定义

有三个时间序列随机变量

$$
\begin{aligned}
S_1(t) &= \{s_1(0), s_1(1), \ldots, s_1(t)\} \\
S_2(t) &= \{s_2(0), s_2(1), \ldots, s_2(t)\} \\
R(t) &= \{r(0), r(1), \ldots, r(t)\}
\end{aligned}
$$

其中，r为股票收益率，s_1, s_2为对未来r的预测。

我们定义一个policy，其输入为当前的仓位$h(t)$和预测$s_1(t), s_2(t)$，输出目标仓位$h(t+1)$，即

$$h(t+1) = \pi(s_1(t), s_2(t), h(t))$$

我们定义每一期的收益为$P(t) = h(t)r(t) - c|h(t) - h(t-1)|$，可以把$h(t)r(t)$理解为持仓收益，$c|h(t) - h(t-1)|$理解为为手续费。

我们希望找到一个最优的policy，使得$\frac{E(P)}{\sigma(P)}$最大。

问题1

假设$s_2 \equiv 0$，即只考虑一个信号s_1。s_1, r服从标准正态分布，且服从联合正态分布，且有

$$E(r(t+1)|S_1(t)) = \rho_1 s_1(t)$$

$$E(s_1(t+1)|S_1(t)) = \eta_1 s_1(t)$$

$$E(r(t+1)|R(t)) = 0$$

1.1 $c = 0$时，最优策略是什么？

1.2 $c > 0$时，最优策略是什么？

问题2

如果同时考虑两个信号，s_1满足问题1中的假设，s_2服从标准正态分布，三者服从联合正态分布，且有

$$E(r(t+2)|S_2(t)) = \rho_2 s_2(t)$$

$$E(s_2(t+1)|S_2(t)) = \eta_2 s_2(t)$$

2.1 $c = 0$时，最优策略是什么？

2.2 $c > 0$时，最优策略是什么？

问题补充

- 可以从数学上进行分析，也可以从数值上进行模拟和求解。

- 在分析过程，可以对这些时间序列做其他自洽的假设。