

均匀螺旋线圈中单一 导体的自感和互感

简介

本模型通过频域分析，计算了同心共面的单匝初级线圈和 20 匝次级线圈之间的互感和感应电流。次级线圈通过平均方法来建模，不显式计算每匝线圈。比较了静态结果和交流结果，还将结果与解析预测进行了比较。

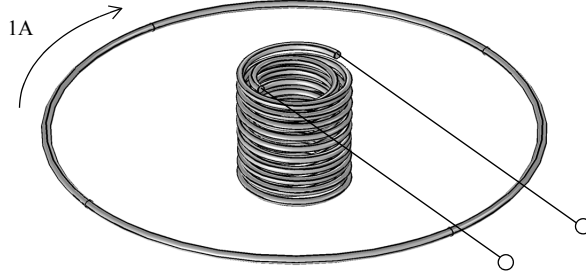


图1：20 匝次级线圈在单匝初级线圈内（不按比例）。

模型定义

模型的实际结构如图 1 所示。次级线圈有 20 匝，绕两圈，与初级线圈同心，且位于同一平面。次级线圈质心的半径为 $R_2 = 10 \text{ mm}$ 。两种线圈中的导线半径都是 $r_0 = 1 \text{ mm}$ 。上图线圈以三维形式显示，假设线圈在围绕中心轴的方向上没有任何变化，因此可在二维轴对称空间中建模。先求解两个直流分析，抽取系统的电感矩阵。然后在半径为 $R_1 = 100 \text{ mm}$ 的单匝线圈中接通频率为 1 kHz 的指定电流 1 A 。本案例的目标是计算开路情况下次级线圈的电压差，以及闭路情况下的感应电流。

对于匝数为 N 的多匝次级线圈，当 $R_1 \gg R_2 \gg r_0$ 时，两种线圈之间互感的解析表达式为：

$$M = N \mu_0 \pi \frac{\pi R_2^2}{2 R_1}$$

其中， μ_0 是自由空间的磁导率。

两个同心线圈以二维轴对称形式建模，如图 2 所示。模型并不针对次级线圈的每一匝进行模拟，而是通过由整个线圈外缘所定义的求解域来描述整个次级线圈。模型计算域被无限元区域包围，这就提供了将延伸到无限的域截断的一种方法。虽然无限元域的厚度是有限的，但可将其视为无限延伸的域。

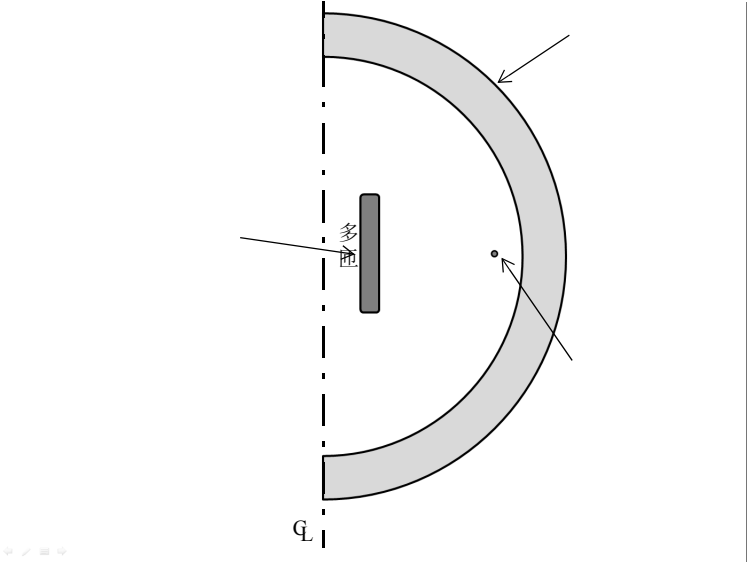


图2：同心线圈的二维轴对称模型的示意图。

初级线圈通过**线圈**特征进行建模，可将其视为由一个无限小细缝截断的圆环。由于线圈为单匝且由导电材料构成，因此，“线圈”特征中使用**单匝导线**模型。此特征用于通过指定 1 A 的电流来激励线圈。

次级线圈使用另一“线圈”特征通过**均匀多匝**模型来建模，将线圈横截面视为携带只沿周向流动的均匀电流。此特征同时适用于建模开路和闭路情况。对于开路情况，可将通过线圈的电流指定为 0 A，即没有电流流经线圈。为了模拟闭合电路，0 V 就足够了。“线圈”特征可计算整个线圈中的总电流和压降。而且，如果只要馈送一个线圈，则输出中还可以得到线圈系统的自感和互感。对于交流馈送，假设系统是纯电抗的，则可通过以下方程计算互感：

$$M = \frac{V_{coil}}{i \omega I_p} \quad (1)$$

其中， ω 是初级线圈中驱动电流 I_p 激励的角频率。用这种方式计算的电感的虚数部分很小，由于电导率有限，次级线圈和线圈阻抗中存在涡流损耗，因此，虽然主要是电抗效应，仍存在少部分电阻效应。模型将此推导出的电感与通过线圈中心的磁通量积分预测的电感进行了比较。

