ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΡΟΜΠΟΤΙΚΗ Ι: ΑΝΑΛΥΣΗ, ΕΛΕΓΧΟΣ, ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ

ΕΞΑΜΗΝΙΑΙΑ ΕΡΓΑΣΙΑ

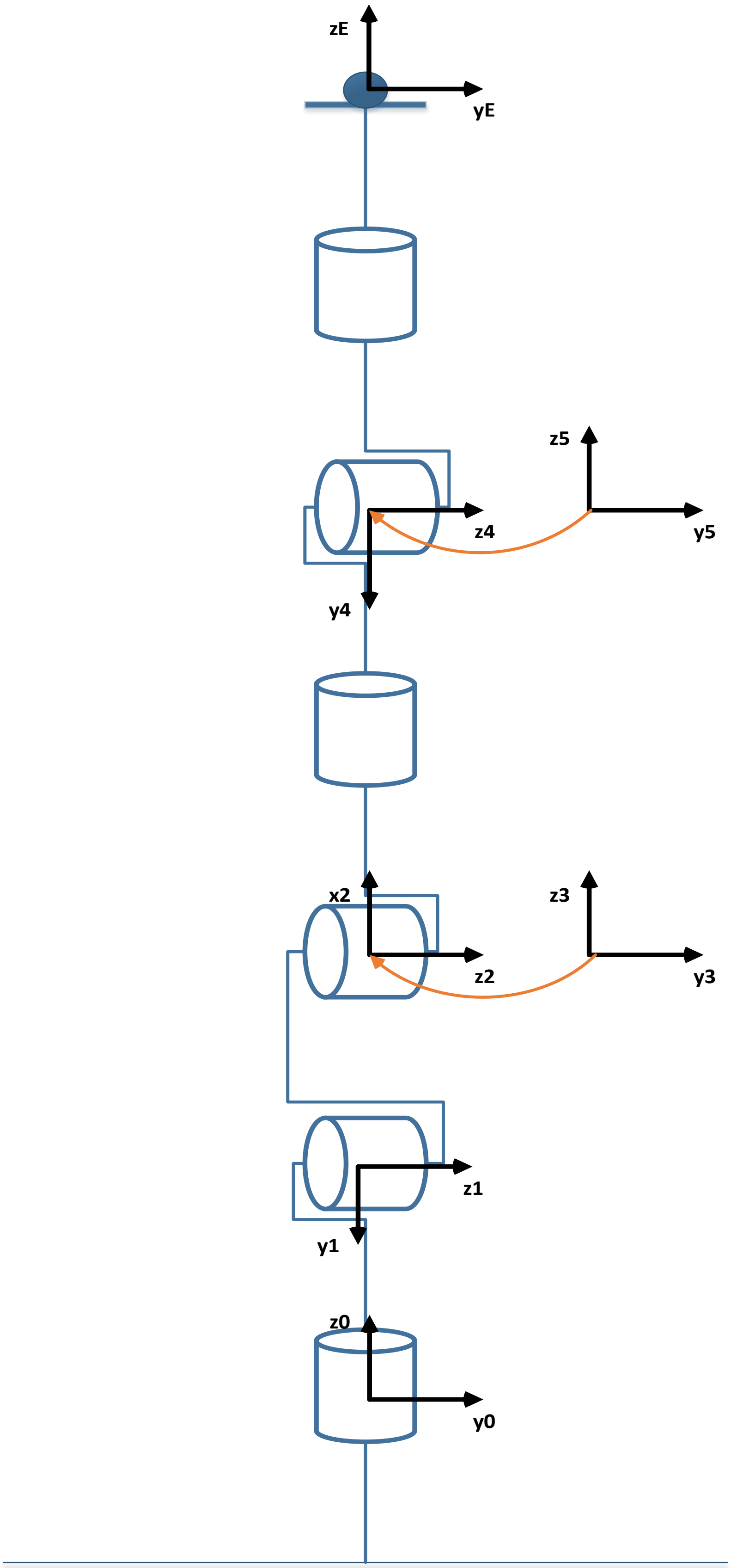
Βιομηχανικός Ρομποτικός Χειριστής

(Staubli RX-90, Industrial Robot Manipulator)

