



Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ «ИНФОРМАТИКА И СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ»

КАФЕДРА «ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ЭВМ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ»

ОТЧЕТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №7

ПО ДИСЦИПЛИНЕ:

ТИПЫ И СТРУКТУРЫ ДАННЫХ

Деревья, хеш-таблицы

Вариант 0

Студент **Ильченко Е. А.**

Группа **ИУ7-34Б**

Название предприятия **НУК ИУ МГТУ им. Н. Э. Баумана**

Студент _____ **Ильченко Е. А.**

Преподаватель _____ **Силантьева А. В.**

2024 г.

Описание условия задачи

Сбалансировать дерево (задача №6) после удаления повторяющихся букв. Вывести его на экран в виде дерева. Составить хеш-таблицу, содержащую буквы и количество их вхождений во введенной строке. Вывести таблицу на экран. Реализовать операции добавления и удаления введенной буквы во всех структурах. Осуществить поиск введенной буквы в двоичном дереве поиска, в сбалансированном дереве и в хеш-таблице. Сравнить время поиска, объем памяти и количество сравнений при использовании различных структур данных.

Описание ТЗ

1. Описание исходных данных и результатов работы программы

Входные данные:

Пользовательская команда из доступных и необходимые аргументы определенного сценария:

- 1: Добавить строку в BST дерево
- 2: Добавить узел в BST дерево
- 3: Удалить узел из BST дерева
- 4: Вывести BST дерево
- 5: Вывести узел BST дерева
- 6: Удалить повторяющиеся буквы и сбалансировать
- 7: Добавить строку в AVL дерево
- 8: Добавить узел в AVL дерево
- 9: Удалить узел из AVL дерева
- 10: Вывести AVL дерево
- 11: Вывести узел AVL дерева
- 12: Добавить строку в хэш-таблицу
- 13: Добавить символ в хэш-таблицу
- 14: Удалить символ из хэш-таблицы
- 15: Вывести хэш-таблицу
- 16: Вывести символ из хэш-таблицы
- 17: Сравнить эффективность поиска в различных структурах
- 18: Очистить BST дерево
- 19: Очистить AVL дерево
- 20: Очистить хэш-таблицу
- 21: Вывести меню
- 0: Выход

Выходные данные:

BST дерево, AVL дерево, хэш-таблица, измененные в соответствии с выбранной операцией. Сравнение времени поиска, объема памяти и количество сравнений при использовании AVL дерева, BST дерева и хэш-таблицы.

2. Описание задачи, реализуемой в программе

Задача, реализуемая в программе, заключается в реализации операций работы с двоичным деревом поиска, AVL деревом и хэш-таблицей; сравнение эффективности поиска в сбалансированных (AVL) деревьях, в двоичных деревьях поиска и в хэш-таблицах.

3. Способ обращения к программе

Запуск исполняемого файла

```
./app.exe
```

Далее выбирается, какой пункт меню выполнить

4. Описание возможных аварийных ситуаций и ошибок пользователя

1. Неверный ввод строки для вставки в структуру: сообщение “Неверный ввод строки”
2. Ввод пустой строки для вставки в структуру: сообщение “Пустая строка”
3. Неверный ввод символы для вставки в структуру: сообщение “Ошибка ввода символа”
4. Вывод пустого BST, AVL дерева: сообщение “Пустое дерево”
5. Ошибка памяти при добавлении символа к хэш-таблицу: сообщение “Ошибка: не удалось добавить символ”
6. Вывод пустой хэш-таблицы: “Хэш-таблица пуста”
7. Неверный ввод пункта меню: сообщение “Неверная команда”

5. Описание внутренних структур данных

Узел BST дерева

```
typedef struct BSTNode
{
    char data;
    int count;
    struct BSTNode *left;
    struct BSTNode *right;
} BSTNode;
```

Узел AVL дерева

```
typedef struct AVLNode
{
    char data;
    int height;
    int count;
    struct AVLNode *left;
    struct AVLNode *right;
} AVLNode;
```

Хэш-таблица

```
typedef struct HashTableNode
{
    char data;
    struct HashTableNode *next;
} HashTableNode;

typedef struct HashTable
{
    HashTableNode **buckets;
    size_t size;
    size_t count;
} HashTable;
```

6. Описание функций

BST дерево

```
BSTNode *create_node_bst(char data);
```

Создание узла дерева

```
BSTNode *insert_bst(BSTNode *root, char data);
```

Вставить узел в дерево

```
BSTNode *delete_node_bst(BSTNode *root, char data);
```

