

## ĐỒ THỊ CƠ BẢN

Bài 1. Chuyển danh sách cạnh sang danh sách kề	1
Bài 2. Chuyển từ danh sách kề sang danh sách cạnh	2
Bài 3. Biểu diễn đồ thị có hướng	2
Bài 4. DFS trên đồ thị có hướng	3
Bài 5. BFS trên đồ thị có hướng	4
Bài 6. Liệt kê cầu	5
Bài 7. Đường đi và chu trình Euler với đồ thị có hướng	6
Bài 8. Chu trình Euler trên đồ thị có hướng	6
Bài 9. Ma trận kề sang danh sách kề	7
Bài 10. Danh sách kề sang ma trận kề	8
Bài 11. DFS trên đồ thị có hướng	8
Bài 12. BFS trên đồ thị có hướng	9
Bài 13. Đường đi DFS trên đồ thị có hướng	9
Bài 14. Đường đi BFS trên đồ thị có hướng	10
Bài 15. Kiểm tra đường đi	11
Bài 16. Đường đi DFS trên đồ thị vô hướng	12
Bài 17. Đường đi BFS trên đồ thị vô hướng	12
Bài 18. Đếm số thành phần liên thông	13
Bài 19. Tìm số thành phần liên thông với BFS	14
Bài 20. Kiểm tra tính liên thông mạnh	14
Bài 21. Liệt kê đỉnh trụ	15
Bài 22. Kiểm tra chu trình trên đồ thị vô hướng	16
Bài 23. Kiểm tra chu trình sử dụng DSU	16
Bài 24. Chu trình trên đồ thị có hướng với DFS	17
Bài 25. Kiểm tra chu trình trên đồ thị có hướng	17
Bài 26. Kiểm tra đồ thị có phải là cây không	18
Bài 27. Số lượng hòn đảo	19
Bài 28. Kết bạn	20

Bài 29. Tô màu đồ thị	21
Bài 30. Đường đi Hamilton	23
Bài 31. Đồ thị hai phía	24
Bài 32. Mạng xã hội	25
Bài 33. Đếm ao	26
Bài 34. Hộp mặt	27

### Bài 1. Chuyển danh sách cạnh sang danh sách kề

Cho đồ thị vô hướng  $G = \langle V, E \rangle$  được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh. Hãy viết chương trình thực hiện chuyển đổi biểu diễn đồ thị dưới dạng danh sách kề.

#### Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào T là số lượng bộ test.
- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm  $|E| + 1$  dòng: dòng đầu tiên đưa vào hai số  $|V|, |E|$  tương ứng với số đỉnh và số cạnh của đồ thị;  $|E|$  dòng tiếp theo đưa vào các bộ đôi  $uV, vV$  tương ứng với một cạnh của đồ thị.
- T,  $|V|, |E|$  thỏa mãn ràng buộc:  $1 \leq T \leq 200$ ;  $1 \leq |V| \leq 10^3$ ;  $1 \leq |E| \leq |V|(|V|-1)/2$ ;

#### Output:

- Đưa ra danh sách kề của các đỉnh tương ứng theo khuôn dạng của ví dụ dưới đây. Các đỉnh trong danh sách in ra theo thứ tự tăng dần.

#### Ví dụ:

Input:	Output:
1	1: 2 3
6 9	2: 1 3 5
1 2	3: 1 2 4 5
1 3	4: 3 5 6
2 3	5: 2 3 4 6
2 5	6: 4 5
3 4	
3 5	
4 5	
4 6	
5 6	

Source code : <https://ideone.com/6FXxo5>

## Bài 2. Chuyển từ danh sách kề sang danh sách cạnh

Cho đơn đồ thị  $G$  vô hướng liên thông được mô tả bởi danh sách kề. Hãy in ra danh sách cạnh tương ứng của  $G$ .

### Input

- Dòng đầu tiên ghi số  $N$  là số đỉnh ( $1 < N < 50$ )
- $N$  dòng tiếp theo mỗi dòng ghi 1 danh sách kề lần lượt theo thứ tự từ đỉnh 1 đến đỉnh  $N$

**Output:** Ghi ra lần lượt từng cạnh của đồ thị theo thứ tự tăng dần.

### Ví dụ

Input	Output
3	1 2
2 3	1 3
1 3	2 3
1 2	

Source code : <https://ideone.com/NK0iUw>

## Bài 3. Biểu diễn đồ thị có hướng

Cho đồ thị có hướng  $G = \langle V, E \rangle$  được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh. Hãy viết chương trình thực hiện chuyển đổi biểu diễn đồ thị dưới dạng danh sách kề.

### Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào  $T$  là số lượng bộ test.
- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm  $|E| + 1$  dòng: dòng đầu tiên đưa vào hai số  $|V|, |E|$  tương ứng với số đỉnh và số cạnh của đồ thị;  $|E|$  dòng tiếp theo đưa vào các bộ đôi  $uV, vV$  tương ứng với một cạnh của đồ thị.
- $T, |V|, |E|$  thỏa mãn ràng buộc:  $1 \leq T \leq 200$ ;  $1 \leq |V| \leq 10^3$ ;  $1 \leq |E| \leq |V|(|V|-1)/2$ ;

### Output:

- Đưa ra danh sách kề của các đỉnh tương ứng theo khuôn dạng của ví dụ dưới đây. Các đỉnh trong danh sách in ra theo thứ tự tăng dần.

**Ví dụ:**

Input:	Output:
1	1: 2
6 9	2: 5
1 2	3: 1 2 5
2 5	4: 3
3 1	5: 4 6
3 2	6: 4
3 5	
4 3	
5 4	
5 6	
6 4	

Source code : <https://ideone.com/eZiyU7>

#### Bài 4. DFS trên đồ thị có hướng

Cho đồ thị vô hướng  $G = \langle V, E \rangle$  được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh. Hãy viết thuật toán duyệt theo chiều sâu bắt đầu tại đỉnh u (DFS(u)=?)