ΖΑΦΕΙΡΟΥΔΗ ΚΥΡΙΑΚΗ

Α.Μ.: 03110085

Α. Θεωρητική Ανάλυση



Να προσδιορισθεί ο πίνακας των παραμέτρων Denavit-Hartenberg και να γραφεί η κινηματική εξίσωση (ευθύ γεωμετρικό μοντέλο) του ρομποτικού αυτού βραχίονα.

Ο πίνακας παραμέτρων Denavit-Hartenberg για το συγκεκριμένο ρομποτικό σύστημα και με βάση την τοποθέτηση των πλαισίων όπως φαίνεται στο σχήμα παραπάνω είναι ο ακόλουθος:

Link	d_i	θ_i	α_i	a_i
1	l_1	q_1	$-\pi/2$	0
2	0	$q_2 - \pi/2$	0	l_2
3	0	$q_3 + \pi/2$	$\pi/2$	0
4	l_3	q_4	$-\pi/2$	0
5	0	q_5	$\pi/2$	0
E	$l_4 + l_E$	q_6	0	0

Για να υπολογίσουμε το ευθύ γεωμετρικό μοντέλο υπολογίζουμε κατ'αρχήν τις ομογενείς μήτρες των διαδοχικών μετασχηματισμών μεταξύ των πλαισίων των συνδέσμων με χρήση του προγράμματος Matlab (οι υπολογισμοί γίνονται στο αρχείο calculations.m):

$$A_1^0 = \begin{bmatrix} c1 & 0 & -s1 & 0 \\ s1 & 0 & c1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & l1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_2^1 = \begin{bmatrix} s2 & c2 & 0 & l2s2 \\ -c2 & s2 & 0 & -l2c2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_3^2 = \begin{bmatrix} -s3 & 0 & c3 & 0 \\ c3 & 0 & s3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_4^3 = \begin{bmatrix} c4 & 0 & -s4 & 0 \\ s4 & 0 & c4 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & l3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_5^4 = \begin{bmatrix} c5 & 0 & s5 & 0 \\ s5 & 0 & -c5 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_E^5 = \begin{bmatrix} c6 & -s6 & 0 & 0 \\ s6 & c6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l4 + lE \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Παίρνουμε επομένως:

$$A_2^0 = A_1^0 A_2^1 = \begin{bmatrix} c1s2 & c1c2 & -s1 & l2c1s2 \\ s1s2 & c2s1 & c1 & l2s1s2 \\ c2 & -s2 & 0 & l1 + l2c2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_3^0 = A_2^0 A_3^2 = \begin{bmatrix} c23c1 & -s1 & s23c1 & l2c1s2 \\ c23s1 & c1 & s23s1 & l2s1s2 \\ -s23 & 0 & c23 & l1 + l2c2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_4^0 = A_3^0 A_4^3$$
$$= \begin{bmatrix} c4c1(c2c3 - s2s3) - s1s4 & -s23c1 & -c4s1 - s4c1(c2c3 - s2s3) & c1(l3s23 + l2s2) \\ c1s4 - c4s1(s2s3 - c2c3) & -s23s1 & c1c4 + s1s4(s2s3 - c2c3) & s1(l3s23 + l2s2) \\ -s23c4 & -c23 & s23s4 & l1 + l3c23 + l2c2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} c4c1c23 - s1s4 & -s23c1 & -c4s1 - s4c1c23 & c1(l3s23 + l2s2) \\ c1s4 + c4s1c23 & -s23s1 & c1c4 - s1s4c23 & s1(l3s23 + l2s2) \\ -s23c4 & -c23 & s23s4 & l1 + l3c23 + l2c2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_5^0 = A_4^0 A_5^4 =$$

