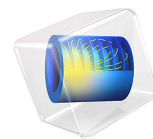


在 COMSOL Multiphysics 5.4 版本中创建



电路中电容器的瞬态模型

简介

本例求解与外部电路连接的电容器的瞬态模型，其中结合了电容器的有限元模型与包含电压源和电阻的电路模型。施加阶跃变化的电压，计算通过电容器的瞬态电流，并与解析结果进行比较。

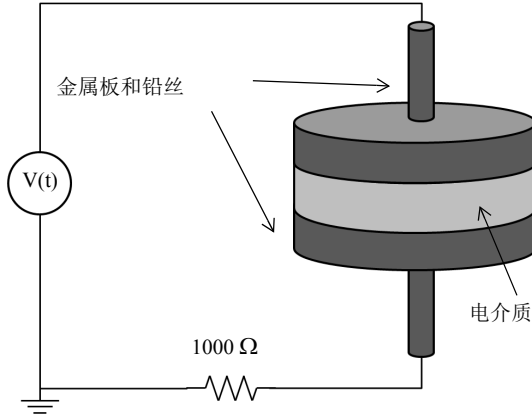


图1：由两面都有金属板的电介质盘和铅丝组成的简单电容器与包含电压源和电阻的电路模型相连。

模型定义

所模拟的电容器由两个带铅丝的金属盘组成，金属盘由石英玻璃盘隔开，其相对介电常数 $\epsilon_r = 4.2$ ，电导率很小， $\sigma = 10^{-14}\ \text{S/m}$ (图 1)。此模型包括周围空气 ($\epsilon_r = 1.0$ ， $\sigma = 5 \cdot 10^{-15}\ \text{S/m}$) 的区域，以分析边缘场。电容器连接到由电压源和电阻组成的外部电路。最初，电容器处于等电位状态，金属板之间没有势差。系统上的电压瞬时开启，计算了通过器件的电势场和电流。

假设电容器板本身具有高导电性，因此其总有效电阻率远低于外接电阻的电阻率。基于这一假设，每块板中的电势在任何时间点都相同。

单独的静电分析可用于计算器件的电容，结果为 $C = 43.4\ \text{pF}$ 。外接电阻的阻抗 $R = 1000\ \Omega$ 。串联电阻器和电容器的电流解析解为

$$I(t) = \frac{V_0}{R} \exp\left(\frac{-t}{RC}\right)$$

其中， V_0 为外加电压。

由于石英和空气的电导率低，因此在最初的大约 $1\ \mu\text{s}$ 瞬间，位移电流占主导地位。之后，传导电流明显增强，模型将开始偏离解析近似值。此模型中同时存在位移电流和传导电流，因此使用“电流”接口。

组合求解有限元模型和电路模型时，有时需要调整求解器设置。这里，我们使用耦合的直接求解器求解电流问题和电路问题。这是最稳健的求解器组合，但占用的内存也最多。

结果与讨论

图 2 将外加电压发生单位变化时通过电容器的电流随时间变化的模型结果与解析解进行比较。如图所示，两个结果非常一致。

图 3 绘制了电容器板中间某一点处位移电流密度和传导电流密度。位移电流密度减小到零时，感应传导电流密度随时间升至一个稳定值。起先，位移电流密度的大小远大于传导电流密度的大小，这意味着在当前时间尺度内器件的漏电流和损耗都很小。