**Input:**

- Dòng đầu tiên đưa vào T là số lượng bộ test.
- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm  $|E| + 1$  dòng: dòng đầu tiên đưa vào ba số  $|V|$ ,  $|E|$  tương ứng với số đỉnh và số cạnh của đồ thị, và u là đỉnh xuất phát;  $|E|$  dòng tiếp theo đưa vào các bộ đôi  $uV$ ,  $vV$  tương ứng với một cạnh của đồ thị.
- T,  $|V|$ ,  $|E|$  thỏa mãn ràng buộc:  $1 \leq T \leq 200$ ;  $1 \leq |V| \leq 10^3$ ;  $1 \leq |E| \leq |V|(|V|-1)/2$ ;

**Output:**

- Đưa ra danh sách các đỉnh được duyệt theo thuật toán DFS(u) của mỗi test theo khuôn dạng của ví dụ dưới đây.

**Ví dụ:**

Input:	Output:
1	5 3 1 2 4 6
6 9 5	
1 2	
1 3	
2 3	
2 4	
3 4	
3 5	
4 5	
4 6	
5 6	

Source code : <https://ideone.com/MdTPyh>

### Bài 5. BFS trên đồ thị có hướng

Cho đồ thị vô hướng  $G = \langle V, E \rangle$

**Input:**

- Dòng đầu tiên đưa vào T là số lượng bộ test.
- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm 2 dòng: dòng đầu tiên đưa vào ba số  $|V|$ ,  $|E|$ ,  $u \in V$  tương ứng với số đỉnh, số cạnh và đỉnh bắt đầu duyệt; Dòng tiếp theo đưa vào các bộ đôi  $u \in V$ ,  $v \in V$  tương ứng với một cạnh của đồ thị.
- T,  $|V|$ ,  $|E|$  thỏa mãn ràng buộc:  $1 \leq T \leq 200$ ;  $1 \leq |V| \leq 10^3$ ;  $1 \leq |E| \leq |V|(|V|-1)/2$ ;

**Output:**

- Đưa ra danh sách các đỉnh được duyệt theo thuật toán BFS(u) của mỗi test theo khuôn dạng của ví dụ dưới đây.

**Ví dụ:**

Input:	Output:
1	1 2 3 5 4 6
6 9 1	
1 2 1 3 2 3 2 5 3 4 3 5 4 5 4 6 5 6	

Source code : <https://ideone.com/GSqAgO>

#### Bài 6. Liệt kê cầu

Cho đồ thị vô hướng liên thông  $G = \langle V, E \rangle$  được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh. Hãy đưa ra tất cả các cạnh cầu của đồ thị?

**Input:**

- Dòng đầu tiên đưa vào T là số lượng bộ test.
- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm  $|E| + 1$  dòng: dòng đầu tiên đưa vào hai số  $|V|, |E|$  tương ứng với số đỉnh và số cạnh;  $|E|$  dòng tiếp theo đưa vào các bộ đôi  $u, v$  tương ứng với một cạnh của đồ thị.
- T,  $|V|, |E|$  thỏa mãn ràng buộc:  $1 \leq T \leq 100$ ;  $1 \leq |V| \leq 10^3$ ;  $1 \leq |E| \leq |V|(|V|-1)/2$ ;

**Output:**

- Đưa ra danh sách các cạnh cầu của mỗi test theo từng dòng. In ra đáp án theo thứ tự từ điển, theo dạng “a b ...” với  $a < b$ .

**Ví dụ:**

Input:	Output:
1	
5 5	
1 2	2 5 3 4
1 3	
2 3	

2 5	
3 4	

Source code : <https://ideone.com/NMD39s>

Sử dụng thuật toán Tarjan : <https://ideone.com/BCdbEN>

### Bài 7 . Đường đi và chu trình Euler với đồ thị có hướng

Cho đồ thị vô hướng liên thông  $G = \langle V, E \rangle$  được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh. Hãy kiểm tra xem đồ thị có đường đi Euler hay chu trình Euler hay không?

Đường đi Euler bắt đầu tại một đỉnh, và kết thúc tại một đỉnh khác.

Chu trình Euler bắt đầu tại một đỉnh, và kết thúc chu trình tại chính đỉnh đó.

#### Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào T là số lượng bộ test.
- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm 2 dòng: dòng đầu tiên đưa vào hai số  $|V|, |E|$  tương ứng với số đỉnh, số cạnh của đồ thị; Dòng tiếp theo đưa vào các bộ đôi  $uV, vV$  tương ứng với một cạnh của đồ thị.
- T,  $|V|, |E|$  thỏa mãn ràng buộc:  $1 \leq T \leq 100$ ;  $1 \leq |V| \leq 10^3$ ;  $1 \leq |E| \leq |V|(|V|-1)/2$ ;

#### Output:

- Đưa ra 1, 2, 0 kết quả mỗi test theo từng dòng tương ứng với đồ thị có đường đi Euler, chu trình Euler và trường hợp không tồn tại.

#### Ví dụ:

Input:	Output:
2	
6 10	2
1 2 1 3 2 3 2 4 2 5 3 4 3 5 4 5 4 6 5 6	1
6 9	



1 2 1 3 2 3 2 4 2 5 3 4 3 5 4 5 4 6	
-------------------------------------	--

Source code : <https://ideone.com/dD6UZ2>

### 23 Bài 8. Chu trình Euler trên đồ thị có hướng

Cho đồ thị có hướng liên thông yếu  $G = \langle V, E \rangle$  được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh. Hãy kiểm tra xem đồ thị có chu trình Euler hay không?

#### Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào T là số lượng bộ test.
- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm 2 dòng: dòng đầu tiên đưa vào hai số  $|V|, |E|$  tương ứng với số đỉnh, số cạnh của đồ thị; Dòng tiếp theo đưa vào các bộ đôi  $uV, vV$  tương ứng với một cạnh của đồ thị.
- T,  $|V|, |E|$  thỏa mãn ràng buộc:  $1 \leq T \leq 100$ ;  $1 \leq |V| \leq 10^3$ ;  $1 \leq |E| \leq |V|(|V|-1)/2$ ;

#### Output:

- Đưa ra 1, 0 kết quả mỗi test theo từng dòng tương ứng với đồ thị có chu trình Euler và trường hợp không tồn tại đáp án.