对于闭路情况，线圈馈电上施加的电压差固定为 0 V，相当于线圈短路，成为闭合的连续环路。其中包含了均匀线圈的直流阻抗以及输入阻抗。但是，这些效应无法描述需要“线圈组”方法的集肤效应和邻近效应（由于这些效应，损耗有时称为附加损耗）。

通过简单的电路类比，且对于导体大小明显大于集肤效应的频率，可以根据直流电流值计算得到此电流值，表达式为：

$$I_2 = -i \omega (L_{21} / Z_2) \quad (2)$$

其中， L_{21} 是互感， $Z_2 = R_2 + i \omega L_2$ 是内部线圈阻抗。在模拟 1 kHz 时，偏差非常小。提高频率时，此计算将失效，因为模型能捕捉线圈上的自动电感效应，而这未包含在最简单的电路类比中。

结果与讨论

根据两个初始静态分析，即一个馈送单线圈，另一个馈送 20 匝的线圈组，就可能从内置变量中抽取出以下电感矩阵：

$$\begin{bmatrix} 619 \text{ nH} & 40 \text{ nH} \\ 40 \text{ nH} & 3412 \text{ nH} \end{bmatrix}$$

抽取一个类似的计算（不过精度不太高），即算法向磁通的积分。图 3 中绘制了交流馈送情况中开路的磁通线。“线圈”特征可计算次级线圈中的电压，可用于计算互感 40.0 nH。此结果与静态计算预测的互感以及解析的互感估计值 39.478 nH 非常吻合。

图 4 中绘制了闭路情况的磁通线。通过次级线圈的感应电流为 $-10.7 - 3.3i \text{ mA}$ ，虚部表示电抗性电流。这些结果也与“线圈组”方法得出的结果非常吻合。实部和虚部可通过方程 2 得到正确的结果。