$$\begin{bmatrix} -c5(s1s4 - c23c1c4) - s23c1s5 & -c4s1 - c23c1s4 & s23c1c5 - s5(s1s4 - c23c1c4) & c1(l3s23 + l2s2) \\ c5(c1s4 + c23c4s1) - s23s1s5 & c1c4 - c23s1s4 & s5(c1s4 + c23c4s1) + s23c5s1 & s1(l3s23 + l2s2) \\ -c23s5 - s23c4c5 & s23s4 & c23c5 - s23c4s5 & l1 + l3c23 + l2c2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Και τελικά:

$$A_E^0 = A_5^0 A_E^5 =$$

$$\begin{bmatrix} -s6(c4s1 + c23c1s4) - c6(c5(s1s4 - c23c1c4) + s23c1s5) & s6(c5(s1s4 - c23c1c4) + s23c1s5) - c6(c4s1 + c23c1s4) & s23c1c5 - s5(s1s4 - c23c1c4) & c1(l3s23 + l2s2) - (l4 + lE)(s5(s1s4 - c23c1c4) - s23c1c5) \\ s6(c1c4 - c23s1s4) + c6(c5(c1s4 + c23c4s1) - s23s1s5) & c6(c1c4 - c23s1s4) - s6(c5(c1s4 + c23c4s1) - s23s1s5) & s5(c1s4 + c23c4s1) + s23c5s1 & (l4 + lE)(s5(c1s4 + c23c4s1) + s23c5s1) + s1(l3s23 + l2s2) \\ s23s4s6 - c6(c23s5 + s23c4c5) & s6(c23s5 + s23c4c5) + s23c6s4 & c23c5 - s23c4s5 & l1 + l3c23 + (c23c5 - s23c4s5)(l4 + lE) + l2c2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Οπότε:

$$\widetilde{p^0} = A_E^0 \widetilde{p^E}$$

Όπου $\widetilde{p^0} = \begin{bmatrix} p_x^0 \\ p_y^0 \\ p_z^0 \\ 1 \end{bmatrix}$ και $\widetilde{p^E}$ το αντίστοιχο ως προς το πλαίσιο του end-effector.

Στη συνέχεια, θεωρούμε ότι οι γωνιακές αποκλίσεις q_4, q_5 και q_6 (των τριών τελευταίων αρθρώσεων του «καρπού» - robot wrist) είναι σταθερές στη μηδενική τους διάταξη (δηλαδή: $q_4 = q_5 = q_6 = 0$ = σταθ.).

Επομένως η μήτρα μετασχηματισμού προκύπτει:

$$A_E^0 = \begin{bmatrix} c23c1 & -s1 & s23c1 & s23c1(l4 + lE + l3) + l2c1s2 \\ c23s1 & c1 & s23s1 & s23s1(l4 + lE + l3) \\ -s23 & 0 & c23 & l1 + c23(l4 + lE + l3) + l2c2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Να ευρεθεί ένας τρόπος αναλυτικού υπολογισμού του αντίστροφου γεωμετρικού μοντέλου του ρομπότ, για δεδομένη θέση p_E του τελικού εργαλείου δράσης.

Για τον υπολογισμό του γεωμετρικού μοντέλου θα προσπαθήσουμε να καταλήξουμε σε κάποιες απλές σχέσεις για τη θέση του τελικού στοιχείου σύμφωνα με τη γεωμετρία του σχήματος. Για το διάνυσμα θέσης p_E του τελικού στοιχείου δράσης εκφρασμένο σε καρτεσιανές συντεταγμένες $p_E = \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{bmatrix}$ ως προς το πλαίσιο αναφοράς της βάσης προκύπτει:

$$p_x = c1(s23(l3 + l4 + lE) + l2s2) \quad (1)$$

$$p_y = s1(s23(l3 + l4 + lE) + l2s2) \quad (2)$$

$$p_z = c23(l3 + l4 + lE) + l2c2 + l1 \quad (3)$$

Τα στοιχεία p_x, p_y, p_z αντιστοιχούν στη θέση του σώματος και θεωρούνται δεδομένα.

