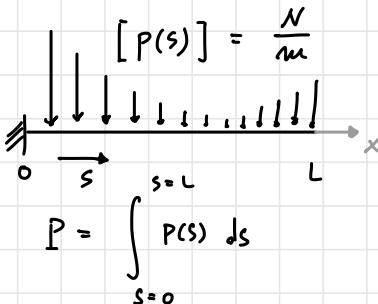


CARICO DISTRIBUITO:

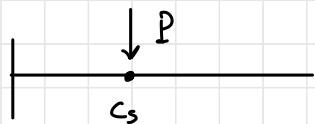


Centro di spinta:

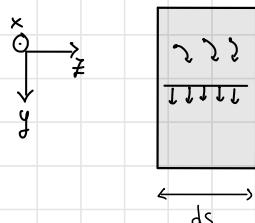
$$c_s = \frac{\int_{s=0}^L P(s) \cdot s ds}{P}$$

↓
media pesata delle posizioni

SIST. EQUIVALENTE



CORPO DISTRIBUITO:



$q(s)$ ~ corso distribuito lungo l'asse z

$P(s)$ ~ Corso distribuito lungo y

$m(s)$ ~ momento distribuito

$$\frac{dN}{ds} = -q(s)$$

$$\frac{dT_y}{ds} = -P(s)$$

$$\frac{dM}{ds} = T_y - m(s)$$

difficilmente si trova
un momento distribuito

$$\text{quindi: } \frac{dM}{ds} = T_y$$

$$N(s) = - \int_0^s q(s') ds' + N(0)$$

Condizione al contorno del
tratto di trave da cui sta
andando.

$$\Rightarrow T(s) = - \int_0^s P(s) ds' + T_y(0)$$

$$M_x(s) = \int_0^s T_y(s') ds' + M(0)$$

nella pratica
si fa l'integrale
indefinito e poi si
aggiunge la condizione
al contorno

$$T_y(s) = \begin{cases} \text{qualsiasi } 0 < s \\ -Ps \quad \frac{L}{2} \leq s \leq L \end{cases}$$

$$M_x(s) = \int_{\frac{L}{2}}^s -Ps ds + M_x(\frac{L}{2})$$

Calcolo delle condizioni al contorno

ll. $T_y(0)$

- si calcola come una caratteristica di sollecitazione (guadando e nelle o e controre) in $s=0$

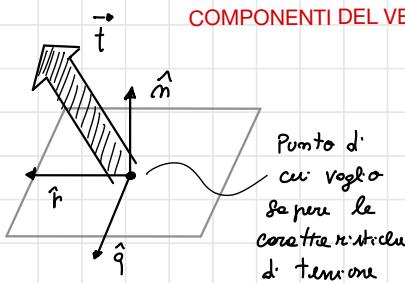
- si trova T_y in un qualsiasi punto e dopo si imposta
ll. si trova T_y in $s=L$

$$T_y(a) = - \underbrace{\int_0^a p(s) ds}_{\text{NOTO}} + \underbrace{T_y(0)}_{\text{incognita}}$$

RISULTANTE DELLE COMPONENTI DI TAGLIO (IN MODULO)

$$\bullet T(\hat{m}) = \sqrt{\sigma_{rm}^2 + \sigma_{qm}^2} = \left| \vec{t}(\hat{m}) - \underbrace{\sigma_{mn} \hat{m}}_{\sigma_{mn}} \right| = \left| \vec{t}(\hat{m}) - \underbrace{\left(\vec{t}(\hat{m}) \cdot \hat{m} \right) \hat{m}}_{\sigma_{mn}} \right|$$

COMPONENTI DEL VETTORE TENSIONE



$$\bullet \sigma_{mn} = \vec{t}(\hat{m}) \cdot \hat{m}$$

$$\bullet \sigma_{rm} = \vec{t}(\hat{m}) \cdot \hat{r}$$

$$\bullet \sigma_{qm} = \vec{t}(\hat{m}) \cdot \hat{q}$$

TENSORE DI CAUCHY

$$S = \begin{bmatrix} \text{COMPONENTE} & \downarrow \text{FACCIA} \\ \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix} & \end{bmatrix}$$

