06.06.2012 Gliwice

Laboratorium
Podstawy Informatyki

Sieci stanowisk M/M/1

Autor:	Jonatan Dragon,
	Informatyka, sem. 2, gr. 6
Prowadzący:	dr inż. Ewa Płuciennik-Psota

1. Stanowisko M/M/1

1.1 Zależność średniej liczby zgłoszeń od ρ.

lp.	λ	μ	ρ	Średnia ilość zgłoszeń	
				w symulacji	analityczna
1	2	10	0,2	0,262	0,111
2	4	10	0,4	0,751	0,667
3	6	10	0,6	1,453	1,500
4	8	10	0,8	3,309	4,000
5	15	10	1,5	2530,693	(-3,000)
6	20	10	2,0	4966,117	(-2,000)

W przeprowadzonych testach parametr μ, odpowiedzialny za liczbę możliwych do przyjęcia zgłoszeń ustaliłem na 10. Zmieniałem natomiast parametr λ, obrazujący liczbę zgłoszeń w jednostce czasu. Dzięki tym zabiegom uzyskałem zmianę parametru ρ dla kolejnych testów. Przyjąłem też, że oczekiwaną średnią ilość zgłoszeń mogę obliczyć ze wzoru $E(n) = \frac{\rho}{1-\rho}$.

Analizując przeprowadzone testy można zauważyć, że dla ρ < 1 ilość zgłoszeń w testach jest bliska ilości zgłoszeń uzyskanej analitycznie. Dla ρ > 1 wynik ten jest inny. Stanowisko nie jest w stanie obsłużyć przychodzących zgłoszeń, co powoduje jego zatykanie.

1.2 Zależność czasu pobytu zgłoszenia w systemie od ρ.

lp.	λ	μ	ρ	Średni czas pobytu w systemie	
				w symulacji	analitycznie
1	2	10	0,2	0,130	0,125
2	4	10	0,4	0,185	0,167
3	6	10	0,6	0,241	0,250
4	8	10	0,8	0,412	0,500
5	15	10	1,5	167,796	(-0,200)
6	20	10	2,0	248,444	(-0,100)

Testując czas pobytu zgłoszenia w systemie, wartości parametrów λ, μ oraz ρ przyjąłem takie jak w poprzednich testach. Oczekiwany średni czas pobytu na stanowisku obliczyłem ze wzoru $E(\tau) = \frac{1}{\mu(1-\rho)}$.

Jak już wcześniej można było zauważyć, czas pobytu w systemie według symulacji ma podobną wartości do czasu pobytu obliczonego ze wzoru gdy parametr ρ ma wartość z przedziału 0 do 1. Dla ρ > 1, stanowisko jest zatykane, co wiąże się z dłuższym czasem pobytu.

2. Stanowisko M/M/1/RNT

2.1 Zależność czasu czekania od μ.

lp.	λ	μ	ρ	Średni czas pobytu w systemie	
				w symulacji	analitycznie
1	10	4	2,500	293.468	(-0,416)
2	10	8	1,250	99.011	(-0,625)
3	10	16	0,625	0.105	0,104
4	10	24	0,417	0.030	0,029
5	10	34	0,294	0.012	0,012
6	10	46	0,217	0.011	0,006

Analizując powyższe dane możemy zauważyć, że parametr μ ma duży wpływ na czas czekania zgłoszenia. Dla rosnących wartości μ, czas czekania w symulacji znacznie maleje. Dla ρ mniejszego od 1, wartości obliczone analitycznie są w przybliżeniu równe tym uzyskanym w symulacji.

2.1 Zależność czasu pobytu zgłoszenia w systemie od ρ i θ.

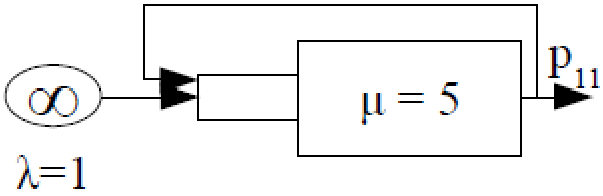
lp.	θ (tylko dla M/M/1/RNT)	λ	μ	ρ	Średni czas pobytu w systemie dla symulacji	
					M/M/1/RNT	M/M/1
1	0,2	2	10	0,2	0,123	0,130
2		4	10	0,4	0,182	0,185
3		6	10	0,6	0,268	0,241
4		8	10	0,8	0,421	0,412
5		15	10	1,5	179,141	167,796
6		20	10	2,0	240,080	248,444
7	0,6	2	10	0,2	0,123	0,130
8		4	10	0,4	0,161	0,185
9		6	10	0,6	0,237	0,241
10		8	10	0,8	0,473	0,412
11		15	10	1,5	158,001	167,796
12		20	10	2,0	234,498	248,444
13	1,2	2	10	0,2	0,124	0,130
14		4	10	0,4	0,156	0,185
15		6	10	0,6	0,233	0,241
16		8	10	0,8	0,522	0,412
17		15	10	1,5	174,707	167,796
18		20	10	2,0	245,941	248,444

