

第一章习题解答

1.1 根据汤姆孙的原子模型, 已知氢原子的电离能是 13.6eV.

- (1) 试确定氢原子的半径 (请先写出均匀电荷分布球内的电势);
- (2) 若氢原子的辐射波长为 0.6 μm, 试估算原子的半径。

解:

(1) 设原子半径为 R, 在球内一点, 距球心的距离为 r, 假定在无穷远处是电势为 0, 则该点的电势 V:

$$\begin{aligned} V(r) &= \int_r^R \vec{E} \cdot d\vec{l} + \int_R^\infty \vec{E} \cdot d\vec{l} \\ V(r) &= \int_r^R \frac{e \cdot r'}{4\pi\epsilon_0 R^3} dr' + \int_R^\infty \frac{e}{4\pi\epsilon_0 r'^2} dr' \\ &= \frac{e(3R^2 - r^2)}{8\pi\epsilon_0 R^3} \end{aligned}$$

该点的电势能 $E = \frac{-e^2(3R^2 - r^2)}{8\pi\epsilon_0 R^3}$ 。

在汤姆逊模型内, 氢原子的电离能是:

$$\frac{e^2 3}{8\pi\epsilon_0 R} = 13.6\text{eV}$$

解得:

$$R = 0.16 \text{ nm}.$$

(2) 电子受力 $F = \frac{e^2 r}{4\pi\epsilon_0 R^3}$, $F = m_e \ddot{r}$ 。 $\frac{\ddot{r}}{r} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m_e R^3} = \omega^2 = \left(\frac{2\pi c}{\lambda}\right)^2$

代入数据: $R = 2.95 \times 10^{-10} \text{ m}$ 。

1.2 动能 $T = 0.87\text{MeV}$ 的质子轰击静止的汞核, 当散射角 $\theta = \pi/2$ 时, 求它们之间的最小距离和瞄准距离。

解: $D = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)\left(\frac{zZe^2}{E}\right) = 1.32 \times 10^{-13} \text{ m}$

瞄准距离:

$$b = \frac{D \cot(\theta/2)}{2} = 0.66 \times 10^{-13} \text{ m}$$

最小距离:

$$r_m = \frac{D}{2} \left[1 + \frac{1}{\sin(\theta/2)}\right] = 1.59 \times 10^{-13} \text{ m}$$

1.3 一窄束动能为 100 keV 的质子垂直地入射在厚度为 1.0 mg/cm² 的金箔上, 计数器记录以 60° 角散射的质子。加速器圆形输入孔的面积为 1.0 cm², 它到金箔散射区的距离保持 10 cm, 输入孔垂直对着射到它上面的质子。试求射进计数器的质子的百分数 (金 Au: A = 197, Z = 79, $\rho = 1.93 \times 10^4 \text{ kg/m}^3$)。

解:

$$\frac{dn}{n} = Nt \times \frac{d\sigma}{d\Omega} \times d\Omega$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \left(\frac{zZ}{4E}\right)^2 \frac{1}{\sin^4(\theta/2)}$$

$$= 1.29 \times 10^{-24} \text{ m}^2$$

$$d\sigma = \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega = 1.29 \times 10^{-26} \text{ m}^2$$

$$\frac{dn}{n} = d\sigma \times N \times t = 1.29 \times 10^{-26} \text{ m}^2 \times 3.06 \times 10^{18} / \text{cm}^2$$

$$= 0.039\%$$

1.4 动能 $T = 1.2 \text{ MeV}$ 的质子和金原子核散射, 散射在从 $\theta = \pi/3$ 到 π 的角间隔内, 试计算与此相应的散射截面。

解:

$$d\sigma = \frac{d\sigma}{d\Omega} \times d\Omega = 2\pi \int_{\pi/2}^{\pi} \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \left(\frac{zZ}{4E}\right)^2 \frac{1}{\sin^4(\theta/2)} \sin\theta d\theta$$

代入数据, 得: $d\sigma = 211 \text{ b}$

1.5 一束动能为 1.0 MeV 的强度为 3.6×10^4 个/秒 的 α 粒子, 垂直地射在厚度为 1.0 μm 的金箔上。试求 10 min. 内被金原子散射到下列角间隔里的 α 粒子的数目。