Vettore tensione su una faccia normale a \hat{m}

$$\bullet \vec{t}(\hat{n}) = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{pmatrix} = S \hat{n}$$

componente del vettore tensione normale alla facce (\parallel a \hat{m})

$$\bullet \sigma_{mn} = \vec{t}(\hat{m}) \cdot \hat{m} = \vec{t}^T \hat{m} = \hat{m}^T \vec{t}(\hat{m}) = \hat{m}^T S \hat{m} = \begin{pmatrix} n_1 & n_2 & n_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{pmatrix}$$

allo stesso modo:

$$\bullet \sigma_{rn} = \hat{r}^T \vec{t}(\hat{n}) = \hat{r}^T S \hat{n} = \begin{pmatrix} r_1 & r_2 & r_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{pmatrix}$$

$$\bullet \sigma_{qn} = \hat{q}^T \vec{t}(\hat{n}) = \hat{q}^T S \hat{n} = \begin{pmatrix} q_1 & q_2 & q_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{pmatrix}$$

$$\bullet T(\hat{m}) = \left| S \hat{m} - \underbrace{\left(\hat{m}^T S \hat{m} \right) \hat{m}}_{\vec{t}(\hat{m})} \right|$$

Legge di trasformazione Tensoriale

$$S' = L^T S L$$

L MATRICE IN SISTEMA DI RIFERIMENTO RUOTATO

$$\vec{t}' = \vec{s} m'$$

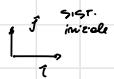
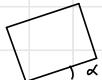
L'ESPRESSI IN NUOVE COORDINATE

Matrice di Rotazione per angolo α

Rotazione Antioraria

$$L = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}$$

Rotazione:



Sistema Ruotato

TENSORE DIAGONALE:

$$S' = \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{pmatrix} = L^T S L$$

con

$$L = \begin{pmatrix} \hat{m}_1 & \hat{m}_2 & \hat{m}_3 \end{pmatrix}$$

e $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ autovalori di S

Le colonne della matrice di rotazione sono composte dagli autovettori relativi agli autovalori.

Per trovare gli autovettori in generale:

$$\text{es. } 2=2 \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$(A - 2I)V = 0$$

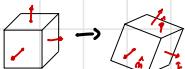
$$\text{con } V = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Autovettore

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} -x + 2y = 0 \\ 3x + 2y = 0 \end{cases}$$

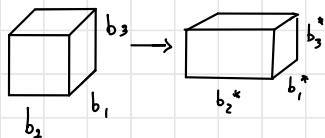
ATT! Se si vuole la matrice di CAUCHY esistente in un'altra base vuole sempre $S' = L^T S L$ con $L = (\hat{m}, \hat{r}, \hat{q})$



$\hat{m}, \hat{r}, \hat{q}$ monos. delle monne base

Defor. tensoriali estensionali.

$$\cdot \epsilon_{11} = \frac{b_1^* - b_1}{b_1} \quad \cdot \epsilon_{22} = \frac{b_2^* - b_2}{b_2} \quad \cdot \epsilon_{33} = \frac{b_3^* - b_3}{b_3}$$



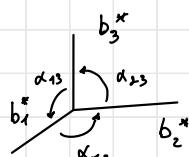
Defor. angolare.

Angolo iniziale \downarrow Angolo finale \swarrow

$$\cdot \gamma_{12} = \frac{\pi}{2} - \alpha_{12}^* \quad \cdot \gamma_{13} = \frac{\pi}{2} - \alpha_{13}^* \quad \cdot \gamma_{23} = \frac{\pi}{2} - \alpha_{23}^*$$

per i poter angolo iniziale retto.

$$\cdot \epsilon_{ij} = \frac{\gamma_{ij}}{2} \rightsquigarrow \text{Defor. angolare tensoriale}$$



Deforrmamenti e deformazioni

$$\cdot \epsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{u_i}{x_j} + \frac{u_j}{x_i} \right)$$

Tensore delle piccole deformazioni

$$E = \begin{pmatrix} \epsilon_{11} & \epsilon_{12} & \epsilon_{13} \\ \epsilon_{21} & \epsilon_{22} & \epsilon_{23} \\ \epsilon_{31} & \epsilon_{32} & \epsilon_{33} \end{pmatrix}$$

