5. Lezione 12 ottobre

lunedì 12 ottobre 2020 10:35

CONCETTI IMPORTANTI IN QUESTA LEZIONE

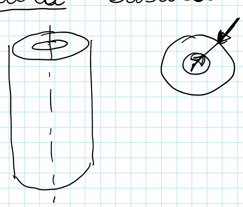
- Formulazione di problemi di ottimizzazione in generale, con vincoli
- Applicazione ai problemi muscolo-scheletrici: equ. Vincolo e funzioni costo
- Come discutere/validare risultati ottenuti
- Come si usa fmincon in Matlab
- Matrice di rotazione nel 3D (ricavare come cambiamento di sdr)
- Caratteristiche della struttura della matrice
- Proprietà della matrice di rotazione (dimostrare)
- Matrici ortogonali: rotazione e riflessione

- METODO DI OTTIMIZZAZIONE
- ROTAZIONE 3D

argomenti di oggi

METODO DI OTTIMIZZAZIONE

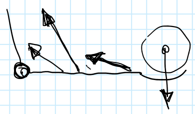
Natura basata su criteri di ottimizzazione



r_i, r_e – minor peso, resistenza

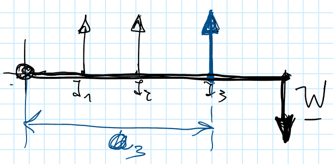
"Optima for animals"
Alexander McNeill

? quale criterio
- si fanno ipotesi
- " " verifiche sperimentali



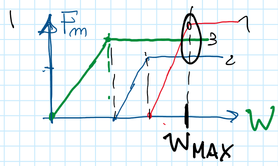
- 3 muscoli × flessione: quale criterio di reclutamento?

$a_3 F_3 = W c$
→ F_3 MIN
LEVA + VANTAGGIOSA



$0 \le F_m \le F_{MAX}$

prima F_3 fino max
poi F_2 " "
poi F_1



- σ → METODO DI RIDUZIONE

→ PROBLEMA DI OTTIMIZZAZIONE

- INCOGNITE F_{m_i} (Reaz.) da prima cardinale (*)
- CONSTRAINT vincolo – $0 \le F_{m_i} \le F_{MAX_i}$ DISUGUAGLIANZA
  - EQ. CARDINALI $\sum ma_i F_{m_i} = M_m$ UGUAGL.
    dipende da geom. — noto dai carichi
- funzione costo / obiettivo

$$f(F_{m_i}) = \sum_i F_{m_i}^2 \quad \text{oppure} \quad \sum F_{m_i}^3 \quad \text{su forze}$$

$$= \sum_i \left(\frac{F_{m_i}}{PCSA_i}\right)^n \quad n = 2, 3 \quad \text{sulle tensioni}$$

OPENSIM

$$F_m(\underbrace{a}_{\text{attivaz.}}, \underbrace{l}_{\text{lungh.}}, \overbrace{v}^{\text{vel. contraz}}) = a\, F_0\, f_l(l)\, f_v(v)$$

$\sum_i a_i^n$ ($n = 2$ default)

- programmabile via Matlab

fmincon

(*)
- $f(F_{m_i} + \text{Reaz. Giunti}) = \min$ Reaz. GIUNTI
- EQ. CARD. 1ª, 2ª

casi di protesi o artrosi

$\sum_i a_i^{\ldots}$ (n = 2 default)

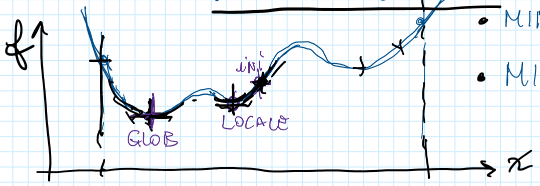
• programmabile via Matlab

$f() = \min\left[\max\left(F_{m_i}\right)\right]$

$f() = \min\left[\max\left(\frac{F_{m_i}}{PCSA_i}\right)\right]$

minimizzare funzione costo, al variare delle F_{m_i} all'interno delle cond. vincolo

N.B. richiesta soluz. iniziale



• MINIMO GLOB.

• MINIMO LOCALE

Galileo

VALIDAZIONE DELLE IPOTESI

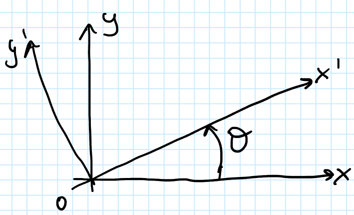
come si può verificare ipotesi funz. costo?

a) EMG — semiquantitativa
livello di reclutamento
LIMITAZIONI: sui muscoli principali, su fasci non muscolo completo

b) PROTESI SENSORIZZATE (Berlino – Wolff)
misura reazioni giunti
- anca
- ginocchio
qualcosa su spalla, vertebre

• GRAND KNEE CHALLENGE (VII ediz.)
  • dati paz. camminata
  • fluoroscopia
  → chi calcola reaz. protesi + vicino alla misura?