(1) $59^\circ \sim 61^\circ$;

(2) $\theta > \theta_0 = 60^\circ$;

(3) $\theta < \theta_0 = 10^\circ$

解: (1)

$$d\sigma = \frac{d\sigma}{d\Omega} \times d\Omega = 2\pi \int_{59^\circ}^{61^\circ} \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \left(\frac{zZ}{4E}\right)^2 \frac{1}{\sin^4(\theta/2)} \sin\theta d\theta$$

$$= 9.83 \times 10^{-27} \text{ m}^2$$

$$\frac{dn}{n} = d\sigma \times N \times t = 5.9 \times 10^{-22} \text{ m}^{-2} \times 9.83 \times 10^{-27} \text{ m}^{-2} = 5.8 \times 10^{-4}$$

10 分钟散射的粒子数:

$$n = 3.6 \times 10^4 \times 5.8 \times 10^{-4} \times 6 \times 10^2 = 1.25 \times 10^4$$

(2) 同上问, 改变积分区间: 计算得:

$$n = 1.55 \times 10^5$$

(3) 散射到 10 度—180 度的粒子数可以计算得:

$$n = 6.75 \times 10^6$$

总的粒子数: 2.16×10^7

故散射到 0 度—10 度的粒子数为: 1.48×10^7

1.6 对于氢原子、 He^+ 、 Li^{++} ，若认为原子核是不动的，试计算

- (1) 前两个玻尔轨道的半径及电子在这些轨道上的速度;
- (2) 电子在基态的动能和它的结合能;
- (3) 第一激发态电势及共振线 (指第一激发态和基态间的跃迁辐射) 的波长。

解: (1)
$$r_n = \frac{n^2}{Z} a_0, \quad v_n = \frac{\alpha c}{n} Z$$

氢原子 $Z=1$: $r_1 = 0.53 \times 10^{-10} \text{ m}$, $r_2 = 2.12 \times 10^{-10} \text{ m}$

$$v_1 = 2.2 \times 10^6 \text{ m/s}, \quad v_2 = 1.1 \times 10^6 \text{ m/s}$$

He^+ , $Z=2$: $r_1 = 0.26 \times 10^{-10} \text{ m}$, $r_2 = 1.06 \times 10^{-10} \text{ m}$

$$v_1 = 4.4 \times 10^6 \text{ m/s}, \quad v_2 = 2.2 \times 10^6 \text{ m/s}$$

Li^{++} , $Z=3$: $r_1 = 0.18 \times 10^{-10} \text{ m}$, $r_2 = 0.71 \times 10^{-10} \text{ m}$

$$v_1 = 6.6 \times 10^6 \text{ m/s}, \quad v_2 = 3.3 \times 10^6 \text{ m/s}$$

- (2) 氢原子 电子动能 $T = 13.6 \text{ eV}$, 结合能 $E = 13.6 \text{ eV}$
氦离子 电子动能 $T = 54.4 \text{ eV}$, 结合能 $E = 54.4 \text{ eV}$
二价锂离子 电子动能 $T = 122.4 \text{ eV}$, 结合能 $E = 122.4 \text{ eV}$
- (3) 氢原子的第一激发势: $U = 10.2 \text{ eV}$

$$\lambda = \frac{hc}{\Delta E} = 121.6 \text{ nm}$$

氢离子: $U = 40.8 \text{ eV}$

$$\lambda = \frac{hc}{\Delta E} = 30.4 \text{ nm}$$

二价锂离子: $U = 91.8 \text{ eV}$

$$\lambda = \frac{hc}{\Delta E} = 13.5 \text{ nm}$$

1.7 已知氢原子的电离能为 13.6 eV 。试问 B^{+++} 类氢离子从 $n=2$ 能级跃迁到 $n=1$ 的辐射能量。

解: B^{+++} 的基态结合能: $13.6 \times 5^2 = 340 \text{ eV}$

$n=2$ 到 $n=1$ 的辐射能量: 255 eV

1.8 已知氢原子的巴耳末系及 He^+ 的毕克林系的线系限为 2741940 和 2743059 m^{-1} , 求质子和电子质量之比。

解： 里德伯常量 $R_M = R_\infty \frac{M}{m_e + M}$

这两个线系的线系限 $\tilde{\nu} = R_M \left(\frac{1}{2^2} \right)$

可得： $\frac{\tilde{\nu}_H}{\tilde{\nu}_{He}} = \frac{M_P}{m_e + M_P} \times \frac{m_e + 4M_P}{4M_P} = \frac{2741940}{2743059}$

