

Appunti di Misure elettroniche

Stefano Rossini

1 luglio 2025

Introduzione

Appunti ordinati, con approfondimenti passo-passo, del corso di Misure elettroniche per il corso di laurea in Ingegneria Elettronica presso l'Università Politecnica delle Marche.

Le fonti degli appunti sono le seguenti:

- Slide del corso della prof.ssa Susanna Spinsante "Strumentazione Digitale e Misure Elettroniche (SDME)" A.A. 2024/2025

La mitica Spinstante è una goat: prof stupenda, riesce a mantenere coinvolgente la materia rimanendo professionale e puntuale nella terminologia.

Andate a lezione, se potete, perchè sono super-interessanti.

È consigliato studiare e superare prima l'esame di analisi matematica 2 e teoria dei segnali per gli indicatori statistici che saranno impiegati nel corso.

I concetti importanti dei corsi precedenti sono importanti ma non fondamentali: ci serviranno i concetti base.

Lascerò dei link a video e/o spiegazioni esterne per ulteriori approfondimenti.

Per qualsiasi domanda, scrivimi a rossini.stefano.appunti@gmail.com

Buono studio e buona lettura

Indice

1 Elementi di metrologia e fondamenti della misurazione	9
1.1 Misura e misurazione	10
1.2 La misurazione ideale e reale	11
1.3 Definizione di grandezza	12
1.4 Conoscenza del mondo fisico e misure	13
1.5 Discussione qualitativa sull'incertezza di misura	15
1.6 Un po' di terminologia	18
1.7 Caratteristiche metrologiche di una misura o di uno strumento: definizioni	20
2 Il Sistema Internazionale e i campioni delle unità di misura	21
2.1 Organismi per la metrologia	22
2.2 Unità di misura e sistemi di unità di misura	23
2.3 Il sistema internazionale (SI) di unità di misura	24
2.4 "Vecchio" SI (1960-2019)	27
2.5 Nuovo SI (in vigore dal 2019)	30
2.6 I campioni delle unità di misura	32
2.7 Volt e Ohm: campioni di riferimento nazionale per l'Italia	35
3 Il Sistema Internazionale e i campioni delle unità di misura	37
3.1 I campioni e la riferibilità delle misure	38
3.2 I campioni secondari	40
3.3 Disseminazione internazionale del SI	41
3.4 Campioni per montaggio negli strumenti	42
3.4.1 Diodi zener e a valanga	42
3.4.2 Campioni di resistenza	45
3.4.3 Campioni di tempo	47
4 Notazione SI, concetti introduttivi	49
4.1 Regole di scrittura delle unità di misura	50
4.2 Unità non SI ammesse	53
4.3 Il processo reale di misurazione e la definizione di "Misura"	54
4.4 La norma internazionale	55
4.5 Approccio classico Vs GUM	56
4.6 Incertezza: altre considerazioni	57
4.6.1 Categorie di incertezza	58
4.7 Alcuni richiami di statistica e probabilità	59
4.7.1 Scarto di tipo sperimentale	60
4.8 Istogrammi delle osservazioni	61
4.9 Alcuni richiami di statistica e probabilità	62
4.10 Il concetto di probabilità ed i parametri statistici	63
4.11 Curva normale o di Gauss	64
4.12 Distribuzioni di probabilità	65
5 Valutazione dell'incertezza di tipo A e B	67
5.1 Valutazione dell'incertezza	68
5.2 Valutazione dell'incertezza di tipo A	70
5.3 Valutazione dell'incertezza di tipo B	71
5.3.1 Distribuzione triangolare	74
5.4 Incertezza combinata standard	75
5.5 Incertezza estesa	76

