# Task 1

## Integrantes

- Sergio Orellana 221122
- Rodrigo Mansilla 22611
- Ricardo Chuy 221007

## Notación rápida (para que no se pierda el hilo)

- **Matriz**: es una “tabla” de números. En 2×2 tiene 2 filas y 2 columnas.

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

- En este ejercicio las matrices son **simétricas** ($c = b$), por eso usamos:

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ b & d \end{bmatrix}$$

- **Matriz identidad** $I$ (2×2): es la que tiene 1 en la diagonal y 0 fuera.

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- **Traza** (trace), suma de la diagonal.

$$\mathrm{tr}(A) = a + d$$

- **Determinante**, para una 2×2 es:

$$\det\left(\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}\right) = ad - bc$$

  En nuestro caso ($c = b$): $\det(A) = ad - b^2$.

- **Fórmulaes dentro de la página útiles**:,

$$\mathrm{tr}(A) = \lambda_1 + \lambda_2, \qquad \det(A) = \lambda_1 \lambda_2$$

  Imagen utilizada como base:

  descripción

## 1) Eigenvalores

Utilizando esta matriz:

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ b & d \end{bmatrix}$$

Procedimiento para encontrar los eigenvalores (idea: buscar $\lambda$ tal que el sistema tenga solución no trivial):

$$\det(A - \lambda I) = 0$$

Primero formo $A - \lambda I$ (a la diagonal se le resta $\lambda$):

$$A - \lambda I = \begin{bmatrix} a - \lambda & b \\ b & d - \lambda \end{bmatrix}$$

Luego calculo el determinante y lo igualo a cero:

$$\det \begin{bmatrix} a - \lambda & b \\ b & d - \lambda \end{bmatrix} = (a - \lambda)(d - \lambda) - b^2 = 0$$

Expando el producto:

1. $(a - \lambda)(d - \lambda) = ad - a\lambda - d\lambda + \lambda^2$
2. Entonces:

$$ad - a\lambda - d\lambda + \lambda^2 - b^2 = 0$$

Reordeno por potencias de $\lambda$:

$$\lambda^2 - (a + d)\lambda + (ad - b^2) = 0$$

Esto es una cuadrática. Observación útil:

$$(a + d) = \operatorname{tr}(A), \qquad (ad - b^2) = \det(A)$$

O sea, también se puede ver como:

$$\lambda^2 - (\operatorname{tr} A)\lambda + \det(A) = 0$$

Utilizo la fórmula general (se me hizo más fácil por el manejo de sustituir las constantes):

$$\lambda_{1,2} = \frac{(a + d) \pm \sqrt{(a + d)^2 - 4(ad - b^2)}}{2}$$

# 1.a) Eigenvalores de $M$

$$M = \begin{bmatrix} 120 & 5 \\ 5 & 115 \end{bmatrix} \Rightarrow a = 120,\ b = 5,\ d = 115$$

**Traza y determinante:**

$$\mathrm{tr}(M) = a + d = 120 + 115 = 235$$

$$\det(M) = ad - b^2 = (120)(115) - 5^2 = 13800 - 25 = 13775$$

**Discriminante:**

$$\Delta = (\mathrm{tr}\, M)^2 - 4\det(M) = 235^2 - 4(13775)$$

$$235^2 = 55225, \qquad 4(13775) = 55100$$

$$\Delta = 55225 - 55100 = 125$$

Entonces:

$$\lambda_{1,2} = \frac{235 \pm \sqrt{125}}{2} = \frac{235 \pm 5\sqrt{5}}{2}$$

Aproximación numérica:

$$\sqrt{125} \approx 11.1803$$

$$\lambda_1 \approx \frac{235 - 11.1803}{2} = 111.9098, \qquad \lambda_2 \approx \frac{235 + 11.1803}{2} = 123.0902$$

# 1.b) Eigenvalores de $M'$

$$M' = \begin{bmatrix} 200 & 10 \\ 10 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow a = 200,\ b = 10,\ d = 1$$