Deforrmazioni ed Energie

$$\cdot L_{\text{ext}} = L_{\text{ren}} = U = -L_{\text{int}}$$

Potenz. ELASTICA

Variazioni di Volume

$$\cdot \epsilon_V = \epsilon_{11} + \epsilon_{22} + \epsilon_{33}$$

$$\cdot \Delta V = V^* - V = \int_{\Omega} \epsilon_V \cdot dv$$

locale
globale

$$\cdot \epsilon_A = \epsilon_{11} + \epsilon_{22} = \epsilon_{xx} + \epsilon_{yy}$$

VARIAZIONE DI AREA

lavoro su unità di volume

$$\cdot l_{\text{ren}} = \int_{x_0}^{x_F} S(x) dE(x) = W = \frac{dU}{dV}$$

energia elastica su unità di volume

Le matrici

$$\cdot L_{\text{tens}}(\vec{\epsilon}) = \int_0^{\epsilon} dQ_{\text{tens}} = \frac{1}{2} \vec{\epsilon}^T Q \vec{\epsilon} = w(\vec{\epsilon}) = \frac{1}{2} \vec{\sigma}^T C \vec{\sigma}$$

energia elastica

$\vec{\epsilon}$

$\vec{\sigma}$

C

$\vec{\epsilon} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$

$\vec{\sigma} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$

Legge di Hooke (IOLE)

$$\cdot \vec{\sigma} = Q \vec{\epsilon}$$

$$\begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} \end{pmatrix} = G \begin{pmatrix} 2\frac{1-\nu}{1-2\nu} & \frac{2\nu}{1-2\nu} & \frac{2\nu}{1-2\nu} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{2\nu}{1-2\nu} & 2\frac{1-\nu}{1-2\nu} & \frac{2\nu}{1-2\nu} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{2\nu}{1-2\nu} & \frac{2\nu}{1-2\nu} & 2\frac{1-\nu}{1-2\nu} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \epsilon_{zz} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix}$$

$$\cdot \vec{\epsilon} = C \vec{\sigma}$$

$$\begin{pmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \epsilon_{zz} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix} = \frac{1}{E} \begin{pmatrix} 1 & -\nu & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -\nu & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2(1+\nu) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2(1+\nu) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2(1+\nu) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} \end{pmatrix}$$

Le matrici E e S
riconosciute e
rettificate.

$\begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{32} \\ \sigma_{31} \\ \sigma_{21} \end{pmatrix}$

PROVA DI TRAZIONE (monosottile normale)

$$\epsilon_{zz} = \frac{\Delta L}{L}$$

$$\sigma_{zz} = E \epsilon_{zz}$$

MODULO ELASTICO

$$G = \frac{2(1+\nu)}{E}$$

MODULO DI RIGIDEZZA TANGENZIALE

$$\epsilon_{xx} = -\nu \epsilon_{zz}$$

RAPPORTO DI POISSON

$$\epsilon_{xx} = \epsilon_{yy} = \frac{\Delta L}{L}$$

$$\epsilon_{xx} = -\frac{\nu}{E} \sigma_{zz}$$

Bulk Modulus

$$\sigma_0 = k \epsilon_V$$

(MODULO DI COMPRESSIONIBILITÀ)

$$k = \frac{E}{3(1-2\nu)}$$

$$W = \frac{1}{2} \sigma_0 \epsilon_V$$

$$= \frac{1}{2} k \epsilon_V^2$$

$$\sigma_I = \sigma_0 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

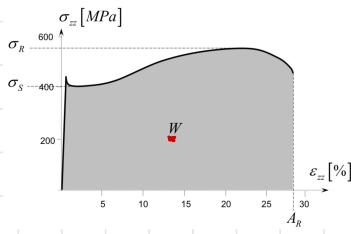
Tensione Idrostatica

ogni stato può essere diviso in idrostatico e deviatorico:

$$\left. \begin{array}{l} S = S_I + S_D \\ W = W_I + W_D \end{array} \right\}$$

$$= \frac{1}{2} K \epsilon_V^2 + \frac{1}{2} G [2(\epsilon_{xx}^D)^2 + 2(\epsilon_{yy}^D)^2 + 2(\epsilon_{zz}^D)^2 + (\gamma_{xy}^D)^2 + (\gamma_{xz}^D)^2 + (\gamma_{yz}^D)^2]$$