5.6	Combinazione delle incertezze	77
5.7	Supplemento GUM: simulazione Monte Carlo	79
5.8	Esprimere l'incertezza	80
6	Incertezza strumentale e regole di scrittura	81
6.1	Il processo "reale" di misurazione	82
6.2	Incertezza degli strumenti di misura	83
6.2.1	Incertezza dei campioni utilizzati	84
6.2.2	Deriva termica del campione	85
6.3	Imprecisioni costruttive dello strumento	86
6.3.1	Deriva termica dell'Offset degli OpAmp	88
6.4	Perturbazione dello stato del sistema	90
6.5	Disturbi e rumori elettrici, magnetici ed elettromagnetici	92
6.6	Incertezza strumentale: bit e digit	93
6.6.1	Espressione della incertezza degli strumenti indicatori (accuracy) - il "digit"	95
6.7	Riduzione della incertezza strumentale	97
6.8	Espressione della incertezza di misura	98
6.9	Regola di scrittura: cifre significative	99
6.10	Compatibilità tra le misure	101
6.10.1	Compatibilità tra le misure e media pesata	102
7	Conversione AD e convertitori - parte I	103
7.1	Segnali analogici e digitali	104
7.2	Interesse alle misure elettroniche	106
7.2.1	Analogico vs Digitale: occupazione della linea	107
7.2.2	Analogico vs Digitale: registrabilità	108
7.2.3	Analogico vs Digitale: elaborabilità	108
7.2.4	Analogico vs Digitale: reiezione ai disturbi	109
7.3	Conversione analogico - digitale	110
7.4	Teorema fondamentale del campionamento	112
7.5	La Delta di Dirac e il campionamento	113
7.6	Fase 1: Campionamento	115
7.6.1	Fase 1: Campionamento e aliasing (prima parte)	116
7.7	Fase 1: Campionamento (seconda parte)	118
7.8	Fase 2: Quantizzazione	122
7.8.1	Fase 2: Quantizzazione non silenziata	125
7.8.2	Fase 2: Quantizzazione silenziata	126
7.9	Fase 2: Quantizzazione - conclusioni	127
8	Conversione AD e convertitori - parte II	129
8.1	Fase 3: codifica	130
8.2	Mappatura ottimale per la quantizzazione silenziata	131
8.3	La conversione A/D reale	134
8.4	Sample and hold: funzionamento ideale	135
8.4.1	Ipotesi di componenti ideali	135
8.4.2	Interruttore chiuso	136
8.5	Sample and Hold: funzionamento reale	139
8.5.1	L'acquisition time sull'S&H reale	139
8.5.2	L'effetto delle ricombinazioni delle cariche sul S & H reale	141
8.5.3	Droop rate (velocità di discesa della tensione)	143
8.5.4	Droop voltage	144
8.5.5	Sottrazione di cariche	145
8.5.6	Hold step o pedestal	146
8.5.7	Banda passante	148
8.6	Sample and Hold reale e capacità di memoria	149

9 Conversione AD e convertitori - parte III	151
9.1 Convertitori A / D	152
9.2 Convertitori paralleli "Flash ADC"	153
9.2.1 Flash ADC - Quantizzazione	155
9.2.2 Flash ADC - codifica	157
9.2.3 Flash ADC - Codifica errori OF e UF	158
9.2.4 Flash ADC: pro e contro	160
9.3 Half-flash o semi-flash ADC	161
9.3.1 DAC a scala di resistenze	163
9.3.2 Half- flash ADC - pro e contro	165
9.4 Two-stage pipelined flash Adc	166
9.5 Multi-stage pipelined flash Adc	167
9.6 Convertitore a successive approssimazioni "SAR ADC"	168
9.6.1 SAR ADC: funzionamento "ideale"	170
9.6.2 SAR ADC: pro e contro	174
9.7 Cause di incertezza nei convertitori	175
9.8 Convertitore ad inseguimento	176
9.8.1 Principio di funzionamento	177
9.8.2 Filtro numerico BB	178
9.8.3 Filtro numerico BB con convertitore ad inseguimento	179
9.8.4 Rumore di quantizzazione	180
9.9 Sigma-Delta $\Sigma - \Delta$	182
9.10 Limiti dei convertitori	184
9.11 Velocità, risoluzione, accuratezza	186
9.12 Numero di cifre nei display dei DMM	188
9.13 Bit equivalenti - caso ideale	189
9.14 Bit equivalenti - caso reale	191
9.15 Bit equivalenti (ENOB)	192
10 Effetti di inserzione degli strumenti: autoconsumi	193
10.1 Inserzione di uno strumento di misura e l'autoconsumo	194
10.1.1 Voltmetro a valle	195
10.1.2 Voltmetro a monte	197
11 Strumenti numerici indicatori - parte I	199
11.1 Pregi della misura numerica	200
11.2 Limiti della misura numerica	201
11.2.1 Incertezza di quantizzazione	202
11.3 Dimensione dei quanti e capacità del contatore	203
11.4 Parte I: Intervalometro e periodometro	204
11.5 Intervalometro: principio di misurazione	205
11.6 Intervalometro numerico: schema di principio	207
11.6.1 Principio di funzionamento	208
11.6.2 Incertezza	210
11.6.3 La quantizzazione	211
11.6.4 Incertezza da mancanza di sincronismo	213
11.6.5 Incertezza complessiva	214
11.7 Grande capacità contatore e display	215
11.8 Segnali analogici e circuito di trigger	216
11.8.1 Funzionamento del trigger	217
11.8.2 Regolazione del trigger	218
11.9 Periodometro numerico: schema di principio	219
11.9.1 Periodometro - Trigger F/2	220
11.9.2 Periodometro: principio della misurazione	222
11.10 Periodometro	223
11.10.1 Incertezza complessiva	224
11.10.2 Periodometro: incertezza da disturbi su v_x - jitter	225