**Traza y determinante:**

$$\mathrm{tr}(M') = 200 + 1 = 201$$

$$\det(M') = ad - b^2 = (200)(1) - 10^2 = 200 - 100 = 100$$

**Discriminante:**

$$\Delta = (201)^2 - 4(100) = 40401 - 400 = 40001$$

Entonces:

$$\lambda_{1,2} = \frac{201 \pm \sqrt{40001}}{2}$$

Aproximación numérica:

$$\sqrt{40001} \approx 200.00250$$

$$\lambda_1 \approx \frac{201 - 200.00250}{2} = 0.49875, \qquad \lambda_2 \approx \frac{201 + 200.00250}{2} = 200.50125$$

# 2) Respuesta de Harris $R$ con $k = 0.04$

Se usa:

$$R = \det(M) - k(\mathrm{tr}(M))^2$$

## 2.a) Para $M$

$$\det(M) = 13775, \quad \mathrm{tr}(M) = 235$$

$$R_M = 13775 - 0.04(235^2)$$

$$235^2 = 55225, \quad 0.04 \cdot 55225 = 2209$$

$$R_M = 13775 - 2209 = 11566$$

## 2.b) Para $M'$

$$\det(M') = 100, \quad \mathrm{tr}(M') = 201$$

$$R_{M'} = 100 - 0.04(201^2)$$

$$201^2 = 40401, \quad 0.04 \cdot 40401 = 1616.04$$

$$R_{M'} = 100 - 1616.04 = -1516.04$$

# 3) Clasificación geométrica (esquina / borde / plano)

Reglas típicas (por cómo se comportan los eigenvalores según la página que se nos compartió y lo que vimos en clase):

descripción

- **Región plana:** $\lambda_1$ y $\lambda_2$ pequeñas, con $|R|$ pequeño.
- **Borde:** una grande y otra pequeña ($\lambda_1 \gg \lambda_2$ o viceversa), con $R < 0$.
- **Esquina:** ambas grandes y similares ($\lambda_1 \approx \lambda_2$), con $R$ grande y positivo.

## Para $M$

$$\lambda_1 \approx 111.91,\ \lambda_2 \approx 123.09 \quad (\text{ambas grandes y similares})$$

$$R_M = 11566 > 0 \quad (\text{grande})$$

**Clasificación:** ****Esquina****

## Para $M'$

$$\lambda_1 \approx 0.499,\ \lambda_2 \approx 200.50 \quad \text{(una muy grande, otra muy pequeña)}$$

$$R_{M'} = -1516.04 < 0$$

**Clasificación:** ****Borde****

## Verificación numérica

In [ ]:
```
import math

def eigenvalues_2x2(a, b, d):
    tr = a + d
    det = a*d - b*b
    disc = tr*tr - 4*det
    s = math.sqrt(disc)
    lam1 = (tr - s)/2
    lam2 = (tr + s)/2
    return lam1, lam2, det, tr

def harris_response(det, tr, k=0.04):
    return det - k*(tr**2)

# M = [[120,5],[5,115]]
lam1_M, lam2_M, det_M, tr_M = eigenvalues_2x2(120, 5, 115)
R_M = harris_response(det_M, tr_M, k=0.04)

# M' = [[200,10],[10,1]]
lam1_Mp, lam2_Mp, det_Mp, tr_Mp = eigenvalues_2x2(200, 10, 1)
R_Mp = harris_response(det_Mp, tr_Mp, k=0.04)

print("Resultados para M")
print("trace =", tr_M)
print("det   =", det_M)
print("lambda1 =", lam1_M)
print("lambda2 =", lam2_M)
print("R =", R_M)

print("\nResultado para M' ")
print("trace =", tr_Mp)
print("det   =", det_Mp)
print("lambda1 =", lam1_Mp)
print("lambda2 =", lam2_Mp)
print("R =", R_Mp)
```

```
Resultados para M
trace = 235
det   = 13775
lambda1 = 111.90983005625053
lambda2 = 123.09016994374947
R = 11566.0

Resultado para M'
trace = 201
det   = 100
lambda1 = 0.4987500078124043
lambda2 = 200.50124999218758
R = -1516.04
```

# Link de referencia ():

Introduction to Harris Corner Detector. (2019, March 16). Medium. https://medium.com/@deepanshut041/introduction-to-harris-corner-detector-32a88850b3f6