#### Ví dụ:

Input:	Output:
2	
6 10	
1 2 2 4 2 5 3 1 3 2 4 3 4 5 5 3 5 6 6 4	1
3 3	0
1 2 2 3 1 3	

Source code : <https://ideone.com/rrdnQE>

### Bài 9 . Ma trận kề sang danh sách kề

Ma trận kề A của một đồ thị vô hướng là một ma trận chỉ có các số 0 hoặc 1 trong đó  $A[i][j] = 1$  có ý nghĩa là đỉnh i kề với đỉnh j (chỉ số tính từ 1).

Danh sách kề thì liệt kê các đỉnh kề với đỉnh đó theo thứ tự tăng dần.

Hãy chuyển biểu diễn đồ thị từ dạng ma trận kề sang dạng danh sách kề.

**Input:** Dòng đầu tiên chứa số nguyên  $n$  – số đỉnh của đồ thị ( $1 < n \leq 1000$ ).  $n$  dòng tiếp theo, mỗi dòng có  $n$  số nguyên có giá trị 0 và 1 mô tả ma trận kề của đồ thị.

**Output:** Gồm  $n$  dòng, dòng thứ  $i$  chứa các số nguyên là đỉnh có nối với đỉnh  $i$  và được sắp xếp tăng dần. Dữ liệu đảm bảo mỗi đỉnh có kết nối với ít nhất 1 đỉnh khác.

**Ví dụ:**

Input	Output
3	2 3
0 1 1	1 3
1 0 1	1 2
1 1 0	

Source code : <https://ideone.com/cbj9SE>

#### Bài 10. Danh sách kề sang ma trận kề

Cho đơn đồ thị vô hướng có  $n$  đỉnh dưới dạng danh sách kề.

Hãy biểu diễn đồ thị bằng ma trận kề.

**Input:** Dòng đầu tiên chứa số nguyên  $n$  – số đỉnh của đồ thị ( $1 \leq n \leq 1000$ ).  $n$  dòng tiếp theo, dòng thứ  $i$  chứa các số nguyên là các đỉnh kề với đỉnh  $i$ .

**Output:** Ma trận kề của đồ thị.

**Ví dụ:**

Input	Output
3	0 1 1
2 3	1 0 1
1 3	1 1 0

Source code : <https://ideone.com/lZsIUc>

### Bài 11. DFS trên đồ thị có hướng

Cho đồ thị có hướng  $G=\langle V, E \rangle$  được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh. Hãy viết thuật toán duyệt theo chiều sâu bắt đầu tại đỉnh u (DFS(u)=?)

#### Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào T là số lượng bộ test.
- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm 2 dòng: dòng đầu tiên đưa vào ba số  $|V|$ ,  $|E|$ , u (đỉnh bắt đầu duyệt); Dòng tiếp theo đưa vào các bộ đôi  $(u, v)$ ,  $(u, v)$  tương ứng với một cạnh của đồ thị.
- T,  $|V|$ ,  $|E|$  thỏa mãn ràng buộc:  $1 \leq T \leq 200$ ;  $1 \leq |V| \leq 10^3$ ;  $1 \leq |E| \leq |V|(|V|-1)/2$ ;

#### Output:

- Đưa ra danh sách các đỉnh được duyệt theo thuật toán DFS(u) của mỗi test theo khuôn dạng của ví dụ dưới đây.

#### Ví dụ:

Input:	Output:
1	5 4 3 1 2 6
6 9 5	
1 2 2 5 3 1 3 2 3 5 4 3 5 4 5 6 6 3	

Source code : <https://ideone.com/uhC3ZV>

### Bài 12. BFS trên đồ thị có hướng

Cho đồ thị có hướng  $G=\langle V, E \rangle$  được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh. Hãy viết thuật toán duyệt theo chiều rộng bắt đầu tại đỉnh u (BFS(u)=?)

#### Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào T là số lượng bộ test.
- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm 2 dòng: dòng đầu tiên đưa vào ba số  $|V|$ ,  $|E|$ , u (đỉnh bắt đầu duyệt); Dòng tiếp theo đưa vào các bộ đôi  $(u, v)$ ,  $(u, v)$  tương ứng với một cạnh của đồ thị.

- $T, |V|, |E|$  thỏa mãn ràng buộc:  $1 \leq T \leq 200$ ;  $1 \leq |V| \leq 10^3$ ;  $1 \leq |E| \leq |V|(|V|-1)/2$ ;

**Output:**

- Đưa ra danh sách các đỉnh được duyệt theo thuật toán BFS(u) của mỗi test theo khuôn dạng của ví dụ dưới đây.

**Ví dụ:**

Input:	Output:
1	1 2 5 4 6 3
6 9 1	
1 2 2 5 3 1 3 2 3 5 4 3 5 4 5 6 6 4	

**Bài 13. Đường đi DFS trên đồ thị có hướng**

Cho đồ thị có hướng  $G = \langle V, E \rangle$  được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh. Hãy tìm đường đi từ đỉnh s1V đến đỉnh t1V trên đồ thị bằng thuật toán DFS.

**Input:**

- Dòng đầu tiên đưa vào T là số lượng bộ test.
- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm 2 dòng: dòng đầu tiên đưa vào bốn số  $|V|, |E|, s1V, t1V$  tương ứng với số đỉnh, số cạnh, đỉnh u, đỉnh v; Dòng tiếp theo đưa vào các bộ đôi u1V, v1V tương ứng với một cạnh của đồ thị.
- $T, |V|, |E|$  thỏa mãn ràng buộc:  $1 \leq T \leq 100$ ;  $1 \leq |V| \leq 10^3$ ;  $1 \leq |E| \leq |V|(|V|-1)/2$ ;

**Output:**

- Đưa ra đường đi từ đỉnh s đến đỉnh t của mỗi test theo thuật toán DFS của mỗi test theo khuôn dạng của ví dụ dưới đây. Nếu không có đáp án, in ra -1.