Tenacità: Area sottesa al grafico fino a rottura

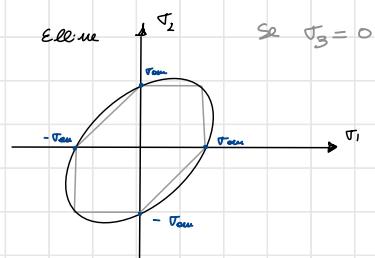
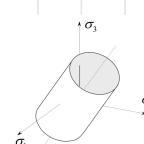
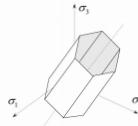
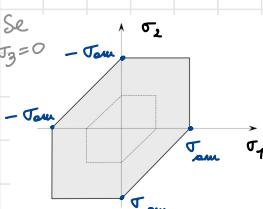


Tensione equivalente MISES

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2]}$$

Tensione equivalente TRESCA

$$\sigma_{eq} = \max_{i,j} |\sigma_i - \sigma_j|$$



$$\sigma_{eq} = \sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + (\sigma_{xx} - \sigma_{zz})^2 + (\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 + 6(\sigma_{xy}^2 + \sigma_{xz}^2 + \sigma_{yz}^2)]}$$

Sente come era gli autorevoli:

Tensione minima: Calcolata sperimentalmente

Così

$$S = \begin{pmatrix} \sigma & \tau & 0 \\ \tau & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \bullet \quad \sigma_{eq} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \quad \bullet \quad \sigma_{Von Mises} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}$$

Def. $\gamma = \frac{\sigma_{am}}{\sigma_{eq max}}$ $\gamma \geq 1$

Più siamo vicini a 1 più siamo vicini al limite oltre il quale è probabile lo snervamento

TRAVE SOGETTA A FORZA NORMALE

$\epsilon = \epsilon_{zz}(0,0)$ deformazione estensiva calcolata nel baricentro.

$$\epsilon_{zz} = \frac{\sigma_{zz}}{E} = \frac{N}{AE} \Rightarrow \epsilon(s) = \frac{N(s)}{AE} \quad \text{Valido in situazioni come prova di trazione (non vero in genere)}$$

$$W_N = \frac{N}{\sigma_{eq max}} \quad \text{Modulo di Resistenza alla tensione}$$

$$\bullet \frac{du}{ds} = \frac{1}{2} \frac{N^2}{EA} \quad \text{Energia elastica accumulata per unità di lunghezza}$$

$$u = \int du = \int \frac{1}{2} \frac{N^2}{EA} ds$$

Allungamento Trave

$$\bullet dL_{ext} = \frac{1}{2} N e \overbrace{ds}^{SPOSTAMENTO} \quad \underbrace{1}_{FORZA}$$

$$\bullet \Delta L = \int_0^{L_{tot}} \epsilon(s) ds$$

TRAVE SOGETTA A FLESSIONE

Hip: Zona soggetta esclusivamente a momento

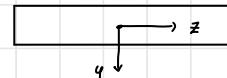
\Rightarrow Ipotesi di Euler-Bernoulli.

$$\bullet \epsilon_{zz} = k_x y + \epsilon$$

$$\bullet k_x = \frac{1}{R}$$

curvatura

$$\bullet \sigma_{zz} = E \epsilon_{zz} = E k_x y + \overbrace{E \epsilon}^{(z=0)}$$



$$\bullet M_x = E k_x J_x$$

$$\bullet \sigma_{zz} = \frac{M_x}{J_x} y \quad \text{Formula di Navier}$$

$$w_x = \frac{J_x}{y_{max}} \quad \text{Modulo di Resistenza alla flessione}$$

Sicuramente meno per im monoviale $\sigma_{zz} = \sigma_{eq}$

Energia elastica per unità di lunghezza

$$\cdot \frac{du}{ds} = \frac{\pi}{2} \frac{M_x^2}{J_x E} = \frac{\pi}{2} K_x K_x$$