Αθροίζουμε τα τετράγωνα των σχέσεων (1), (2) και (3) και προκύπτει:

$$p_x^2 + p_y^2 + (p_z - l1)^2 = (l3 + l4 + lE)^2 + l2^2 + 2l2c3(l3 + l4 + lE) \quad (4)$$

Επομένως

$$q_3 = \cos^{-1}\frac{p_x^2 + p_y^2 + (p_z - l1)^2 - (l3 + l4 + lE)^2 - l2^2}{2l2(l3 + l4 + lE)}$$

Επιπλέον, διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει:

$$\frac{p_x}{p_y} = \frac{c1}{s1}$$

Και επομένως

$$q_1 = \tan^{-1}\frac{p_y}{p_x}$$

Τελικά, η q_2 βρίσκεται συναρτήσει των q_1 και q_3:

$$q_2 = \tan^{-1}\frac{p_y c3(l3 + l4 + lE) + p_y l2 - (p_z - l1)(l3 + l4 + lE)s3s1}{s1(p_z - l1)(c3(l3 + l4 + lE) + l2) + p_y s3(l3 + l4 + lE)}$$

Να υπολογιστεί η Ιακωβιανή μήτρα για τυχαία διάταξη, και να γραφεί το ευθύ διαφορικό κινηματικό μοντέλο του ρομπότ. Να περιγραφεί το αντίστροφο διαφορικό κινηματικό μοντέλο του ρομπότ, και να προσδιορισθούν οι ιδιόμορφες διατάξεις του συστήματος (singular configurations).

Με χρήση Matlab προκύπτει η ζητούμενη Ιακωβιανή μήτρα του ρομπότ:

$$J = \begin{bmatrix} -s23s1(l3 + l4 + lE) - l2s1s2 & c23c1(l3 + l4 + lE) + l2c1c2 & c23c1(l3 + l4 + lE) \\ s23c1(l3 + l4 + lE) + l2c1s2 & c23s1(l3 + l4 + lE) + l2c2s1 & c23s1(l3 + l4 + lE) \\ 0 & -s23(l3 + l4 + lE) - l2s2 & -s23(l3 + l4 + lE) \\ 0 & -s1 & -s1 \\ 0 & c1 & c1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Οπότε:

$\dot{p} = J\dot{q}$, όπου $\dot{p} = \begin{bmatrix} v_e \\ \omega_e \end{bmatrix}$ για τον end-effector και $\dot{q}$ οι ταχύτητες των αρθρώσεων

$$\dot{p} = \begin{bmatrix} v_{ex} \\ v_{ey} \\ v_{ez} \\ \omega_{ex} \\ \omega_{ey} \\ \omega_{ez} \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} -s23s1(l3 + l4 + lE) - l2s1s2 & c23c1(l3 + l4 + lE) + l2c1c2 & c23c1(l3 + l4 + lE) \\ s23c1(l3 + l4 + lE) + l2c1s2 & c23s1(l3 + l4 + lE) + l2c2s1 & c23s1(l3 + l4 + lE) \\ 0 & -s23(l3 + l4 + lE) - l2s2 & -s23(l3 + l4 + lE) \\ 0 & -s1 & -s1 \\ 0 & c1 & c1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix}$$

Για το αντίστροφο διαφορικό κινηματικό μοντέλο έχουμε:

$$\dot{p} = J\dot{q} \Leftrightarrow \dot{q} = J^{-1}\dot{p}$$

Θα εξετάσουμε πότε ο μηχανισμός εμφανίζει ιδιόμορφες διατάξεις

- ως προς τη γραμμική ταχύτητα του τελικού στοιχείου δράσης.

