

**Производная в задачах экономической оптимизации**

1. Требуется оградить забором прямоугольный участок земли площадью 294 кв. м. и затем разделить его на две равные части перегородкой. Каковы должны быть размеры участка, чтобы на постройку забора и перегородки было истрачено наименьшее количество материала?
2. Фирма минимизирует средние издержки, которые получаются в результате равными 30 руб/ед. продукции. Чему равны при этом предельные издержки?
3. Цементный завод производит  $x$  тонн цемента в день. По договору он должен ежедневно поставлять строительной фирме не менее 20 т цемента. Производительные мощности завода таковы. Что выпуск цемента не может превышать 90 т в день. Определить, при каком объеме производства средние издержки будут наименьшими, если функция издержек имеет вид:

$$C(x) = -x^3 + 98x^2 + 200x$$

4. Предприятие (монополия) устанавливает фиксированную цену  $p = 380$  за единицу товара. Издержки при производстве  $x$  единиц товара равны  $C(x) = 292x + x^2$ . Количество реализуемого товара зависит от производства следующим образом:  $K(x) = x + \sqrt{x_0} - \sqrt{x}$ . При каком объеме производства предприятие получает максимальную прибыль.
5. Начальный капитал может быть размещён в банке под 50% годовых или инвестирован в производство, причем эффективность вложения ожидается в размере 100%, а издержки задаются квадратичной зависимостью. Прибыль облагается налогом в  $p\%$ . При каких значениях  $p$  вложение в производство является более выгодным, чем размещение капитала в банке.
6. Объем выпущенной заводом продукции  $x$  и выручка  $z$ , полученная от ее реализации, связаны следующей зависимостью:  $z = 10x + \frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{15}x^3$ . Найдите предельную выручку. При каком объеме производства выручка максимальна.
7. Имеется портфель акций стоимостью в  $C$  рублей. Известно, что с течением времени стоимость акций повышается по закону  $V = Ce^{t/2}$ . С другой стороны, если акции продать, а деньги положить в банк, то на вырученную сумму непрерывно будут начисляться 10% годовых (это означает, что сумма  $V_0$ , положенная в банк, через  $t$  лет станет равной  $V_1 = V_0 e^{0.1t}$ ).  
Определите момент времени  $t_0$ , в который наиболее выгодно продать имеющийся портфель акций и положить деньги в банк, чтобы через  $t$  лет накопленная сумма была максимальной.