immagazzinata in una trave durante inflessione

$$\frac{dI}{ds} = \frac{du}{ds} = \frac{\pi}{2} K_x K_x$$

$$dL_{\text{int}} = \frac{\pi}{2} M_x d\theta = \frac{\pi}{2} K_x dS M_x$$

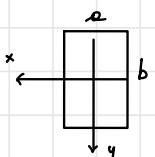
metà che ancora una volta è verificato
 $du = dL_{\text{int}}$

Sommazione effetti (senza tenere conto di M_z)

- Se c'è K_y : $\sigma_{zz} = -\frac{K_y}{J_y} x$
 - Se c'è K_y e K_x : $\sigma_{zz} = \frac{M_x y}{J_x} - \frac{K_y}{J_y} x$
 - Se c'è momento rispetto ad qualche asse $\bar{M}_a = \bar{M}_x + \bar{M}_y$ (si ricomponga e si usi)
 - Se c'è sola sollecitazione normale: $\sigma_{zz} = \frac{M_x y}{J_x} - \frac{K_y}{J_y} x + \frac{N}{A}$
- seq. Asse neutro ($\sigma_{zz} = 0$) (con ipotesi che sia presente solo momento)
- $y = \frac{K_y}{J_y} \frac{J_x}{M_x} x$ i punti critici sono i più lontani dall'asse neutro e quindi si trovano necessariamente sul bordo

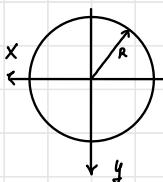
Momenti inerzia notevoli:

(PLANARI)



$$\cdot J_x = \frac{\pi b^3}{12}$$

$$J_y = \frac{\pi^3 b}{12}$$



$$\cdot J_x = \frac{\pi R^4}{4}$$

Teorema
ASSI PARALLELI:

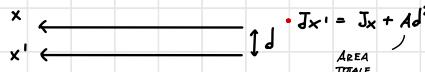
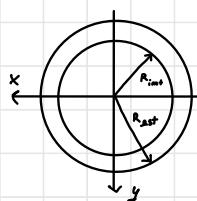


FIGURE BUCATE:



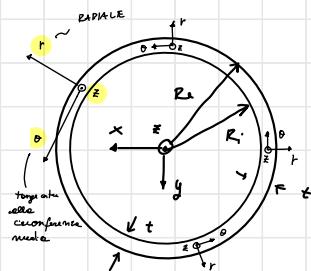
es.

$$J_x = \frac{\pi}{4} (R_{\text{ext}}^4 - R_{\text{int}}^4)$$

TRAVE SOCCETTA A TORSIONE

$$S = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \sigma_{\theta z} \\ 0 & 0 & 0 \\ Symm & & 0 \end{pmatrix}$$

$$\bullet |\sigma_{\theta z}| = \tau_{max}$$



Sezione tubo cilindrico:

$$\frac{R_o + R_i}{2}$$

$$\bullet \sigma_{\theta z} = \frac{M_z}{2\pi R_m^2 t} = \frac{M_z}{J_o} R_m \quad W_o = \frac{J_o}{R_m}$$

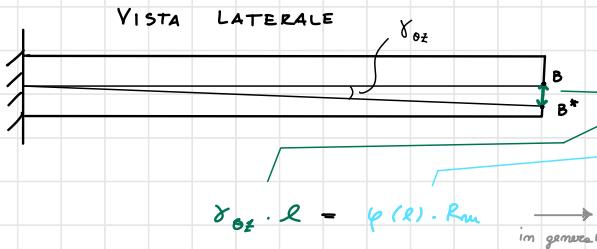
$$\tau_{max} = |\sigma_{\theta z}| = \frac{M_z}{W_o}$$

$$\tau_{max} = \frac{M_z}{W_o}$$

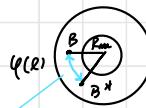
Defor. dovute a M_z

$$\bullet \epsilon_{\theta\theta} = 0 \quad \bullet \epsilon_{rr} = 0 \quad \bullet \epsilon_{zz} = 0$$

non ci sono deformazioni estensionali



VISTA FRONTALE



$$\delta_{\theta z} \cdot l = \varphi(r) \cdot R_m \quad \text{in gen.} \quad \bullet \delta_{\theta z} \cdot S = \varphi(s) \cdot R_m$$