最后，**图 4** 比较了较长时间尺度内模型结果与解析近似值。可以通过添加与电容器并联的集总电阻器来表示绝缘体的非零电导率来改进解析近似值。

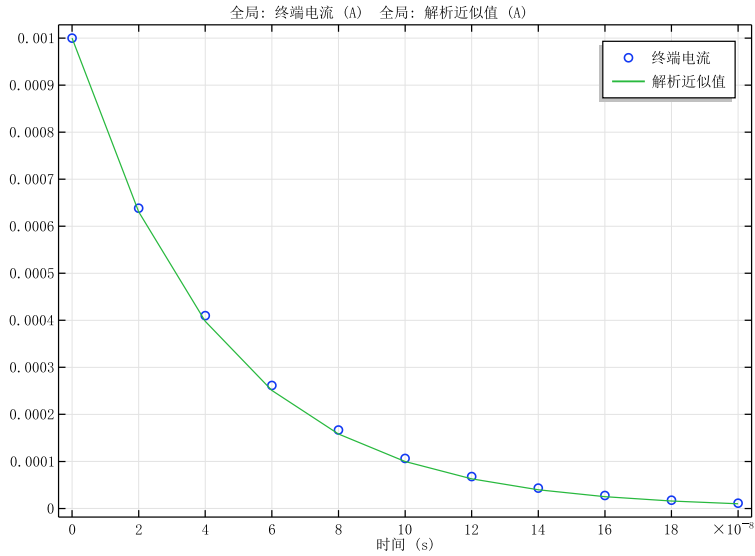


图2：对系统施加的电压发生变化后通过电容器的电流。

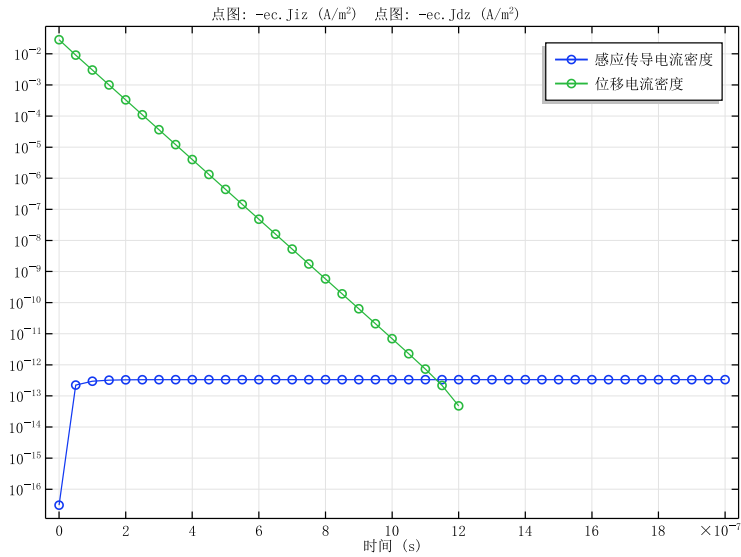


图3：石英电介质中的感应传导电流密度和位移电流密度。

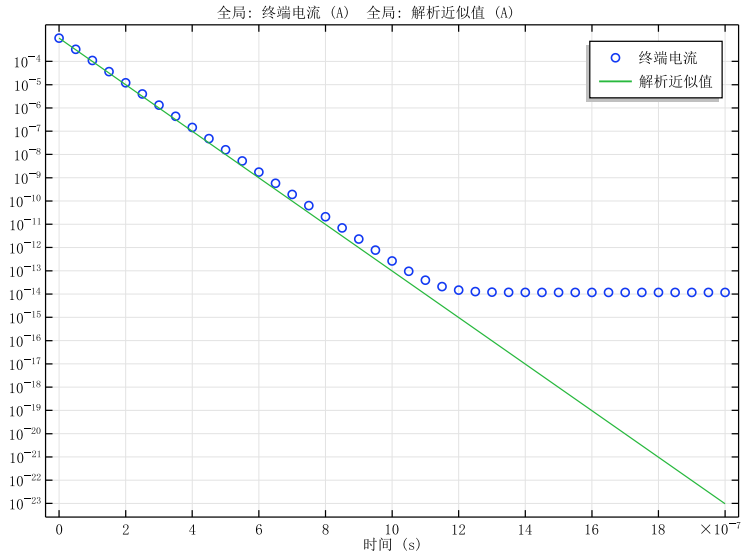


图4：电流通过电容器。大约 $1\ \mu\text{s}$ 后，模型开始偏离解析解。

案例库路径：ACDC_Module/Capacitive_Devices/capacitor_transient

建模操作说明

从文件菜单中选择**新建**。

新建

在**新建**窗口中，单击**模型向导**。

模型向导

- 1 在**模型向导**窗口中，单击**三维**。
- 2 在**选择物理场**树中选择 **AC/DC> 电流 (ec)**。
- 3 单击**添加**。
- 4 在**选择物理场**树中选择 **AC/DC> 电路 (cir)**。
- 5 单击**添加**。