Rotaz. 3D



caso con 1 asse condiviso (z)

$[P]_S = R_{SS'}\,[P]_{S'}$

$R_z(\theta) = \begin{bmatrix} c\theta & -s\theta & 0 \\ s\theta & c\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

PUNTI

$[P]_S = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$ $\quad [P]_{S'} = \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix}$

↓

CAMB. BASE SPAZIO VETTORIALE

S - S' hanno stessa origine ma nessun asse coordinato comune

$S = \{O; x, y, z\}$ $\quad S' = \{O; x', y', z'\}$

punti → vettori posizione
P — definita O, $\overrightarrow{OP}$

$\underset{\text{coordinate del punto}}{[P]_S} = \underset{\text{componenti vettore posizione}}{\left[\overrightarrow{OP}\right]_S} = (x, y, z)$

in S $\overrightarrow{OP}$ = $\overrightarrow{OP}$ in S' x stessa origine

$x\,\underline{i} + y\,\underline{j} + z\,\underline{k} = x'\,\underline{i}' + y'\,\underline{j}' + z'\,\underline{k}'$

in S $\quad \vec{OP} = \vec{OP}$ in S' $\quad$ x stessa origine

$$x\,\underline{i} + y\,\underline{j} + z\,\underline{k} = x'\,\underline{i}' + y'\,\underline{j}' + z'\,\underline{k}'$$

UGUAGL. VETTORI

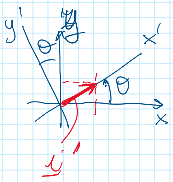
N.B. nessun simbolo di prodotto si mette tra scalare e vettore

$$\underline{i}\cdot(x\,\underline{i} + y\,\underline{j} + z\,\underline{k}) = (x'\,\underline{i}' + y'\,\underline{j}' + z'\,\underline{k}')\cdot\underline{i}$$

$$\begin{array}{l} \cdot\underline{i} \\ \cdot\underline{j} \\ \cdot\underline{k} \end{array} \begin{cases} x = \underline{i}'\cdot\underline{i}\; x' + \underline{j}'\cdot\underline{i}\; y' + \underline{k}'\cdot\underline{i}\; z' \\ y = \underline{i}'\cdot\underline{j}\; x' + \underline{j}'\cdot\underline{j}\; y' + \underline{k}'\cdot\underline{j}\; z' \\ z = \underline{i}'\cdot\underline{k}\; x' + \underline{j}'\cdot\underline{k}\; y' + \underline{k}'\cdot\underline{k}\; z' \end{cases}$$

$$[P]_S = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \underline{i}'\cdot\underline{i} & \underline{j}'\cdot\underline{i} & \underline{k}'\cdot\underline{i} \\ \underline{i}'\cdot\underline{j} & \underline{j}'\cdot\underline{j} & \underline{k}'\cdot\underline{j} \\ \underline{i}'\cdot\underline{k} & \underline{j}'\cdot\underline{k} & \underline{k}'\cdot\underline{k} \end{bmatrix}}_{\text{matrice dei coseni } R_{SS'}} \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} \qquad [P]_{S'} = [\vec{OP}]_{S'}$$

$$[P]_S = [\vec{OP}]_S$$



$$R_z = \begin{bmatrix} c\theta & -s\theta & 0 \\ s\theta & c\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

VERIFICA MATRICE R_z

$$\begin{cases} \underline{v}\cdot\underline{i} = v_x & \text{comp. di } \underline{v} \parallel x \\ \underline{v}\cdot\underline{i}' = v_{x'} & \text{" " } \underline{v} \parallel x' \end{cases}$$

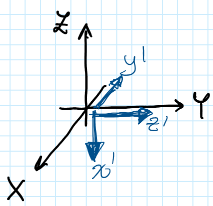
OSSERVA STRUTTURA:

$$\underline{i}'\cdot\underline{i} = i'_x \qquad \underline{i}'\cdot\underline{j} = i'_y$$

$$\begin{bmatrix} \underline{i}'\cdot\underline{i} & \underline{j}'\cdot\underline{i} & \underline{k}'\cdot\underline{i} \\ \underline{i}'\cdot\underline{j} & \underline{j}'\cdot\underline{j} & \underline{k}'\cdot\underline{j} \\ \underline{i}'\cdot\underline{k} & \underline{j}'\cdot\underline{k} & \underline{k}'\cdot\underline{k} \end{bmatrix} \qquad [\underline{i}']_S \quad [\underline{j}']_S \quad [\underline{k}']_S$$

$$R_{SS'} = \left[[\underline{i}']_S \; [\underline{j}']_S \; [\underline{k}']_S \right] \text{ oppure}$$

$$R_{SS'} = \begin{bmatrix} [\underline{i}]^T_{S'} \\ [\underline{j}]^T_{S'} \\ [\underline{k}]^T_{S'} \end{bmatrix}$$



$$R_{SS'} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

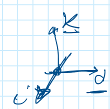
OSS 1. $\quad R_{SS'}^T = \left[[\underline{i}]_{S'} \; [\underline{j}]_{S'} \; [\underline{k}]_{S'} \right] = R_{S'S} = R_{SS'}^{-1}$

$$[P]_{S'} = R_{S'S}\,[P]_S$$

$*\; R^T = R^{-1}$ 1ª proprietà

RICORDANDO CHE $\underline{u}\wedge\underline{v}\cdot\underline{w}$ prodotto misto

$$= \det \begin{bmatrix} u_x & u_y & u_z \\ v_x & v_y & v_z \\ w_x & w_y & w_z \end{bmatrix}$$



$$\det R_{SS'} = \overbrace{\underline{i}\wedge\underline{j}}^{\underline{k}}\cdot\underline{k} = 1$$

$$R_{S'S} = \underline{i}'\wedge\underline{j}'\cdot\underline{k}' = 1$$

$*\;\det R = 1$

R: MATRICE ORTOGONALI A DETERM. UNITARIO

(" " " " − 1 RIFLESSION)