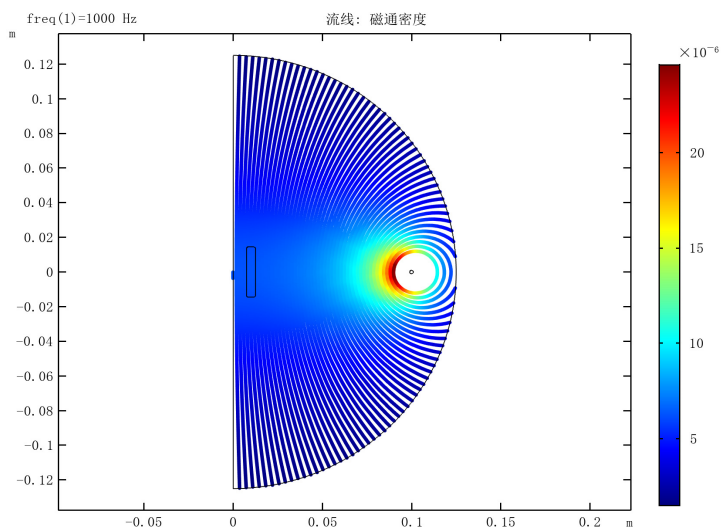


图3: 开路情况的磁通线。

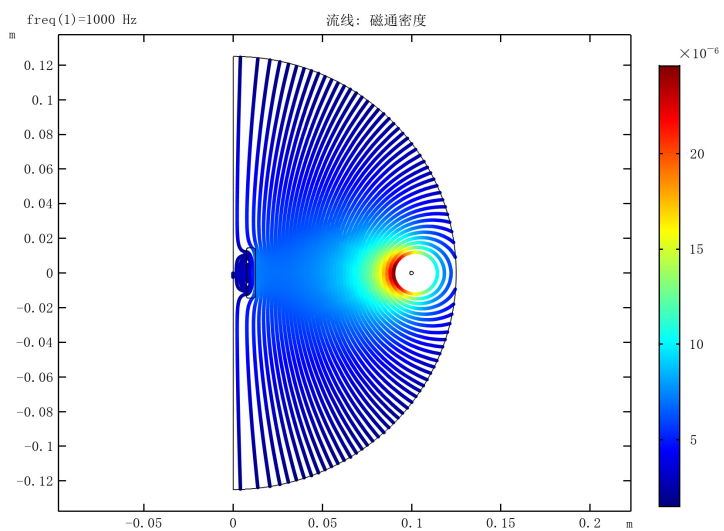


图4: 闭路情况的磁通线。

案例库路径: ACDC_Module/Inductive_Devices_and_Coils/
mutual_inductance_multiturn

建模操作说明

从文件菜单中选择新建。

新建

在新建窗口中，单击模型向导。

模型向导

- 1 在模型向导窗口中，单击二维轴对称。
- 2 在选择物理场树中选择 AC/DC> 磁场 (mf)。
- 3 单击添加。
- 4 单击研究。
- 5 在选择研究树中选择一般研究 > 稳态。
- 6 单击完成。

全局定义

- 1 在模型开发器窗口的全局定义节点下，单击参数 1。
- 2 在参数的设置窗口中，定位到参数栏。
- 3 在表中输入以下设置：

名称	表达式	值	描述
r_wire	1[mm]	0.001 m	半径，导线
R1	100[mm]	0.1 m	半径，外线圈
R2	10[mm]	0.01 m	半径，内线圈
N	20	20	次级线圈的匝数
M	$N * (\mu_0_const * \pi * R_2^2) / (2 * R_1)$	3.9478E-8 H	次级线圈的解析互感
I1	1[A]	1 A	电流，内线圈
I2	0[A]	0 A	电流，外线圈

其中，mu0_const 是真空磁导率的预定义 COMSOL 常数。

几何 1

为仿真域创建一个圆，其中包含层用于指派无限元域。

圆 1 (c1)

- 1 在几何工具栏中单击**体素**，然后选择**圆**。
- 2 在圆的**设置**窗口中，定位到**大小和形状**栏。
- 3 在**扇形角**文本框中键入 “180”。
- 4 在**半径**文本框中键入 “1.75*R1”。
- 5 定位到**旋转角度**栏。在**旋转**文本框中键入 “-90”。
- 6 单击以展开**层**栏。在表中输入以下设置：

层名称	厚度 (m)
层 1	50[mm]

创建一个圆表示外线圈。

圆 2 (c2)

- 1 在几何工具栏中单击**体素**，然后选择**圆**。
- 2 在圆的**设置**窗口中，定位到**大小和形状**栏。
- 3 在**半径**文本框中键入 “r_wire”。
- 4 定位到**位置**栏。在 **r** 文本框中键入 “R1”。

创建将要指派线圈属性的矩形。

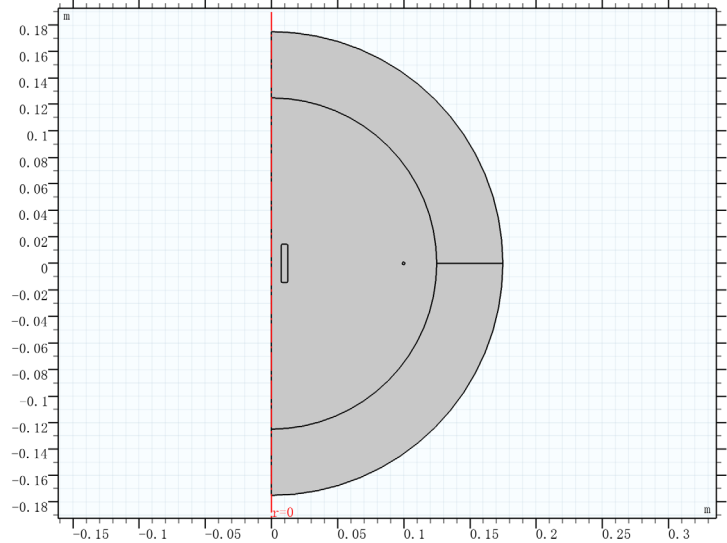
矩形 1 (r1)

- 1 在几何工具栏中单击**体素**，然后选择**矩形**。
- 2 在矩形的**设置**窗口中，定位到**大小和形状**栏。
- 3 在**宽度**文本框中键入 “r_wire*5”。
- 4 在**高度**文本框中键入 “r_wire*29”。
- 5 定位到**位置**栏。从**基**列表中选择**居中**。
- 6 在 **r** 文本框中键入 “R2”。

圆角 1 (fil1)

- 1 在几何工具栏中单击**圆角**。
- 2 在对象 **r1** 中，选择 “点” 1-4。
- 3 在圆角的**设置**窗口中，定位到**半径**栏。
- 4 在**半径**文本框中键入 “r_wire”。

