

# マルチモーダル性を考慮した橋梁部材配置最適化 に対する進化型多目的最適化アルゴリズムの有効性調査

## Assessment of Evolutionary Multi-objective Optimization Algorithms for Bridge Component Layout Optimization Considering Multimodality

大阪公立大学 大学院情報学研究科 基幹情報学専攻  
知能情報学分野 計算知能研究グループ

BGA23063 小篠 豊志央

### 1. はじめに

橋梁建設時には工場で製作した多くの部材を組み立てる必要がある。しかし、実際に製作された部材には設計図との間で誤差が生じることが多い。そのため、誤差を考慮した配置の調整を行わなければ、現場での組立が不可能となる場合がある。従来、配置の調整は工場での仮組立によって行われてきたが、多大な工数と広大な敷地が必要となるため、近年では省力化が求められている。これに応じて、仮想の3次元空間上での部材配置調整のシミュレーションが可能な橋梁数値仮組立システムが開発された [1, 2]。

橋梁数値仮組立システムでは、まずレーザースキャナーや CCD カメラを用いた計測により、各部材の 3D 形状データを得る。そして、各部材の 3D 形状データをシミュレータに取り込み、各部材の配置調整を行う。しかし、シミュレータ上での各部材の配置調整の自動化は未だ達成されておらず、手動で行われている。組立可能な配置とするには橋梁全体で数百点の検査点について全て満足する配置が必要であり、橋梁内全ての部材を調整するには多大な時間を要する。そのため取り込んだ形状データを基に橋梁の配置を自動で調整するシステムの開発が求められる [3]。

部材配置調整の自動化を実現するアプローチとして、設計値との誤差を許容値に収める多数制約付き問題としての定式化が挙げられる。実際、定式化された多数制約付き問題は非線形最適化ソルバなどによる探索で実行可能解を得ることができる。しかし、意思決定者には建設の容易さや誤差の均一さなどの複数の選好基準があり、得られる実行可能解はしばしばそれらの観点から好ましくないことがある。また、選好基準間の関係性は明らかではなく、トレードオフ関係が成り立つ可能性もある。そのため橋梁の部材配置最適化問題は複数の選好基準を目的関数とする多目的最適化問題 (Multi-objective Problem, MOP) とみなすことができる [4]。

一般的に MOP は、同時に最適化すべき複数の相反する目的を持つ。そのため、すべての目的で最適となる唯一の解は存在せず、代わりに複数の異なるパレート最適解が存在する。そのような解集合をパレートセット (Pareto Set, PS) と呼び、PS に対応する目的関数空間上の解集合をパレトフロント (Pareto Front, PF) と呼ぶ。PF を効率的に獲得する手法の 1 つとして、進化型多目的最適化アルゴリズム (Multi-objective Evolutionary Algorithm, MOEA) が存在する。

橋梁の部材配置最適化問題を MOP として定式化する場合、複数の部材配置の組み合わせによって目的関数値が同じになる可能性が考えられる。複数のパレート最適解が同じ目的関数値を持つ場合、その MOP はマルチモーダル性を持つとされる。マルチモーダル性を持つ MOP (Multi-modal MOP, MMOP) は

実世界で多数存在する [5] が、多くの MOEA では決定変数空間を広く探索する能力は重視されておらず、ある PF 上の点に複数のパレート最適解が対応していても、その中の 1 つしか見つけることができない。そこで、MMOP に対応するために決定変数空間上での多様性も考慮した MOEA (MMOEA) が複数提案されている [6]。

そこで本論文では橋梁の部材配置最適化問題を MOP として定式化し、MOEA で解くことを提案する。MOEA により、一度の実行で複数の選好を同時に満たす多様な解を効率的に獲得できる。さらに、獲得した解を通じて意思決定者が選好基準間の関係性を理解することを補助する。また、より効率的な探索を実現するため、初期解に非線形最適化ソルバによって得られた実行可能解を用いることを提案する。また、より適した MOEA を検討するため、橋梁の部材配置最適化問題がマルチモーダル性を持つか確認し、MMOEA で解くことで橋梁の部材配置最適化問題に対する MMOEA の有効性を調査する。

本論文の貢献として次の 5 つが挙げられる。

1. 橋梁の部材配置最適化問題を MOP として定式化し、MOEA で解くことを提案する。これにより意思決定者が持つ複数の選好基準を満たす多様な実行可能解が獲得可能となる。
2. 多目的最適化問題の初期解に非線形最適化ソルバで得られた実行可能解を用いることを提案する。これにより、より効率的な探索を実現する。
3. MOEA と多目的局所探索アルゴリズムである Pareto Local Search (PLS) [7] の橋梁の部材配置最適化問題における探索性能を比較し、MOEA が部材配置最適化問題に有効であることを示す。
4. 決定変数空間上で k-means クラスタリング [8] を行い、得られたクラスター中心とパレート最適解が決定変数空間上と目的関数空間上で示す相対関係の違いから、定式化された橋梁の部材配置最適化問題が MMOP であることを示す。
5. MMOEA と MOEA の橋梁の部材配置最適化問題における探索性能を比較し、MMOEA の有効性を調査する。

本論文は以下のように構成される。2 章では、橋梁の部材配置最適化問題について述べる。3 章では、本論文で使用する最適化アルゴリズムについて述べる。4 章では、本論文における数値実験について述べ、5 章で数値実験の結果を示す。6 章では、本論文のまとめと今後の課題について述べる。

## 2. 橋梁の部材配置最適化問題

### 2.1. 概要

本論文では  $P$  個の部材から構成され、 $Q$  個の検査項目を持つ橋梁について考える。各部材において調整可能な項目は、xyz 空間上の各方向の並進成分と角度成分の 6 項目である。橋梁の部材配置最適化問題は各検査項目について、設計値との誤差を許容値に収める多数制約付き問題である。最適化アルゴリズムを適用するため、本論文では誤差の最小化を目的関数として仮定して最適化問題として扱う。