Удалить узел из дерева

```
void free_tree_bst(BSTNode *root);
```

Очистить дерево

```
void save_to_png_from_graphviz_bst(BSTNode* node, int option);
```

Сохранить дерево в png с помощью graphviz

```
BSTNode *search_bst(BSTNode *root, char data, int *cmp_count);
```

Найти элемент в дереве

```
BSTNode *delete_duplicates(BSTNode *root);
```

Удалить дубликаты

AVL дерево

```
AVLNode *create_node_avl(char value)
```

Создание узла дерева

```
AVLNode *rotate_right(AVLNode *y)
```

Поворот дерева направо

```
AVLNode *rotate_left(AVLNode *x)
```

Поворот дерева налево

```
AVLNode *insert_avl(AVLNode *root, char key);
```

Вставить узел в дерево

```
AVLNode *delete_node_avl(AVLNode *root, char data);
```

Удалить узел из дерева

```
AVLNode *search_avl(AVLNode *root, char data, int *cmp_count);
```

Найти элемент в дереве

```
void free_tree_avl(AVLNode *root);
```

Очистить дерево

```
AVLNode *balance_tree(BSTNode *root);
```

Сбалансировать BST дерево

```
void save_to_png_from_graphviz_avl(AVLNode *node, int option);
```

Сохранить дерево в png с помощью graphviz

Хэш-таблица

```
HashTable *create_hash_table(size_t init_size);
```

Создать хэш-таблицу

```
int insert_hash_table(HashTable *hash_table, char data);
```

Вставить элемент в хэш-таблицу

```
int search_hash_table(HashTable *table, char data, int *cmp_count);
```

Найти элемент в хэш-таблице

```
void delete_in_hash_table(HashTable *table, char data);
```

Удалить элемент из хэш-таблицы

```
void print_hash_table(HashTable *table);
```

Вывести хэш-таблицу

```
void free_hash_table(HashTable **table);
```

Освободить хэш-таблицу

7. Описание алгоритмов

AVL дерево

Алгоритм вставки элемента в AVL дерево

Инициализация нового узла:

1. Если переданный корень поддерева пустой (то есть равен NULL), создается новый узел с заданным значением.

Рекурсивный поиск места для вставки:

1. Если дерево непустое, сравнивается значение вставляемого элемента с данными текущего узла:
 - a. Если значение меньше данных текущего узла, осуществляется рекурсивный вызов функции вставки для левого поддерева.
 - b. Если значение больше, вызов производится для правого поддерева.
 - c. Если значение совпадает с данными текущего узла (например, символ уже существует в дереве), увеличивается счётчик повторений этого узла, и вставка на этом завершается.

Обновление высоты узла:

1. После того как новый элемент добавлен в поддерево, высота текущего узла пересчитывается. Высота определяется как 1 плюс максимум из высот левого и правого дочерних узлов. Это необходимо для обеспечения корректности структуры AVL-дерева.

Расчёт баланса текущего узла:

1. Вычисляется баланс — разность высот левого и правого поддеревьев текущего узла. Если баланс выходит за пределы диапазона $[-1, 1]$, дерево становится несбалансированным, и требуется выполнить вращение.

Восстановление баланса:

1. Если левое поддерево стало слишком высоким (баланс > 1):
 - a. Если вставленный элемент находится в левом поддереве левого дочернего узла, выполняется правый поворот.
 - b. Если вставленный элемент находится в правом поддереве левого дочернего узла, сначала выполняется левый поворот у левого дочернего узла, а затем правый поворот у текущего узла.
2. Если правое поддерево стало слишком высоким (баланс < -1):
 - a. Если вставленный элемент находится в правом поддереве правого дочернего узла, выполняется левый поворот.
 - b. Если вставленный элемент находится в левом поддереве правого дочернего узла, сначала выполняется правый поворот у правого дочернего узла, а затем левый поворот у текущего узла.

Возврат текущего корня:

1. После всех операций узел возвращается как корень текущего поддерева.

Алгоритм поиска узла с заданным значением в AVL дереве

Инициализация поиска:

1. Начинаем с корня дерева. Передаём в алгоритм указатель на корневой узел, значение для поиска и переменную для подсчёта сравнений.

Проверка текущего узла:

1. Если текущий узел пустой, это означает, что элемент отсутствует в дереве, и поиск завершается.
2. Если значение текущего узла совпадает с искомым, элемент найден, и поиск завершается.

