9. Lezione 26 ottobre

lunedì 26 ottobre 2020 10:38

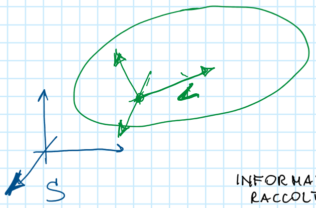
REV 15 NOV

Cambiamento SDR - "movimento"

- posizione di un corpo rigido

corpo rigido ≡ SDR solidale L

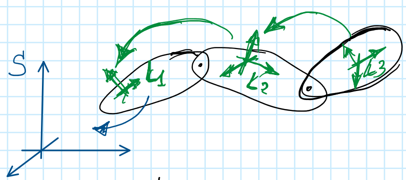
(x definire posizione – S fisso – L mobile corpo)



- se sappiamo L rispetto ad S sappiamo posizionare corpo in un SDR S

INFORMAZIONI RACCOLTE NELLA MATRICE $T_{SL} = \begin{bmatrix} R_{SL} & [O_L]_S \\ 0^T & 1 \end{bmatrix}$

SISTEMA DI PIÙ CORPI



RICORDA:
- ogni corpo ha una terna solidale
- corpi collegati da giunti

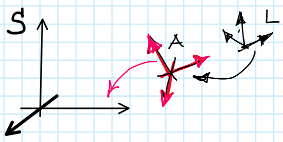
SI SCEGLIE 1 CORPO BASE E SI RIFERISCE TERNA FISSA S

ES. T_{SL1}

GLI ALTRI SI RIFERISCONO IN CASCATA – $T_{L1\,L2}$ $L_2 \to L_1$; $T_{L2\,L3}$ $L_3 \to L_2$

$T_{SL_2} = T_{SL_1} \cdot T_{L_1L_2}$; $T_{SL_3} = T_{SL_2} T_{L_2L_3}$

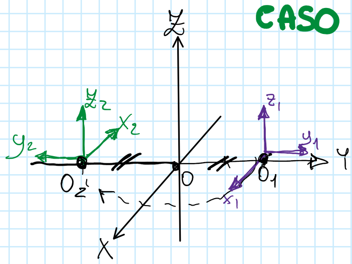
APPROCCIO ≈ usare terne ausiliarie



$T_{SL} = T_{SA} \cdot T_{AL}$

T^{S}_{L1} T^{L1}_{L2} altre notazioni usate in altri testi

CASO DIVERSO



$\begin{cases} \cdot\ S_1 \text{ assi } // S,\ O_1 \neq O \to T_{SS_1} \checkmark \\ \cdot\ S_2 \text{ RUOTANDO } S_1 \text{ ATTORNO } Z \text{ (fisso) DI } \pi \end{cases}$

- $T_{R_Z}(\pi)$ Z FISSO
  QUESTA È LA MATRICE, COME SI VEDE CHE È Z FISSO?

$T_{SS_2} = T_{R_Z}(\pi)\, T_{SS_1}$ ✗ NON SI "VEDE" DALLA T MA DALLA SUA POSIZIONE

Z DI S

- $T_{SS_2} = T_{R_Z}(\pi)\, T_{SS_1}$

OSSERVA CHE $T_{S_1S_2} \neq T_{R_Z}(\pi)$

(CAMBIA ORIGINE $O_1 \neq O_2$!)

- prova a scrivere $T_{S_1S_2}$

$$T_{SS_2} = \begin{bmatrix} R_{SS_2} & [O_2]_S \\ 0^T & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_Z(\pi) & 0 \\ 0^T & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_{SS_1} & [O_1]_S \\ 0^T & 1 \end{bmatrix}$$

si ottiene che

- $R_{SS_2} = R_Z(\pi)\, R_{SS_1}$ ✓ verifica con disegno $R_{SS_2} = R_Z(\pi)$
- $[O_2]_S = R_Z(\pi)\, [O_1]_S$ ✓ OK!

RIPROVA CON POST - MOLTIPLIC.

• $[O_2]_S = R_z(\pi)\,[O_1]_S$ ✓

RIPROVA CON POST - MOLTIPLIC.

