

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ
«Национальный исследовательский университет ИТМО»
(Университет ИТМО)

Факультет прикладной информатики
Образовательная программа Мобильные и сетевые технологии
Направление подготовки 09.03.03 Мобильные и сетевые технологии
Дисциплина: Методы оптимизации

О Т Ч Е Т
по заданию 4
“Решение задачи динамического программирования”

Выполнил:
Якшин А.М. - К3340

Преподаватель:
Бондарев Ю.А.

Работа сдана:
16.12.2025

Санкт-Петербург,
2025

Цели:

- 1) составить математическую постановку задачи, выписать рекуррентное соотношение Беллмана, составить и оформить алгоритм решения задачи (за выполнение без замечаний дается 0,6 от максимальной величины балла);
- 2) кроме выполнения первого задания выполнить программную реализацию метода и определить наилучшее управление и максимальный доход; критерия принятия решений выбирает пользователь (за выполнение всего задания без замечаний дается до 5 баллов);

```
PS C:\Users\yakis\Downloads\metopt4> python investment_dp_fast.py
=====
ОПТИМИЗАЦИЯ ИНВЕСТИЦИОННОГО ПОРТФЕЛЯ
Метод динамического программирования
=====

ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ:
 ЦБ1: 100 д.е. (пакет = 25 д.е.)
 ЦБ2: 800 д.е. (пакет = 200 д.е.)
 Депозит: 400 д.е. (пакет = 100 д.е.)
 Свободные средства: 600 д.е.
 ИТОГО: 1900 д.е.

КОЭФФИЦИЕНТЫ ИЗМЕНЕНИЯ СТОИМОСТИ:

Этап 1:
Ситуация   р    ЦБ1    ЦБ2    Деп.
Благопр.  0.60  1.20  1.10  1.07
Нейтр.    0.30  1.05  1.02  1.03
Негатив.  0.10  0.80  0.95  1.00

Этап 2:
Ситуация   р    ЦБ1    ЦБ2    Деп.
Благопр.  0.30  1.40  1.15  1.01
Нейтр.    0.20  1.05  1.00  1.00
Негатив.  0.50  0.60  0.90  1.00

Этап 3:
Ситуация   р    ЦБ1    ЦБ2    Деп.
Благопр.  0.40  1.15  1.12  1.05
Нейтр.    0.40  1.05  1.01  1.01
Негатив.  0.20  0.70  0.94  1.00

=====
РЕШЕНИЕ: Критерий Байеса (мат. ожидание)
=====
Проверено траекторий: 25351

--- ЭТАП 1 ---
Состояние: ЦБ1=100.00, ЦБ2=800.00, Деп=400.00, Своб.ср.=600.00
Стоимость: 1900.00 д.е.
Управление: купить 2 пак. ЦБ2 (400 д.е.)
После управления: ЦБ1=100.00, ЦБ2=1200.00, Деп=400.00, Своб.ср.=200.00
Возможные исходы:
 - Благопр. (р=60%): 2068.00 д.е.
 - Нейтр. (р=30%): 1941.00 д.е.
 - Негатив. (р=10%): 1820.00 д.е.

--- ЭТАП 2 ---
Состояние: ЦБ1=111.50, ЦБ2=1273.20, Деп=420.40, Своб.ср.=200.00
Стоимость: 2005.10 д.е.
Управление: продать 1 пак. ЦБ1 (25 д.е.), купить 1 пак. ЦБ2 (200 д.е.), продать 1 пак. Деп. (100 д.е.)
После управления: ЦБ1=86.50, ЦБ2=1473.20, Деп=320.40, Своб.ср.=125.00
Возможные исходы:
 - Благопр. (р=30%): 2263.88 д.е.
 - Нейтр. (р=20%): 2009.42 д.е.
 - Негатив. (р=50%): 1823.18 д.е.
```

--- ЭТАП 3 ---

Состояние: ЦБ1=80.45, ЦБ2=1465.83, Деп=321.36, Своб.ср.=125.00

Стоимость: 1992.64 д.е.

Управление: купить 1 пак. ЦБ1 (25 д.е.), купить 1 пак. ЦБ2 (200 д.е.), продать 1 пак. Деп. (100 д.е.)

После управления: ЦБ1=105.45, ЦБ2=1665.83, Деп=221.36, Своб.ср.=0.00

Возможные исходы:

- Благопр. (p=40%): 2219.43 д.е.
- Нейтр. (p=40%): 2016.78 д.е.
- Негатив. (p=20%): 1861.06 д.е.

=====

ИТОГ:

Начальный капитал: 1900.00 д.е.

Ожидаемый капитал: 2066.70 д.е.

Доход: 166.70 д.е. (8.77%)

=====

РЕШЕНИЕ: Критерий Вальда (максимин)

=====

Проверено траекторий: 25351

--- ЭТАП 1 ---

Состояние: ЦБ1=100.00, ЦБ2=800.00, Деп=400.00, Своб.ср.=600.00

Стоимость: 1900.00 д.е.

Управление: продать 1 пак. ЦБ1 (25 д.е.), продать 1 пак. ЦБ2 (200 д.е.), продать 1 пак. Деп. (100 д.е.)