Έχουμε $\widetilde{v^E} = J_L \dot{q}$ όπου $J_L =$

$$\begin{bmatrix} -s23s1(l3+l4+lE) - l2s1s2 & c23c1(l3+l4+lE) + l2c1c2 & c23c1(l3+l4+lE) \\ s23c1(l3+l4+lE) + l2c1s2 & c23s1(l3+l4+lE) + l2c2s1 & c23s1(l3+l4+lE) \\ 0 & -s23(l3+l4+lE) - l2s2 & -s23(l3+l4+lE) \end{bmatrix}$$

Με χρήση του προγράμματος Matlab προκύπτει:

$$\det(J_L) =$$

$$-\frac{l2(l3 + l4 + lE)\big(l2cos(q2 + q3) - (l3+l4+lE)cos(q2) - l2cos(q2 - q3) + (l3+l4+lE)cos(q2 + 2q3)\big)}{2}$$

Και για $\det(J_L) = 0$ αντιστοιχεί σε κάποια εσωτερική ιδιομορφία.

- ως προς τη γωνιακή ταχύτητα του τελικού στοιχείου δράσης.

Έχουμε $\widetilde{\omega^E} = J_A \dot{q}$ όπου $J_A = \begin{bmatrix} 0 & -s1 & -s1 \\ 0 & c1 & c1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

Εμφανώς ισχύει $\det(J_A) = 0 \quad \forall \quad \dot{q_1}, \dot{q_2}, \dot{q_3}$.

Θα ελέγξουμε τις μη μηδενικές υποορίζουσες 2x2 του J_A για να ελέγξουμε που χάνει τάξη ο J_A:

$$\det\left(\begin{bmatrix} 0 & c1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}\right) = 0 \rightarrow c1 = 0$$

$$\det\left(\begin{bmatrix} 0 & -s1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}\right) = 0 \rightarrow s1 = 0$$

Όμως δεν γίνεται να ισχύουν παράλληλα $c1 = 0$ και $s1 = 0$, και επομένως συμπεραίνουμε πως το σύστημα δεν χάνει τάξη.

Άρα το αντίστροφο διαφορικό κινηματικό μοντέλο υπολογίζεται ως προς τη γραμμική ταχύτητα ως:

$$\begin{bmatrix} \dot{q_1} \\ \dot{q_2} \\ \dot{q_3} \end{bmatrix} = J_L^{-1} \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix}$$

Όπου ο αντίστροφος πίνακας J_L^{-1} υπολογίστηκε με χρήση Matlab στο επισυναπτόμενο αρχείο και ισούται με:

$$J_L^{-1} = \begin{bmatrix} -\frac{s1}{(l3+l4+lE)s23+l2s2} & \frac{c1}{(l3+l4+lE)s23+l2s2} & \frac{c1}{(l3+l4+lE)s23+l2s2} \\ \frac{s23c1}{l2s3} & \frac{s23s1}{l2s3} & \frac{c23}{l2s3} \\ -\frac{c1\big((l3+l4+lE)s23+l2s2\big)}{l2s3(l3+l4+lE)} & -\frac{s1\big((l3+l4+lE)s23+l2s2\big)}{l2s3(l3+l4+lE)} & -\frac{\big((l3+l4+lE)c23+l2c2\big)}{l2s3(l3+l4+lE)} \end{bmatrix}$$

Σημείωση: Όλοι οι υπολογισμοί γίνονται στο αρχείο Matlab calculations.m με τη χρήση επιπλέον του αρχείου rob.m