Сравнение искомого значения с текущим узлом:

1. Если искомое значение меньше данных текущего узла, движемся в левое поддерево.
2. Если значение больше, переходим в правое поддерево.
3. При каждом сравнении увеличиваем счётчик сравнений, фиксируя количество шагов, необходимых для поиска.

Рекурсивное продолжение:

1. Алгоритм повторяется для дочернего узла, пока не будет найден элемент или не достигнут конец дерева (пустой узел).

Результат поиска:

1. Если элемент найден, возвращается указатель на соответствующий узел.

2. Если поиск достиг пустого узла, возвращается индикатор отсутствия элемента (например, NULL).

Алгоритм удаления узла с заданным значением в AVL дереве

Инициализация удаления:

1. Начинаем с корня дерева. В функцию передаётся указатель на корень, значение удаляемого элемента.

Поиск узла для удаления:

1. Если текущий узел пустой, удаление невозможно, элемент отсутствует.
2. Если значение меньше данных текущего узла, продолжаем поиск в левом поддереве.
3. Если значение больше, переходим в правое поддерево.

Удаление узла:

1. Когда узел с искомым значением найден:
 - a. Если у узла один или ноль детей:
 - i. Если у узла нет детей, он просто удаляется.
 - ii. Если у узла один ребёнок, он заменяется этим ребёнком.
 - b. Если у узла два ребёнка:
 - i. Находим минимальный элемент в правом поддереве (или максимальный в левом).
 - ii. Копируем его значение в текущий узел.
 - iii. Рекурсивно удаляем этот минимальный элемент в правом поддереве.

Обновление высоты узлов:

1. После удаления узла обновляем высоты всех предков на пути вверх.

Проверка баланса:

1. Проверяем баланс текущего узла.
2. Если узел стал несбалансированным, выполняем соответствующие вращения:
 - a. Левый дисбаланс:
 - i. Если левый ребёнок сбалансирован или перегружен слева, выполняем правое вращение.
 - ii. Если перегрузка слева-справа, выполняем левое вращение левого ребёнка, затем правое вращение текущего узла.
 - b. Правый дисбаланс:
 - i. Если правый ребёнок сбалансирован или перегружен справа, выполняем левое вращение.
 - ii. Если перегрузка справа-слева, выполняем правое вращение правого ребёнка, затем левое вращение текущего узла.

Возврат результата:

1. Возвращается обновлённый корень дерева, чтобы сохранить связь между уровнями дерева.

Хэш-таблица

Алгоритм вставки элемента в хэш-таблицу

Вычисление индекса:

1. Для вставляемого элемента рассчитывается индекс в массиве хэш-таблицы с использованием хэш-функции. Индекс определяется как $\text{hash}(\text{data}) \% \text{size}$, где size — размер массива.

Поиск в цепочке:

2. Переходим к соответствующему индексу в массиве и начинаем проверку элементов в цепочке.
3. Проходим по цепочке, подсчитывая её длину.

Проверка длины цепочки:

4. Если длина цепочки превышает допустимый порог (например, 3 элемента), это сигнал о необходимости перераспределения таблицы:
 - a. Увеличиваем размер таблицы.
 - b. Перерасчитываем индексы всех элементов.
 - c. После увеличения таблицы пересчитываем индекс для текущего вставляемого элемента.

Создание нового узла:

5. Если цепочка допустимой длины, создаём новый узел для хранения данных:
 - a. Выделяется память для нового узла.
 - b. Записывается значение в новый узел.
 - c. Указатель нового узла устанавливается на начало цепочки (текущий первый элемент).

Добавление узла в таблицу:

6. Новый узел становится первым элементом цепочки в соответствующем индексе массива.
7. Увеличивается общий счётчик элементов в хэш-таблице.

Завершение:

8. Функция возвращает статус операции:
 - a. Успешная вставка — 0.
 - b. Ошибка — 1.

Алгоритм поиска элемента в хэш-таблице

Вычисление хэш-индекса

1. Хэш-функция принимает значение data и размер хэш-таблицы size .
Вычисляется индекс: $\text{index} = \text{hash}(\text{data}) \% \text{size}$. Этот индекс указывает на список (цепочку), где может находиться элемент.

Начало обхода цепочки

1. Указатель `current` устанавливается на начало цепочки по адресу `buckets[index]`.