**Ví dụ:**

Input:	Output:
1	1 2 5 6
6 9 1 6	

1 2 2 5 3 1 3 2 3 5 4 3 5 4 5 6 6 4	
-------------------------------------	--

Source code : <https://ideone.com/jW4WYW>

#### Bài 14. Đường đi BFS trên đồ thị có hướng

Cho đồ thị có hướng  $G=\langle V, E \rangle$  được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh. Hãy tìm đường đi từ đỉnh  $u \in V$  đến đỉnh  $v \in V$  trên đồ thị bằng thuật toán BFS.

##### Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào  $T$  là số lượng bộ test.
- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm 2 dòng: dòng đầu tiên đưa vào bốn số  $|V|, |E|, s \in V, t \in V$  tương ứng với số đỉnh, số cạnh, đỉnh  $u$ , đỉnh  $v$ ;  $|E|$  Dòng tiếp theo đưa vào các bộ đôi  $u \in V, v \in V$  tương ứng với một cạnh của đồ thị.
- $T, |V|, |E|$  thỏa mãn ràng buộc:  $1 \leq T \leq 100; 1 \leq |V| \leq 10^3; 1 \leq |E| \leq |V|(|V|-1)/2$ ;

##### Output:

- Đưa ra đường đi từ đỉnh  $s$  đến đỉnh  $t$  của mỗi test theo thuật toán BFS của mỗi test theo khuôn dạng của ví dụ dưới đây. Nếu không có đáp án, in ra -1.

##### Ví dụ:

Input:	Output:
1	1 2 5 6
6 9 1 6	
1 2 2 5 3 1 3 2 3 5 4 3 5 4 5 6 6 4	

Source code : <https://ideone.com/G9IUZw>

#### Bài 15. Kiểm tra đường đi

Cho đồ thị vô hướng có  $N$  đỉnh và  $M$  cạnh. Có  $Q$  truy vấn, mỗi truy vấn yêu cầu trả lời câu hỏi giữa 2 đỉnh  $x$  và  $y$  có tồn tại đường đi tới nhau hay không?

##### Input:

- Dòng đầu tiên là số lượng bộ test  $T$  ( $T \leq 20$ ).
- Mỗi test gồm 2 số nguyên  $N, M$  ( $1 \leq N, M \leq 1000$ ).
- $M$  dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm 2 số nguyên  $u, v$  cho biết có cạnh nối giữa đỉnh  $u$  và  $v$ .

- Dòng tiếp là số lượng truy vấn  $Q$  ( $1 \leq Q \leq 1000$ ).
- $Q$  dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm 2 số nguyên  $x$  và  $y$ .

**Output:** Với mỗi truy vấn, in ra “YES” nếu có đường đi từ  $x$  tới  $y$ , in ra “NO” nếu ngược lại.

**Ví dụ:**

Input:	Output
1	NO
6 5	YES
1 2	
2 3	
3 4	
1 4	
5 6	
2	
1 5	
2 4	

Source code : <https://ideone.com/W0Gltu>

#### Bài 16. Đường đi DFS trên đồ thị vô hướng

Cho đồ thị vô hướng  $G = \langle V, E \rangle$  được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh. Hãy tìm đường đi từ đỉnh s1V đến đỉnh t1V trên đồ thị bằng thuật toán DFS.

**Input:**

- Dòng đầu tiên đưa vào  $T$  là số lượng bộ test.
- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm 2 dòng: dòng đầu tiên đưa vào bốn số  $|V|$ ,  $|E|$ , s1V, t1V tương ứng với số đỉnh, số cạnh, đỉnh  $u$ , đỉnh  $v$ ; Dòng tiếp theo đưa vào các bộ đôi u1V, v1V tương ứng với một cạnh của đồ thị.

- $T, |V|, |E|$  thỏa mãn ràng buộc:  $1 \leq T \leq 100; 1 \leq |V| \leq 10^3; 1 \leq |E| \leq |V|(|V|-1)/2;$

**Output:**

- Đưa ra đường đi từ đỉnh s đến đỉnh t của mỗi test theo thuật toán DFS của mỗi test theo khuôn dạng của ví dụ dưới đây. Nếu không có đáp án, in ra -1.

**Ví dụ:**

Input:	Output:
	1 2 3 4 5 6

Source code : <https://ideone.com/FdxImu>

**Bài 17. Đường đi BFS trên đồ thị vô hướng**

Cho đồ thị vô hướng  $G = \langle V, E \rangle$  được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh. Hãy tìm đường đi từ đỉnh s1V đến đỉnh t1V trên đồ thị bằng thuật toán BFS.

**Input:**

- Dòng đầu tiên đưa vào T là số lượng bộ test.
- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm 2 dòng: dòng đầu tiên đưa vào bốn số  $|V|, |E|, s1V, t1V$  tương ứng với số đỉnh, số cạnh, đỉnh u, đỉnh v; Dòng tiếp theo đưa vào các bộ đôi u1V, v1V tương ứng với một cạnh của đồ thị.
- $T, |V|, |E|$  thỏa mãn ràng buộc:  $1 \leq T \leq 100; 1 \leq |V| \leq 10^3; 1 \leq |E| \leq |V|(|V|-1)/2;$

**Output:**

- Đưa ra đường đi từ đỉnh s đến đỉnh t của mỗi test theo thuật toán BFS của mỗi test theo khuôn dạng của ví dụ dưới đây. Nếu không có đáp án, in ra -1.