- 6 单击**研究**。
- 7 在**选择研究树**中选择**一般研究 > 瞬态**。
- 8 单击**完成**。

全局定义

- 1 在**模型开发器**窗口的**全局定义**节点下，单击**参数 1**。
- 2 在**参数**的**设置**窗口中，定位到**参数**栏。
- 3 在表中输入以下设置：

名称	表达式	值	描述
R	1000[ohm]	1000 Ω	外接电阻的阻抗
C	43.4[pF]	4.34E-11 F	器件电容
V0	1[V]	1 V	外加电压

几何 1

- 1 在**模型开发器**窗口的**组件 1 (comp1)**节点下，单击**几何 1**。
- 2 在**几何**的**设置**窗口中，定位到**单位**栏。
- 3 从**长度单位**列表中选择 **cm**。

首先，创建一个圆柱体，表示模型域。

圆柱体 1 (cyl1)

- 1 在**几何**工具栏中单击**圆柱体**。
- 2 在**圆柱体**的**设置**窗口中，定位到**大小和形状**栏。
- 3 在**半径**文本框中键入 “20”。
- 4 在**高度**文本框中键入 “20”。
- 5 单击**构建选定对象**。

选择线框渲染可以更清晰地观察内部结构。

- 6 在**图形**工具栏中单击**线框渲染**按钮。

接着，添加一个圆柱体，表示带有两块金属板的电介质盘。

圆柱体 2 (cyl2)

- 1 在**几何**工具栏中单击**圆柱体**。
- 2 在**圆柱体**的**设置**窗口中，定位到**大小和形状**栏。
- 3 在**半径**文本框中键入 “10”。
- 4 在**高度**文本框中键入 “4”。

- 5 定位到位置栏。在 z 文本框中键入 “8”。
- 6 单击以展开层栏。在表中输入以下设置：

层名称	厚度 (cm)
层 1	5 [mm]

- 7 清除层在边上复选框。
- 8 选中层在底面复选框。
- 9 选中层在顶面复选框。
- 10 单击构建选定对象。

添加两个圆柱体来表示铅丝，这样几何便已完成。

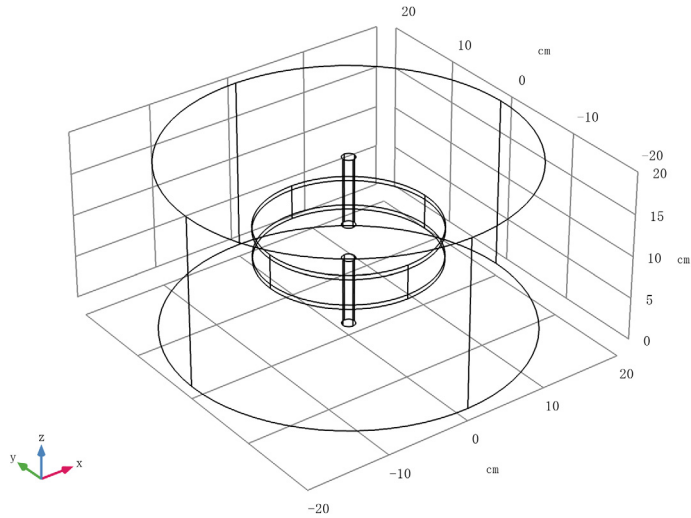
圆柱体 3 (cyl3)

- 1 在几何工具栏中单击圆柱体。
- 2 在圆柱体的设置窗口中，定位到大小和形状栏。
- 3 在半径文本框中键入 “0.75”。
- 4 在高度文本框中键入 “8”。