$$M_P : m_e = 1837.5$$

1.9 能量为 6.0 MeV 的质子束被金箔散射，其中有 1.0×10^4 的入射质子的散射角大于 60° ，求金箔的厚度。

解：

$$d\sigma = \frac{d\sigma}{d\Omega} \times d\Omega = 2\pi \int_{\pi/3}^{\pi} \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \left(\frac{zZ}{4E} \right)^2 \frac{1}{\sin^4(\theta/2)} \sin\theta d\theta$$

$$\frac{dn}{n} = \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \left(\frac{zZ}{4E} \right)^2 Nt \frac{8\pi}{\sin^3(\theta/2)} d\sin(\theta/2)$$

$$\frac{\Delta n}{n} = \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \left(\frac{zZ}{4E} \right)^2 Nt \int_{30}^{90} \frac{8\pi}{\sin^3(\theta/2)} d\sin(\theta/2)$$

$$= 1.44(\text{eV}\cdot\text{nm})^2 (79/4)^2 (5.9 \times 10^4) 12\pi \times t = 10^{-4}$$

$$t = 2.03\mu\text{m}$$

1.10 当氢原子跃迁到激发能为 10.19 eV 的状态时，发射一个波长为 485 nm 的光子，试确定初始能态的结合能。

解：光子的能量： $E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{1240\text{eV}\cdot\text{nm}}{485\text{nm}} = 2.56\text{eV}$

初始状态的结合能： $13.6 - 10.19 - 2.56 = 0.85\text{eV}$

1.11 某种类氢离子的光谱中，已知属于同一线系的三条谱线的波长分别为 99.2nm, 108nm 和 121.5nm。试问还可以预言哪些光谱线？

解： $R = 1.097 \times 10^7 \text{m}^{-1}$

$\frac{\tilde{\nu}}{R}$ 分别为：0.9189, 0.8401, 0.7503 很接近 R，所以

可写为 $\tilde{\nu} = R \left(1 - \frac{1}{k^2} \right)$, $k = 3.5, 2.5, 2$ 。

Z=偶数的类氢离子都可能这三条谱线，不过，可能性最大是

Z=2, $\tilde{\nu} = 4R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right)$ 的谱系, $m=2, n=4,5,7$

可以预言属于同一谱线系的波长:

$$n=3, \quad \lambda=164.1nm$$

$$n=6, \quad \lambda=102.5nm \text{ 及 } n=8, 9, \dots \text{ 的谱线。}$$

1.12 若氢原子被激发到 $n=10$ 的能级, 试问可能发射的谱线有多少条?

解: 共有 45 种谱线。

1.13 气体放电管用能量为 12.2eV 的电子去轰击氢原子, 试确定此时的氢所发射的谱线的波长。

解: 氢原子各态的结合能: 13.6eV , 3.4eV , 1.5eV , \dots ,

12.2eV 的能量可以使 $n=1$ 能级的电子跃迁到 $n=2$, $n=3$ 能级, 退激发时可以发射的光子能量: 12.1eV , 10.2eV , 1.9eV ; 波长有 102.6 , 121.8 , 653nm 。

1.14 对于一个正电子和负电子所组成的原子体系 (电子偶素), 试求出:

(1) 在基态时粒子之间的距离;

(2) 电离电势和第一激发电势;

(3) 里德伯常量及共振线 (指第一激发态和基态间的跃迁辐射) 的波长。

解: (1) 基态粒子之间的距离 $r_1 = 2a_0 = 1.06 \times 10^{-10}\text{m} = 0.106\text{nm}$

(2) 电离电势 $E = 13.6/2 = 6.8\text{eV}$

第一激发电势 $E = 3.4/2 = 1.7\text{eV}$

(3) 里德伯常量: $R = \frac{1}{2}R_\infty = 0.548 \times 10^7\text{m}^{-1}$,

$$\text{共振线波长: } \lambda = \frac{1240\text{eV} \cdot \text{nm}}{5.1\text{eV}} = 243\text{nm}$$