そのため橋梁の部材配置最適化問題は次のような単目的最適化問題  $f(\mathbf{x})$  として定式化できる。

$$\begin{aligned} & \text{minimize} && f(\mathbf{x}) := \sum_{1 \leq i \leq Q} \Delta_i(\mathbf{x}), \\ & \text{subject to} && \Delta_i(\mathbf{x}) := (\phi_i(\mathbf{x}) - \alpha_i), \\ & && \mathbf{g}(\mathbf{x}) := (g_1(\mathbf{x}), g_2(\mathbf{x}), \dots, g_{2Q}(\mathbf{x})) \leq 0, \\ & && g_j(\mathbf{x}) := \begin{cases} \Delta_j(\mathbf{x}) - u_j & \text{if } j = 2m - 1, \\ l_j - \Delta_j(\mathbf{x}) & \text{if } j = 2m, \end{cases} \\ & && \mathbf{x} \in S \subseteq \mathbf{R}^{6P}, \end{aligned} \quad (1)$$

ここで、 $\mathbf{x}$  は部品の配置調整要素であり  $6P$  次元の決定変数、 $S$  はその探索空間、 $\Delta_i(\mathbf{x})$  は  $i$  番目の検査項目の誤差、 $\phi_i(\mathbf{x})$  は  $i$  番目の検査項目の実測値、 $\alpha_i$  は  $i$  番目の検査項目の設計値である。 $\mathbf{g}(\mathbf{x})$  は不等式制約関数であり、検査項目ごとの上限 ( $u_1, \dots, u_Q$ )、下限 ( $l_1, \dots, l_Q$ ) に対応する  $2Q$  個存在する。

部材数、検査項目は建設する橋梁によって異なるが、橋梁自体が大規模な建築物であるため、それぞれ最低数十個以上が想定される。そのため橋梁の部材配置最適化問題は、実行可能解の獲得が困難な多変数多数制約最適化問題である。

### 2.2. MOP への拡張

検査項目は複数の集合に分類することができる。本論文では現場の意思決定者と協議し、橋梁の全長 (length)、橋梁が持つ平面方向における曲がり形状である主桁通り (straight)、鉛直方向における曲がり形状である製作キャンバ (camber)、橋桁間で発生する端位置の差である主桁出入差 (enddef) の 4 つに分類する。

以上の分類から橋梁の部材配置最適化問題は次のような 4 目的最適化問題  $\mathbf{f}(\mathbf{x})$  として再定式化できる。

$$\begin{aligned} & \text{minimize} && \mathbf{f}(\mathbf{x}) := (f_\omega(\mathbf{x}))_{\omega \in \Omega}, \\ & \text{subject to} && \Omega \in \{\text{length, straight, camber, enddef}\}, \\ & && f_\omega(\mathbf{x}) := \sum_{1 \leq i \leq n_\omega} \Delta_i^\omega(\mathbf{x}), \\ & && \Delta_i^\omega(\mathbf{x}) := (\phi_i^\omega(\mathbf{x}) - \alpha_i^\omega), \\ & && \mathbf{g}(\mathbf{x}) := (g_1(\mathbf{x}), g_2(\mathbf{x}), \dots, g_{2Q}(\mathbf{x})) \leq 0, \\ & && g_j(\mathbf{x}) := \begin{cases} \Delta_j(\mathbf{x}) - u_j & \text{if } j = 2m - 1, \\ l_j - \Delta_j(\mathbf{x}) & \text{if } j = 2m, \end{cases} \\ & && \mathbf{x} \in S \subseteq \mathbf{R}^{6P}, \end{aligned} \quad (2)$$

ここで、 $f_{\text{length}}, f_{\text{straight}}, f_{\text{camber}}, f_{\text{enddef}}$  は意思決定者と協議した分類に対応した目的関数であり、各検査項目の誤差  $\Delta_i^\omega(\mathbf{x})$ 、実測値  $\phi_i^\omega$ 、設定値  $\alpha_i^\omega$  も目的毎に再定義される。

### 2.3. 加工精度に基づく離散化

定式化された橋梁の部材配置最適化問題では、決定変数は  $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^{6P}$  であり、実数として定義される。しかし、実際の組立作業ではシミュレータ上に比べて微細な調整が難しく、非常に細かな最適化を行っても実世界に適用できないことが考えられる。そのため最適化の段階から加工可能な値まで決定変数を離散化することが求められている。

そこで本論文では、目的関数値を計算する際、実際の加工制約を考慮し、決定変数を四捨五入によって加工可能な離散値に一時的に変換する。なお、最適化アルゴリズムによる新たな解の生成では、決定変数を実数値のまま扱う。

### 2.4. マルチモーダル性

複数のパレート最適解が同じか非常に近い目的関数値を持つ MOP の性質をマルチモーダル性と呼ぶ。多くの MOEA はこの性質を考慮せず、PF 上のある点に点に複数のパレート最適解が対応していても、その中の 1 つしか見つけることができず、意思決定者に十分な選択肢を提示できていない。しかし、実世界にはマルチモーダル性を持つ制約付き MOP が多数存在することが指摘されており、マルチモーダル性に対応した MMOEA も複数提案されている。

MOP に拡張した橋梁の部材配置最適化問題では、各目的が複数の検査項目の誤差の和である。そのため決定変数  $\mathbf{x}$  が違う場合でもすべての目的関数値が同じになる可能性があり、MMOP であると考えられる。特に橋梁の部材配置最適化問題は多数の制約を持つため、制約付き MMOP (Constrained MMOP, CMMOP) に分類される。

### 2.5. 初期解集合の生成

橋梁の部材配置最適化問題は、多数の決定変数と制約関数を持つため、実行可能解の獲得が困難である。そのため初期解集合を乱数で生成する場合、実行可能解の獲得に多くの評価回数が使用される。

橋梁の部材配置最適化問題は非線形最適化ソルバで実行可能解が獲得可能である。そこで本論文では実行可能解の獲得に必要な評価回数を低減するために、非線形最適化ソルバで獲得した実行可能解に摂動を加えて初期解集合を生成する手法を提案する。