12 Strumenti numerici indicatori - parte II	229
12.1 Frequenzimetro	230
12.2 Frequenzimetro e frequenza	231
12.3 Frequenzimetro - blocco FI	232
12.4 Frequenzimetro numerico - schema di principio	236
12.4.1 Frequenzimetro numerico: la quantizzazione	238
12.4.2 Incertezza da mancanza di sincronismo	239
12.4.3 Incertezza complessiva	240
12.5 Frequenzimetro: regolazione di level, slope e isteresi per minimizzare il rumore	241
12.6 Strumenti reciprocali	243
12.6.1 Periodometro MPA (Multiple Period Averaging)	243
12.6.2 Incertezza relativa nella misura del periodo: confronto intervalometro convenzionale con strumento MPA	246
12.6.3 Frequenzimetro reciprocale	247
13 Strumenti numerici indicatori - parte III	249
13.1 Potenziale e tensione elettrica	250
13.2 Corrente elettrica e sua intensità	251
13.3 Segnali elettrici (o no?): analisi o misurazione?	252
13.4 Il voltmetro misura la tensione ?	253
13.5 Parametri e parametri stazionari	254
13.6 Valore efficace	256
13.6.1 Perché dalla distribuzione in continua si è passati alla alternata	257
13.7 Il multimetro numerico	259
13.7.1 Funzioni del multimetro	260
13.7.2 Gli "strumenti elementari" che costituiscono il multimetro numerico	261
13.8 Il voltmetro a valore medio	262
13.8.1 Perché usare uno strumento a valore medio?	263
13.8.2 Cancellazione di un rumore alternato	265
13.8.3 Cancellazione di un rumore alternato tramite misurazione del valore medio	266
13.9 Media numerico o analogica?	268
13.9.1 Il voltmetro a valore medio: media numerica	269
13.9.2 Il voltmetro a valore medio: integrazione analogica	270
13.10 Scelta dell'intervallo di media: spettro del rumore elettrico	271
13.11 Scelta dell'intervallo di media: selezione rumori alternati	275
13.12 Scelta dell'intervallo di media: "residuo di rete"	276
14 Strumenti numerici indicatori - parte IV	279
14.1 Voltmetro numerico a valore medio	280
14.2 Voltmetro multi-portata per misurazioni in continua (valore medio) - schema di principio	281
14.2.1 Adattatore di livello in ingresso (partitore di tensione)	283
14.2.2 Dispositivi di protezione da sovraccarichi	284
14.2.3 Protezione contro sovratensioni	287
14.3 Resistenza di ingresso: perturbazione	290
14.4 Convertitore AD a valor medio "tensione - tempo a doppia rampa"	291
14.4.1 Funzionamento ideale	293
14.4.2 Analisi funzionamento ideale	299
14.4.3 Primo vincolo sulla stabilità	301
14.4.4 Secondo vincolo sulla stabilità	302
14.4.5 Espressione finale	303
14.4.6 Scelta dell'intervallo $[t_0, t_1]$ di integrazione	305
14.5 Misure verso terra	306
15 Strumenti numerici indicatori - parte V	309
15.1 Voltmetro numerico in AC	310
15.2 Valore efficace	311
15.3 La distribuzione in alternata	312
15.3.1 La distribuzione in regime sinusoidale	313
15.4 Misurazione del valore efficace (G) di una grandezza sinusoidale	315
15.5 Carichi non lineari e regimi non sinusoidali	316
15.6 Valore efficace e la misura per termometria	317
15.6.1 Fluke 792A Transfer Standard	318

