, $\bar{E}_2$ 对1-准粒子态,取正值,它们均为自旋 $I$ 的函数. $\bar{E}_2$ 随 $K$ 的增大而逐渐减小,当 $\bar{E}_2$ 的幅度不是太小时, $E$ 强烈地由相位 $(-1)^{I-i}$ 产生旋称依赖.相位变化有如下规律:

$$I-i = \begin{cases} \text{偶数, 优惠带} \\ \text{奇数, 非优惠带} \end{cases} \quad (6)$$

由(5)、(6)两式可以看出,随着 $I-i$ 取奇、偶数的不同, $E$ 在 $E_1$ 上、下跳跃.取偶数时,得到一组 $E = E_1 - \bar{E}_2$ 值,形成非优惠带;取奇数时,得到另一组 $E = E_1 + \bar{E}_2$ 值,形成优惠带.

对多-准粒子态,(5)式中的 $\bar{E}_2$ 依赖于组态,它变成负的甚至在一定自旋值 $I$ 改变符号.如果 $\bar{E}_2$ 是负的,则优惠的和非优惠的次序将交换.如果 $\bar{E}_2$ 改变符号,则能带将出现自发旋称反转(或“自反转”).如果用 $(-)^{\sigma}$ 代表 $\bar{E}_2$ 的符号,这里 $\sigma$ 的值是0或1,通常它是自旋依赖的.此时考虑 $i = i_1 + i_2 + \dots$ 和 $K = K_1 + K_2 + \dots$ ,得到一般的旋称规则

$$I - i_1 - i_2 - \dots + \sigma = \begin{cases} \text{偶数, 优惠带} \\ \text{奇数, 非优惠带} \end{cases} \quad (7)$$

(7)式是(6)式的推广.

## 2 从奇A核转动能级提取转动惯量

奇A核转动带的转动惯量比偶偶核基带的转动惯量约系统地大百分之二十或更多,主要原因是最后一个奇数核子对于势场转动的影响.具有 $150 \leq A \leq 188$ 的不同原子核的转动惯量已有系统的分

析<sup>[7]</sup>. 现在主要分析奇 A 核基带当自旋  $I$  在较大范围变化(由起始值  $1/2$  增大到  $65/2$  以上)时, 转动惯量  $T$  的变化过程.

按正则方程,  $\dot{q} = \partial H / \partial p$ , 有  $\omega = dE / [\hbar d(I(I+1))^{1/2}]$ ; 对转动角频率  $\omega$  有:  $T\omega = \hbar(I(I+1))^{1/2}$ , 所以转动惯量的计算式为

$$\frac{2T}{\hbar^2} = \left[ \frac{dE}{d(I(I+1))} \right]^{-1} \approx \left[ \frac{\Delta E}{\Delta[I(I+1)]} \right]^{-1} = \frac{4I-2}{\Delta E_I} \quad (8)$$

## 2.1 奇 A 核 $^{165}\text{Tm}$ 的实验结果

实验数据取自文献[8]. 将  $\alpha = \pm 1/2$  中两组相关数据  $I, \Delta E_I$  分别代入(7)式可得出  $^{165}\text{Tm}$  核的运动学转动惯量, 对应非优惠带和优惠带的转动惯量分别为  $T$  和  $T'$ , 用  $2T'/\hbar^2$  和表示, 计算结果得到转动惯量与自旋的关系  $2T/\hbar^2 - I$ . 见图 3.

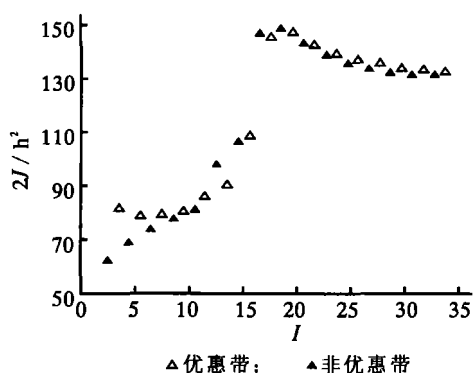


图 3 从  $^{165}\text{Tm}$  核  $K=1/2$  转动带提取的非优惠带与优惠带对应的运动学转动惯量

## 2.2 非优惠带与优惠带对应的运动学转动惯量的共性与差异

由图 3 可看出, 奇 A 形变核的转动惯量随  $I$  的增大有很大的变化, 最大、小值之间相差近 2.5 倍; 存在一临界自旋  $I_c$ . 分为三种情形: 当  $I \leq I_c$  时, 转动惯量基本上随  $I$  的增大而增大, 当  $I = I_c$  时转动惯量出现一个很大的向上的跳跃; 而当  $I > I_c$  时转动惯量随  $I$  的增大缓慢减小. 这一变化图像可用成对关联的存在与破坏和一个自治场中的独立粒子运动及转动带的交叉来给予描述.

