

MI-FME Cvičení 14

Tomáš Chvosta

Duben 2020

Zadání

Přidejte logické formule představující assertace na řádky programu začínající symbolem @ tak, aby platily všechny ověřovací podmínky. Není potřeba cokoli dokazovat, neformální argumenty bohatě postačí. Neměňte však samotný program.

```
assume  $r = 0 \wedge s = 0$ 
for  $i \leftarrow 0$  to  $n$  do
  @
  if  $a[i] < 0$  then  $r \leftarrow r + 1$ 
  @
  if  $a[i] > 0$  then  $s \leftarrow s + 1$ 
  @
@  $r + s = |\{i \in \{0, \dots, n\} \mid a[i] \neq 0\}|$ 
```

Řešení

Pojďme si nyní znázornit ukázkový běh programu. Nejprve si označíme program následujícím způsobem:

```
assume  $r = 0 \wedge s = 0$ 
for  $i \leftarrow 0$  to  $n$  do
  @ A1
  if  $a[i] < 0$  then  $r \leftarrow r + 1$ 
  @ A2
  if  $a[i] > 0$  then  $s \leftarrow s + 1$ 
  @ A3
@  $r + s = |\{i \in \{0, \dots, n\} \mid a[i] \neq 0\}|$ 
```

Dále dosadíme například $a \leftarrow [4, -8, 0, 3]$, $n \leftarrow 3$. Běh programu je znázorněn v následující tabulce:

i	Assertace	r	s	$r + s$
0	A1	0	0	0
0	A2	0	0	0
0	A3	0	1	1
1	A1	0	1	1
1	A2	1	1	2
1	A3	1	1	2
2	A1	1	1	2
2	A2	1	1	2
2	A3	1	1	2
3	A1	1	1	2
3	A2	1	1	2
3	A3	1	2	3

Můžeme si všimnout toho, že proměnná r obsahuje aktuální počet prvků pole a v jednotlivých iteracích cyklu, kdy jednotlivé prvky jsou menší než 0. Naopak proměnná s obsahuje aktuální počet prvků pole a v jednotlivých iteracích cyklu, kdy jednotlivé prvky jsou větší než 0. V bodě A1 jsou však v proměnných r , s uloženy počty z předchozích iterací, tedy pro iteraci, kde $i = k$, jsou započítány prvky v poli a na pozicích 0 až $k - 1$. V bodě A2 je v proměnné r uložen počet z aktuální iterace, tedy pro iteraci, kde $i = k$, jsou započítány prvky v poli a na pozicích 0 až k , v proměnné s je uložen počet z předchozí iterace. V bodě A3 jsou zase v proměnných r , s uloženy počty z aktuální iterace.

To však nejsou jediné zákonitosti, které můžeme vypořádat. Jelikož jsou assertace uvnitř cyklu, je třeba přidat do assertace podmínku $i \leq n$. Výsledný program s doplněnými assertacemi bude vypadat následovně:

```

assume  $r = 0 \wedge s = 0$ 
for  $i \leftarrow 0$  to  $n$  do
  @  $r = |\{k \in \{0, \dots, i - 1\} \mid a[k] < 0\}| \wedge$ 
     $s = |\{k \in \{0, \dots, i - 1\} \mid a[k] > 0\}| \wedge$ 
     $i \leq n$ 
  if  $a[i] < 0$  then  $r \leftarrow r + 1$ 
  @  $r = |\{k \in \{0, \dots, i\} \mid a[k] < 0\}| \wedge$ 
     $s = |\{k \in \{0, \dots, i - 1\} \mid a[k] > 0\}| \wedge$ 
     $i \leq n$ 
  if  $a[i] > 0$  then  $s \leftarrow s + 1$ 
  @  $r = |\{k \in \{0, \dots, i\} \mid a[k] < 0\}| \wedge$ 
     $s = |\{k \in \{0, \dots, i\} \mid a[k] > 0\}| \wedge$ 
     $i \leq n$ 
@  $r + s = |\{i \in \{0, \dots, n\} \mid a[i] \neq 0\}|$ 

```

Po vypsání všech základních cest programu a všech logických formulí vycházejících z těchto základních cest lze snadno zjistit, že všechny ověřovací podmínky platí. Dle zadání to však už není součástí tohoto úkolu.