



Introducción

En las últimas dos décadas se han producido avances muy significativos en el área de Computación Gráfica, en particular en el desarrollo de animaciones y video juegos en 3D donde se obtienen resultados muy detallados y con un alto nivel de realismo.

Un aspecto importante que contribuye en este sentido es la iluminación de la escena y el reflejo de la luz en los objetos o personajes de la misma. A grandes rasgos, el manejo de la iluminación se hace de la siguiente forma. Dada una superficie en el espacio, se calculan los vectores normales a la misma (recordar *Análisis II*) sobre un conjunto determinado de puntos y luego estos vectores son utilizados, en conjunto con el modelo de iluminación, para calcular su color final y la interacción con otras superficies. Además, por cuestiones prácticas, los vectores normales deber ser almacenados como vectores unitarios, es decir, que su norma Euclideana ($\| \cdot \|_2$) sea 1.

Dado un vector $y \in \mathbb{R}^3$ cualquiera, podemos convertirlo en uno unitario dividiéndolo por $\|y\|_2$, es decir,

$$\begin{aligned}\|y\|_2 &= \sqrt{y_1^2 + y_2^2 + y_3^2} \\ z &= \frac{y}{\|y\|_2}.\end{aligned}$$

Durante la ejecución del programa, esta operación es realizada millones de veces por segundo, por lo cual es importante realizarla en el menor tiempo posible, eventualmente resignando precisión en el resultado. Dado el contexto, pequeñas reducciones en el tiempo de ejecución pueden mejorar considerablemente el comportamiento general.

El problema

Sean $y = (y_1, y_2, y_3) \in \mathbb{R}^3$ un vector genérico y $\alpha = y_1^2 + y_2^2 + y_3^2$. El problema de obtener un vector unitario que posea la misma dirección que y lo podemos plantear como multiplicarlo por $1/\sqrt{\alpha}$. Luego, el problema de normalizar un vector radica principalmente en el cálculo de este valor, que involucra una división y el cálculo de una raíz cuadrada.

Sin utilizar funciones ya provistas por el lenguaje de programación a utilizar, el cálculo de $1/\sqrt{\alpha}$ se pueden formular como un problema de búsqueda de ceros de una función de (al menos) las siguientes dos formas:

- Aproximar $\beta = \sqrt{\alpha}$ como un cero de $f(x) = x^2 - \alpha$, y luego realizar $1/\beta$.

- Definir la función $e(x) = \frac{1}{x^2} - \alpha$, que permite calcular el error de una aproximación de $1/\sqrt{\alpha}$. En particular, uno de los ceros de esta función es el valor buscado.

Estas dos reformulaciones del problema nos permiten atacarlo con métodos de búsqueda de ceros de funciones en una variable.

Enunciado

El objetivo del trabajo práctico consiste en implementar un programa que permita calcular, dado $\alpha \in \mathbb{R}$, $1/\sqrt{\alpha}$. Para ello, se deberá considerar las funciones $f(x)$ y $e(x)$ definidas anteriormente, distintos métodos vistos en clase que permitan resolver el problema planteado y realizar un análisis completo del comportamiento de los mismos.

Los requisitos mínimos a cumplir son los siguientes:

- Implementar el método de Newton para la función $f(x)$. Incluir en el informe la demostración de convergencia (Ejercicio 4, Práctica 1). Para la función $e(x)$, implementar al menos dos métodos (uno de los cuales debe ser el de Newton).
- Para cada método, estudiar experimentalmente la convergencia, tiempo de ejecución, cantidad de iteraciones, criterios de parada, precisión en el resultado, y cualquier otro parámetro que considere necesario evaluar. Realizar experimentos computacionales considerando un rango amplio de valores posibles para α y distintos puntos iniciales para los métodos. Analizar y justificar detalladamente los resultados obtenidos.
- Una vez fijados los mejores parámetros para cada método, realizar una comparación entre las tres formas alternativas de resolver el problema (Newton para $f(x)$, y Newton más el otro método para $e(x)$) en términos de tiempo de ejecución, precisión en la solución, cantidad de iteraciones, etc. Determinar experimentalmente que variante seleccionaría para su utilización en la práctica.

Fechas de entrega

- *Formato Electrónico:* Domingo 1 de Septiembre de 2013, hasta las 23:59 hs, enviando el trabajo (informe + código) a la dirección `metnum.lab@gmail.com`. El subject del email debe comenzar con el texto [TP1] seguido de la lista de apellidos de los integrantes del grupo.
- *Formato físico:* Lunes 2 de Septiembre de 2013, de 17 a 18 hs.

Importante: El horario es estricto. Los correos recibidos después de la hora indicada serán considerados re-entrega.