

Эконометрические модели. Множественная регрессия

- Уравнение регрессии $Y = XB + \varepsilon$, где $B = (X^T X)^{-1} X^T Y$,
- Оценка влияние факторов x_j на зависимую переменную y : $\beta_j = b_j \frac{s_{x_j}}{s_y}$, $E_j = b_j \frac{\bar{x}_j}{\bar{y}}$
- Остаточная дисперсия $s^2 = \frac{(Y - XB)^T (Y - XB)}{n - p - 1}$
- Коэффициенты детерминации $R^2 = 1 - \frac{(Y - XB)^T (Y - XB)}{(Y - \bar{Y})^T (Y - \bar{Y})}$, $\hat{R}^2 = 1 - \frac{s^2}{s_y^2}$
- Значимость коэффициента регрессии: $\frac{|b_j|}{s_{b_j}} > t_{1-\alpha; n-p-1}$, где $s_{b_j}^2 = s^2 [(X^T X)^{-1}]_{jj}$
- Доверительный интервал для коэффициента регрессии: $|b_j^* - b_j| \leq t_{1-\alpha; n-p-1} s_{b_j}$, где $s_{b_j}^2 = s^2 [(X^T X)^{-1}]_{jj}$
- Доверительный интервал для значения y : $|y_0^* - y_0| \leq t_{1-\alpha; n-p-1} s_{y_0}$, где $s_{y_0}^2 = s^2 [1 + X_0^T (X^T X)^{-1} X_0]_{jj}$

1. Предположим, что коммерческий агент рассматривает возможность закупки небольших зданий под офисы в традиционном деловом районе. Агент может использовать множественный регрессионный анализ для оценки цены здания под офис на основе следующих переменных: y — оценочная стоимость здания в условных единицах; x_1 — общая площадь в квадратных метрах; x_2 — количество офисов; x_3 — количество входов (0,5 входа — вход только для доставки корреспонденции); x_4 — возраст здания — время эксплуатации в годах. Агент наугад выбирает 11 зданий из имеющихся 1500 и получает следующие данные:

№	Площадь	Офисы	Входы	Возраст	Стоимость
п. п.	x_1	x_2	x_3	x_4	y
1	2310	2	2	20	42000
2	2333	2	2	12	144000
3	2356	3	1,5	33	151000
4	2379	3	2	43	151000
5	2402	2	3	53	139000
6	2425	4	3	23	169000
7	2448	2	1,5	99	126000
8	2471	2	2	34	142000
9	2494	3	3	23	163000
10	2517	4	4	55	169000
11	2540	2	3	22	149000

Требуется:

- вычислить матрицу коэффициентов парной корреляции и проанализировать тесноту связи между показателями;
 - построить линейную модель регрессии, описывающие зависимость y_t от факторов x_1 и x_2 ;
 - оценить качество модели вычислив коэффициент детерминации;
 - проанализировать влияние факторов на зависимую переменную (β -коэффициент, коэффициент эластичности) и оценить их значимость, найти доверительный интервал;
 - определить точечные прогнозные оценки ВВП для 5 наблюдений (объясняющие переменные задать самостоятельно);
2. Заданы три временных ряда:

Год	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Валовой национальный продукт (в млрд \$), y_t	3	11	10	11	15	17	21	25	23	19
Потребление (в млрд \$), x_{1t}	18	14	33	37	40	42	41	49	56	48
Инвестиции (в млрд \$), x_{2t}	20	22	14	26	25	32	35	34	39	45

Требуется:

- вычислить матрицу коэффициентов парной корреляции и проанализировать тесноту связи между показателями;
- построить линейную модель регрессии, описывающие зависимость y_t от факторов x_{1t} и x_{2t} ;
- оценить качество модели, вычислив среднюю ошибку аппроксимации и коэффициент детерминации;
- проанализировать влияние факторов на зависимую переменную и оценить их значимость,
- определить точечные прогнозные оценки ВВП для 5 наблюдений (объясняющие переменные задать самостоятельно);

Все полученные результаты необходимо интерпретировать.