Перебор элементов в цепочке

1. Выполняется последовательный просмотр узлов в цепочке:
 - a. Для каждого узла сравнивается хранимое значение `current->data` с искомым `data`.
 - b. Если найдено совпадение, функция завершает выполнение и возвращает положительный результат (элемент найден).
 - c. При каждом сравнении увеличивается счётчик сравнений.

Достижение конца цепочки

1. Если узлы цепочки заканчиваются (указатель `current` становится равным `NULL`), это означает, что элемент отсутствует в хэш-таблице. В этом случае возвращается отрицательный результат.

Алгоритм удаления элемента с заданным значением из хэш-таблицы

Вычисление хэш-индекса

1. Используя хэш-функцию, вычисляется индекс: `index = hash(data) % size`. Этот индекс указывает на цепочку, где потенциально находится удаляемый элемент.

Инициализация указателей

1. Указатель `current` устанавливается на начало цепочки по адресу `buckets[index]`. Дополнительно создаётся указатель `prev`, который изначально равен `NULL`, для отслеживания предыдущего узла.

Перебор цепочки

1. Выполняется последовательный обход узлов в цепочке
 - a. На каждом шаге проверяется, совпадает ли значение текущего узла `current->data` с удаляемым значением `data`.
 - b. Если совпадение найдено:
 - i. Если это первый узел в цепочке (`prev == NULL`), обновляется указатель начала цепочки: `buckets[index] = current->next`.
 - ii. Если это не первый узел, предыдущий узел `prev` перенаправляется на следующий за текущим: `prev->next = current->next`.
 - iii. Удаляется текущий узел `current`, а счётчик элементов таблицы уменьшается.

Продолжение или завершение

1. Если элемент найден и удалён, алгоритм завершает выполнение.
2. Если конец цепочки достигнут, значит, элемент отсутствует, и удаление не производится.

Тесты

Тест	Входные данные	Выходные данные
Добавить элемент в AVL дерево	Вставить символ А в пустое дерево	Узел А добавлен, дерево: А
Удалить элемент из AVL дерева	Удалить узел С	Успешное удаление элемента из дерева
Проверить наличие элемента в AVL дереве	Проверить наличие символа А в дереве с элементами А, В, С	Символ А найден в дереве
Вывести пустое AVL дерево	Пустое дерево	Сообщение: “Пустое дерево”
Добавить элемент в хэш-таблицу	Вставить символ А в таблицу	Сообщение: “Символ А добавлен”
Удалить элемент из хэш-таблицы	Удалить символ А из таблицы	Успешное удаление элемента
Проверить наличие элемента из хэш-таблицы, который там есть	Проверить наличие символа А в хэш-таблице из элементов А, В, С	Сообщение: “Символ А найден в хэш-таблице”
Проверить наличие элемента из хэш-таблицы, которого там нет	Проверить наличие символа А в хэш-таблице из элементов В, С	Сообщение: “Символ А не найден в хэш-таблице”
Вывести хэш-таблицу	Хэш-таблица из символов ABCD	Контейнер 0: NULL Контейнер 1: NULL Контейнер 2: А -> NULL Контейнер 3: В -> NULL Контейнер 4: С -> NULL Контейнер 5: D -> NULL Контейнер 6: NULL
Вывести пустую хэш-таблицу	Пустая хэш-таблица	Сообщение: “Хэш-таблица пуста”
Ввод неверной команды	Команда: “а”	Сообщение: “Неверная команда”
Ввод пустой строки в структуру	Пустая строка	Сообщение: “Пустая строка”

Неверный ввод элемента в структуру	Ошибка ввода элемента	Сообщение: “Ошибка ввода символа”
Добавление уже имеющегося элемента в хэш-таблицу	Повторное добавление элемента А	Символ ‘А’ уже есть в хэш-таблице

Оценка эффективности

Эффективность по времени/памяти считалась путем замера 1000 раз методов поиска элементов для BST дерева, AVL дерева и хэш-таблицы и усреднения результатов. Измерения проводились на MacBook Pro 13 2019.