また、本論文では非線形最適化ソルバとして MATLAB の `lsqnonlin` 関数<sup>\*1</sup>を用いる。

## 3. 多目的最適化アルゴリズム

本章では、本論文の実験で用いる多目的最適化アルゴリズムを紹介する。実験では代表的な MOEA として NSGA-II、MOEA と比較するためのベースライン手法として PLS、制約付き MMOP に対応可能な代表的な MMOEA として DN-NSGA-II、CMMOEA を用いる。

### 3.1. Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II

最も代表的な MOEA に Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II (NSGA-II) がある。NSGA-II は解同士の優越関係に基づいて多様性を維持しながら解の収束性を向上させることを目的とする MOEA である。NSGA-II では解の選択基準として、優越関係に基づくランクと、同一ランク内の混雑距離を使用する。ランクと混雑距離を基準とすることで、収束性と多様性を考慮した探索を実現する [9]。Algorithm 1 に NSGA-II のフレームワークを示す。

### 3.2. Pareto Local Search

Pareto Local Search (PLS) は非支配解の近傍を探索することでパレートフロントの改善を図る局所探索型の多目的最適化アルゴリズムである [7]。従来の進化的アルゴリズムのように集団全体を進化させるのではなく、PLS は既存の解を局所的に改良し、パレート集合を更新することで最適化を行う。PLS は問題のランドスケープ解析や遺伝的操作による影響の評価にしばしば用いられる。Algorithm 2 に PLS のフレームワークを示す。

<sup>\*1</sup> <https://www.mathworks.com/help/optim/ug/lsqnonlin.html>

**Algorithm 1: NSGA-II**


---

**Require:**  $N$  (Population Size),  $t_{\max}$  (Max Number of Evaluations)

**Ensure:**  $P$  (Final Population)

```

1  $P \leftarrow \text{InitialPopulation}();$ 
2  $t \leftarrow 0;$ 
3  $\text{Evaluate}(P);$  //  $t \leftarrow t + N$ 
4 while  $t < t_{\max}$  do
5    $\text{parent} \leftarrow \text{BinaryTournament}(P, 2, N);$ 
6    $O \leftarrow \text{NewPopulation}(\text{parent});$ 
7    $\text{Evaluate}(O);$  //  $t \leftarrow t + \text{Number of } O$ 
8    $\text{FrontNo} \leftarrow \text{NonDominatedSort}(P \cup O);$ 
9    $\text{Crowd} \leftarrow \text{CrowdDistance}(P \cup O, \text{FrontNo});$ 
10   $P \leftarrow \text{Selection}(P \cup O, \text{FrontNo}, \text{Crowd});$ 

```

---

**Algorithm 2: PLS**


---

**Require:**  $N$  (Population Size),  $t_{\max}$  (Max Number of Evaluations),  $k$  (Number Of Child)

**Ensure:**  $P$  (Final Population)

```

1  $F \leftarrow \text{InitialPopulation}();$ 
2  $P \leftarrow \emptyset;$ 
3  $t \leftarrow 0;$ 
4  $\text{Evaluate}(P);$  //  $t \leftarrow t + N$ 
5 while  $t < t_{\max}$  or  $F = \emptyset$  do
6    $\text{parent} \leftarrow \text{RandomChoice}(F);$ 
7    $W \leftarrow \emptyset;$ 
8    $X_{\text{child}} \leftarrow \text{NeighborPopulation}(\text{parent}, k);$ 
9    $\text{Evaluate}(P);$  //  $t \leftarrow t + k$ 
10  foreach  $x_c \in X_{\text{child}}$  do
11    if  $\exists x' \in W \cup F \cup P \mid x' \preceq x_c$  then
12       $W \leftarrow W \cup x';$ 
13   $P \leftarrow \{x' \mid x' \in P : \nexists x'' \in W \mid x'' \preceq x'\};$ 
14   $F \leftarrow F \setminus \{\text{parent}\} \cup W;$ 
15   $F \leftarrow \{x' \mid x' \in F : \nexists x'' \in W \mid x'' \preceq x'\};$ 

```

---

**Algorithm 3: DN-NSGA-II**


---

**Require:**  $N$  (Population Size),  $t_{\max}$  (Max Number of Evaluations)

**Ensure:**  $P$  (Final Population)

```

1  $P \leftarrow \text{InitialPopulation}();$ 
2  $t \leftarrow 0;$ 
3  $\text{Evaluate}(P);$  //  $t \leftarrow t + N$ 
4 while  $t < t_{\max}$  do
5    $\text{parent} \leftarrow \text{BinaryTournament\_Mod}(P, 2, N);$ 
6    $O \leftarrow \text{NewPopulation}(\text{parent});$ 
7    $\text{Evaluate}(O);$  //  $t \leftarrow t + \text{Number of } O$ 
8    $\text{FrontNo} \leftarrow \text{NonDominatedSort}(P \cup O);$ 
9    $\text{Crowd}_F \leftarrow \text{CrowdDistance}(P \cup O, \text{FrontNo});$ 
10   $\text{Crowd}_D \leftarrow \text{DecisionSpaceDiversity}(P \cup O);$ 
11   $P \leftarrow \text{Selection}(P \cup O, \text{FrontNo}, \text{Crowd}_F, \text{Crowd}_D);$ 

```

---

**Algorithm 4: CMMOCEA**


---

**Require:**  $N$  (Population Size),  $t_{\max}$  (Max Number of Evaluations)

**Ensure:**  $P$  (Final Population)

```

1  $P_1, P_2 \leftarrow \text{InitialPopulation}();$ 
2  $t \leftarrow 0;$ 
3  $\text{Evaluate}(P);$  //  $t \leftarrow t + N$ 
4  $\text{DecisionSpaceDiversity}(P_1, P_2);$ 
5 while  $t < t_{\max}$  do
6    $\text{parent}_1 \leftarrow \text{BinaryTournament}(P_1, 2, N);$ 
7    $\text{parent}_2 \leftarrow \text{BinaryTournament}(P_2, 2, N);$ 
8    $O_1 \leftarrow \text{NewPopulation}(\text{parent}_1);$ 
9    $O_2 \leftarrow \text{NewPopulation}(\text{parent}_2);$ 
10   $O \leftarrow O_1 \cup O_2;$ 
11   $\text{Evaluate}(O);$  //  $t \leftarrow t + \text{Number of } O$ 
12   $\text{DecisionSpaceDiversity}(O);$ 
13   $P_1 \leftarrow \text{ConstrainedSelection}(P_1, O);$ 
14   $P_2 \leftarrow \text{NonConstrainedSelection}(P_2, O)$ 

```

---

### 3.3. Decision space based Niching NSGA-II

MMOP を解くために設計された MMOEA の 1 つに Decision space based Niching NSGA-II (DN-NSGA-II) がある [10]. DN-NSGA-II は, NSGA-II に基づきながら決定変数空間でのニッチング手法の導入や決定変数空間での混雑距離を選択に利用することで, 決定変数空間上での多様性を維持した探索を実現する. Algorithm 3 に DN-NSGA-II のフレームワークを示す.