После управления: ЦБ1=75.00, ЦБ2=600.00, Деп=300.00, Своб.ср.=925.00

Возможные исходы:

- Благопр. (p=60%): 1996.00 д.е.
- Нейтр. (p=30%): 1924.75 д.е.
- Негатив. (p=10%): 1855.00 д.е.

--- ЭТАП 2 ---

Состояние: ЦБ1=83.62, ЦБ2=636.60, Деп=315.30, Своб.ср.=925.00

Стоимость: 1960.53 д.е.

Управление: продать 1 пак. ЦБ1 (25 д.е.), продать 1 пак. ЦБ2 (200 д.е.), продать 1 пак. Деп. (100 д.е.)

После управления: ЦБ1=58.62, ЦБ2=436.60, Деп=215.30, Своб.ср.=1250.00

Возможные исходы:

- Благопр. (p=30%): 2051.62 д.е.
- Нейтр. (p=20%): 1963.46 д.е.
- Негатив. (p=50%): 1893.41 д.е.

--- ЭТАП 3 ---

Состояние: ЦБ1=54.52, ЦБ2=434.42, Деп=215.95, Своб.ср.=1250.00

Стоимость: 1954.88 д.е.

Управление: продать 1 пак. ЦБ1 (25 д.е.), продать 1 пак. ЦБ2 (200 д.е.), продать 1 пак. Деп. (100 д.е.)

После управления: ЦБ1=29.52, ЦБ2=234.42, Деп=115.95, Своб.ср.=1575.00

Возможные исходы:

- Благопр. (p=40%): 1993.24 д.е.
- Нейтр. (p=40%): 1959.86 д.е.
- Негатив. (p=20%): 1931.96 д.е.

=====

ИТОГ:

Начальный капитал: 1900.00 д.е.

Ожидаемый капитал: 1843.03 д.е.

Доход: -56.97 д.е. (-3.00%)

=====

```
=====  
РЕШЕНИЕ: Критерий Гурвица (α=0.5)  
=====  
Проверено траекторий: 25351  
  
--- ЭТАП 1 ---  
Состояние: ЦБ1=100.00, ЦБ2=800.00, Деп=400.00, Своб.ср.=600.00  
Стоимость: 1900.00 д.е.  
Управление: продать 1 пак. ЦБ1 (25 д.е.), купить 1 пак. ЦБ2 (200 д.е.), купить 1 пак. Деп. (100 д.е.)  
После управления: ЦБ1=75.00, ЦБ2=1000.00, Деп=500.00, Своб.ср.=325.00  
Возможные исходы:  
- Благопр. (p=60%): 2050.00 д.е.  
- Нейтр. (p=30%): 1938.75 д.е.  
- Негатив. (p=10%): 1835.00 д.е.  
  
--- ЭТАП 2 ---  
Состояние: ЦБ1=83.62, ЦБ2=1061.00, Деп=525.50, Своб.ср.=325.00  
Стоимость: 1995.12 д.е.  
Управление: продать 1 пак. ЦБ1 (25 д.е.), купить 1 пак. ЦБ2 (200 д.е.)  
После управления: ЦБ1=58.62, ЦБ2=1261.00, Деп=525.50, Своб.ср.=150.00  
Возможные исходы:  
- Благопр. (p=30%): 2212.98 д.е.  
- Нейтр. (p=20%): 1998.06 д.е.  
- Негатив. (p=50%): 1845.58 д.е.  
  
--- ЭТАП 3 ---  
Состояние: ЦБ1=54.52, ЦБ2=1254.70, Деп=527.08, Своб.ср.=150.00  
Стоимость: 1986.29 д.е.  
Управление: продать 1 пак. ЦБ1 (25 д.е.), купить 1 пак. ЦБ2 (200 д.е.), продать 1 пак. Деп. (100 д.е.)  
После управления: ЦБ1=29.52, ЦБ2=1454.70, Деп=427.08, Своб.ср.=75.00  
Возможные исходы:  
- Благопр. (p=40%): 2186.64 д.е.  
- Нейтр. (p=40%): 2006.59 д.е.  
- Негатив. (p=20%): 1890.15 д.е.  
  
=====  
ИТОГ:  
Начальный капитал: 1900.00 д.е.  
Ожидаемый капитал: 2113.43 д.е.  
Доход: 213.43 д.е. (11.23%)  
  
=====  
РЕШЕНИЕ: Критерий Лапласа (равновероятность)  
=====  
Проверено траекторий: 25351  
  
--- ЭТАП 1 ---  
Состояние: ЦБ1=100.00, ЦБ2=800.00, Деп=400.00, Своб.ср.=600.00  
Стоимость: 1900.00 д.е.  
Управление: продать 1 пак. ЦБ1 (25 д.е.), купить 1 пак. ЦБ2 (200 д.е.), купить 1 пак. Деп. (100 д.е.)  
После управления: ЦБ1=75.00, ЦБ2=1000.00, Деп=500.00, Своб.ср.=325.00  
Возможные исходы:  
- Благопр. (p=60%): 2050.00 д.е.  
- Нейтр. (p=30%): 1938.75 д.е.  
- Негатив. (p=10%): 1835.00 д.е.
```

--- ЭТАП 2 ---

Состояние: ЦБ1=83.62, ЦБ2=1061.00, Деп=525.50, Своб.ср.=325.00

Стоимость: 1995.12 д.е.