开始当  $I \leq I_c$  时  $T$  较小, 主要是由于成对关联的存在, 降低了核壳中粒子对于转动惯量的贡献. 当  $I$  增大时, 角频率  $\omega$  随之增大, 成对关联开始逐渐受到破坏, 对关联被拆散后加入到单粒子运动中, 导致转动惯量依赖  $I$  的增大而增大, 可见未成对粒子的贡献是构成总转动惯量中的重要部分. 转动惯量要受到核子关联效应的强烈影响, 这种灵敏性使得转

动惯量非常强烈地依赖于集体参量, 所以转动惯量是核形状和成对关联的集体参量的函数. 由此也可以理解, 观测到的转动惯量的增加与奇数粒子的特定轨道强烈相关, 这就是前面提到的  $T_{\text{奇A}} > T_{\text{偶偶}}$  的原因.

当  $I$  增大到临界自旋值  $I_c$  附近时, 一方面成对关联受到严重破坏而使单粒子继续增加, 更主要的是两个内部结构很不相同的转动带的交叉, 即  $I \leq I_c$  时是基带的晕态,  $I > I_c$  时晕态跑到 S 带中<sup>[9]</sup>, 因此转动惯量  $T$  发生跃变而急剧增大, 跳跃幅度达到 40%. 对  $^{165}\text{Tm}$  核, 临界自旋  $I_c = 31/2$ .

当  $I > I_c$  时, 转动惯量随  $I$  的增大有规则地缓慢减小, 这种变化是与形变参量  $\delta$  相应的变化紧密相联的, 即当接近变形区边缘时转动惯量要减小, 这种关联正是非旋液滴模型转动所具有的特征<sup>[7]</sup>. 此时单粒子体系可描述为费密气体, 近似为一刚性转子.

通过计算发现, 两转动惯量间存在以下差异: 一方面总体来看  $2T'/\hbar^2 \approx 2T/\hbar^2$ , 但前者略大, 即优惠带的转动惯量略大于非优惠带的转动惯量. 这是因为由  $\Delta I = 2$  的两组值分别描绘的曲线中, 对应同一  $E_I - I$  处曲线的斜率变化不同所引起的.

## 3 结语

对奇 A 核和奇奇核能量随  $I$  跃动而分为为两组, 原能带分裂为非优惠带和优惠带, 产生这一现象的根本原因, 是由于当  $K$  较小, 尤其是  $K = 1/2$  时, 波函数  $\Phi$  中包含了  $K = 1/2$  和  $K = -1/2$  两项, 科里奥利项的对顶角不为零所致. 而从奇 A 核(包括奇奇核)的非优惠带和优惠带分别提取运动学转动惯量, 出现近似相近而在  $I < I_c$  时而又明显不同的两组值  $2T/\hbar^2$  和  $2T'/\hbar^2$ , 是偶偶核所没有的.

由(2)和(3)式, 在  $I = K, K+1, K+2, \dots$  时, 恒有  $\Delta E_I > 0$  或  $E_I > E_{I-1}$ , 即在粒子-转子模型中同一转动带的能级不会出现上下交错排列, 这与实验事实不完全相符; 但在投影壳模型中, 在  $I$  的取值同样的条件下, 可能存在  $\Delta E_I < 0$ . 因而能够真实地给出原子核同一转动带的能级一般情况下出现上下交错排列的情况.

## 参考文献:

- [1] 胡济民, 杨伯君, 郑春开. 原子核理论[M]. 北京: 原子能出版社, 1987: 94.
- [2] 卢希庭. 原子核物理[M]. 北京: 原子能出版社, 1981: 177.

[责任编辑 强志军]