1.15 若有一个质量为 $207m_e$, 负电荷的 μ 介子和 $Z=1$ 的原子核组成一个原子, 试计算:

(1) 基态时 μ 介子和核之间的距离;

(2) 当原子核是质子和氘 (^2H) 核时, 原子基态的能量。

解: (1) 基态时的介子与核的距离: 此系统的约化质量

$$m = \frac{207 \cdot 1836}{207 + 1836} m_e = 186m_e, \quad r_1 = a_0/186 = 2.85 \times 10^{-4}\text{nm}。$$

(b) $E = -\frac{1}{2}m(\alpha c)^2$, 原子核是质子时: $E = -2530\text{eV}$;

$$\text{原子核氘核时: } m_{d\mu} = \frac{207 \cdot 1836 \cdot 2}{207 + 1836 \cdot 2} m_e = 196m_e$$

$$E = -2665\text{eV}。$$

1.16 设氢原子原来是静止的, 求当由 $n=4$ 的态直接跃迁到 $n=1$ 的态时原子的反冲速度、发射光子的波长, 并给出与不考虑反冲时光子的波长的差别。

解: 跃迁时两能级的能量间隔 $E_0=12.75\text{eV}$, 这能量提供了光子能量 $E_{\text{光子}}$ 及原子反冲的动能 E_R , $E_0 = E_{\text{光子}} + E_R$ 。

由于原子核的质量 M 很大, 可以用非相对论来处理反冲原子的动能

$$E_R = \frac{P_R^2}{2M} = \frac{P_{\text{光子}}^2}{2M} = \frac{E_{\text{光子}}^2}{2Mc^2},$$

忽略 E_0/Mc^2 的高次项, 可得 $E_{\text{光子}} \approx E_0 - \frac{E_0^2}{2Mc^2}$, 式中的第二项很小,

可近似认为光子动量: $12.75 \text{ eV}/c$,

由动量守恒原子的反冲动量 $MV = 12.75 \text{ eV}/c$, $V = 1.36 \times 10^{-8} c = 4.1 \text{ m/s}$,

考虑核反冲后的光子能量, 由能量守恒,

$$E_{\text{光子}} \approx E_0 - \frac{E_0^2}{2Mc^2} = E_0 \left(1 - \frac{E_0}{2Mc^2}\right) = E_0 (1 - 7 \times 10^{-9})$$

$$\lambda = 97.4 \text{ nm}, \quad \Delta\lambda = 6.6 \times 10^{-7} \text{ nm}.$$

1.17 氢原子由基态激发到 $n=4$ 的状态:

(1) 计算原子吸收的能量;

(2) 原子回到基态时可能发射光子的波长。它们属于哪个谱系?

解: (1) $n=4$ 的能级比基态能量高为 12.75 eV , 所以需吸收 12.75 eV ;

(2) 97.4 nm , 102.7 nm , 121.8 nm , 赖曼系;

487 nm , 653 nm , 巴耳末系;

1911 nm , 帕邢系

1.18 玻尔认为在量子数很大即电子轨道半径很大时, 量子物理的规律应和经典物理的规律应该是一致的, 称作对应原理。试将这思想运用在氢原子的情形, 并推出轨道角动量量子化的公式。

解:

在 n 值很大时, 相邻轨道间的跃迁, 即 $m=n-1$ 。由式

$$\nu = Rc \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) = Rc \left(\frac{1}{(n-1)^2} - \frac{1}{n^2} \right) = Rc \frac{1}{n^2} \left(\frac{1}{(1-1/n)^2} - 1 \right)$$

$$n \gg 1 \text{ 时 } \nu = \frac{2Rc}{n^3}.$$

将这频率作为轨道运动的频率代入卢瑟福行星模型。由式 (1.3.1) 和 (1.3.2), 得总能量

$$E = -\frac{e^2}{2 \times 4\pi\epsilon_0 r} = -\frac{1}{2(4\pi\epsilon_0)^{2/3}} (e^4 m_e \times \left(\frac{2\pi 2Rc}{n^3}\right)^2)^{1/3},$$

