1. Klausur Q12 MUSTERLÖSUNG

Teil A

Auf. 1 a) AC : $\vec{x} = \mu \begin{pmatrix}5\\3\\4\end{pmatrix}$ $\mu \in \mathbb{R}$

g : $\vec{x} = \begin{pmatrix}10\\-3\\-4\end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix}5\\-3\\-4\end{pmatrix}$

damit g die Mittelsenkrechte von AC muss

g ① $g \perp AC \iff \vec{u}_g \perp \vec{u}_{AC} \iff \vec{u}_g \circ \vec{u}_{AC} = 0$

$\begin{pmatrix}5\\-3\\-4\end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix}5\\3\\4\end{pmatrix} = 5 \cdot 5 + -3 \cdot 3 + (-4) \cdot 4 = 0$ ✓ ✓✓

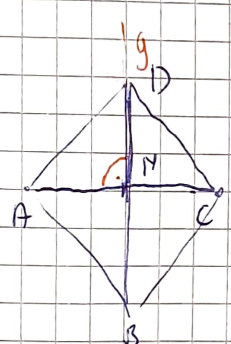
② g verläuft durch M → Mittelpunkt der Strecke [AC]

$M\left(\frac{5+0}{2} \middle| \frac{3+0}{2} \middle| \frac{4+0}{2}\right) = M(2{,}5 \mid 1{,}5 \mid 2)$ ✓✓

$M \in g$? $\begin{pmatrix}2{,}5\\1{,}5\\2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}10\\-3\\-4\end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix}5\\-3\\-4\end{pmatrix}$ erfüllt für $\lambda = -1{,}5$ $M \in g$ ✓ 4

somit g ist Mittelsenkrechte von AC

b)



weil $|\vec{u}_g| = |\vec{u}_{AC}|$ ✓

dann $M(2{,}5 \mid 1{,}5 \mid 2) + \frac{1}{2}(\vec{u}_g) = \vec{D}$

$\vec{M} \begin{pmatrix}2{,}5\\1{,}5\\2\end{pmatrix} + \frac{1}{2}\begin{pmatrix}5\\-3\\-4\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}5\\0\\0\end{pmatrix}$

$\Rightarrow D(5 \mid 0 \mid 0)$ ✓

$M \begin{pmatrix}2{,}5\\1{,}5\\2\end{pmatrix} - \frac{1}{2}\begin{pmatrix}5\\-3\\-4\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\3\\4\end{pmatrix}$

$\Rightarrow B(0 \mid 3 \mid 4)$ ✓ 3

Σ Auf 1

7/7

Auf. 2

a) $\int \frac{2x^2}{3x^3-3}\,dx$ $\qquad (3x^3-3)' \; 9x^2$

Formel $\int \frac{f'(x)}{f(x)}\,dx = \ln|f(x)|+c$

2 $\quad \frac{2}{9}\int \frac{9x^2}{3x^3-3}\,dx = \frac{2}{9}\ln|3x^3-3|+c$

b) $\int -4x e^{x^2+5}\,dx$ $\qquad (x^2+5)' = 2x$

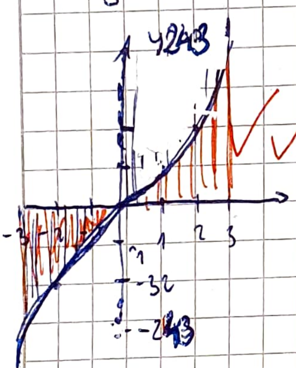
Formel $\int f'(x)e^{f(x)}\,dx = e^{f(x)}+c$

2 $\quad -2\int 2x\, e^{x^2+5}\,dx = -2e^{x^2+5}+c$

Σ Auf 2 4BE

Auf. 3

$\int_{-3}^{b} x^5\,dx = 0$



y-Achse ist nicht skaliert

Funktion x^5 ist punktsymmetrisch

Im symmetrischen Intervall wird das Integral von x^5 den Wert 0 annehmen

=> $b = 3$

(Möglichkeit $b=-3$ ist auch als Lösung zugelassen => Erklärung muss trotzdem graphisch sowie schriftlich erfolgen)

4BE

Teil B

Auf. 4

Funktion 4 ist die Stammfunktion $F(x)$ von der Funktion $2 = f(x)$.
Extrema der $F(x)$ liegen bei $x = -1$ und $x = 1$, genau dort nimmt die $f(x)$ ihre Nullstellen an. $F(x)$ steigt für $x \in]-1; 1[$ genau dort hat die $f(x)$ positive Werte.
Für $x \in]-\infty; -1[\cup]+1; +\infty[$ ist $F(x)$ streng monoton fallend und $f(x)$ nimmt die negative Werte an.

(Zuordnung 3 BE
Erklärung 3 BE)
Fachbegriffe!

Funktion 1 ist die Ableitungsfunktion $f'(x)$.
$f(x)$ hat ihre Extrema bei $x \approx -2{,}4$
$x \approx 0{,}5$
dort hat die $f'(x)$ ihre Nullstellen.
$f(x)$ steigt für $x \in]-2{,}5; 0{,}5[$
genau dort nimmt die $f'(x)$ positive Werte an. $f(x)$ fällt sonst und $f'(x)$ hat im übrigen Bereich negative Werte.

6/6

Auf. 5

a) Schnittpunkt $f(x) = g(x)$

$$x + 6 - \frac{32}{x^2} = x + 4$$

$$2x^2 = 32$$

$$x^2 = 16$$

$$x_1 = 4 \qquad x_2 = -4$$

$S_1(4|8)$ $S_2(-4|0)$

Integralgrenze $x + 4 = 0 \Rightarrow x = -4$

$$x^2 + 6\cancel{x^2} - \frac{32}{x^2} = 0 \mid \cdot x^2$$

$$x^3 + 6x^2 - 32 = 0$$ für $x = 2$ (Punktprobe)

$$A = \int_{-4}^{2} (x+4)\,dx + \left| \int_{2}^{4} \left(x+6-\frac{32}{x^2} - x - 4\right) dx \right|$$

$$= \left[\frac{1}{2}x^2 + 4x\right]_{-4}^{2} + \left| \left[2x + \frac{32}{x}\right]_{2}^{4} \right|$$

6 BE

$$= 10 + 8 + |8 + 8 - (4 + 16)|$$

$$= 18 + 4 = \underline{\underline{22\ [m^2]}}$$

b) Schnittpunkt bereits in a) berechnet und bewertet

Hochpunkt $f(x)$ gesucht

$$f(x) = x + 6 - \frac{32}{x^2}$$

$$f'(x) = 1 + \frac{64}{x^3}$$

$$1 + 64x^{-3} = 0$$

$$64x^{-3} = -1$$

$$x^{-3} = -64$$

$$\Rightarrow x = -4$$

2 BE

Hochpunkt bei $(-4 | 0)$

= Schnittpunkt mit der x-Achse der Geraden g.

Das Segel erfüllt der Bedingung.

siehe 2. Blatt