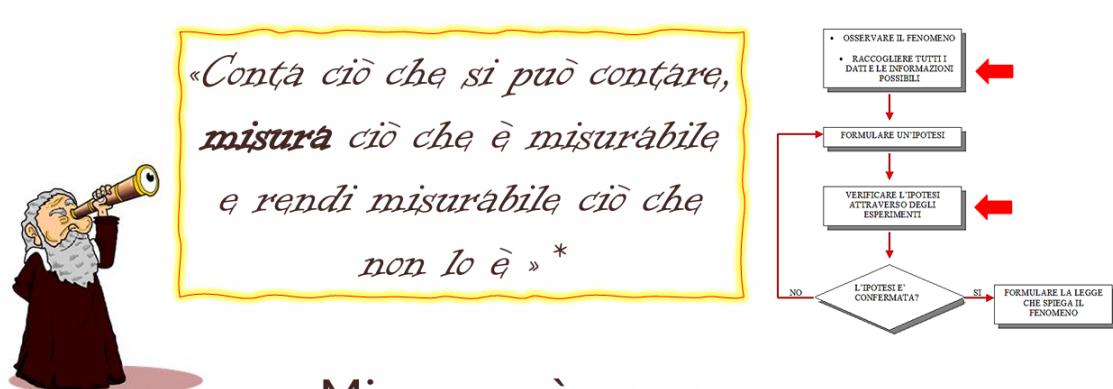
15.7 Fattore di cresta	319
15.8 Convertitore RMS / DC a misura indiretta (tensione di picco)	320
15.8.1 RMS / DC a valore di picco: modello completo	321
15.9 Segnali costanti, sinusoidali e distorti	323
15.10 Strumenti RMS e TRMS	324
15.11 RMS - TRMS	325
15.12 TRMS / DC con calcolo del valore medio del quadrato del misurando	326
15.12.1 Amplificatore logaritmico con OpAmp	327
15.12.2 Amplificatore anti-logaritmico con OpAmp	331
15.13 TRMS/DC log-antilog	332
15.14 Voltmetro per DC e AC	335
16 Strumenti numerici indicatori - parte VI	339
16.1 Dal voltmetro all'amperometro per DC	340
16.2 Schemi per il convertitore i-v	342
16.3 L'amperometro per DC e AC	346
16.3.1 L'amperometro e la perturbazione	347
16.4 Voltmetro + Amperometro	349
16.5 Dal voltmetro all'ohmmetro	351
16.5.1 Analisi funzionamento ideale	352
16.5.2 Primo vincolo sulla stabilità	354
16.5.3 Il convertitore R - v	355
16.5.4 Secondo vincolo sulla stabilità	356
16.5.5 Espressione finale	357
16.6 Buffer di ingresso ADC	358
16.7 Caratteristiche metrologiche: risoluzione	360
16.8 Caratteristiche metrologiche: incertezza	361
16.9 Incertezza del multimetro	362
16.9.1 Deriva termica dei resistori: partitore del voltmetro	363
16.9.2 Deriva termica dei resistori: shunt dell'amperometro	365
16.10 Resistori di precisione	367
17 Strumenti numerici indicatori - parte VII	369
17.1 Voltmetro + Amperometro	370
17.1.1 Portate massime tipiche di voltmetro e amperometro	371
17.2 Accoppiamento diretto (DC - Direct Coupling): Sonde per Alta Tensione e resistori Shunt	372
17.3 Sonde per Alta Tensione	373
17.3.1 Sonde per Alta Tensione e voltmetro	375
17.3.2 Cautele e limitazioni d'uso	377
17.4 Resistore Shunt	378
17.5 Partitore di corrente	379
17.6 Resistore "shunt" e voltmetro	381
17.7 "Shunt" esterno per voltmetro	382
17.8 "Shunt" esterno per elevate correnti	383
17.9 Accoppiamento in alternata (AC - Alternated Coupling): trasformatori di misura - TV e TA	384
17.9.1 Traformatori di misura per alta tensione 60 - 132 kV	385
17.9.2 Trasformatore Voltmetrico TV	386
17.9.3 Trasformatore Amperometrico TA	387
17.9.4 Il TA non deve operare con il secondario aperto	388
17.10 Il TA con una sola spira	389
17.10.1 TA "a pinza" (nucleo apribile)	391
17.10.2 TA flessibile "a bobina di Rogowski"	393