Β. Κινηματική Προσομοίωση

Για την κινηματική προσομοίωση χρησιμοποιήθηκε το πρόγραμμα Matlab, από το οποίο επισυνάπτεται αρχείο κώδικα «RoboticsI_Project.m». Ως οδηγός στη συγγραφή του κώδικα χρησιμοποιήθηκε το δοσμένο αρχείο «sample script.m». Για την προσομοίωσή μας θεωρήσαμε μήκη συνδέσμων (σε mm):

$$l1 = 420$$

$$l2 = 450$$

$$l3 = 650$$

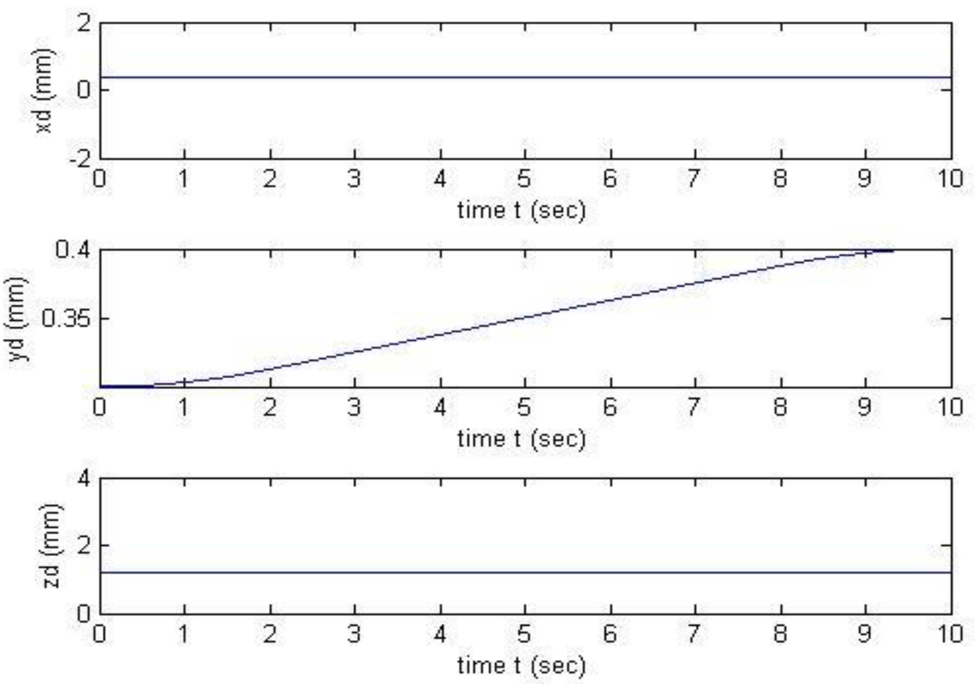
$$l4 = 85$$

$$lE = 100$$

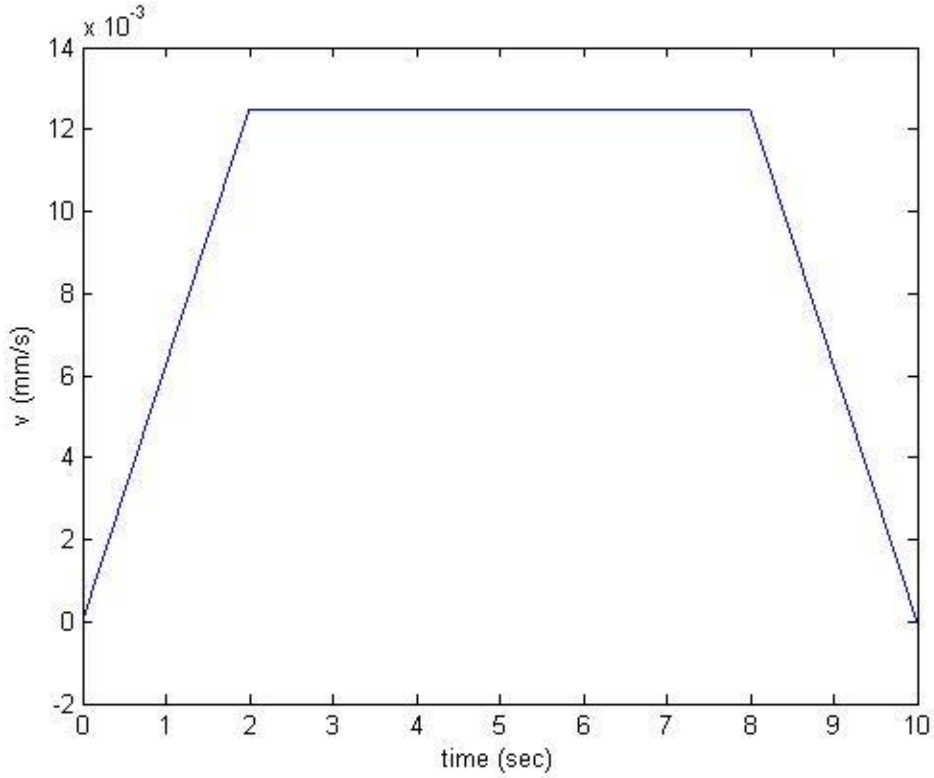
Η κίνηση που εκτελείται θα είναι μεταφορική στο zx-επίπεδο, από το σημείο $\mathrm{A}(0.4, 0.3, 1.2)$ στο σημείο $\mathrm{B}(0.4, 0.4, 1.2)$. Χρησιμοποιώντας τις σχέσεις που προέκυψαν από τη θεωρητική ανάλυση, προκύπτουν τα ζητούμενα διαγράμματα:

Το επιθυμητό προφίλ κίνησης του τελικού εργαλείου δράσης

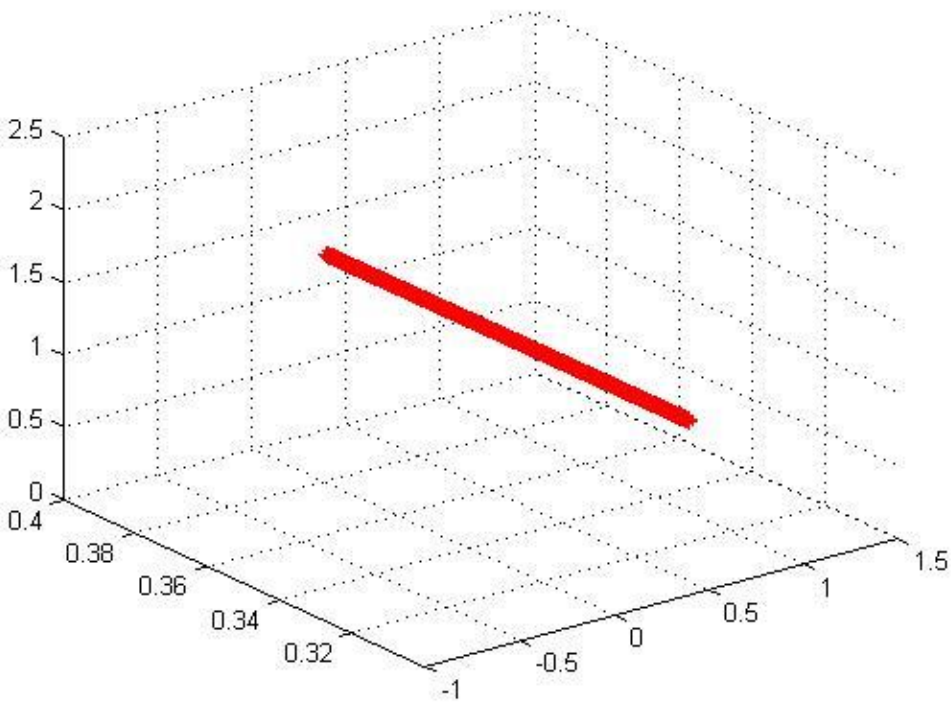
Επιθυμητή θέση άκρου ρομπότ κάθε χρονική στιγμή:



Γραμμική ταχύτητα εργαλείου δράσης:



Καθώς και η κίνηση που εκτελεί το άκρο του ρομπότ στο χώρο:



Οι γωνίες στροφής και οι γωνιακές ταχύτητες των αρθρώσεων, σε κάθε χρονική στιγμή t.