

## 4. Lezione 8 ottobre

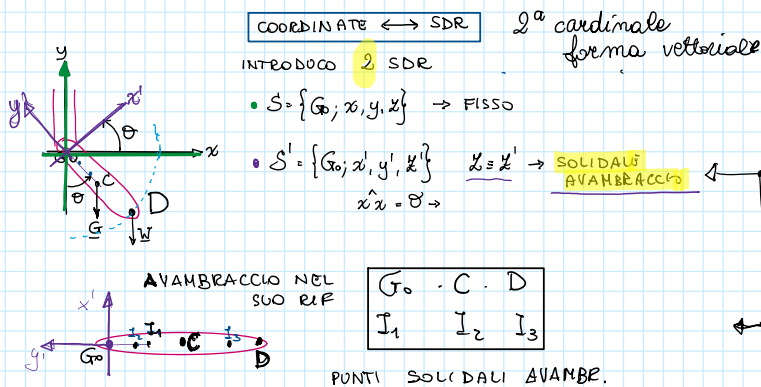
mercoledì 7 ottobre 2020 19:49

### CONCETTI IMPORTANTI IN QUESTA LEZIONE

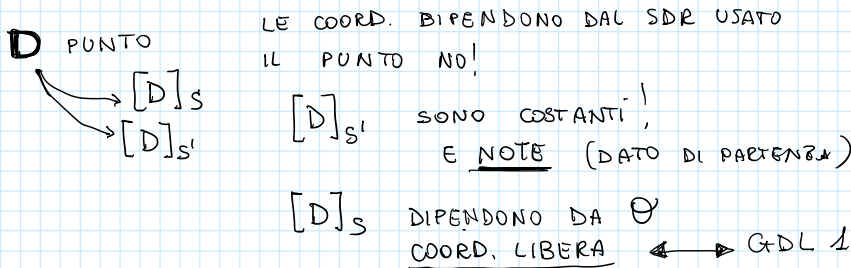
- Differenza tra punto e sue coordinate
- Cambiamento di sistema di riferimento nel 2D (sistemi con stessa origine)
- Coordinate punto corpo nel sdr corpo (costanti) e fisso (variabili)
- Matrice di rotazione 2D (Rz 3D)
- Momento rispetto ad un asse di una forza
- Moment arm di un muscolo

### PROBLEMA (DA LEZIONE 3)

TROVARE COORD. PUNTI AVAMB. AL VARIARE DI  $\theta$



### NOTA BENE:



### CAMBIAMENTO DI SDR (BASE SPAZIO VETTORIALE)

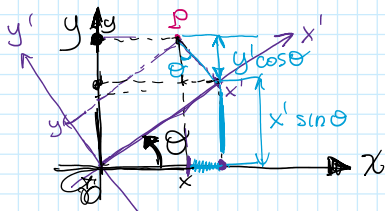
P punto generico

$$[P]_S = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \text{ VETTORE COLONNA}$$

$$[P]_{S'} = \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} \text{ NOTE}$$

NOTA  
(x, y) PARENTESI  
( ) x TRASPOSTA

$$[P]_{S'} \xrightarrow[\theta]{?} [P]_S \text{ CERCHIAMO RELAZIONE x CAMBIAMENTO SDR}$$



$$\begin{cases} x = x' \cos \theta - y' \sin \theta \\ y = x' \sin \theta + y' \cos \theta \end{cases}$$

+  $z = z'$  PER 3D

$$[P]_S = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} \text{ FORMA MATRICIALE}$$

$$[P]_S = R_{SS'}(\theta) [P]_{S'}$$

TERNA DI ARRIVO TERNA DI PARTENZA

FORMA COMPATTA

$R_{SS'}(\theta)$  2x2  
MATRICE ROTAZIONE

$$[P]_S = R_{SS'}(\theta) [P]_{S'}$$

TERNI DI ARRIVO (under  $[P]_S$ )      TERNI DI PARTENZA (under  $[P]_{S'}$ )  
 FORMA COMPATTA       $R_{SS'}(\theta)$  2x2 MATRICE ROTAZIONE