5 单击**构建所有对象**。



定义您要截断的延伸到无限大空间的无限元域。如果启用了**物理场引导的网格**，将在**无限元域**中创建**扫掠网格**。

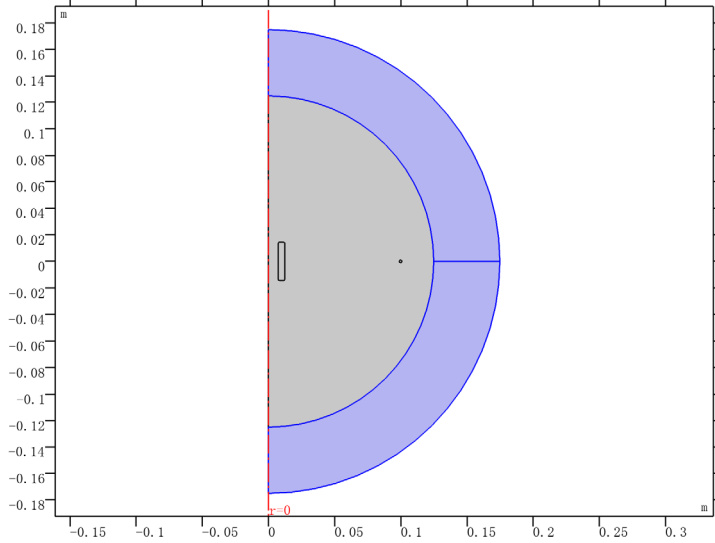
6 在**定义**工具栏中单击**无限元域**。

定义

无限元域 1 (iel)

1 在**模型开发器**窗口的**组件 1 (comp1)**>**定义**>**域属性**节点下，单击**无限元域 1 (iel)**。

2 选择“域”1和3。



磁场 (MF)