圆柱体 4 (cyl4)

- 1 右键单击圆柱体 3 (cyl3) 并选择生成副本。
- 2 在圆柱体的设置窗口中，定位到位置栏。
- 3 在 z 文本框中键入 “12”。

4 单击**构建所有对象**。



结果应与上图类似。

电流 (EC)

此模型由两面都有金属板的电介质材料盘和两根铅丝组成。为了获取更好的视图，可隐藏一些边界。先选择**电流**接口，然后添加**隐藏**节点。

定义

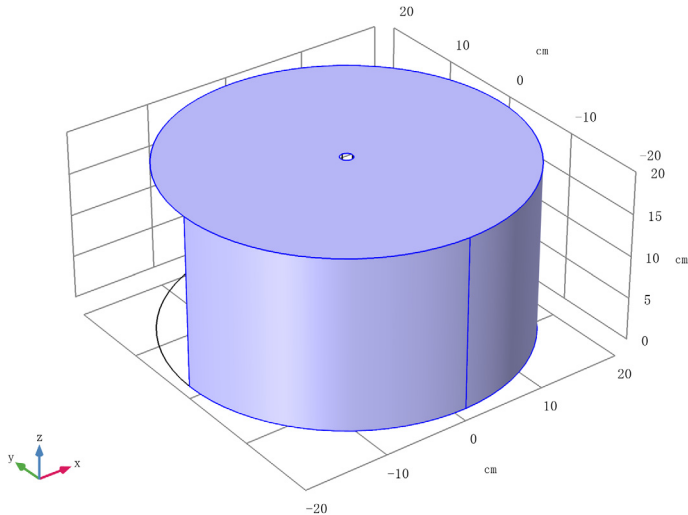
视图 1

在**模型开发器**窗口中展开**组件 1 (comp1)**> **定义节点**。

对物理场隐藏 1

- 1 右键单击**视图 1** 并选择**对物理场隐藏**。
- 2 在**对物理场隐藏**的设置窗口中，定位到**几何实体选择**栏。
- 3 从**几何实体**层列表中选择**边界**。

4 选择“边界”1、4和23。



向**电流**接口添加一对终端，然后将它们连接到电路并接地。

电 流 (EC)

在**物理场**工具栏中单击**域**，然后选择**终端**。

终端 1

- 1 在**模型开发器**窗口的**组件 1 (comp1) > 电流 (ec)**节点下，单击**终端 1**。
- 2 选择“域”4和6。
- 3 在**终端**的**设置**窗口中，定位到**终端**栏。
- 4 从**终端类型**列表中选择**电路**。
- 5 在**定义**工具栏中单击**显式**。

定义

显式 1

- 1 在**模型开发器**窗口的**组件 1 (comp1) > 定义**节点下，单击**显式 1**。
- 2 选择“域”2和5。
- 3 在**显式**的**设置**窗口中，定位到**输出实体**栏。
- 4 从**输出实体**列表中选择**相邻边界**。

电 流 (EC)

接地 1

- 1 在物理场工具栏中单击边界，然后选择接地。
- 2 在接地的设置窗口中，定位到边界选择栏。
- 3 从选择列表中选择显式 1。
- 4 在模型开发器窗口中，单击电流 (ec)。
- 5 选择“域”1、3、4 和 6。

创建一个集总电阻和一个电压源，并将它们与电容器模型串联。

电 路 (CIR)