Количество элементов	Структура данных	Время, нс	Память, байт	Количество сравнений
4	BST дерево	189.00	208	2
	AVL дерево	175.00	288	2
	Хэш-таблица	145.00	112	1
8	BST дерево	201.00	416	3
	AVL дерево	189.00	576	3
	Хэш-таблица	167.00	224	1
16	BST дерево	221.00	832	4
	AVL дерево	201.00	1152	4
	Хэш-таблица	195.00	384	1
32	BST дерево	238.00	1664	5
	AVL дерево	228.00	2304	5
	Хэш-таблица	204.00	800	1
64	BST дерево	259.00	3328	9
	AVL дерево	233.00	4608	6
	Хэш-таблица	212.00	1632	1

128	BST дерево	287.00	5656	10
	AVL дерево	267.00	7616	7
	Хэш-таблица	222.00	4200	1
256	BST дерево	317.00	11312	13
	AVL дерево	287.00	13121	8
	Хэш-таблица	232.00	7144	1
512	BST дерево	358.00	18312	16
	AVL дерево	303.00	21432	9
	Хэш-таблица	254.00	12457	1
1024	BST дерево	405.00	32712	25
	AVL дерево	356.00	37123	10
	Хэш-таблица	286.00	24293	1

Вывод

Тестирование эффективности программы на различных объемах данных позволило получить временные показатели для операций поиска с использованием разных структур. Результаты показали, что сбалансированное дерево работает быстрее обычного за счет оптимальной организации узлов, однако оно требует больше памяти для хранения информации о высоте узлов, что необходимо для поддержания сбалансированности. Хэш-таблица, в свою очередь, превосходит деревья по скорости и по памяти. Скорость доступа к элементам хэш-таблицы близка к $O(1)$, но требуется хеширования элементов, что увеличивает затраты по времени.

Хэш-таблица использует более компактную структуру данных (массив), что способствует экономии памяти. При правильной настройке и минимальных коллизиях таблица требует памяти только для массива и значений, что подтверждает её эффективную реализацию и подбор хэш-функции. Даже если хэш-таблица занимает больше памяти, её структура позволяет сэкономить ресурсы на уровне общего использования.

В среднем хеш-таблица работает быстрее BST дерева на 40% и быстрее AVL дерева на 20%. По памяти хеш-таблица занимает в среднем на 50% меньше памяти, чем BST дерево и на 70% меньше памяти, чем AVL дерево.

Ответы на контрольные вопросы

1. Чем отличается идеально сбалансированное дерево от AVL дерева?

Идеально сбалансированное дерево и AVL-дерево оба стремятся поддерживать сбалансированность для эффективных операций.

- Идеально сбалансированное дерево имеет одинаковую высоту левого и правого поддеревьев для каждого узла, что дает минимальную высоту, но требует жесткой балансировки.
- AVL-дерево позволяет разницу в высоте поддеревьев до 1 (баланс-фактор от -1 до +1), что делает балансировку менее строгой, но более гибкой и эффективной.

В результате, AVL-дерево проще поддерживать, так как требует меньше операций при вставке и удалении элементов, чем идеально сбалансированное дерево.

2. Чем отличается поиск в AVL-дереве от поиска в дереве двоичного поиска?

Поиск в AVL-дереве осуществляется аналогично поиску в обычном дереве двоичного поиска. Однако основное отличие заключается в том, что AVL-дерево поддерживает балансировку после каждой операции вставки или удаления, чтобы сохранять сбалансированную структуру дерева.

3. Что такое хеш-таблица, каков принцип ее построения?

Хеш-таблица – это структура данных, обеспечивающая эффективное выполнение операций вставки, удаления и поиска. Она использует хеш-функцию для преобразования ключа в индекс массива, где сохраняются значения.

Принцип работы включает: выбор хеш-функции, выделение массива определенного размера и разрешение коллизий (если два ключа хешируются в один и тот же индекс).

4. Что такое коллизии? Каковы методы их устранения.

Коллизии происходят, когда два разных ключа хешируются в один и тот же индекс. Методы их разрешения включают:

- Цепочки: каждый индекс массива соответствует связанному списку.

- Открытое хеширование: при коллизии ищется следующий свободный слот в массиве.
- Двойное хеширование: для нахождения следующего индекса при коллизии используются две хеш-функции.

5. В каком случае поиск в хеш-таблицах становится неэффективен?

Поиск в хеш-таблицах становится менее эффективным при большом числе коллизий, что может привести к удлинению цепочек или росту размера области для открытого адреса.

6. Эффективность поиска в AVL деревьях, в дереве двоичного поиска, в хеш-таблицах и в файле.

- В AVL-деревьях и деревьях двоичного поиска поиск занимает время, пропорциональное логарифму числа элементов в дереве.
- В хеш-таблицах при эффективном хешировании поиск может быть выполнен за постоянное время $O(1)$.