ATTORCIAMENTO:

$$\varphi(r) = \frac{\delta_{\theta z} l}{R_m} \quad \delta_{\theta z} = \frac{\sigma_{\theta z}}{G}$$

$$\Psi = \frac{d\varphi(s)}{ds} = \frac{\varphi(l)}{l} = \frac{\delta_{\theta z}}{R_m} = \frac{\sigma_{\theta z}}{G R_m}$$

$$\Psi = \frac{K_o}{J_o G} \sim \frac{M_z}{I_o G} \quad \text{RIGIDEZIA TORSIONALE}$$

E' elastica immagazzinata durante la torsione

$$\bullet \frac{du}{ds} = \frac{1}{2} M_z \Psi \quad \text{inoltre} \quad u = L_{ext} = \frac{1}{2} M_z \Psi l$$

Sezione cilindro pieno:

$$\psi = \frac{d\psi(s)}{ds} \quad (\text{rimane lo stesso ed è uguale in ogni punto della sezione})$$

$$\bullet \sigma_{xz} = \psi \cdot r \Rightarrow \bullet \sigma_{xz} = C \cdot \psi \cdot r$$

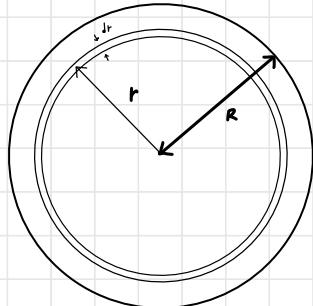
costante

la tensione

$$\bullet \sigma_{xz} = \frac{M_z}{J_0} r$$

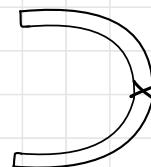
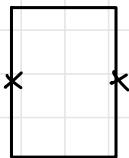
curvatura allonta
mondo del centro

$$\bullet \sigma_{xz_{\max}} = \tau_{\max} = \frac{M_z}{J_0} R$$



Sezione rettangolare:

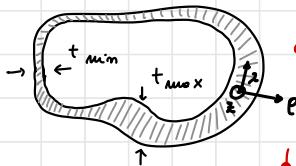
massima tensione in punto medio
lato lungo



Vale anche per altre forme

Sezione generica:

tensione max dove la spessore è minimo



SPESORE

$$\bullet \sigma_{xz} \cdot t(z) = \phi_{xz} = \text{COST} \Rightarrow \sigma_{xz_{\max}} = \frac{\phi_{xz}}{t_{\min}}$$

$$\bullet \sigma_{xz} = \frac{M_z}{2A \cdot t(z)} \sim \text{senza dim.}$$

AREA sotto la curva che pesa dei punti in mezzo alle pareti esterne e interne del tubo

TRAVE SOUETTA A TAGLIO

Il taglio genera la corettività $\sigma_{yz} = \sigma_{zy}$

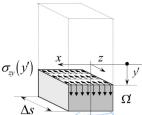
$$\sigma_{yz}(y') = \frac{1}{b J_x} \frac{M_x(s + \Delta s) - M_x(s)}{\Delta s} \int_{\Omega'} y dx dy$$

• l'integrale è il momento statico rispetto all'asse centrale principale d'inerzia x della sottosezione Ω' (vedi appendice D) e pertanto lo esprimiamo formalmente come S'_x .