在物理场工具栏中单击电流 (ec)，然后选择电路 (cir)。

在模型开发器窗口的组件 1 (comp1) 节点下，单击电路 (cir)。

电阻 R1

- 1 在电路工具栏中单击电阻。
- 2 在电阻的设置窗口中，定位到节点连接栏。
- 3 在表中输入以下设置：

标签	节点名称
p	1
n	0

电压源 V1

- 1 在电路工具栏中单击电压源。
- 2 在电压源的设置窗口中，定位到节点连接栏。
- 3 在表中输入以下设置：

标签	节点名称
p	2
n	0

外部 I vs. U 1

- 1 在电路工具栏中单击外部 I vs. U。
- 2 在外部 I vs. U 的设置窗口中，定位到节点连接栏。

3 在表中输入以下设置：

标签	节点名称
p	2
n	1

4 定位到**外部设备**栏。从 *V* 列表中选择**终端电压 (ec/term1)**。

接下来，为模型指派材料属性。先为所有域指定**空气**，并将其电导率调整为 $5\text{e-}15[\text{S/m}]$ 。

添加材料

- 1 在**主屏幕**工具栏中，单击**添加材料**以打开**添加材料**窗口。
- 2 转到**添加材料**窗口。
- 3 在模型树中选择**内置材料 > Air**。
- 4 单击窗口工具栏中的**添加到组件**。

材料

Air (mat1)

- 1 在**材料**的**设置**窗口中，定位到**材料属性明细**栏。
- 2 在表中输入以下设置：

属性	变量	值	单位	属性组
相对介电常数	epsilon_nr_iso ; epsilon_rii = epsilon_nr_iso, epsilon_rij = 0	1	1	Basic
电导率	sigma_iso ; sigma_ii = sigma_iso, sigma_ij = 0	$5\text{e-}15[\text{S/m}]$	S/m	Basic

用玻璃（石英）覆盖电介质盘。

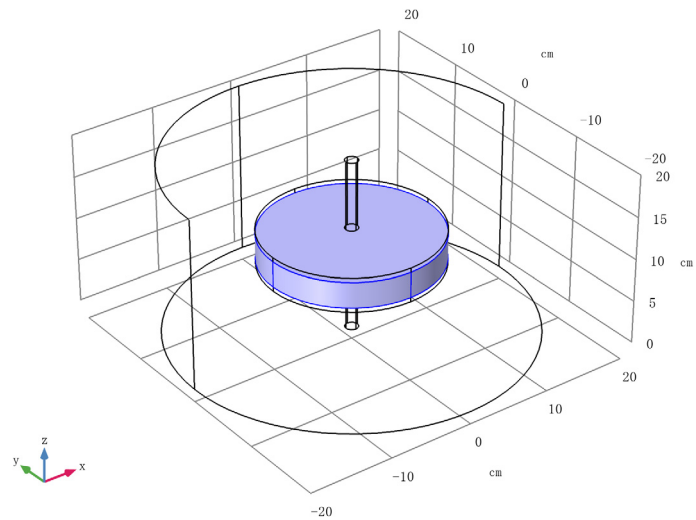
添加材料

- 1 转到**添加材料**窗口。
- 2 在模型树中选择**内置材料 > Glass (quartz)**。
- 3 单击窗口工具栏中的**添加到组件**。
- 4 在**主屏幕**工具栏中，单击**添加材料**以关闭**添加材料**窗口。

材料

Glass (quartz) (mat2)