Tabella lettere greche utili per il corso

Lettera maiuscola	Lettera minuscola	Nome lettera greca
A	α	Alfa
B	β	Beta
Γ	γ	Gamma
Δ	δ	Delta
E	ε	Epsilon
H	η	Eta
Θ	θ	Theta
K	κ	Kappa
Λ	λ	Lambda
M	μ	Mu
Π	π	Pi
P	ρ	Rho
Σ	σ	Sigma
T	τ	Tau
Φ	ϕ	Phi
X	χ	Chi
Ψ	ψ	Psi
Ω	ω	Omega

Capitolo 1

Elementi di metrologia e fondamenti della misurazione



Misurare è conoscere

* AA.VV., *Il libro della scienza*, traduzione di Martina Dominici e Olga Amagliani, Gribaudo, 2018, p. 43. ISBN 9788858015001

1.1 Misura e misurazione

1

Essendo il corso chiamato "Strumentazione Digitale e Misure Elettroniche", è fondamentale capire cosa significa misura.

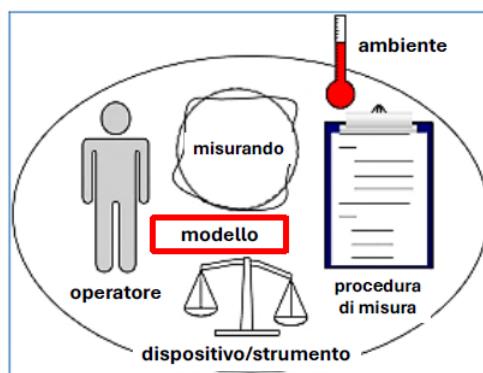
Per misura, o meglio definirla come procedimento di misura, è quel procedimento che porta ad assegnare un valore ad una grandezza fisica detta misurando.

Alcune osservazioni riguardo al procedimento di misura:

- Il valore assegnato al misurando è parte essenziale ma non unico del risultato di misura
- La maggior parte dei procedimenti di misura viene effettuata per confronto
- Esistono grandezze extensive e intensive

Il risultato della misurazione è l'informazione espressa da un valore numerico, una incertezza di misura e dalla corrispondente unità di misura.

Si può graficare il procedimento di misura come:



Il metodo di misura per confronto con un riferimento o campione (unità) di misura indica che la quantità misurata Q si può esprimere:

$$Q = VAL \cdot [U] \quad (1.1)$$

cioè un prodotto tra un valore numerico VAL e il campione o l'unità di misura [U].

L'unità di misura è convenzionalmente una grandezza di valore unitario.

¹Slide della prof — SDME 1.2 Metrologia - Introduzione — pag 2-4

1.2 La misurazione ideale e reale

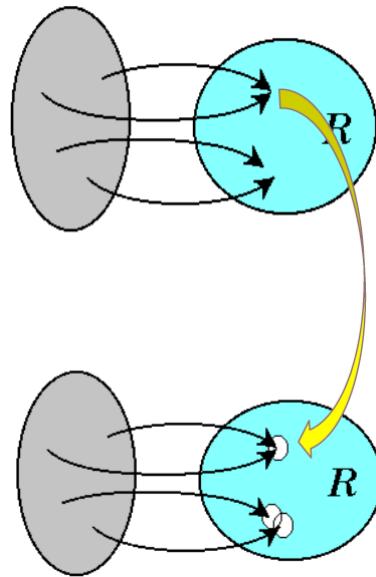
²

Secondo la norma UNI 4546, la misura è una informazione costituita da un valore, una incertezza ed una unità di misura, assegnata per rappresentare un parametro in un determinato stato del sistema.