• $T_{SS_2} = T_{SS_1} \; T_{R_z}(\pi)$

$$\left[\begin{array}{c|c} R_{SS_2} & [O_2]_S \\ \hline 0^T & 1 \end{array}\right] = \left[\begin{array}{c|c} R_{SS_1} & [O_1]_S \\ \hline 0^T & 1 \end{array}\right] \left[\begin{array}{c|c} R_z(\pi) & 0 \\ \hline 0^T & 1 \end{array}\right]$$

SEGUE CHE
- $R_{SS_2} = R_{SS_1} \, R_z(\pi)$? QUI $R_{SS_1} = I \rightarrow R_{SS_2} = R_z(\pi)$
  (IN GENERALE NON VALE CHE $R_{SS_1} R_z = R_z R_{SS_1}$)
- $[O_2]_S = [O_1]_S$ ✗

→ MOLTIPLICAZIONE NON COMMUTATIVA!

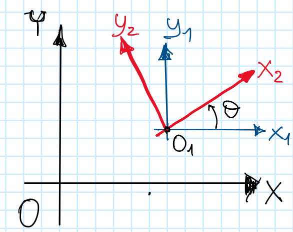
PRE - MOLTIPL. operazioni terna fissa

POST - MOLTIPL. " " corrente

TERNA FISSA CORRENTE

$$[T]_S \; T_{SL} \; [T]_L$$

ESEMPIO



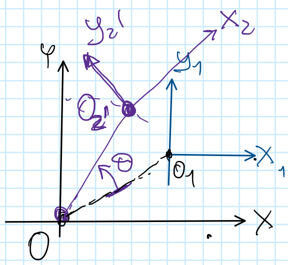
• $T_{SS_1} = \left[\begin{array}{c|c} I & [O_1]_S \\ \hline 0^T & 1 \end{array}\right]$

$O_1 \equiv O_2$

$T_{S_1S_2} = T_{R_z}(\theta) = \left[\begin{array}{c|c} R_z(\theta) & 0 \\ \hline 0^T & 1 \end{array}\right]$

z_1

$T_{SS_2} = T_{SS_1} \cdot T_{S_1S_2}$ post - moltipl.



• CASO DIVERSO

S_1 RUOTA ATTORNO z FISSO

$y_2' \parallel y_2$; $x_2' \parallel x_2$

$O_2' \neq O_1$ IMPORTANTE

Z FISSA

premoltiplico

$$T_{SS_2'} = T_{R_z}(\theta) \; T_{SS_1} \qquad T_{R_z}(\theta) = \text{come prima} \left[\begin{array}{c|c} R_z(\theta) & 0 \\ \hline 0^T & 1 \end{array}\right]$$

osserva che ruota anche O_1 attorno z fisso

$S_2 \neq S_2'$

CASO GENERALE: DIMOSTRAZIONE

seguiamo cosa fa il punto P

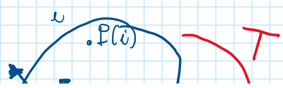
$$P(i+1) = T \; P(i)$$

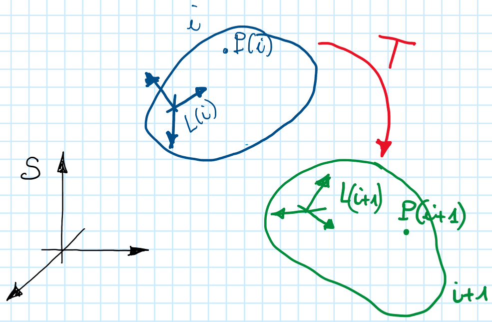
istante i

istante i+1

SPOSTAMENTO: rotaz. e/o trasl

si sceglie dopo SDR × esprimere coord. punti e T





- **ASSI FISSI**
  - T espressa in assi fissi, esempio $[T]_S = T_{R_z}$ ROT. z FISSO

$$\{P_{i+1}\}_S = [T]_S \{P_i\}_S \qquad P_i = P(i)$$

$$\{P_{i+1}\}_S = [T]_S \overbrace{T_{SL_i} \underbrace{\{P_i\}_{L_i}}_{\text{NOTO}}}$$