1 在模型开发器窗口的组件 1 (comp1) 节点下，单击磁场 (mf)。

2 在磁场的设置窗口中，定位到物理场控制网格栏。

3 选中启用复选框。

现在，设置物理场。首先，将线圈特征应用于外和内线圈，其中外线圈将初始馈入 1 A 的电流。

4 在图形工具栏中单击放大按钮。

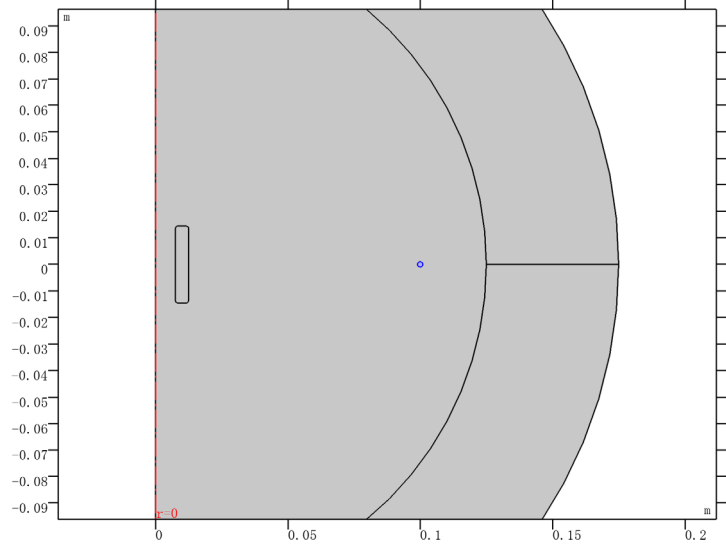
线圈 1

1 在物理场工具栏中单击域，然后选择线圈。

2 在线圈的设置窗口中，定位到线圈栏。

3 在 I_{coil} 文本框中键入 “I1”。

4 选择“域” 5。

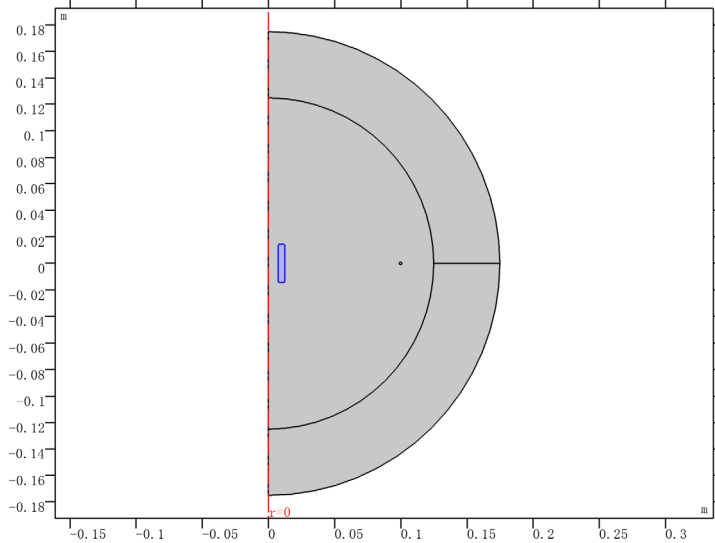


为指派到内线圈的线圈特征指定 0 A 电流，以模拟开路情况。

线圈 2

- 1 在物理场工具栏中单击域，然后选择线圈。
- 2 选择“域” 4。
- 3 在线圈的设置窗口中，定位到线圈栏。
- 4 从导线模型列表中选择均匀多匝。
- 5 在 I_{coil} 文本框中键入 “I2”。
- 6 定位到均匀多匝导线栏。在 N 文本框中键入 “N”。

7 在 a_{coil} 文本框中键入 “ $\pi * r_{\text{wire}}^2$ ”。



材料

接下来，指派材料属性。对所有域使用空气。

添加材料

- 1 在主屏幕工具栏中，单击**添加材料**以打开**添加材料**窗口。
- 2 转到**添加材料**窗口。
- 3 在模型树中选择**内置材料 > Air**。
- 4 单击窗口工具栏中的**添加到组件**。

材料

Air (mat1)

然后，用铜覆盖外部线圈域。

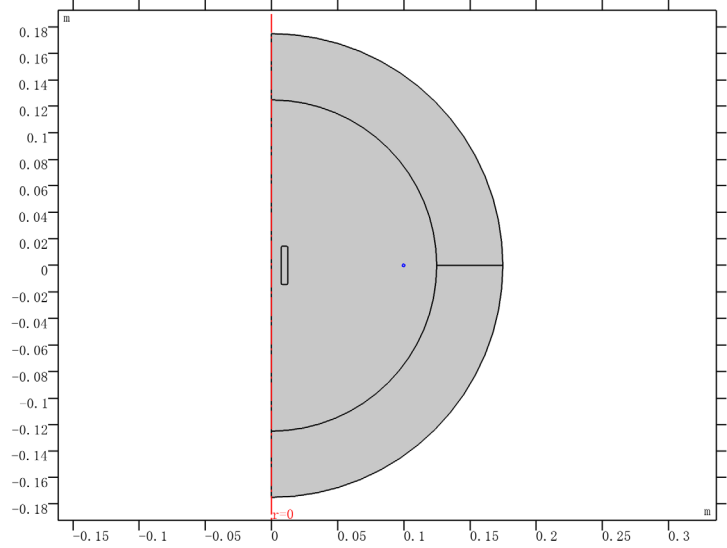
添加材料

- 1 转到**添加材料**窗口。
- 2 在模型树中选择 **AC/DC > Copper**。
- 3 单击窗口工具栏中的**添加到组件**。
- 4 在主屏幕工具栏中，单击**添加材料**以关闭**添加材料**窗口。

材料

Copper (mat2)

1 选择“域”5。

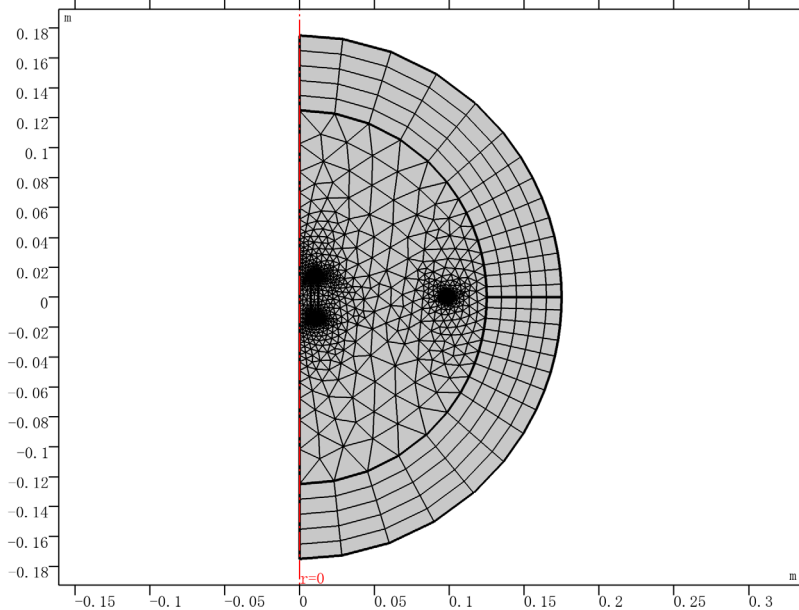


2 在图形工具栏中单击缩放到窗口大小按钮。

网格 1

1 在模型开发器窗口的组件 1 (comp1) 节点下，单击网格 1。

2 在**网格**的**设置**窗口中，单击**全部构建**。



求解第一种情况，即对外线圈（名为线圈 1）馈电，内线圈（名为线圈 2）为开路。

研究 1

- 1 在**模型开发器**窗口中，单击**研究 1**。
- 2 在**研究**的**设置**窗口中，定位到**研究设置**栏。
- 3 清除**生成默认绘图**复选框。
- 4 在**主屏幕**工具栏中单击**计算**。