这能量和定态的能量 $E = -\frac{Rhc}{n^2}$ 应相等, 则得里德伯常数

$$R = \frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 h^3 c}$$

m_e 是电子的质量。将这代入 (1.3.2) 得

$$r_n = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{m_e e^2} n^2 \quad n=1, 2, 3, \dots$$

$$v_n = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar} \times \frac{1}{n}, \quad n=1, 2, 3, \dots$$

计算轨道角动量 l 得

$$l = m_e v_n r_n = n\hbar, \quad \text{其中 } n=1, 2, 3, \dots$$

这个量子化规则也常作为玻尔假设。

第二章习题解答

2.1 氦氖激光器发出波长为 632.8 nm 的红光，求激光束中光子的能量。

解：

$$E = \frac{1240}{632.8} = 1.96 \text{ eV}$$

2.2 钾的功函数为 2.2 eV，用波长 350.0 nm 的紫外光照射钾表面，计算光电子的最大动能值。

解：紫外光的能量：

$$E = \frac{1240}{350} = 3.54 \text{ eV}$$

最大动能：

$$3.54 - 2.2 = 1.34 \text{ eV}$$

2.3 (1) 若一个 100 MeV 的光子被一个质子散射，计算在 90° 方向散射光子的能量；
(2) 求反冲质子的速度（质子的静止质量为 938.26 MeV）。

解：

$$v' = \frac{v}{1 + \frac{h\nu}{m_p c^2} (1 - \cos \theta)}$$

90° 方向，

$$E' = h\nu' = 90.4 \text{ MeV}$$

反冲质子的能量：

$$100 - 90.4 = 9.6 \text{ MeV}$$

速度：

$$v = \sqrt{\frac{2E}{M}} = 0.14c$$

2.4 波长为 0.071 nm 的 X 射线光子被自由电子散射到 135° 散射角，求散射光子的能量。

解：

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta)$$

在 $\theta = 135^\circ$ 方向：

$$\Delta\lambda = 0.004 \text{ nm}$$

$$\lambda' = 0.071 + 0.004 = 0.075 \text{ nm}$$

$$E = \frac{1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{0.075} = 16.5 \text{ keV}$$

2.5 计算下列粒子的德布罗意波长：

- (1) 50 eV 的光子;
 (2) 动能为 50 eV 的电子;
 (3) 动能为 50 eV 的中子 (中子的静止能为 940 MeV)

解: (1) 50eV 的光子: $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{1240}{50} = 24.8nm$

(2) 动能 50eV 的电子: $\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_e E_k}} = 0.174nm$

(3) 动能 50eV 的中子: $\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_n E_k}} = 0.004nm$

2.6 气体分子在室温下的动能为 0.025 eV, 请计算室温下氢分子的德布罗意波长, 设氢分子的静止能为 1877 MeV。

解: $\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_n E_k}} = 0.13nm$

2.7 (1) 显微镜可以分辨的最小线间隔, 原则上约等于照射光的波长。一般电子显微镜的电子束能量为 50 keV 计算这种电子显微镜的最高分辨本领。

(2) 计算动能为 12.4 GeV (1 GeV = 10^9 eV) 电子的德布罗意波长。

解: (1) $\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_e E_k}} = 5.5 \times 10^{-3} nm$

(2) $\lambda = \frac{hc}{\sqrt{E^2 - m^2 c^4}} = 1 \times 10^{-7} nm$

2.8 同时确定一个 15 eV 的电子的位置和动量, 若位置的误差为 0.1 nm, 试求动量的不确定量。

解: $\Delta x = 0.1nm$
 $\Delta p \geq \frac{h}{\Delta x} = 12.4 \text{ keV}/c$

2.9 下列各粒子限制在线度 L 的一维盒中, 请利用海森伯不确定关系式估计它们具有的最小动能:

- (1) 电子限制在 $L = 1 \text{ \AA}$ 的盒子中;
 (2) 电子限制在 $L = 10 \text{ fm}$ (原子核尺寸) 的盒子中, $1 \text{ fm} = 10^{-15} \text{ m}$;
 (3) 中子限制在 $L = 10 \text{ fm}$ 的盒子中;
 (4) 质量为 $m = 10^{-6} \text{ g}$ 的粒子限制在 $L = 10^{-6} \text{ m}$ 的盒中。

解: $\Delta p \geq \frac{h}{\Delta x}$, $\Delta p \approx p$, $E = \frac{p^2}{2m} \geq \frac{h^2}{2mL^2}$

- (1) $L=0.1\text{nm}$, $m=511\text{KeV}$, $E=150\text{eV}$;
- (2) $L=10\text{fm}$, $m=511\text{KeV}$, $E=1.5 \times 10^{10}=15\text{ GeV}$;
- (3) $L=10\text{fm}$, $m=940\text{MeV}$, $E=8.1\text{ MeV}$;
- (4) $L=10^{-6}m$, $m=10^{-6}g$, $E=2.2 \times 10^{-46}\text{ J}$.

2.10 金属中的电子在近表面处所受到的势场可近似为阶跃势场，试估算铜中的自由电子的透入距离（设铜的功函数为 4 eV ）。

解：透入距离：
$$\frac{1}{\kappa_2} = \frac{\hbar}{\sqrt{2m(V_0 - E)}}$$

代入数据：
$$\frac{1}{\kappa_2} = \frac{197.3\text{MeV} \times \text{fm}}{\sqrt{2 \times 0.511\text{MeV} \times 4\text{eV}}} = 9.76 \times 10^4 \text{ fm}$$

2.11 质量为 m 的粒子在一无限深势阱中运动，它的能量本征函数 $u(x) = \sin kx$ ，试计算它的非相对论动能。

解：
$$E_k = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2}; \quad E_k u(x) = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} u(x) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} u(x)$$

所以非相对论动能为 $E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$ 。

2.12 质量为 m 的粒子在一维势场 $V(x) = 1/2 m\omega^2 x^2$ 中运动。

(1) 写出它的定态薛定谔方程；

(2) 已知它的哈密顿算符的本征函数为

$$u_0(x) = e^{-\left(\frac{m\omega}{2\hbar}\right)x^2}$$

$$u_1(x) = 2\sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}} x e^{-\left(\frac{m\omega}{2\hbar}\right)x^2}$$

试计算每个本征函数的能量本征值；

(3) 试由不确定关系， $\Delta x \Delta p \approx \hbar$ ，证明粒子的最低能量 $\approx \hbar\omega$ 。

解：(1)
$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 u}{dx^2} + V u = E u; \quad -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} u(x) + \frac{1}{2} m\omega^2 x^2 u(x) = E u(x)$$

(2) 将 $u_0(x) = e^{-\left(\frac{m\omega}{2\hbar}\right)x^2}$ 代入上式，得

$$E_0 = \frac{\hbar\omega}{2}$$

同样可以解得：
$$E_1 = \frac{3\hbar\omega}{2}$$

2.13 氢原子的 $2p_{3/2}$ 态的平均寿命是 $1.6 \times 10^{-9} \text{ s}$ ，试求这个状态能量的不确定量（能级的自然宽度）。

解：
$$\Delta E = \frac{\hbar}{\Delta t} = 4.11 \times 10^{-7} \text{ eV}$$

2.14 假如电子被束缚在一个宽度为 1 \AA 的无限深势阱中，试计算它处在最低的三个能态的能量。

解：一维无限深势阱能级：
$$E_n = \frac{h^2}{8ma^2} n^2$$

$$n=1 \quad E_1=38\text{eV}$$

$$n=2 \quad E_2=151\text{eV}$$

$$n=3 \quad E_3=340\text{eV}$$

2.15 分别以波长为 5000 \AA 和 0.1 \AA 的光照射到某金属上，求 $\theta = 90^\circ$ 方向上的康普顿散射光的波长。

解：
$$\Delta \lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta) = 0.0024 \text{ nm}$$

$$\lambda = 500 \text{ nm}, \quad \lambda' = 500.0024 \text{ nm}$$

$$\lambda = 0.01 \text{ nm}, \quad \lambda' = 0.0124 \text{ nm}$$

2.16 粒子相应的约化康普顿波长表示为 $\lambda_c = \frac{\hbar}{mc}$ ， m 是粒子的静止质量。电子的经典半径

$$r_e = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m_e c^2}, \text{ 其中 } m_e \text{ 是电子的静止质量, } e \text{ 是电子的电荷。}$$

