

# 人脸图像识别中的 PCA 算法实现

## PCA Algorithm Implementation of Face Image Recognition

(中北大学) 张俊虎 郝晓剑 邢 昊

ZHANG Jun-hu HAO Xiao-jian XING Hao

**摘要:** 利用 PCA 算法提供了一个高维和低维空间的线性变换矩阵,这个变换矩阵可以通过求取协方差矩阵的特征向量获得而不需要参数。利用这个变换矩阵可以得到一个人脸识别数据库。进行识别时,把待识别的人脸投影到数据库中,利用最近邻法得到最近的点,从而识别该人的身份。

**关键词:** PCA 算法; 线性变换矩阵; 人脸识别

**中图分类号:** TP301.6 **文献标识码:** A

**Abstract:** The present thesis use of PCA algorithm can get of the linear transformation matrix which can transform a high-dimensional to low-dimensional space, the transformation matrix can strike a covariance matrix of the feature vector without the need to obtain the parameters. Take advantage of this transformation matrix can be a face recognition database. Identify when to be identified to face the projector to the database, using nearest neighbor method has been a recent point in order to identify the identity of the person.

**Key words:** PCA algorithm; Linear transformation matrix; Face Recognition

### 1 引言

在人脸识别领域,国内的研究工作主要是集中在三大类方法的研究:基于几何特征的、基于代数特征的和基于连接机制的人脸正面自动识别方法。提出了具有反馈机制的人脸正面识别系统,运用积分投影法提取面部特征的关键点并用于识别;“稳定视点”特征提取方法,即使实现正、侧面互相参照的识别系统;对同类图像的平均灰度图进行 SVD 分解得到特征脸空间,每一幅图像在特征脸空间上的投影作为其代数特征,然后利用层次判别进行分类的方法等等。

本文将 pca 算法引入特征脸的计算当中,起到提取特征又减少冗余,使数据在一个低维的空间进行处理,同时保持原始数据的绝大部分的信息,从而解决数据空间维数过高的瓶颈问题,降低运算量提高了运算速度。

### 2 特征脸的计算

设人脸图像  $f(x, y)$  为二维灰度图像用  $N$  维向量表示,人脸图像训练集可看作  $N$  维随机变量  $X = \{X_1, X_2, \dots, X_M\}$ , 其中  $M$  为训练集中图像总数。这  $M$  幅图像的平均向量为:

$$\mu_X = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M X_i$$

每个人脸  $R_i$  与平均人脸  $\mu_X$  的差值向量是:

$$\phi_i = X_i - \mu_X \quad (i=1, 2, \dots, M)$$

训练图像的协方差矩阵可表示为:

$$C_X = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M (X_i - \mu_X)^T (X_i - \mu_X)$$

式中  $\mu_X$  是  $N$  维向量,  $C_X$  是  $N \times N$  维矩阵。

设  $v_i$  和  $\lambda_i$  是  $C_X$  的特征向量和对应的特征值, 其中  $i=1, 2, \dots, N$ 。将特征值按递减排序, 即  $\lambda_1 > \lambda_2 > \lambda_3 > \dots > \lambda_N$ 。那么, K-L 变换矩阵为

$$A = \begin{bmatrix} v_{11} & v_{12} & \dots & v_{1N} \\ v_{21} & v_{22} & \dots & v_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ v_{N1} & v_{N2} & \dots & v_{NN} \end{bmatrix}$$

其中  $v_{ij}$  表示是  $C_X$  第  $i$  个特征向量的第  $j$  个分量。这样可得 K-L 变换式为  $Y = A(X - \mu_X)$

因为  $C_X$  是实对称矩阵, 总可以找到一个标准的正交特征向量集合, 使  $A^{-1} = A^T$ , 由前式可得

$$X = A^T Y + \mu_X = A^{-1} Y + \mu_X$$

上式建立的反 K-L 变换是  $X$  精确地重建。

将特征根从大到小排列, 仍记为  $\lambda_1 > \lambda_2 > \lambda_3 > \dots > \lambda_N$ , 同时将特征向量做相应排列, 仍记为  $v_1, v_2, v_3, \dots, v_N$ , 取  $1 < K < N$ , 使排序后的方差贡献率:

$$r(K) = \frac{\sum_{i=1}^K \lambda_i}{\sum_{i=1}^N \lambda_i} > \alpha, \quad \alpha = 90\%$$