结果

在**模型开发器**窗口中展开**结果**节点。

研究 1/ 解 1 (sol1)

选择“无限元域”以外的其他域，生成更好的磁通量可视化效果。

- 1 在**模型开发器**窗口中展开**结果 > 数据集**节点。
- 2 右键单击**研究 1/ 解 1 (sol1)** 并选择**选择**。

选择

- 1 在**模型开发器**窗口的**结果 > 数据集 > 研究 1/ 解 1 (sol1)** 节点下，单击**选择**。
- 2 在**选择**的**设置**窗口中，定位到**几何实体选择**栏。

- 3 从几何实体层列表中选择域。
- 4 在图形工具栏中单击选择框按钮。
- 5 选择“域”2、4和5。

流线 1

- 1 在主屏幕工具栏中单击添加绘图组，然后选择二维绘图组。
- 2 在模型开发器窗口中，右键单击二维绘图组 1 并选择流线。
- 3 在流线的设置窗口中，定位到流线定位栏。
- 4 从定位列表中选择起点控制。
- 5 从定义方法列表中选择坐标。
- 6 在 R 文本框中键入 “range(0,0.9*R1/49,0.9*R1)”。
- 7 在 Z 文本框中键入 “0”。
- 8 定位到着色和样式栏。找到线样式子栏。从类型列表中选择管。

颜色表达式 1

右键单击结果 > 二维绘图组 1> 流线 1 并选择颜色表达式。

计算外线圈的自感，以及外线圈相对于内线圈的互感。还计算了其他几个物理量来验证结果。

全局计算 1

- 1 在结果工具栏中单击全局计算。
- 2 在全局计算的设置窗口中，定位到表达式栏。
- 3 在表中输入以下设置：

表达式	单位	描述
mf.LCoil_1	nH	外线圈电感
2*mf.intWm/1[A^2]	nH	外线圈电感的能量估计值
mf.L_2_1	nH	计算得出的互感
M	nH	解析得出的互感

- 4 单击计算。

接下来，计算内线圈的自感，以及内线圈相对于外线圈的互感。先切换线圈中的电流。

全局定义

- 1 在模型开发器窗口的全局定义节点下，单击参数 1。
- 2 在参数的设置窗口中，定位到参数栏。

3 在表中输入以下设置：

名称	表达式	值	描述
I1	0[A]	0 A	电流，内线圈
I2	1[A]	1 A	电流，外线圈

现在针对这种情况添加第二个研究并求解。之前计算得出的解在研究 1 中仍可用。

添加研究

- 1 在主屏幕工具栏中，单击添加研究以打开添加研究窗口。
- 2 转到添加研究窗口。
- 3 找到研究子栏。在选择研究树中选择一般研究 > 稳态。
- 4 单击窗口工具栏中的添加研究。
- 5 在主屏幕工具栏中，单击添加研究以关闭添加研究窗口。

研究 2

- 1 在研究的设置窗口中，定位到研究设置栏。
- 2 清除生成默认绘图复选框。
- 3 在主屏幕工具栏中单击计算。

相关物理量在以下步骤中计算。

结果

全局计算 2

- 1 在结果工具栏中单击全局计算。
- 2 在全局计算的设置窗口中，定位到数据栏。
- 3 从数据集列表中选择研究 2/ 解 2 (sol2)。
- 4 定位到表达式栏。在表中输入以下设置：

表达式	单位	描述
mf.LCoil_2	nH	内线圈电感
2*mf.intWm/1[A^2]	nH	内线圈电感的能量估计值
mf.L_1_2	nH	计算得出的互感
M	nH	解析得出的互感

- 5 单击新表格。

表格

- 1 转到**表格**窗口。
- 上面计算得出的自感和互感变量经级联通量派生，该级联通量定义为沿线圈的矢量磁势线积分。这种方法得出的精度最高。

对于本例这样的简单几何，也可以使用其定义作为通过表面的磁通量的积分来精确地计算级联通量，但是这种方法给出的结果通常精度较低。

结果

二维截线 1

- 1 在**结果**工具栏中单击**二维截线**。
- 2 在**二维截线**的**设置**窗口中，定位到**线数据**栏。
- 3 在点 “2” 行中，将 **R** 设为 R2。