Średni czas pobytu zgłoszenia w systemie M/M/1/RNT wydaje się być krótszy niż w systemie M/M/1. Nie dla wszystkich jednak przypadków możemy zauważyć taką tendencję. W związku ze zbyt małą ilością prób, nie mogę stwierdzić czy to reguła, czy też różnice te wynikają z przypadku.

3. Sieci stanowisk M/M/1

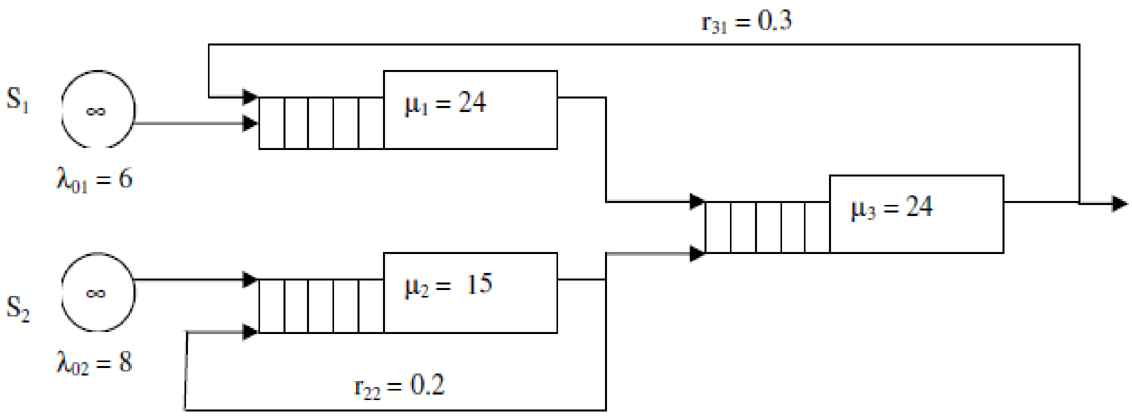
W związku z brakiem możliwości uruchomienia symulatora, przedstawiam tylko teoretyczną analizę sieci stanowisk M/M/1.

3.1 Średnia liczba klientów dla różnych wartości prawdopodobieństwa.



lp.	p_{11}	λ_1
1	0,2	1,25
2	0,4	1,666667
3	0,6	2,5
4	0,8	5

3.2 Sieć



- Średnia liczba klientów w systemie:

  Rozwiązując układ równań, otrzymałem następujące wyniki:

  $\lambda_1 = 12$

  $\lambda_2 = 10$

  $\lambda_3 = 20$

- Średnia długość kolejek przed każdym ze stanowisk:

  Najpierw obliczam wartość ρ:

  $$\rho_1 = \frac{\lambda_1}{\mu_1} = \frac{1}{2} \qquad \rho_2 = \frac{\lambda_2}{\mu_2} = \frac{2}{3} \quad \rho_3 = \frac{\lambda_{03}}{\mu_3} = \frac{5}{6}$$

  Następnie wstawiając do wzoru, otrzymuję następujące wyniki:

  $$E(k) = \frac{\rho^2}{(1-\rho\ )}$$

  $E(k_1) = 0,5$

$E(k_2) = 1{,}28$

$E(k_3) = 4{,}17$

- Łączny średni czas pobytu zadania w kolejce:

$$E(\tau) = \frac{\rho}{\mu(1-\rho)}$$

$E(\tau_1) = 0{,}041$

$E(\tau_2) = 0{,}129$

$E(\tau_3) = 0{,}208$

- Średni czas pobytu zadania w systemie:

$$E(n_1) = \frac{\rho_1}{(1-\rho_1)} = 1 \qquad E(n_2) = \frac{\rho_2}{(1-\rho_2)} = 1{,}94 \qquad E(n_3) = \frac{\rho_3}{(1-\rho_2)} = 5$$

$$E(n) = \frac{E(k_1) + E(k_2) + E(k_3)}{\lambda_{01} + \lambda_{02}} = 0.57$$

- Maksymalny strumień wejściowy dla SO_1, aby układ pozostał stabilny:

$\rho_3 \leq 1$

$\lambda_{02} \leq 16$