generalmente note coord. terna locale

- **ASSI CORRENTI**
  - T espressa in assi correnti $[\mathbf{T}]_{L_i}$

Nota

- Rot z corrente

terna $L(i)$ o L_i si comporta come una terna ausiliaria

$$\{P(i+1)\}_i = [\mathbf{T}]_{L_i} \{P(i)\}_{L_i}$$

$$[T]_{L_i} = T_{R_z}(\theta)$$

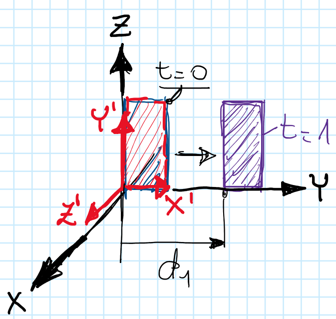
$$\{P(i+1)\}_S = T_{SL_i} \{P(i+1)\}_{L_i} = T_{SL_i} [T]_{L_i} \underbrace{\{P(i)\}_{L_i}}_{\text{COSTANTE}}$$

SI RIPORTA IN S

$$\{P(j)\}_{L(j)}$$

stesso istante allora costante

ESEMPIO



- $\boxed{t=0}$

$O \equiv O'$ E $R_{SS'} \neq I$

$$R_{SS'}(0) = \left[[\underline{i}']_S \,\middle|\, [\underline{j}']_S \,\middle|\, [\underline{k}']_S \right] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

QUINDI

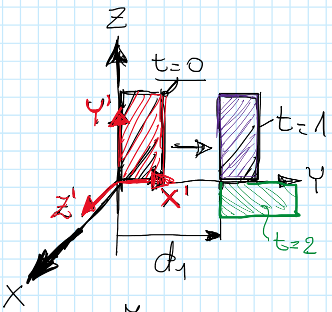
$$T_{SS'}(0) = \left[\begin{array}{c|c} R_{SS'}(0) & \underline{0} \\ \hline \underline{0}^T & 1 \end{array} \right]$$

$\boxed{0 \to 1}$ traslazione di d_1 lungo Y o $x'(0)$

$$T_{SS'}(1) \begin{cases} \text{assi FISSI} & T_{tr_y}(d_1)\, T_{SS'}(0) \\ \text{assi CORRENTI} & T_{SS'}(0)\, T_{tr_x}(d_1) \end{cases}$$

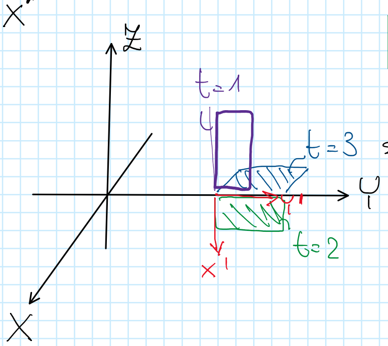
$$T_{tr_y} = \left[\begin{array}{c|c} I & \begin{matrix} 0 \\ d \\ 0 \end{matrix} \\ \hline 0^T & 1 \end{array}\right] \; ; \quad T_{tr_x}(d) = \left[\begin{array}{c|c} I & \begin{matrix} d \\ 0 \\ 0 \end{matrix} \\ \hline 0^T & 1 \end{array}\right]$$

provare a svolgere conti e verificare che si arriva alla stessa matrice



$\boxed{1 \to 2}$ Rotaz $Z'(1)$ $-\pi/2$

$$T_{SS'}(2) = T_{SS'}(1)\, T_{R_z}(-\pi/2)$$



$\boxed{2 \to 3}$

ROT Y / Y' DI $\pi/2$

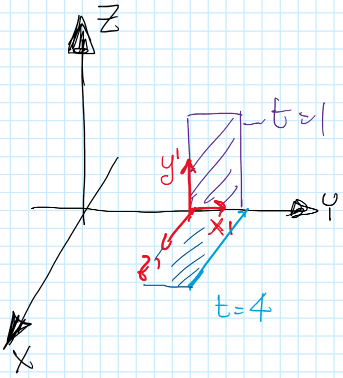
SU PIANO XY

$$T_{SS'}(3) = \quad T_{SS'}(2)$$

$T_{R_y}(\pi/2)$

pre o post moltiplico

Y sovrapposto Y'



$\boxed{t=4}$ PIÙ UTILE RIFERIRSI A $t=1$ che $t=3$

da config. $t=1$ con rotazione Y o $X'(1)$ $\frac{\pi}{2}$

$$T_{SS'}(4) \begin{cases} T_{R_y}(\pi/2)\, T_{SS'}(1) \\ T_{SS'}(1)\, T_{R_x}(\pi/2) \end{cases}$$