**Ví dụ:**

Input:	Output:
1	1 2 5 6
6 9 1 6	
1 2 1 3 2 3 2 5 3 4 3 5 4 5 4 6 5 6	

Source code : <https://ideone.com/XXsYdb>

### Bài 18. Đếm số thành phần liên thông

Cho đồ thị vô hướng  $G = \langle V, E \rangle$  được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh. Hãy tìm số thành phần liên thông của đồ thị.

#### Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào T là số lượng bộ test.
- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm 2 dòng: dòng đầu tiên đưa vào hai số  $|V|, |E|$  tương ứng với số đỉnh và số cạnh; Dòng tiếp theo đưa vào các bộ đôi  $uV, vV$  tương ứng với một cạnh của đồ thị.
- T,  $|V|, |E|$  thỏa mãn ràng buộc:  $1 \leq T \leq 100$ ;  $1 \leq |V| \leq 10^3$ ;  $1 \leq |E| \leq |V|(|V|-1)/2$ ;

#### Output:

- Đưa ra số thành phần liên thông của đồ thị.

#### Ví dụ:

Input:	Output:
1 5 6 1 2 1 3 2 3 3 4 3 5 4 5	1

Source code : <https://ideone.com/q0IpK9>

### Bài 19. Tìm số thành phần liên thông với BFS

Cho đồ thị vô hướng  $G = \langle V, E \rangle$  được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh. Hãy tìm số thành phần liên thông của đồ thị bằng thuật toán BFS.

#### Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào T là số lượng bộ test.
- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm 2 dòng: dòng đầu tiên đưa vào hai số  $|V|, |E|$  tương ứng với số đỉnh và số cạnh; Dòng tiếp theo đưa vào các bộ đôi  $uV, vV$  tương ứng với một cạnh của đồ thị.
- T,  $|V|, |E|$  thỏa mãn ràng buộc:  $1 \leq T \leq 100$ ;  $1 \leq |V| \leq 10^3$ ;  $1 \leq |E| \leq |V|(|V|-1)/2$ ;

#### Output:



- Đưa ra số thành phần liên thông của đồ thị bằng thuật toán BFS.

**Ví dụ:**

Input:	Output:
1 6 6 1 2 1 3 2 3 3 4 3 5 4 5	2

Source code : <https://ideone.com/LEwHfk>

## Bài 20. Kiểm tra tính liên thông mạnh

Cho đồ thị có hướng  $G=\langle V, E \rangle$  được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh. Hãy kiểm tra xem đồ thị có liên thông mạnh hay không?

**Input:**

- Dòng đầu tiên đưa vào T là số lượng bộ test.
- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm 2 dòng: dòng đầu tiên đưa vào hai số  $|V|, |E|$  tương ứng với số đỉnh và số cạnh; Dòng tiếp theo đưa vào các bộ đôi  $uV, vV$  tương ứng với một cạnh của đồ thị.
- T,  $|V|, |E|$  thỏa mãn ràng buộc:  $1 \leq T \leq 100; 1 \leq |V| \leq 10^3; 1 \leq |E| \leq |V|(|V|-1)/2$ ;

**Output:**

- Đưa ra “YES”, hoặc “NO” theo từng dòng tương ứng với test là liên thông mạnh hoặc không liên thông mạnh.

**Ví dụ:**

Input:	Output:
1 6 9 1 2 2 4 3 1 3 2 3 5 4 3 5 4 5 6 6 3	YES

Source code : <https://ideone.com/6u1vt5>

### Bài 21. Liệt kê đỉnh trụ

Cho đồ thị vô hướng liên thông  $G=\langle V, E \rangle$  được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh. Hãy đưa ra tất cả các đỉnh trụ của đồ thị?

#### Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào T là số lượng bộ test.
- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm 2 dòng: dòng đầu tiên đưa vào hai số  $|V|, |E|$  tương ứng với số đỉnh và số cạnh; Dòng tiếp theo đưa vào các bộ đôi u, v tương ứng với một cạnh của đồ thị.
- T,  $|V|, |E|$  thỏa mãn ràng buộc:  $1 \leq T \leq 100$ ;  $1 \leq |V| \leq 10^3$ ;  $1 \leq |E| \leq |V|(|V|-1)/2$ ;

#### Output:

- Đưa ra danh sách các đỉnh trụ của mỗi test theo từng dòng.

#### Ví dụ:

Input:	Output:
1 5 5 1 2 1 3 2 3 2 5 3 4	2 3

Source code : <https://ideone.com/B5E18c>

Sử dụng thuật toán Tarjan : <https://ideone.com/GROzkQ>

### Bài 22. Kiểm tra chu trình trên đồ thị vô hướng

Cho đồ thị vô hướng  $G=\langle V, E \rangle$  được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh. Hãy kiểm tra xem đồ thị có tồn tại chu trình hay không?

#### Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào T là số lượng bộ test.
- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm 2 dòng: dòng đầu tiên đưa vào hai số  $|V|, |E|$  tương ứng với số đỉnh, số cạnh của đồ thị; Dòng tiếp theo đưa vào các bộ đôi u, v tương ứng với một cạnh của đồ thị.
- T,  $|V|, |E|$  thỏa mãn ràng buộc:  $1 \leq T \leq 100$ ;  $1 \leq |V| \leq 10^3$ ;  $1 \leq |E| \leq |V|(|V|-1)/2$ ;

#### Output:

- Đưa ra YES hoặc “NO” kết quả test theo từng dòng tương ứng với đồ thị tồn tại hoặc không tồn tại chu trình.

**Ví dụ:**

Input:	Output:
1 6 9 1 2 1 3 2 3 2 5 3 4 3 5 4 5 4 6 5 6	YES

Source code : <https://ideone.com/jHSAnX>

### Bài 23. Kiểm tra chu trình sử dụng DSU

Cho đồ thị vô hướng  $G = \langle V, E \rangle$  được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh. Sử dụng **Disjoin Set**, hãy kiểm tra xem đồ thị có tồn tại chu trình hay không?