### 3.4. Constrained multi-modal multi-objective optimization coevolutionary algorithm

Constrained multi-modal multi-objective optimization coevolutionary algorithm (CMMOCEA) は CMMOP を解くために設計された MOEA の 1 つである [11]. 既存の MMOEA の多くは制約を考慮しておらず, CMMOP に対応していない. CMMOCEA は制約を考慮する個体群と制約を無視する個体群を共進化させることにより, 優れた実行可能解を獲得する. また, 個体群の評価に決定変数空間での密度指標を加えることによって, 決定変数空間上での多様性を確保している. Algorithm 4 に CMMOCEA のフレームワークを示す.

## 4. 数値実験

本論文では, 橋梁の部材配置最適化問題に対する多目的進化計算アルゴリズム (MOEA) の有効性を検証するとともに, この問題のマルチモーダル性についての調査を行う.

なお, 本論文で用いる多目的最適化問題 (MOP), MOEA, および評価指標は, 全て PlatEMO プラットフォーム [12] 上で実装し, MATLAB R2024a にて実験を実施する.

### 4.1. MOEA の有効性調査

橋梁の部材配置最適化問題に対する MOEA の有効性を調査するため, MOEA とベースライン手法を用いた比較実験を行う. 本実験では, 代表的な MOEA として NSGA-II を, ベースライン手法として PLS を用いる.

実験の設定として, 試行回数は 31 回, 解集合の大きさは 100, 最大評価回数は 100,000 回とする. 探索性能の評価には, (i) 探索終了時における各アルゴリズムの非劣解数, (ii) 2 つのアルゴリズムの非劣解を統合した全体の解集合中における各アルゴリズムの非劣解数, (iii) HyperVolume (HV) [13] を用いる. HV とは目的関数空間において解集合が優越する領域の超体積であり, 解集合の目的関数空間における収束性と多様性の評価指標の 1 つである. なお, HV の算出に際しては, 目的関数空間を全非劣解の最悪点で正規化し, 参照点を (1.1, 1.1, 1.1, 1.1) とする.

### 4.2. マルチモーダル性に関する調査

橋梁の部材配置最適化問題のマルチモーダル性を確認するため, NSGA-II による探索結果を基に, 決定変数空間および目的変数空間における解の分布の違いを解析する.

解の分布の違いを評価するため, 以下の手法を用いる. まず, 決定変数空間において k-means クラスタリング [14] を適用し, 各クラスタ中心からの順位を用いて解析を行う. 具体的には, 各クラスタ中心からクラスタ毎に最も近い 3 つの近傍解を選択し, 距離に基づいて順位付けを行う. 次に, クラスタ中心を目的関数空間に写像し, 同様に順位付けを行う. 最後に, 決定変数空間と目的関数空間における順位の変動を比較し, 順位相関を求めることで, 両空間における解分布の違いを定量的に評価する.

本解析に用いる解集合は, 前節で実施した NSGA-II の全試行における最終世代の非劣解集合から抽出し, クラスタ数は 5 とする.

### 4.3. MMOEA の有効性調査

橋梁の部材配置最適化問題に対する MMOEA の有効性を検証するため, MMOEA と代表的な MOEA である NSGA-II の比較実験を行う. 代表的な制約付き MMOP に対応可能な MMOEA として DN-NSGA-II および CMMOCEA を用いる.

実験設定は, 試行回数を 31 回, 解集合の大きさを 100, 最大評価回数を 100,000 回とし, 探索性能の評価には HV を用いる.

また, 決定変数空間での多様性を評価するために探索結果の決定変数空間を次元圧縮手法を用いて 2 次元化して解析を行う. 次元圧縮手法には線形手法として主成分分析 (PCA) [15], 非線形手法として t-SNE [16] を用いる.

## 5. 実験結果

### 5.1. MOEA の有効性調査実験結果

実験結果を表 1 に示す. 行が評価値, 各列が各手法に対応しており, HV の実験結果には中央値と四分位範囲が示され, より優れた結果を強調して示す.

また, HV には Wilcoxon-Mann-Whitney 検定 (有意水準 5%) を用いており, PLS に対して有意差ありで優れるなら “+”, 有意差が認められなければ “=”, 有意差ありで劣るなら “-” を実験結果の右端に表示する.

表 1 より橋梁の部材配置最適化問題において NSGA-II が PLS に対して, 有意差ありで優れている. そのため, 橋梁の部材配置最適化問題に対する MOEA の有効性は示されたといえる. また, 非劣解数では NSGA-II の方が多く, 多様性で優れることがわかる反面, PLS は PLS のみでの非劣解数と全解中の非劣解数で 1 個体しか変わらず, 局所的には優れた解を得られていることがわかる.

表 1: MOEA の有効性調査実験結果

Metric	NSGA-II	PLS
HV	<b>8.36E-1 (1.13E-2) +</b>	7.66E-1 (1.35E-2)
非劣解数	<b>1,011</b>	776
全解中の 非劣解数	<b>947</b>	775

また, 図 1 に最終世代の解集合を散布図行列で示す. 散布図行列の対角成分には対応する目的関数名が示され, その縦横の散布図がそれぞれの目的関数に対応していることを示す.

図 1 より, NSGA-II は PLS と比べ高い多様性を示していることがわかる. また,  $f_{\text{length}}$  と  $f_{\text{enddef}}$  の PF は凸型となっており, 2 目的間にトレードオフ関係があると考えられる.