Si ottiene quindi la seguente formula di Jourawski

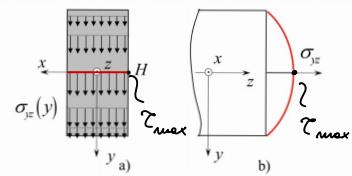
$$\sigma_{yz}(y') = \sigma_{zy}(y') = \frac{T_y S'_x}{b J_x} \quad (22.2)$$

DIPENDE DA y'
RISPETTO
SEZIONE
INTERA



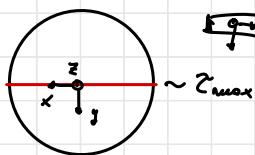
per sezione rettangolare:

$$\bullet \sigma_{yz} = \frac{3}{2} \frac{T_y}{A} \left(1 - \left(\frac{y}{\frac{H}{2}} \right)^2 \right)$$



per sezione circolare:

$$\sigma_{yz} = \frac{4}{3} \frac{T_y}{A} \left(1 - \left(\frac{y}{R} \right)^2 \right)$$



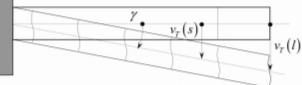
per sezione generica:

$$T_{max} = \mu \frac{|T_y|}{A}$$

fattore di resistenza
se tog.o.

Deformazioni:

$v_{TAULO}(l) \ll v_{FLESSIONE}(l)$



$$\gamma_{yz,max} = \frac{\tau_{max}}{G} = \mu \frac{T_y}{GA}$$

VERIFICA DI RESISTENZA

TENSIONI	CUSE	Nel CASO generale
σ_{zz}	N, M_x, M_y	$S = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \sigma_{xz} \\ 0 & 0 & \sigma_{yz} \\ sym & & \sigma_{zz} \end{pmatrix}$
σ_{xz}, σ_{yz}	T_x, T_y, M_z	Ruotando $\rightarrow S = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{xz} \\ sym & & \sigma_{yz} \end{pmatrix}$

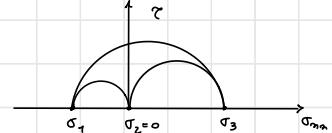
ci sono M_x e N \rightarrow Se c'è solca $T_y \rightarrow M_x = \int T_y$
tra i due M_x e' max done
 $T_y = 0 \Rightarrow M_x$ min in T_y
quelli punti critici sono
done M_x e' max

 ~ CRITICI

$$\sigma_{zz} = \frac{M_x}{J_x} g + \frac{N}{A}$$

$$\sigma_{xz} = \sqrt{\sigma_{xz}^2 + \sigma_{yz}^2}$$

$$S = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{xz} \\ sym & & \sigma_{yz} \end{pmatrix}$$



- RICAVABILI
- $\tau_{max} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{xz}}{2}\right)^2 + \sigma_{yz}^2}$
 - $\sigma_{yz, TRESCA} = \sqrt{\sigma_{xz}^2 + 4\sigma_{yz}^2}$
 - $\sigma_{yz, Mises} = \sqrt{\sigma_{xz}^2 + 3\sigma_{yz}^2}$

Verifica di Rigidezza

- metodo della linea elastica

Spostamento linea d'asse

in alzazione \bar{x} : donato solo ai cerchi normali: $\bar{e} = \frac{N}{EA}$

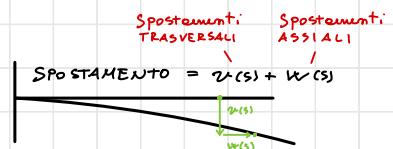
(w)

(u)

(v)

donato a M_y

donato a M_x



$$SPOSTAMENTO = u(s) + v(s)$$

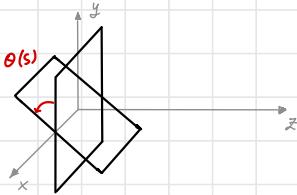
• $E A w'' + q(s) = 0$ \leadsto si integra per trovare $w(s)$

$$w = \int e ds, \quad e = \frac{dw}{ds}, \quad e = \frac{N}{EA}, \quad N = \frac{dw}{ds} EA, \quad \frac{dN}{ds} + q(s) = 0$$

• $E J_x u'' = -M_x$ \leadsto si integra per trovare $u(s)$

$$K_x = \frac{M_x}{E J_x}, \quad k_x = -u''(s)$$

- $\theta(s) = -u'(s)$ $\bullet \frac{M_x}{E J_x} = -u''(s)$ \leadsto utili per calcolare condizioni al contorno



• $E J_x u''' = p(s)$