二维截线 2

- 1 在**结果**工具栏中单击**二维截线**。
- 2 在**二维截线**的**设置**窗口中，定位到**线数据**栏。
- 3 在点 “2” 行中，将 **R** 设为 R1。

线积分 1

- 1 在**结果**工具栏中单击**更多派生值**，然后选择**积分 > 线积分**。
- 2 在**线积分**的**设置**窗口中，定位到**数据**栏。
- 3 从**数据集**列表中选择**二维截线 1**。
- 4 定位到**表达式**栏。在表中输入以下设置：

表达式	单位	描述
$20 \cdot mf \cdot Bz / I1$	nH	

- 5 单击**新表格**。

线积分 2

- 1 右键单击**线积分 1** 并选择**生成副本**。
- 2 在**线积分**的**设置**窗口中，定位到**数据**栏。
- 3 从**数据集**列表中选择**二维截线 2**。
- 4 定位到**表达式**栏。在表中输入以下设置：

表达式	单位	描述
$mf \cdot Bz / I1$	nH	

5 单击**表格 3 - 线积分 1** ($20 \cdot \text{mf.Bz/I1}$)。

二维截线 1

- 1 在**模型开发器**窗口的**结果 > 数据集**节点下，单击**二维截线 1**。
- 2 在**二维截线**的**设置**窗口中，定位到**数据**栏。
- 3 从**数据集**列表中选择**研究 2/ 解 2 (sol2)**。

二维截线 2

- 1 在**模型开发器**窗口的**结果 > 数据集**节点下，单击**二维截线 2**。
- 2 在**二维截线**的**设置**窗口中，定位到**数据**栏。
- 3 从**数据集**列表中选择**研究 2/ 解 2 (sol2)**。

线积分 1

- 1 在**模型开发器**窗口的**结果 > 派生值**节点下，单击**线积分 1**。
- 2 在**线积分**的**设置**窗口中，定位到**表达式**栏。
- 3 在表中输入以下设置：

表达式	单位	描述
$20 \cdot \text{mf.Bz/I2}$	nH	

4 单击**表格 3 - 线积分 1** ($20 \cdot \text{mf.Bz/I1}$)。

线积分 2

- 1 在**模型开发器**窗口的**结果 > 派生值**节点下，单击**线积分 2**。
- 2 在**线积分**的**设置**窗口中，定位到**表达式**栏。
- 3 在表中输入以下设置：

表达式	单位	描述
mf.Bz/I2	nH	

4 单击**表格 3 - 线积分 1** ($20 \cdot \text{mf.Bz/I1}$)。

在实验中，通过在初级线圈中馈送交流信号并测量开路次级线圈中感应的电压来测量互感。这个过程可以使用“频域”研究步骤进行模拟。先在线圈 1 上设置交流馈电，然后在线圈 2 上设置开路（零电流）条件。

全局定义

- 1 在**模型开发器**窗口的**全局定义**节点下，单击**参数 1**。
- 2 在**参数**的**设置**窗口中，定位到**参数**栏。

3 在表中输入以下设置：

名称	表达式	值	描述
I1	1[A]	1 A	电流，内线圈
I2	0[A]	0 A	电流，外线圈

添加研究

- 1 在主屏幕工具栏中，单击**添加研究**以打开**添加研究**窗口。
- 2 转到**添加研究**窗口。
- 3 找到**研究**子栏。在**选择研究树**中选择**一般研究 > 频域**。
- 4 单击窗口工具栏中的**添加研究**。
- 5 在主屏幕工具栏中，单击**添加研究**以关闭**添加研究**窗口。

研究 3

步骤 1：频域

- 1 在**频域**的**设置**窗口中，定位到**研究设置**栏。
- 2 在**频率**文本框中键入 “1[kHz]”。
- 3 在**模型开发器**窗口中，单击**研究 3**。
- 4 在**研究**的**设置**窗口中，定位到**研究设置**栏。
- 5 清除**生成默认绘图**复选框。
- 6 在主屏幕工具栏中单击**计算**。

结果

研究 3/ 解 3 (sol3)

选择内线圈域。

- 1 在**模型开发器**窗口的**结果 > 数据集**节点下，右键单击**研究 3/ 解 3 (sol3)** 并选择**选择**。

选择

- 1 在**模型开发器**窗口的**结果 > 数据集 > 研究 3/ 解 3 (sol3)** 节点下，单击**选择**。
- 2 在**选择**的**设置**窗口中，定位到**几何实体选择**栏。
- 3 从**几何实体**层列表中选择**域**。
- 4 选择 “域” 2、4 和 5。