**Input:**

- Dòng đầu tiên đưa vào T là số lượng bộ test.
- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm 2 dòng: dòng đầu tiên đưa vào hai số  $|V|, |E|$  tương ứng với số đỉnh, số cạnh của đồ thị; Dòng tiếp theo đưa vào các bộ đôi  $uV, vV$  tương ứng với một cạnh của đồ thị.
- T,  $|V|, |E|$  thỏa mãn ràng buộc:  $1 \leq T \leq 100$ ;  $1 \leq |V| \leq 10^3$ ;  $1 \leq |E| \leq |V|(|V|-1)/2$ ;

**Output:**

- Đưa ra YES hoặc “NO” kết quả test theo từng dòng tương ứng với đồ thị tồn tại hoặc không tồn tại chu trình.

**Ví dụ:**

Input:	Output:
1 6 9 1 2 1 3 2 3 2 5 3 4 3 5 4 5 4 6 5 6	YES

Source code : <https://ideone.com/0peTVP>

## Bài 24. Chu trình trên đồ thị có hướng với DFS

Cho đồ thị có hướng  $G=\langle V, E \rangle$  được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh. Sử dụng thuật toán DFS, hãy kiểm tra xem đồ thị có tồn tại chu trình hay không?

### Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào T là số lượng bộ test.
- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm 2 dòng: dòng đầu tiên đưa vào hai số  $|V|, |E|$  tương ứng với số đỉnh, số cạnh của đồ thị; Dòng tiếp theo đưa vào các bộ đôi  $uV, vV$  tương ứng với một cạnh của đồ thị.
- T,  $|V|, |E|$  thỏa mãn ràng buộc:  $1 \leq T \leq 100$ ;  $1 \leq |V| \leq 10^3$ ;  $1 \leq |E| \leq |V|(|V|-1)/2$ ;

### Output:

- Đưa ra YES hoặc “NO” kết quả test theo từng dòng tương ứng với đồ thị tồn tại hoặc không tồn tại chu trình.

### Ví dụ:

Input:	Output:
1 6 9 1 2 2 4 3 1 3 2 3 5 4 3 5 4 5 6 6 4	YES

Source code : <https://ideone.com/vXe8Vq>

## Bài 25. Kiểm tra chu trình trên đồ thị có hướng

Cho đồ thị có hướng  $G=\langle V, E \rangle$  được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh. Hãy kiểm tra xem đồ thị có tồn tại chu trình hay không?

### Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào T là số lượng bộ test.
- Những dòng tiếp theo đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm 2 dòng: dòng đầu tiên đưa vào hai số  $|V|, |E|$  tương ứng với số đỉnh, số cạnh của đồ thị; Dòng tiếp theo đưa vào các bộ đôi  $u, v$  tương ứng với một cạnh của đồ thị.
- T,  $|V|, |E|$  thỏa mãn ràng buộc:  $1 \leq T \leq 100$ ;  $1 \leq |V| \leq 10^3$ ;  $1 \leq |E| \leq |V|(|V|-1)/2$ ;

### Output:

- Đưa ra YES hoặc “NO” kết quả test theo từng dòng tương ứng với đồ thị tồn tại hoặc không tồn tại chu trình.

**Ví dụ:**

Input:	Output:
1	YES
6 9	
1 2 2 4 3 1 3 2 3 5 4 3 5 4 5 6 6 4	

Source code : <https://ideone.com/jwzppF>

### Bài 26. Kiểm tra đồ thị có phải là cây không

Một đồ thị N đỉnh là một cây, nếu như nó có đúng N-1 cạnh và giữa 2 đỉnh bất kì, chỉ tồn tại duy nhất 1 đường đi giữa chúng.

Cho một đồ thị N đỉnh và N-1 cạnh, hãy kiểm tra đồ thị đã cho có phải là một cây hay không?

**Input:**

- Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ( $T \leq 20$ ).
- Mỗi test bắt đầu bởi số nguyên N ( $1 \leq N \leq 1000$ ).
- N-1 dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm 2 số nguyên u, v cho biết có cạnh nối giữa đỉnh u và v.

**Output:**

- Với mỗi test, in ra “YES” nếu đồ thị đã cho là một cây, in ra “NO” trong trường hợp ngược lại.

**Ví dụ:**

Input	Output
2	YES
4	NO
1 2	

1 3	
2 4	
4	
1 2	
1 3	
2 3	

Source code : <https://ideone.com/4w8DJx>

### Bài 27. Số lượng hòn đảo

Cho một bản đồ kích thước  $N \times M$  được mô tả bằng ma trận  $A[i][j]$ .  $A[i][j] = 1$  có nghĩa vị trí  $(i, j)$  là nổi trên biển. 2 vị trí  $(i, j)$  và  $(x, y)$  được coi là liền nhau nếu như nó có chung đỉnh hoặc chung cạnh. Một hòn đảo là một tập hợp các điểm  $(i, j)$  mà  $A[i][j] = 1$  và có thể di chuyển giữa hai điểm bất kì trong đó.

Nhiệm vụ của bạn là hãy đếm số lượng đảo xuất hiện trên bản đồ.

**Input:** Dòng đầu tiên là số lượng bộ test  $T$  ( $T \leq 20$ ).

Mỗi test bắt đầu bởi 2 số nguyên  $N$  và  $M$  ( $1 \leq N, M \leq 500$ ).

$N$  dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm  $M$  số nguyên  $A[i][j]$ .

**Output:** Với mỗi test, in ra số lượng hòn đảo tìm được.

**Ví dụ:**

Input:	Output
1 5 5 1 1 0 0 0 0 1 0 0 1	5

1 0 0 1 1	
0 0 0 0 0	
1 0 1 0 1	

Source code : <https://ideone.com/X5K1Uy>

### Bài 28. Kết bạn

Trường học X có N sinh viên, trong đó có M cặp là bạn bè của nhau. Bạn của bạn cũng là bạn, tức là nếu A là bạn của B, B là bạn của C thì A và C cũng là bạn bè của nhau.