図 2 に各アルゴリズムで各目的関数値が最小となる解を代表的な解として平行座標プロットで示す. NSGA-II と PLS はそれぞれ, Length が最小の解を実線で, Straight が最小の解を破線で, Camber が最小の解を点線で, Enddef が最小の解を一点鎖線で示す. なお, 非線形最適化ソルバの解は 1 つのみであるため, 実線のみで示している. なお, 各目的関数値の値域は大きく異なるため, 図 2 では各目的関数値を非劣解集合の最大値で [0, 1] に正規化している.

図 2 より PLS が初期解 (非線形最適化ソルバの解) と大きく変わらない解を示しているのに対して, NSGA-II は目的関数値毎に大きく異なる解を示すと同時に, 各目的関数で最小の値を示している. そのため, 図 2 から NSGA-II が PLS と比べて高い多様性を示していることがわかる.

### 5.2. マルチモーダル性に関する調査結果

図 3 に決定変数空間において適用した k-means クラスタリングの結果の目的関数空間への写像を散布図行列で示す.

図 3 より決定変数空間で分類された各クラスタは目的関数空間上では広く分布し, 各クラスタ中心も近い目的関数値を取っていることがわかる. これは決定変数空間上で異なるクラスタに分類される複数の解が目的関数空間上では近い点を取ることを示しており, 橋梁の部材配置最適化問題が明らかなマルチモーダル性を持っているためであると考えられる.

図 4 に各クラスタの重心からクラスタ毎に最も近い 3 つの近傍解を選択し, 決定変数空間と目的関数空間での順位差を示した結果をヒートマップで示す. 縦軸は選択された近傍解, 横軸