ATTENZIONE ANGOLO  $\theta$  DI CUI È RUOTATO  $x'$  RISP  $x$ , CON VERSO MANO DESTRA  $\times$  SEGNO POSITIVO

• ANGOLO ORIENTATO partendo da rif. fisso  $\rightarrow$  mobile

FORMA 3D

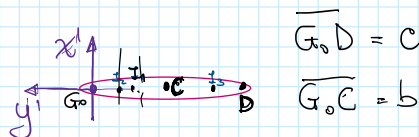
SE  $S$  E  $S'$  STESSO ASSE  $x \rightarrow$

$$[P]_S = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} \quad R_{SS'} = R_x(\theta)$$

$$[P]_S = R_{SS'}(\theta) [P]_{S'}$$

2D / 3D DIFENDE DALLA FORMA SCELTA  $\times R_{SS'}$

$$[G_0]_S = [G_0]_{S'} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$



$$\overline{G_0 D} = c$$

$$\overline{G_0 C} = b$$

$$[D]_{S'} = (0, -c)$$

$$[C]_{S'} = (0, -b)$$

$$[I_1]_{S'} = (0, -a_1) \dots \dots I_2, I_3$$

$$\Rightarrow [Punti]_S = R_{SS'} [Punti]_{S'}$$

SI POSSONO RUOTARE TUTTI I PUNTI DI INTERESSE CON UNA SOLA OPERAZIONE  
 ogni colonna coord. punto  
 $\begin{matrix} 1 & 3 \times 3 & 3 \times n \end{matrix}$

$$[Punti]_{S'} = [ [D]_{S'}, [C]_{S'}, [I_1]_{S'}, [I_2]_{S'}, [I_3]_{S'} ] \rightarrow \underline{3 \times 5}$$

Ricordiamo che punti "aggregati" servono a collegare  
 2<sup>a</sup> cardinale + ipotesi  $\rightarrow$  forze muscolari  
 1<sup>a</sup> cardinale  $\rightarrow$  reazione al gomito

$$\overline{G_0 D} \wedge \underline{W} + \overline{G_0 C} \wedge \underline{G} + \overline{G_0 I_1} \wedge \underline{F}_{m1} + \overline{G_0 I_2} \wedge \underline{F}_{m2} + \overline{G_0 I_3} \wedge \underline{F}_{m3} = \underline{0}$$

(NB) 2D  $\rightarrow$  3D?  $(x=0)$

$$\overline{G_0 D} \wedge \underline{W} \Rightarrow \underline{\text{vettore } 3 \times 1} \rightarrow \text{COMPONENTE } y$$

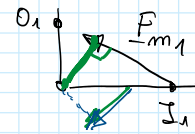
ATT. PRODOTTO VETTORIALE NEI CODICI

•  $\vec{G}_0 \vec{I}_1 \wedge \vec{F}_{m_1}$  mom. gomito del muscolo 1

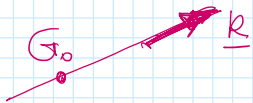
$\vec{F}_{m_1} = F_{m_1}$  vers  $\vec{I}_1 \vec{O}_1$

$\vec{G}_0 \vec{I}_1 \wedge$  vers  $\vec{I}_1 \vec{O}_1 \rightarrow$  componente  $\perp$  •  $\underline{R}$

$F_{m_1} (\vec{G}_0 \vec{I}_1 \wedge \text{vers } \vec{I}_1 \vec{O}_1 \cdot \underline{R})$   
prodotto misto  $\rightarrow$  scalare (con segno)  
 $= ma_{m_1}$  NO DISTANZA



$ma_{m_1} > 0$   
• FLESSORI  
 $ma > 0$   
ESTENSORI  
 $ma < 0$



$$\underline{M}_{m_1, G_0} \cdot \underline{R} = \underline{M}_{m_1, G_0} = F_{m_1} ma_{m_1} \text{ braccio (moment arm)}$$

↓  
mom. della forza  $\vec{F}_{m_1}$   
rispetto asse  $\perp$  passante  $\times G_0$

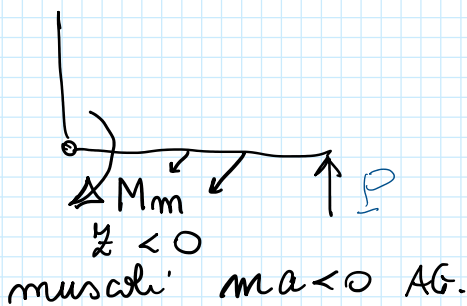


segno moment arm  
azione che fa muscolo

(+) FLESS (-) ESTEN  
(essendo  $\odot \underline{R}$ )



• calcolato il tipo  
di mom. muscolare  
↓  
selezionato i  
muscoli che possono  
svil. quel mom.  
AGONISTI



•  $M_m$  richiesto

• segno  $\updownarrow$   $ma \rightarrow$  AGONISTI

SEGNO MOMENT ARM PERMETTE  
DI 'RICONOSCERE' MUSCOLI  
AGONISTI E ANTAGONISTI/  
AGONISTI  $ma$  CONCORDE  $M_m$

$\rightarrow \underline{R}, \text{PUNTI}, ma$