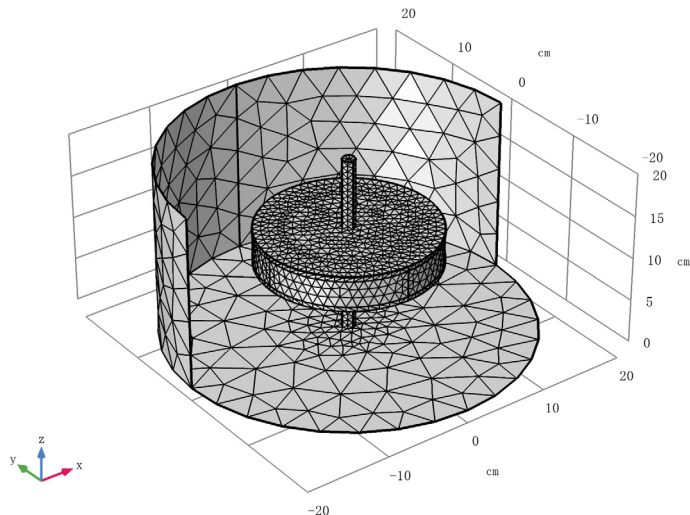
选择“域”3。



网格 1

1 在模型开发器窗口的组件 1 (comp1) 节点下，单击网格 1。

- 2 在网格的设置窗口中，单击全部构建。



研究 1

- 1 在模型开发器窗口中，单击研究 1。
- 2 在研究的设置窗口中，定位到研究设置栏。
- 3 清除生成默认绘图复选框。

步骤 1: 瞬态

- 1 在模型开发器窗口的研究 1 节点下，单击步骤 1: 瞬态。
- 2 在瞬态的设置窗口中，定位到研究设置栏。
- 3 单击范围。
- 4 在范围对话框中，在步长文本框中键入 “ $2e-8$ ”。
- 5 在停止文本框中键入 “ $2e-7$ ”。
- 6 单击替换。
- 7 在研究工具栏中单击显示默认求解器。

解 1 (sol1)

- 1 在模型开发器窗口中展开解 1 (sol1) 节点。
- 2 右键单击瞬态求解器 1 并选择全耦合。
- 3 右键单击研究 1> 求解器配置> 解 1 (sol1)> 瞬态求解器 1> 直接并选择启用。
- 4 在模型开发器窗口的研究 1> 求解器配置> 解 1 (sol1) 节点下，单击瞬态求解器 1。

- 5 在**瞬态求解器**的**设置**窗口中，单击以展开**时间步进**栏。
- 6 找到**代数变量设置**子栏。从**误差估计**列表中选择**排除代数**。
- 7 从**最大 BDF 阶次**列表中选择**1**。
- 8 从**最大步长约束**列表中选择**常数**。
- 9 在**最大步长**文本框中键入 “5e-9”。
- 10 在**研究**工具栏中单击**计算**。
- 11 在**结果**工具栏中单击**三维截点**。

结果

三维截点 1

- 1 在**模型开发器**窗口的**结果 > 数据集**节点下，单击**三维截点 1**。
- 2 在**三维截点**的**设置**窗口中，定位到**点数据**栏。
- 3 在 **X** 文本框中键入 “0”。
- 4 在 **Y** 文本框中键入 “0”。
- 5 在 **Z** 文本框中键入 “10”。
- 6 在**结果**工具栏中单击**三维绘图组**。

切面 1

- 1 在**模型开发器**窗口的**结果**节点下，右键单击**三维绘图组 1** 并选择**切面**。
- 2 在**切面**的**设置**窗口中，定位到**平面数据**栏。
- 3 在**平面数**文本框中键入 “1”。
- 4 在**三维绘图组 1** 工具栏中单击**绘制**。

金属域中的电势应该是恒定的。为使空气中电势分布的可视化效果更佳，从数据集中排除这些域。

研究 1/ 解 1 (sol1)

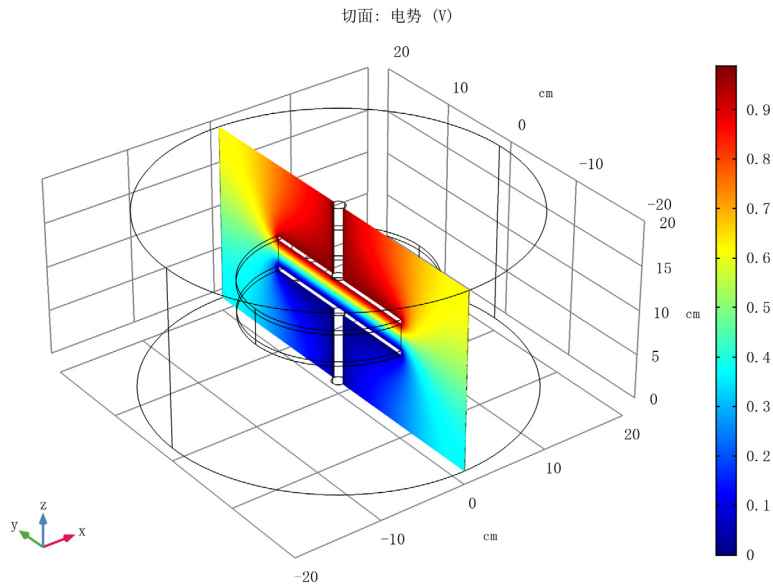
在**模型开发器**窗口的**结果 > 数据集**节点下，右键单击**研究 1/ 解 1 (sol1)** 并选择**选择**。

