

AG1 - Cvičení V

Tommy Chu

Úloha 1

Zadání

Nechť (Ω, P) je diskrétní pravděpodobnostní prostor a nechť $X: \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ je náhodná veličina. Ukažte, že existuje elementární jev $\omega \in \Omega$ takový, že $X(\omega) \geq \mathbb{E}(X)$.

Řešení

Pro spor předpokládejme, že pro všechna $\omega \in \Omega$ platí $X(\omega) < \mathbb{E}(X)$.

$$\begin{aligned}\mathbb{E}(X) &= \sum_{\omega \in \Omega} X(\omega) \cdot P(\omega) \\ &< \sum_{\omega \in \Omega}^P \mathbb{E}(X) \cdot P(\omega) \\ &= \mathbb{E}(X) \cdot \sum_{\omega \in \Omega} P(\omega) \\ &= \mathbb{E}(X) \cdot 1\end{aligned}$$

$\mathbb{E}(X) < \mathbb{E}(X)$ je zřejmě spor a původní předpoklad je tudíž nepravdivý.

Závěr: Pravdivost věty v zadání jsme potvrdili vyvrácením její negace. □