二维绘图组 1

- 1 在**模型开发器**窗口的**结果**节点下，单击**二维绘图组 1**。

- 2 在二维绘图组的设置窗口中，定位到数据栏。
- 3 从数据集列表中选择研究 3/ 解 3 (sol3)。
- 4 在图形工具栏中单击缩放窗口大小按钮。

将绘图与描述开路情况下线圈中的感应电流结果图 3 进行比较。

派生值

使用方程 1 来计算互感。

全局计算 3

- 1 在结果工具栏中单击全局计算。
- 2 在全局计算的设置窗口中，定位到数据栏。
- 3 从数据集列表中选择研究 3/ 解 3 (sol3)。
- 4 定位到表达式栏。在表中输入以下设置：

表达式	单位	描述
mf.VCoil_2/1[A]/mf.iomega	nH	

- 5 单击计算。

最后，仿真次级绕组短路的变压器。指定分配给内线圈的线圈特征为 0 V 电压来模拟短路条件。

磁场 (MF)

线圈 2

- 1 在模型开发器窗口的组件 1 (comp1)> 磁场 (mf) 节点下，单击线圈 2。
- 2 在线圈的设置窗口中，定位到线圈栏。
- 3 从线圈激励列表中选择电压。
- 4 在 V_{coil} 文本框中键入 “0”。

添加研究

- 1 在主屏幕工具栏中，单击添加研究以打开添加研究窗口。
- 2 转到添加研究窗口。
- 3 找到研究子栏。在选择研究树中选择一般研究 > 频域。
- 4 单击窗口工具栏中的添加研究。
- 5 在主屏幕工具栏中，单击添加研究以关闭添加研究窗口。

研究 4

步骤 1: 频域

- 1 在**频域**的设置窗口中，定位到**研究设置**栏。
- 2 在**频率**文本框中键入 “1 [kHz]”。
- 3 在**模型开发器**窗口中，单击**研究 4**。
- 4 在**研究**的设置窗口中，定位到**研究设置**栏。
- 5 清除**生成默认绘图**复选框。
- 6 在**主屏幕**工具栏中单击**计算**。

结果

研究 4/ 解 4 (sol4)

选择内线圈域。

- 1 在**模型开发器**窗口的**结果 > 数据集**节点下，右键单击**研究 4/ 解 4 (sol4)** 并选择**选择**。

选择

- 1 在**模型开发器**窗口的**结果 > 数据集 > 研究 4/ 解 4 (sol4)** 节点下，单击**选择**。
- 2 在**选择**的设置窗口中，定位到**几何实体选择**栏。
- 3 从**几何实体层**列表中选择**域**。
- 4 选择 “域” 2、4 和 5。

二维绘图组 2

- 1 在**主屏幕**工具栏中单击**添加绘图组**，然后选择**二维绘图组**。
- 2 在**二维绘图组**的设置窗口中，定位到**数据**栏。
- 3 从**数据集**列表中选择**研究 4/ 解 4 (sol4)**。

流线 1

- 1 右键单击**二维绘图组 2** 并选择**流线**。
- 2 在**流线**的设置窗口中，定位到**流线定位**栏。
- 3 从**定位**列表中选择**起点控制**。
- 4 从**定义方法**列表中选择**坐标**。
- 5 在 **R** 文本框中键入 “range(0,0.9*R1/49,0.9*R1)”。
- 6 在 **Z** 文本框中键入 “0”。
- 7 定位到**着色和样式**栏。找到**线样式**子栏。从**类型**列表中选择**管**。

颜色表达式 1

- 1 右键单击**结果 > 二维绘图组 2> 流线 1** 并选择**颜色表达式**。
- 2 在**图形**工具栏中单击**缩放到窗口大小**按钮。

将绘图与描述闭路情况下线圈中的感应电流的结果图 4 进行比较。

派生值

计算内（次级）线圈上的总感应电流，这个物理量与静态量有关，最简近似为 $i\omega M/(R_2 + i\omega L_2)$ 乘上 1[A]。

全局计算 4

- 1 在**结果**工具栏中单击**全局计算**。
- 2 在**全局计算**的**设置**窗口中，定位到**数据**栏。
- 3 从**数据集**列表中选择**研究 4/ 解 4 (sol4)**。
- 4 定位到**表达式**栏。在表中输入以下设置：

表达式	单位	描述
mf.ICoil_2	A	线圈电流
-mf.iomega*withsol(sol1 ,mf.L_2_1)/(withsol(sol2 ,mf.RCoil_2)+withsol(sol2 ,mf.LCoil_2)*mf.iomega)*mf.ICoil_1	A	

- 5 单击**计算**。