选择

- 1 在**模型开发器**窗口的**结果 > 数据集 > 研究 1/ 解 1 (sol1)** 节点下，单击**选择**。
- 2 在**选择**的**设置**窗口中，定位到**几何实体选择**栏。
- 3 从**几何实体层**列表中选择**域**。
- 4 选择 “域” 1 和 3。

三维绘图组 1

- 1 在**模型开发器**窗口的**结果**节点下，单击**三维绘图组 1**。
- 2 在**三维绘图组 1**工具栏中单击**绘制**。



全局 1

- 1 在主屏幕工具栏中单击**添加绘图组**，然后选择**一维绘图组**。
- 2 在**模型开发器**窗口中，右键单击**一维绘图组 2**并选择**全局**。
- 3 在全局的**设置**窗口中，单击**y 轴数据**栏右上角的**替换表达式**。从菜单中选择**模型 > 组件 1 > 电流 > 终端 > ec.I0_1 - 终端电流**。
- 4 单击以展开**着色和样式**栏。找到**线样式**子栏。从**线列表**中选择**无**。
- 5 找到**线标记**子栏。从**标记列表**中选择**圆**。
- 6 从**定位**列表中选择**数据点**中。

全局 2

- 1 右键单击**结果 > 一维绘图组 2 > 全局 1**并选择**全局**。
- 2 在全局的**设置**窗口中，定位到**y 轴数据**栏。

3 在表中输入以下设置：

表达式	单位	描述
$(V0/R)*\exp(-t/(R*C))$	A	解析近似值

4 在一维绘图组 2 工具栏中单击绘制。
将得到的绘图与图 2 进行比较。模型结果与解析近似值非常吻合。

一维绘图组 3

- 1 在主屏幕工具栏中单击添加绘图组，然后选择一维绘图组。
- 2 在一维绘图组的设置窗口中，定位到数据栏。
- 3 从数据集列表中选择三维截点 1。

点图 1

- 1 右键单击一维绘图组 3 并选择点图。
- 2 在点图的设置窗口中，定位到 y 轴数据栏。
- 3 在表达式文本框中键入 “-ec.Jiz”。
- 4 单击以展开着色和样式栏。找到线标记子栏。从标记列表中选择圆。
- 5 从定位列表中选择数据点中。
- 6 单击以展开图例栏。选中显示图例复选框。
- 7 从图例列表中选择手动。
- 8 在表中输入以下设置：