Các bạn hãy xác định xem số lượng sinh viên nhiều nhất trong một nhóm bạn là bao nhiêu?

#### Input:

Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ( $T \leq 20$ ).

Mỗi test bắt đầu bởi 2 số nguyên N và M ( $N, M \leq 100\,000$ ).

M dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm 2 số nguyên u, v ( $u \neq v$ ) cho biết sinh viên u là bạn của sinh viên v.

#### Output:

Với mỗi test, in ra đáp án tìm được trên một dòng.

#### Ví dụ:

Input:	Output
2	
3 2	3
1 2	7
2 3	

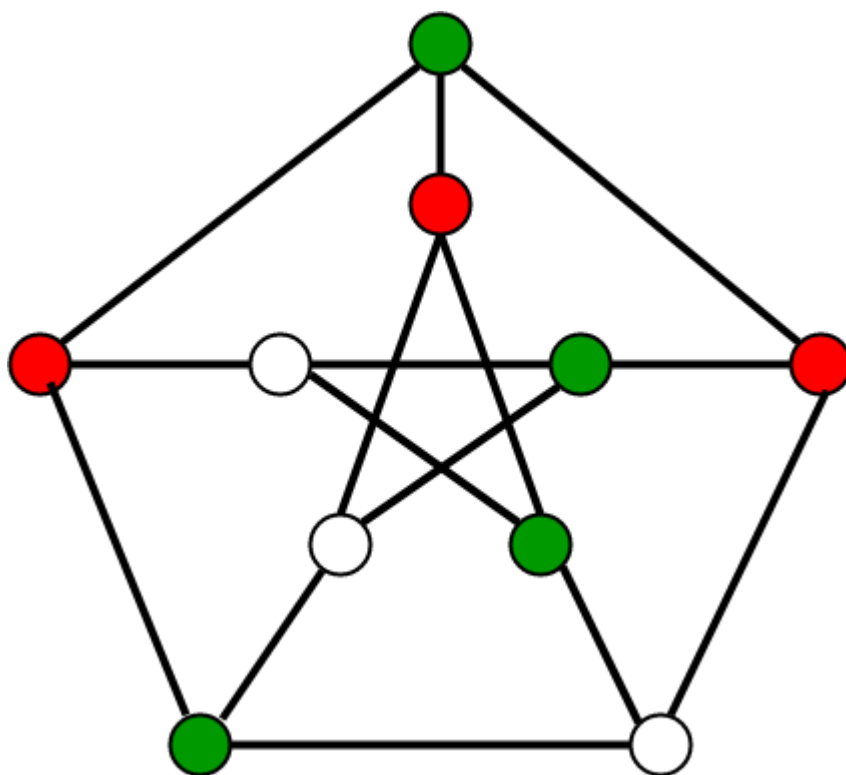
10 12	
1 2	
3 1	
3 4	
5 4	
3 5	
4 6	
5 2	
2 1	
7 1	
1 2	
9 10	
8 9	

Source code : <https://ideone.com/tjIRku>

### Bài 29. Tô màu đồ thị

Một trong những bài toán kinh điển của lý thuyết đồ thị là bài toán Tô màu đồ thị. Bài toán được phát biểu như sau: Cho đồ thị vô hướng  $G = \langle V, E \rangle$  được biểu diễn dưới dạng danh sách cạnh và số  $M$ . Nhiệm vụ của bạn là kiểm tra xem đồ thị có thể tô màu các đỉnh bằng nhiều nhất  $M$  màu sao cho hai đỉnh kề nhau đều có màu khác nhau hay không?





**Input:**

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng bộ test  $T$ .
- Những dòng kế tiếp đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm hai phần: phần thứ nhất đưa vào ba số  $V, E, M$  tương ứng với số đỉnh, số cạnh và số màu; phần thứ hai đưa vào các cạnh của đồ thị.
- $T, V, E, M$  thỏa mãn ràng buộc:  $1 \leq T \leq 100$ ;  $1 \leq V \leq 10$ ;  $1 \leq E \leq N(N-1)$ ,  $1 \leq V \leq N$ .

**Output:**

- Đưa ra kết quả mỗi test theo từng dòng.

**Ví dụ:**

Input	Output
-------	--------

2	YES
4 5 3	NO
1 2	
2 3	
3 4	
4 1	
1 3	
3 3 2	
1 2	
2 3	
1 3	

Source code : <https://ideone.com/gBp4Xj>

### Bài 30. Đường đi Hamilton

Đường đi đơn trên đồ thị có hướng hoặc vô hướng đi qua tất cả các đỉnh của đồ thị mỗi đỉnh đúng một lần được gọi là đường đi Hamilton. Cho đồ thị vô hướng  $G = \langle V, E \rangle$ , hãy kiểm tra xem đồ thị có đường đi Hamilton hay không?

#### Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng bộ test  $T$ .
- Những dòng kế tiếp đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm hai phần: phần thứ nhất đưa vào hai số  $V, E$  tương ứng với số đỉnh, số cạnh của đồ thị; phần thứ hai đưa vào các cạnh của đồ thị.
- $T, V, E$  thỏa mãn ràng buộc:  $1 \leq T \leq 100$ ;  $1 \leq V \leq 10$ ;  $1 \leq E \leq 15$ .

#### Output:

- Đưa ra 1 hoặc 0 tương ứng với test có hoặc không có đường đi Hamilton theo từng dòng.