Управление: продать 1 пак. ЦБ1 (25 д.е.), купить 1 пак. ЦБ2 (200 д.е.)

После управления: ЦБ1=58.62, ЦБ2=1261.00, Деп=525.50, Своб.ср.=150.00

Возможные исходы:

- Благопр. (p=30%): 2212.98 д.е.
- Нейтр. (p=20%): 1998.06 д.е.
- Негатив. (p=50%): 1845.58 д.е.

--- ЭТАП 3 ---

Состояние: ЦБ1=54.52, ЦБ2=1254.70, Деп=527.08, Своб.ср.=150.00

Стоимость: 1986.29 д.е.

Управление: продать 1 пак. ЦБ1 (25 д.е.), купить 1 пак. ЦБ2 (200 д.е.), продать 1 пак. Деп. (100 д.е.)

После управления: ЦБ1=29.52, ЦБ2=1454.70, Деп=427.08, Своб.ср.=75.00

Возможные исходы:

- Благопр. (p=40%): 2186.64 д.е.
- Нейтр. (p=40%): 2006.59 д.е.
- Негатив. (p=20%): 1890.15 д.е.

=====

ИТОГ:

Начальный капитал: 1900.00 д.е.

Ожидаемый капитал: 2038.17 д.е.

Доход: 138.17 д.е. (7.27%)

=====

СРАВНЕНИЕ КРИТЕРИЕВ:

=====

Критерий Байеса (мат. ожидание):

Капитал: 2066.70 д.е., Доход: 166.70 д.е.

Этап 1: купить 2 пак. ЦБ2 (400 д.е.)

Этап 2: продать 1 пак. ЦБ1 (25 д.е.), купить 1 пак. ЦБ2 (200 д.е.), продать 1 пак. Деп. (100 д.е.)

Этап 3: купить 1 пак. ЦБ1 (25 д.е.), купить 1 пак. ЦБ2 (200 д.е.), продать 1 пак. Деп. (100 д.е.)

Критерий Вальда (максимин):

Капитал: 1843.03 д.е., Доход: -56.97 д.е.

Этап 1: продать 1 пак. ЦБ1 (25 д.е.), продать 1 пак. ЦБ2 (200 д.е.), продать 1 пак. Деп. (100 д.е.)

Этап 2: продать 1 пак. ЦБ1 (25 д.е.), продать 1 пак. ЦБ2 (200 д.е.), продать 1 пак. Деп. (100 д.е.)

Этап 3: продать 1 пак. ЦБ1 (25 д.е.), продать 1 пак. ЦБ2 (200 д.е.), продать 1 пак. Деп. (100 д.е.)

Критерий Гурвица ($\alpha=0.5$):

Капитал: 2113.43 д.е., Доход: 213.43 д.е.

Этап 1: продать 1 пак. ЦБ1 (25 д.е.), купить 1 пак. ЦБ2 (200 д.е.), купить 1 пак. Деп. (100 д.е.)

Этап 2: продать 1 пак. ЦБ1 (25 д.е.), купить 1 пак. ЦБ2 (200 д.е.)

Этап 3: продать 1 пак. ЦБ1 (25 д.е.), купить 1 пак. ЦБ2 (200 д.е.), продать 1 пак. Деп. (100 д.е.)

Критерий Лапласа (равновероятность):

Капитал: 2038.17 д.е., Доход: 138.17 д.е.

Этап 1: продать 1 пак. ЦБ1 (25 д.е.), купить 1 пак. ЦБ2 (200 д.е.), купить 1 пак. Деп. (100 д.е.)

Этап 2: продать 1 пак. ЦБ1 (25 д.е.), купить 1 пак. ЦБ2 (200 д.е.)

Этап 3: продать 1 пак. ЦБ1 (25 д.е.), купить 1 пак. ЦБ2 (200 д.е.), продать 1 пак. Деп. (100 д.е.)

=====

ЛУЧШИЙ РЕЗУЛЬТАТ: Критерий Гурвица ($\alpha=0.5$)

Ожидаемый капитал: 2113.43 д.е.

=====

В ходе работы была решена задача оптимизации инвестиционного портфеля методом динамического программирования с использованием рекуррентного соотношения Беллмана. Реализована программа, поддерживающая пять критериев принятия решений в условиях неопределённости: Байеса, Вальда, Сэвиджа, Гурвица и Лапласа. Анализ показал, что критерий Байеса даёт сбалансированную стратегию с ожидаемой доходностью 8.77%, тогда как консервативный критерий Вальда приводит к убытку (-3%). Оптимальная стратегия заключается в перераспределении средств из ЦБ1 в ЦБ2, которые демонстрируют лучшее соотношение риска и доходности на всех этапах планирования.