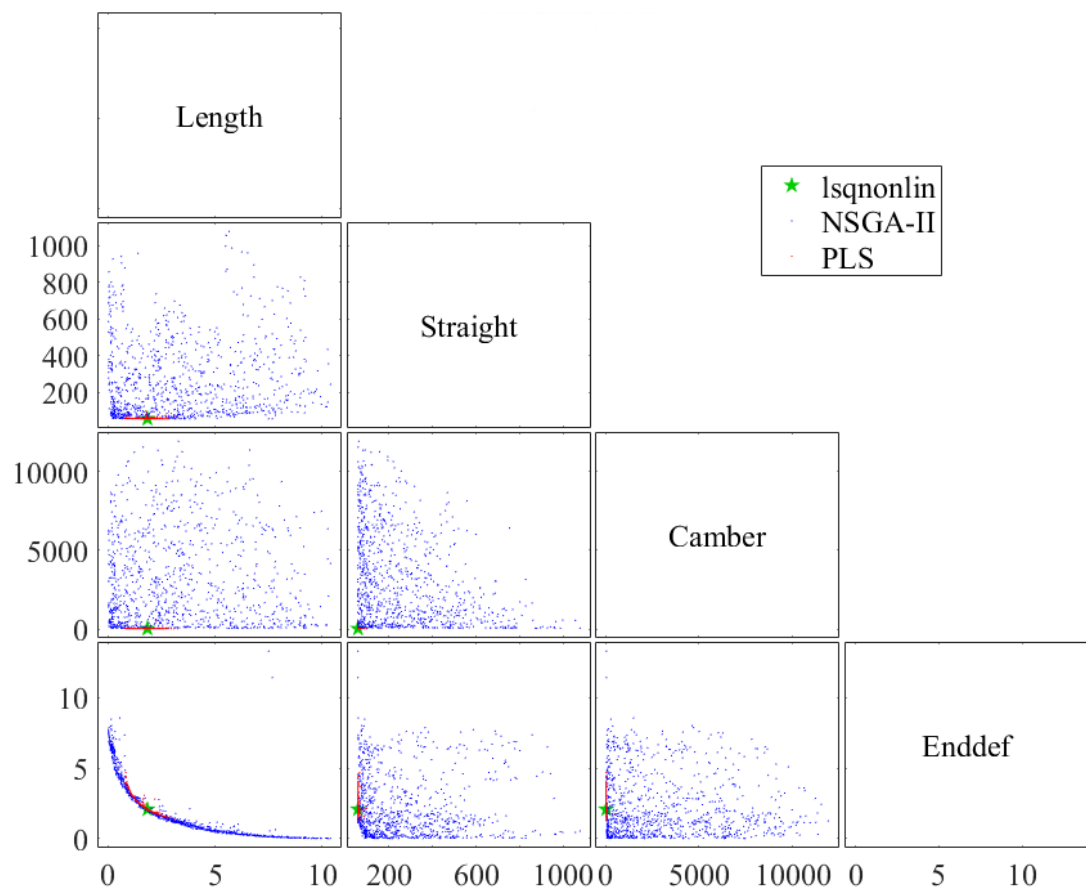


図 1: 最終世代の解集合

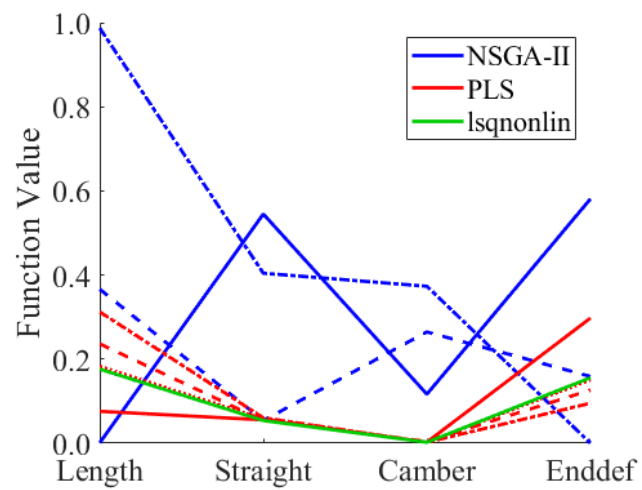


図 2: 各アルゴリズムで各目的関数値が最小となる解

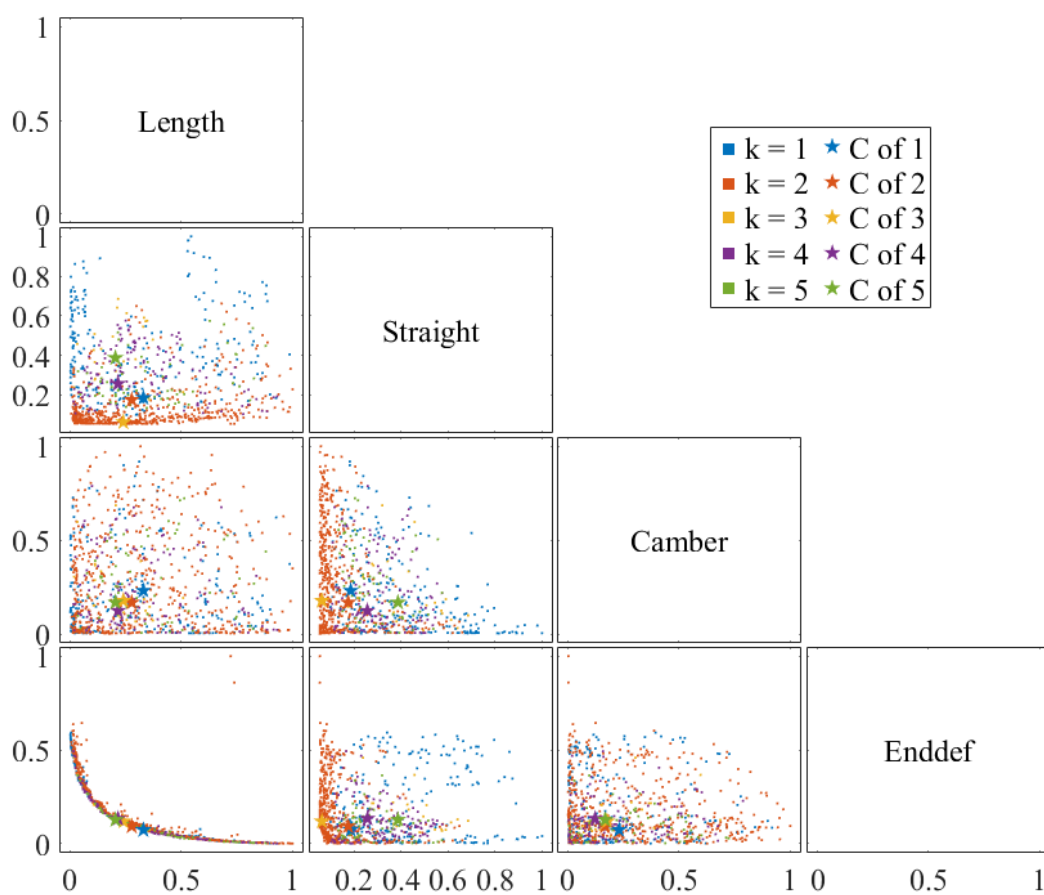


図 3: 目的関数空間に写像したクラスタリング結果

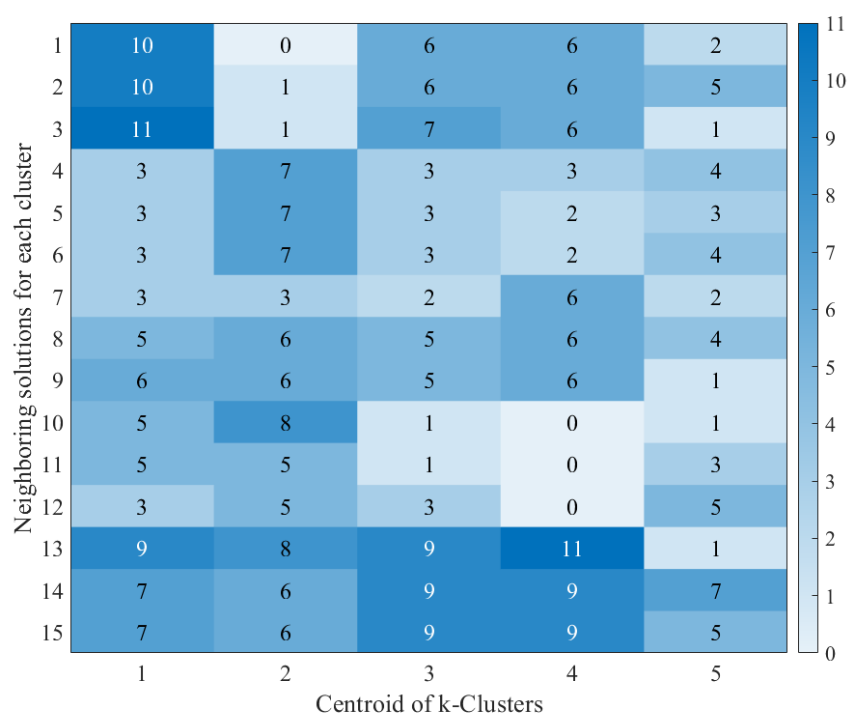


図 4: 決定変数空間と目的関数空間での順位差

はクラスタ中心に対応し、色が濃いほど空間間で順位差が大きいことを示す。

図4より目的関数空間でも各クラスタに属する解は概ね近い順位差を示し、同じクラスタの解は決定変数空間と同様近くに位置することがわかる。対して、異なるクラスタに属する解間では順位差に一貫した傾向は読み取れず、クラスタ間の相対的な位置関係が決定変数空間とは異なることがわかる。さらに各クラスタの中心点と同じクラスタ内の近傍解で大きな差異が発生している場合もあり、異なるクラスタ間で非常に近い目的関数値を持っていることも読み取れる。

各クラスタ中心とクラスタ毎の近傍解から算出した、決定変数空間と目的関数空間での順位相関係数を表2に示す。

表2より多くのクラスタで順位相関係数は非常に小さく、決定変数空間と目的関数空間でクラスタ間の相対的な位置関係はほとんど保持されていないことがわかる。

表2: 決定変数空間と目的関数空間での順位相関係数

クラスタ番号	1	2	3	4	5	中央値
順位相関係数	0.171	0.143	0.186	0.079	0.639	0.186

これらの結果から、決定変数空間でのクラスタ同士の関係は目的関数空間では保持されず、異なるクラスタでも非常に近い目的関数値を取ることが分かった。よって橋梁の部材配置最適化問題は十分なマルチモーダル性を示していると考えられる。

