

Матрицы и определители

1. Найдите $3A - 4B$ и AB^T для матриц $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 \\ -1 & 2 & -3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 4 & -2 & -9 \end{pmatrix}$.
2. Три предприятия выпускают четыре вида продукции. Заданы матрицы помесечных выпусков:

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & 2 \\ 4 & 2 & 2 & 1 \\ 5 & 4 & 4 & 2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 & 2 \\ 4 & 5 & 4 & 3 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & 5 & 3 & 1 \\ 3 & 4 & 3 & 1 \\ 4 & 4 & 4 & 4 \end{pmatrix}$$

Необходимо: а) найти матрицу выпуска продукции за квартал; б) найти матрицы B_1 и B_2 прироста выпуска продукции за каждый месяц и проанализировать результаты.

3. Найдите а) $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}^3$; б) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$
4. В мастерскую, специализирующуюся на ремонте телефонов, поступают аппараты, из которых 70% требуют малого ремонта, 20% — среднего, 10% — сложного. Статистически установлено, что через год из аппаратов, прошедших малый ремонт, 10% требуют малого ремонта, 60% — среднего, 30% — сложного; из аппаратов, прошедших средний ремонт, — 20% малого, 50% — среднего, 30% — сложного; из аппаратов, прошедших сложный ремонт, — 60% малого, 40% — среднего. Найти доли из отремонтированных в начале года аппаратов, которые будут требовать ремонта того или иного вида через один, два, три года.
5. Для матриц $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$ вычислите $|A| \cdot |B|$ и $|A \cdot B|$.
6. Вычислите определители третьего порядка разными способами:
а) $\begin{vmatrix} -6 & 5 & 0 \\ 0 & -6 & -2 \\ 3 & 2 & 2 \end{vmatrix}$, б) $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 5 & 8 & 2 \\ 3 & 4 & 2 \end{vmatrix}$, в) $\begin{vmatrix} \sin^2 \alpha & 1 & \cos^2 \alpha \\ \sin^2 \beta & 1 & \cos^2 \beta \\ \sin^2 \gamma & 1 & \cos^2 \gamma \end{vmatrix}$.
7. Решите уравнение $\begin{vmatrix} 1 & x & x \\ x & 1 & x \\ x & x & -2 \end{vmatrix} = 0$.
8. Решить СЛУ:
а) $\begin{cases} 2x - y - z = 4, \\ 3x + 4y - 2z = 11, \\ 3x - 2y + 4z = 11; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2x - 3y + z - 2 = 0, \\ x + 5y - 4z + 5 = 0, \\ 4x + y - 3z + 4 = 0; \end{cases}$ в) $\begin{cases} -x_1 + x_2 + 2x_3 = -5, \\ 6x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -7, \\ x_1 + 8x_2 + 5x_3 = 2; \end{cases}$
9. На предприятии имеется четыре технологических способа изготовления изделий A и B из некоторого сырья. В таблице указано количество изделий, которое может быть произведено из единицы сырья каждым из технологических способов:

Изделие	Выход из единицы сырья			
	I	II	III	IV
A	2	1	7	4
B	6	12	2	3

Найти количество сырья, которое следует переработать по каждой технологии, чтобы произвести 574 изделия A и 328 изделий B из 94 ед. сырья.