(1) 计算电子的约化康普顿波长及经典半径和氢原子的玻尔半径之比，即 $\frac{\lambda_c}{a_0}, \frac{r_e}{a_0}$ ，并以

\hbar, c, e 表示；

(2) 已知精细结构常数 $\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c} \approx \frac{1}{137}$ ，请给出 λ_c 和 r_e 的数值。

$$\text{已知 } a_0 = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{me^2} \approx 0.53 \text{ \AA};$$

(3) 计算 π 介子的康普顿波长 (π 介子的静止质量为 $140 \text{ MeV}/c^2$)。

解: (1)
$$\frac{\lambda_c}{a_0} = \frac{\hbar}{mc} \times \frac{me^2}{4\pi\epsilon_0\hbar^2} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} = \alpha;$$

$$r_e/a_0 = \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} \right)^2 = \alpha^2$$

(2)
$$\lambda_c = 0.0039 \text{ \AA}, r_e = 2.8 \times 10^{-6} \text{ nm} = 2.8 \text{ fm};$$

(3)
$$\lambda_\pi = \frac{\hbar}{m_\pi c} = 1.4 \times 10^{-6} \text{ nm} = 1.4 \text{ fm}.$$

2.17 在大气层上部由于太阳光子的作用氧分子解离为两个氧原子。光子能引起氧解离的最长波长为 $\lambda = 1.75 \times 10^{-7} \text{ m}$ 。求氧分子的束缚能。

解: 能引起解离需要的光子最低能量为 $hc/\lambda_{\max} = 7.08 \text{ eV}$, 即氧分子的束缚能为 7.08 eV 。

2.18 人的裸眼能察觉黄光的极限是视网膜接受到的功率为 $1.8 \times 10^{-18} \text{ W}$ 。黄光的波长约 6000 \AA 。求此情况下每秒落在视网膜上的光子数目。

解: $\lambda = 6000 \times 10^{-8} \text{ cm}$, 光子的能量 $= hc/6000 \times 10^{-8} = 2.06 \text{ eV}$,

$$1.8 \times 10^{-18} \text{ W} / (1.6 \times 10^{-19} \text{ eV} \times 2.06) = 5.4 \text{ 个光子}.$$

2.19 在室温 ($\sim 25^\circ\text{C}$) 时处于热平衡下的中子称为热中子。中子的质量为 $1.675 \times 10^{-27} \text{ kg}$ ($939.5 \text{ MeV}/c^2$), 中子不带电。求:

(1) 热中子的动能和其相应的德布罗意波长;

(2) 当平行热中子束射在晶格间距为 2.82 \AA 的 NaCl 晶体, 反射束发生第一个最大时的入射束角度。

解: $E_{\text{动能}} (298\text{K}) = (3/2)kT = 6.17 \times 10^{-21} \text{ J} = 38.5 \text{ meV},$

(1)
$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mE}} = 1.458 \times 10^{-10} \text{ m} = 0.146 \text{ nm},$$

(2) 入射束和晶面法线的夹角 $\theta = 15.5^\circ$ 。

2.20 设一个电子在离质子很远处是静止的, 在与质子的库仑作用下向质子靠近。求当电子距质子 1 m 和 0.5 \AA 处时, 它相应的德布罗意波长。

解: 非相对论情形 $\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mE}}$, $R=1 \text{ m}$ 时电子的动能 $E = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0(1 \times 10^9)} = 1.44 \times 10^{-9} \text{ eV},$

$$\lambda = 3.232 \times 10^{-5} \text{ m} = 32.3 \text{ \mu m},$$

$$\lambda (R=0.5 \times 10^{-10} \text{ m}) = 0.23 \text{ nm}.$$

第三章 习题解答

3.1 试问基态氢原子是否能吸收可见光?

解: 基态氢原子跃迁到第一激发态需能量 10.2 eV , 对应的光波长 121.8 nm , 基态氢原子吸收