图例
感应传导电流密度

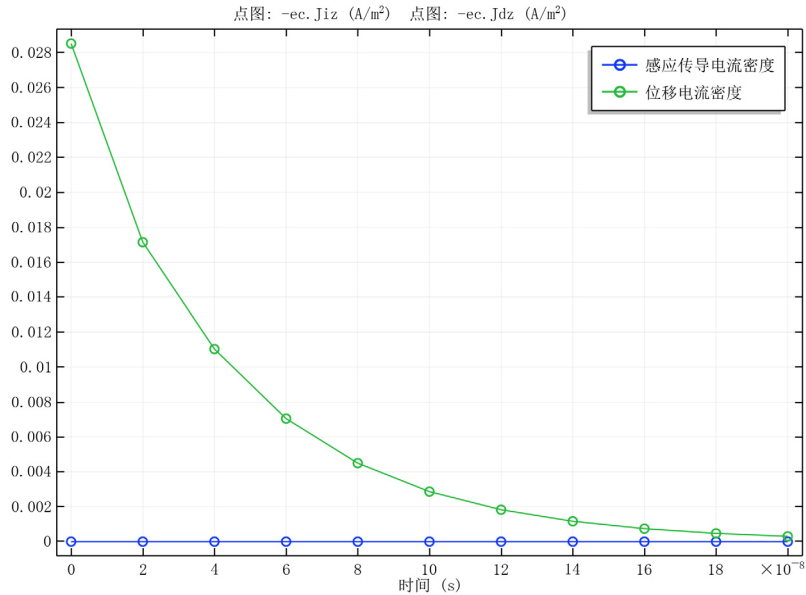
9 在一维绘图组 3 工具栏中单击绘制。

点图 2

- 1 右键单击结果 > 一维绘图组 3> 点图 1 并选择生成副本。
- 2 在点图的设置窗口中，定位到 y 轴数据栏。
- 3 在表达式文本框中键入 “-ec.Jdz”。
- 4 定位到图例栏。在表中输入以下设置：

图例
位移电流密度

5 在一维绘图组 3 工具栏中单击绘制。



得到的绘图显示，与位移电流相比，传导电流可忽略不计。

现在，我们来看看在传导电流和位移电流处于同一量级时，解析近似值是否仍在较长的时间尺度内与模型结果一致。

研究 1

步骤 1: 瞬态

- 1 在模型开发器窗口的研究 1 节点下，单击步骤 1: 瞬态。
- 2 在瞬态的设置窗口中，定位到研究设置栏。
- 3 在时间步文本框中键入 “range(0,5e-8,2e-6)”。
- 4 在主屏幕工具栏中单击计算。

结果

一维绘图组 3

切换到对数刻度，可以更清晰地看到接近零的电流。

- 1 在图形工具栏中单击 y 轴对数刻度按钮。
- 2 在模型开发器窗口的结果节点下，单击一维绘图组 3。

3 在一维绘图组 3 工具栏中单击绘制。

重现的绘图应与图 3 类似。在大约一微秒后传导电流开始变得明显。

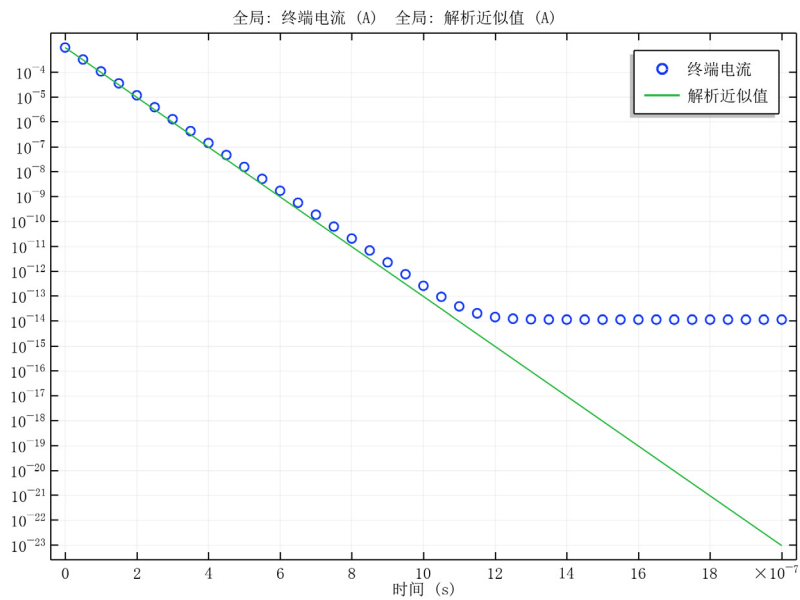
重现图 4，完成结果分析。

一维绘图组 2

1 在图形工具栏中单击 y 轴对数刻度按钮。

2 在模型开发器窗口的结果节点下，单击一维绘图组 2。

3 在一维绘图组 2 工具栏中单击绘制。



通过空气和石英的传导电流变得明显时，解析近似值开始与模型结果出现差异。