#### Ví dụ:

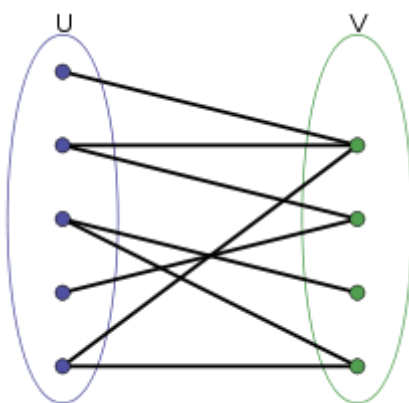
Input	Output
2 4 4	1

1 2 2 3 3 4 2 4	0
4 3	
1 2 2 3 2 4	

Source code : <https://ideone.com/IZecga>

### Bài 31. Đồ thị hai phía

Đồ thị hai phía là một đồ thị đặc biệt, trong đó tập các đỉnh có thể được chia thành hai tập không giao nhau thỏa mãn điều kiện không có cạnh nối hai đỉnh bất kỳ thuộc cùng một tập. Cho đồ thị N đỉnh và M cạnh, bạn hãy kiểm tra đồ thị đã cho có phải là một đồ thị hai phía hay không?



#### Input:

- Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ( $T \leq 20$ ).
- Mỗi test bắt đầu bởi số nguyên N và M ( $1 \leq N, M \leq 1000$ ).
- M dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm 2 số nguyên u, v cho biết có cạnh nối giữa đỉnh u và v.

#### Output:

- Với mỗi test, in ra “YES” nếu đồ thị đã cho là một đồ thị hai phía, in ra “NO” trong trường hợp ngược lại.

#### Ví dụ:

Input:	Output
2	YES
5 4	NO

1 5	
1 3	
2 3	
4 5	
3 3	
1 2	
1 3	
2 3	

Source code : <https://ideone.com/JtUixz>

### Bài 32. Mạng xã hội

Tý đang xây dựng một mạng xã hội và mời các bạn của mình dùng thử. Bạn của bạn cũng là bạn. Vì vậy, Tý muốn mạng xã hội của mình là hoàn hảo, tức với mọi bộ ba X, Y, Z, nếu X kết bạn với Y, Y kết bạn với Z thì X và Z cũng phải là bạn bè của nhau trên mạng xã hội.

Các bạn hãy xác định xem mạng xã hội hiện tại của Tý có là hoàn hảo hay không? Nếu có hãy in ra “YES”, “NO” trong trường hợp ngược lại.

#### Input:

- Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ( $T \leq 20$ ).
- Mỗi test bắt đầu bởi 2 số nguyên N và M ( $N, M \leq 100\,000$ ).
- M dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm 2 số nguyên u, v ( $u \neq v$ ) cho biết u và v là kết bạn với nhau trên mạng xã hội của Tý.

#### Output:

- Với mỗi test, in ra đáp án tìm được trên một dòng.

#### Ví dụ:

Input:	Output
3	YES

4 3	NO
1 3	YES
3 4	
1 4	
4 4	
3 1	
2 3	
3 4	
1 2	
10 4	
4 3	
5 10	
8 9	
1 2	

Source code : <https://ideone.com/8pFyy8>

### Bài 33. Đếm ao

Sau khi thi trượt môn Cấu trúc dữ liệu và giải thuật, một số sinh viên D19 CNTT - PTIT quyết định bỏ học, đầu tư thuê đất để trồng rau. Mảnh đất thuê là một hình chữ nhật  $N \times M$  ( $1 \leq N \leq 100$ ;  $1 \leq M \leq 100$ ) ô đất hình vuông. Nhưng chỉ sau đó vài ngày, trận lụt khủng khiếp đã diễn ra làm một số ô đất bị ngập. Mảnh đất bỗng biến thành các cái ao. Và sinh viên D19 lại dự định chuyển sang nuôi cá. Các bạn ấy muốn biết mảnh đất được chia thành bao nhiêu cái ao để có thể tính toán nuôi cá cho hợp lý. Hãy giúp các bạn ấy nhé. *Chú ý: Ao là gồm một số ô đất bị ngập có chung đỉnh. Để nhận thấy là một ô đất có thể có tới đa 8 ô chung đỉnh.*

**Dữ liệu vào:** Dòng 1: 2 số nguyên cách nhau bởi dấu cách: N và M. Dòng 2..N+1: M kí tự liên tiếp nhau mỗi dòng đại diện cho 1 hàng các ô đất. Mỗi kí tự là 'W' hoặc '.' tương ứng với ô đất đã bị ngập và ô đất vẫn còn nguyên.

**Kết quả:** Một dòng chứa 1 số nguyên duy nhất là số ao tạo thành.

Input	Output
10 12 W.....WW. .WWW.....WWW ....WW...WW. .....WW. .....W.. ..W.....W.. .W.W.....WW. W.W.W.....W. .W.W.....W. ..W.....W.	3

Source code : <https://ideone.com/EXBZJI>

### Bài 34. Hợp mặt

Có K người ( $1 \leq K \leq 100$ ) đứng tại vị trí nào đó trong N địa điểm cho trước ( $1 \leq N \leq 1,000$ ) được đánh số từ 1..N. Các điểm được nối với nhau bởi M đoạn đường một chiều ( $1 \leq M \leq 10,000$ ) (không có đoạn đường nào nối một điểm với chính nó).

Mọi người muốn cùng tụ họp tại một địa điểm nào đó. Tuy nhiên, với các đường đi cho trước, chỉ có một số địa điểm nào đó có thể được chọn là điểm họp mặt. Cho trước K, N, M và vị trí ban đầu của K người cùng với M đường đi một chiều, hãy xác định xem có bao nhiêu điểm có thể được chọn làm điểm họp mặt.

## Input

Dòng 1: Ghi 3 số: K, N, và M

Dòng 2 đến K+1: dòng i+1 chứa một số nguyên trong khoảng (1..N) cho biết địa điểm mà người thứ i đang đứng.

Dòng K+2 đến M+K+1: Mỗi dòng ghi một cặp số A và B mô tả một đoạn đường đi một chiều từ A đến B (cả hai trong khoảng 1..N và  $A \neq B$ ).

## Output

Số địa điểm có thể được chọn là điểm họp mặt.

## Ví dụ

Input:	Output:
2 4 4	2
2	
3	
1 2	
1 4	
2 3	
3 4	

*Giải thích Ví dụ: có thể họp mặt tại điểm 3 và điểm 4.*

Source code : <https://ideone.com/2sUfvI>