取  $Y$  的前  $K$  个分量近似重建源图像:

$$\hat{X} = A_K^T Y_K + \mu_X$$

这时引入均方误差:

$$\delta = \sum_{j=1}^N \lambda_j - \sum_{j=1}^K \lambda_j = \sum_{j=K+1}^N \lambda_j$$

上式表明当用  $Y$  的一部分重建源图时, 产生的均方误差等于没有使用的分量的方差之和。对于给定的  $K$ , 若用方差较大的分量重建源图时产生的均方误差较小。我们可以取通过不同的  $K$  值来达到  $\hat{X}$  和  $X$  之间的误差为任意小。所以 K-L 变换是均方误差最小意义下的最优变换。

K-L 变换的最大优点是去相关性好, 可用于数据压缩和图像旋转。K-L 变换最大的困难是由协方差矩阵求特征值和特征向量解方程的计算量。

事实上:

张俊虎: 硕士

$$C_X = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M (X - \mu_X)^T (X - \mu_X) = \frac{1}{M} X^T X$$

其中:  $X = (X_1 - \mu_X, X_2 - \mu_X, \dots, X_M - \mu_X)$

故,构造矩阵:  $L = XX^T \in L^{M \times M}$   $M < N$

求出特征根  $\lambda_i$  和对应的特征向量  $v_i (i=1,2,\dots,M)$ , 由 SVD 定理,  $C_X$  的特征向量  $u_i$  为:

$$u_i = \frac{1}{\sqrt{|\lambda_i|}} X v_i, \quad i=1,2,\dots,M$$

$u_i$  称为特征脸,记:

$$U = [u_1, u_2, \dots, u_M]^T$$

实际上,  $K (K < M)$  个特征脸足够用于人脸识别。因此,仅取  $L$  的前  $K$  个最大特征值对应的特征向量计算特征脸。对任意人脸  $X$ , 向“特征脸”子空间投影,这个投影被定义为向量  $X$  和  $U$  的内积,表示为:

$$y = \sum_{i=1}^K u_i X_i = U^T X$$

### 3 识别方法

基于特征脸的人脸识别过程由训练阶段和识别阶段两个阶段组成。在训练阶段,每个已知人脸  $X_i$  映射到由特征脸张成的子空间上,得到  $N$  维向量

$$\Omega_i = U^T (X_i - \mu_X) \quad (i=1,2,\dots,K)$$

在这里  $\Omega_i$  是一个用来描述第  $i$  个人脸测试结果。

在识别阶段,首先把待识别的图像  $X$  映射到特征脸空间,得到向量:  $\Omega = U^T (X - \mu_X)$

设距离阈值为:

$$\theta_c = \frac{1}{2} \max_{j,k} \{\|\Omega_j - \Omega_k\|\} \quad (j,k=1,2,\dots,K)$$

$\Omega$  与每个人脸集的距离定义为:

$$\varepsilon_i = \|\Omega - \Omega_i\| \quad (i=1,2,\dots,K)$$

如果  $\varepsilon_i$  小于预设的阈值  $\theta_c$ , 就可确定这张脸是属于第  $i$  个人的脸。

### 4 实验过程

a. 先读入训练图像,共 40 人,每人 8 幅图像,共计 320 幅,图像大小为  $112 \times 92$ ,如下图所示:

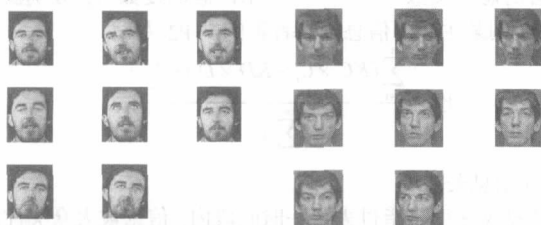


图 4.1 部分人脸图像

b. 训练样本的图像对应的协方差矩阵为  $10304 \times 10304$  的矩阵,直接求特征值和特征向量计算量太大,不可实现,因此,根据 SVD 理论求协方差矩阵的特征值,为一个  $1 \times 320$  的向量,取总信息量达到 90% 以上的特征值作为主要特征值,主要特征值个数为 97 个。前 97 个主要特征值对应的特征向量组成线性变换矩阵,线性变换矩阵为  $10304 \times 97$  的矩阵。每幅训练样本图像向量进行线性变换后得到的主成分为  $1 \times 97$  的向量,该向量经过线性变换反变换后得到的向量为  $1 \times 10304$ , 该向量构成训练图像的特征脸。特征脸示例如图 4.2 所示。

c. 接着,读入剩余的测试图像,共 40 人,每人 2 幅图像,共计 80 幅,图像大小为  $112 \times 92$  像素。同样,每幅测试样本图像向量进

行线性变换后得到的主成分为  $1 \times 97$  的向量,该向量经过线性变换反变换后得到的向量为  $1 \times 10304$ , 该向量构成测试图像特征脸。

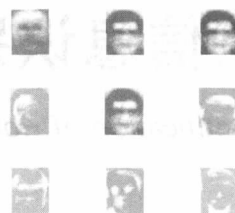


图 4.2 特征脸

d. 分类器采用三阶近邻算法,对测试样本图像的主成分和每幅训练样本的主成分求距离,将测试样本图像归属于距离最小的训练样本类别。最终得到的正确识别率为 93.75%。

为测试算法的有效性,训练人脸图像采用不同数目,得到的识别率有所不同,具体情况如下表:

表 4.1

识别 人数	3	4	5	6	7	8
15	0.9048	0.9333	0.9600	0.9500	0.9556	0.9667
25	0.8743	0.8800	0.9120	0.9400	0.9333	0.9400
35	0.8122	0.8524	0.8914	0.9143	0.9524	0.9571
40	0.7893	0.8458	0.8800	0.9063	0.9417	0.9375

### 5 结论

PCA 方法得到的图像行向量协方差矩阵的尺寸较大,准确性较高,针对 PCA 中主分量(特征向量的维数)的选择问题做了大量的实验。通过实验发现,并非构成人脸空间的特征向量数目越多越好,而是有个最佳值存在。在实验中还发现,当特征向量的维数选定时,增加样本的数目,PCA 的识别率都随着样本数目的增加而不断提高。

本文提出的基于 PCA 的人脸识别方法,通过实验证明了它的正确性,通过降维的方法减少了计算量,降低了程序对计算机软硬件的要求,同时识别的准确率较高,具有一定的应用价值。

参考文献

- [1] 闫荣华. 基于统计的人脸识别技术研究[D]. 西北大学. 2006. 97-101.
- [2] Qiming Qin, Daping Liu, Haitao Liu. Image Fusion in Remote Sensing Mapping. In: Proc of ACRS Asian Conference on Remote Sensing, Singapore, November 2001. 133-139.
- [3] Sami Romdhani. Face Image Analysis using a Multiple Feature Fitting Strategy [J]. PhD Thesis, University of Basel, Switzerland, January 2005. 89-98.
- [4] 殷黎, 韩焱, 王浩全. 基于交叉扫描的 LTI 在超声层析中的应用. 北京: 微计算机信息. 2007, 11.

作者简介: 张俊虎(1982-): 男, 山西省长治市, 中北大学, 硕士, 主要研究信息与信号处理。

Biography: ZHANG Jun-hu (1982-), male, Chang zhi in Shanxi Province, North university of China, Master, Research area: Information and Signal Processing.

(030051 山西太原 中北大学仪器科学与动态测试教育部重点实验室) 张俊虎 郝晓剑 邢昊

通讯地址: (030051 山西太原 中北大学仪器科学与动态测试教育部重点实验室) 张俊虎

(收稿日期: 2009.08.17) (修稿日期: 2009.11.17)