### 5.3. MMOEAの有効性調査結果

MMOEAとNSGA-IIの比較実験におけるHVを表3に示す。各列が各手法に対応しており、中央値と四分位範囲を示し、より優れる結果は強調して示す。

表3よりMMOEAであるCMMOCEAとDN-NSGA-IIはNSGA-IIに対して劣ったHVを示していることがわかる。これはMMOEAが決定変数空間での多様な解を保持して探索するため、NSGA-IIよりも目的関数空間で優れた解に費やす評価回数が少ないためであると考えられる。

表3: MMOEAとNSGA-IIの比較実験におけるHV

Metric	CMMOCEA	DN-NSGA-II	NSGA-II
HV	7.63E-1 (2.96E-2)	8.07E-1 (1.18E-2)	<b>8.71E-1</b> <b>(7.84E-3)</b>

図5にPCAを用いて2次元化した決定変数空間を、図6にt-SNEを用いて2次元化した決定変数空間を示す。なお、それぞれの決定変数空間には比較実験で用いたアルゴリズムの最終個体群に加えて、橋梁の部材配置最適化問題の初期個体群と初期個体群の基となる非線形最適化ソルバの解も図示する。

図5では、NSGA-IIとDN-NSGA-IIの解が初期個体群近辺で分布し、CMMOCEAの解がより広い範囲で分布していることがわかる。図6でも初期個体群近辺にNSGA-IIとDN-NSGA-IIの解が分布し、その外周部にCMMOCEAが分布する傾向は変わらないが、DN-NSGA-IIがより広く分布していることが読み取れる。この分布の違いは高次元空間における球面集中現象によるものと考えられる[17, 18]。そのため、図5、図6からはNSGA-IIとDN-NSGA-IIの解は初期個体群周辺に分布し、CMMOCEAの解はより遠くに分布していることが読み取れる。よって、MMOEAは目的関数空間においてはNSGA-IIに対して劣った結果を示すが、特にCMMOCEAが決定変数空間での多様性で優れており、橋梁の部材配置最適化問題において意思決定者により多くの選択肢を提示するために有効であると考えられる。

### 6. おわりに

本論文では、多変数、多数制約の実世界問題である橋梁の部材配置最適化問題を、意思決定者の選好に基づいて多目的最適化問題として定式化し、進化型多目的最適化アルゴリズムで解

くことで選好間の関係性理解を目指した。また、橋梁の部材配置最適化問題が持つマルチモーダル性に着目し、マルチモーダル進化型多目的最適化アルゴリズムの有効性も調査した。数値実験では、橋梁の部材配置最適化問題に対して進化型多目的最適化アルゴリズムが有効であることを確認し、一部の選好間にトレードオフ関係が存在することも確認できた。また、橋梁の部材配置最適化問題が持つマルチモーダル性を確認し、決定変数空間での多様性においてマルチモーダル進化型多目的最適化アルゴリズムが優れることも確認できた。

今後の課題として、橋梁の部材配置最適化問題は多数目的問題であり、解の優劣関係の把握や解選択が現状困難であるため、意思決定者がその選好から解選択が容易となるような可視化手段の開発などが挙げられる。

### 謝辞

本論文ならびに修士論文の作成にあたって、熱心なご指導及びご支援を頂いた大阪公立大学大学院 情報学研究科 基幹情報学専攻 知能情報学分野の能島裕介教授、増山直輝准教授に深く感謝の意を表します。

また、本論文をまとめるにあたり、有益なご教授とご配慮を賜りました大阪公立大学大学院 情報学研究科 基幹情報学専攻 知能情報学分野の本多克宏教授、北條仁志准教授に深く感謝いたします。

さらに、本論文の遂行にあたり、貴重なご助言とご支援を賜りましたカナデビア株式会社の皆様に深く感謝申し上げます。

### 参考文献

- [1] 小櫻義隆, 鳥居邦夫, 高田孝次, 長谷川鎭一. 鋼橋の完成検査システムについて. 土木学会論文集, Vol. 5, pp. 159–165, 1988.
- [2] 林健治. 鋼橋の製作・架設におけるデジタルモックアップの展開について. 設計工学・システム部門講演会講演論文集, Vol. 26, No. 2207, 2016.
- [3] 林健治, 西園広之, 小林伸吾. 仮組立シミュレーション法に関する2, 3の検討. 土木情報システム論文集, Vol. 5, pp. 53–60, 1996.
- [4] K. C. Tan, E. F. Khor, and T. H. Lee. *Multiojective Evolutionary Algorithms and Applications*. Springer, Berlin, Germany, 2005.
- [5] R. Tanabe and H. Ishibuchi. A review of evolutionary multimodal multiobjective optimization. *IEEE Trans. on Evolutionary Computation*, Vol. 24, No. 1, pp. 193–200, 2020.
- [6] Wenhua Li, Tao Zhang, Rui Wang, Shengjun Huang, and Jing Liang. Multimodal multi-objective optimization: Comparative study of the state-of-the-art. *Swarm and Evolutionary Computation*, Vol. 77, p. 101253, 2023.
- [7] Tommaso Schiavinotto Luis Paquete and Thomas Stützle. On local optima in multiobjective combinatorial optimization problems. *Annals of Operations Research*, Vol. 156, pp. 83–97, 2007.
- [8] Alessandro Passaro and Antonina Starita. Particle swarm optimization for multimodal functions: a clustering approach. *Journal of Artificial Evolution and Applications*, 2008.
- [9] Kalyanmoy Deb, Amrit Pratap, Sameer Agarwal, and TAMIL Meyarivan. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, Vol. 6, No. 2, pp. 182–197, 2002.
- [10] Carlos A Coello Coello and Nareli Cruz Cortés. Solving multiobjective optimization problems using an artificial immune system. *Genetic Programming and Evolvable Machines*, Vol. 6, pp. 163–190, 2005.

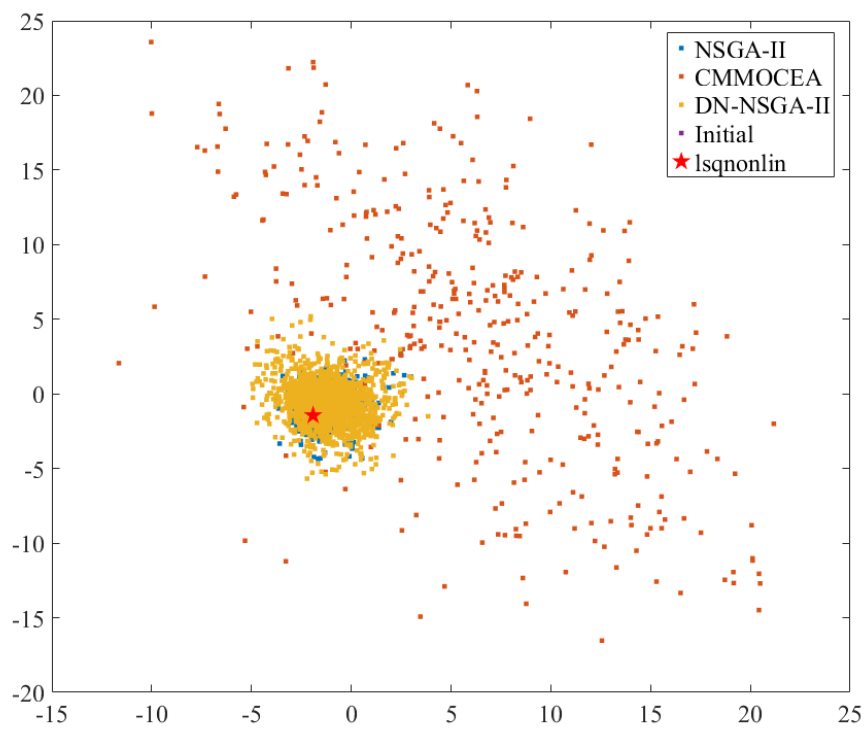


図 5: PCA を用いて 2 次元化した決定変数空間

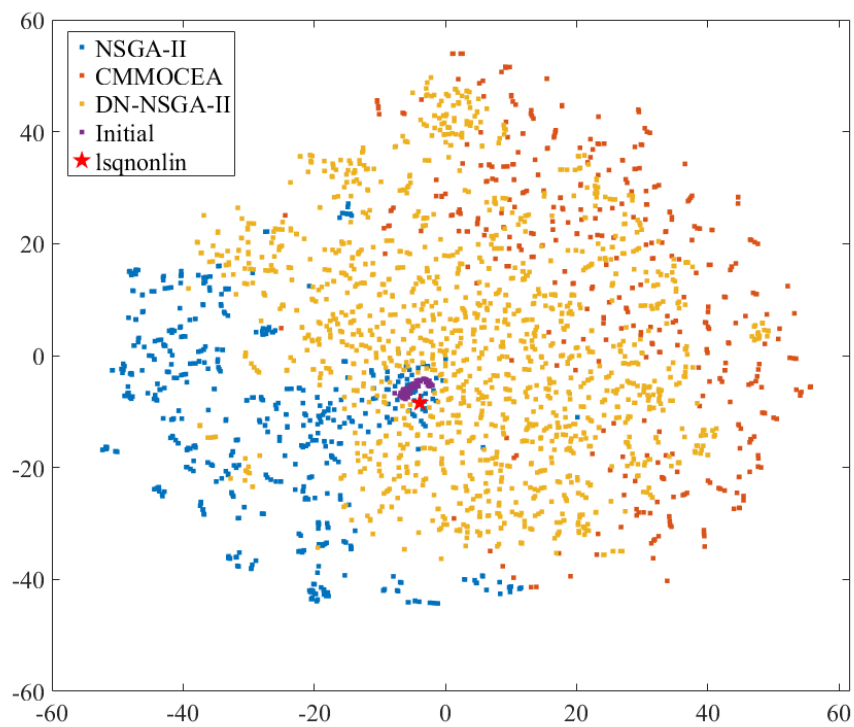


図 6: t-SNE を用いて 2 次元化した決定変数空間



- [11] Fei Ming, Wenyin Gong, Yueping Yang, and Zuowen Liao. Constrained multimodal multi-objective optimization: Test problem construction and algorithm design. *Swarm and Evolutionary Computation*, Vol. 76, p. 101209, 2023.
- [12] Ye Tian, Ran Cheng, Xingyi Zhang, and Yaochu Jin. PlatEMO: A MATLAB platform for evolutionary multi-objective optimization. *IEEE Computational Intelligence Magazine*, Vol. 12, No. 4, pp. 73–87, 2017.
- [13] Eckart Zitzler and Lothar Thiele. Multiobjective evolutionary algorithms: A comparative case study and the strength Pareto approach. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, Vol. 3, No. 4, pp. 257–271, 1999.
- [14] Stuart P. Lloyd. Least squares quantization in PCM. *IEEE Transactions on Information Theory*, Vol. 28, No. 2, pp. 129–137, 1982.
- [15] Karl Pearson. LIII. On lines and planes of closest fit to systems of points in space. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, Vol. 2, No. 11, pp. 559–572, 1901.
- [16] Laurens Van der Maaten and Geoffrey Hinton. Visualizing data using t-SNE. *Journal of Machine Learning Research*, Vol. 9, No. 11, 2008.
- [17] Michel Ledoux. *The Concentration of Measure Phenomenon*. No. 89. American Mathematical Soc., 2001.
- [18] Avrim Blum, John Hopcroft, and Ravindran Kannan. *Foundations of Data Science*. Cambridge University Press, 2020.

---

#### 著者略歴

---

小篠 豊志央 (おざさ としき)

2023 年大阪府立大学 工学域 電気電子系学類 情報工学課程卒業。同年 4 月大阪公立大学大学院 情報学研究科 基幹情報学専攻 知能情報学分野 博士前期課程入学。進化型多目的最適化に関する研究に従事。