La misurazione è un processo che mette in corrispondenza due insiemi: quello "reale" degli eventi fisici e quello "astratto" dei numeri.

Lo scopo della misurazione è fornire una descrizione rigorosa, quindi non soggettiva.

Utilizzando i grafici, la relazione tra il processo reale di misurazione e il mondo astratto è il seguente:



Come possiamo osservare, il processo reale di misurazione mette in corrispondenza ogni elemento dell'insieme degli eventi fisici con un sottoinsieme dell'insieme dei numeri.

Ciascun intervallo così determinato risulta centrato sul numero che rappresenta il "valore" del misurando.

La ampiezza dell'intervallo viene chiamata "incertezza" della misura.

²Slide della prof — SDME 1.2 Metrologia - Introduzione — pag 5

1.3 Definizione di grandezza

3

Per grandezza si intende una quantità, proprietà, condizione usata per descrivere fenomeni e valutabile in termini di unità di misura.

Grandezza e misurando non sono la stessa cosa.

Per misurando si intende l'oggetto di una misurazione.

Le grandezze misurabili sono classificabili in 5 tipi:

- Numerale: numerazione di oggetti o singoli eventi singoli
- Razionale: valori espressi da numeri razionali, cioè il rapporto tra grandezza misurata e u.d.m (unità di misura)
- Strumentale: valori espressi come corrispondenza biunivoca con punti di scale convenzionali interpolabili
- Complesso: valori espressi da un insieme ordinato di numeri relativi (con sistema di riferimento)
- Selettivo: concerne il riconoscimento di appartenenza ad una certa classe (es: scala Mercalli)

1.4 Conoscenza del mondo fisico e misure

⁴

Grazie al VIM (Vocabolario Internazionale di Metrologia), CEI UNI 70099 (2010-04), per misurazione si intende il processo volto a ottenere sperimentalmente uno o più valori che possono essere ragionevolmente attribuiti a una grandezza.

Quindi la misura è una operazione di grandezza quantitativa.

Se una grandezza non si può misurare, si dice che si sta svolgendo una classificazione.

Dalle note del VIM, la misurazione non si applica a proprietà classificatorie.

Per proprietà classificatorie si intende una proprietà qualitativa di un fenomeno, corpo o sostanza, ma alla quale non è possibile associare un'espressione quantitativa.

Una misurazione si realizza mediante confronto tra grandezze o conteggio di entità.

La misurazione richiede una descrizione della grandezza o conteggio di entità.

La misurazione richiede una descrizione della grandezza adeguata all'utilizzo previsto del risultato di misura, una procedura di misura, un sistema di misura tarato e operante in conformità alla procedura di misura specificata, incluse le condizioni di misure.

Per risultato di misura si intende un insieme di valori attribuiti a un misurando congiuntamente a ogni altra informazione pertinente disponibili.

Per procedura di misura si intende una descrizione dettagliata di una misurazione eseguita in conformità a uno o più principi di misura e a un determinato metodo di misura, fondata su un modello di misura e comprendente tutti i calcoli necessari per ottenere un risultato di misura.

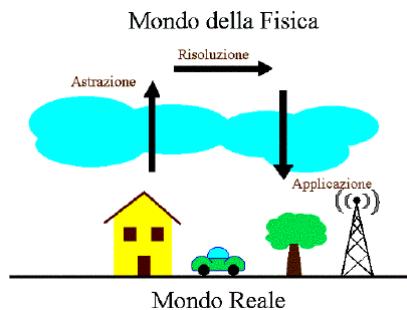
Quindi, oltre alla misura, è necessario scrivere dei procedimenti di misura, che generalmente sono dei documenti tecnici standard da compilare.

Più che strumento si parla di un sistema di misura, perché ogni oggetto influisce sul sistema (si pensa ad un cavo di bassa qualità in una misura come può danneggiare la misura stessa).

Per sistema di misura si intende un insieme di uno o più strumenti di misura e in molti casi altri dispositivi, ivi compresi eventuali reagenti e alimentazioni, appositamente connessi e adattati per fornire informazione usata, con lo scopo di stabilire, in intervalli specificanti, valori misurati di grandezze di specie specificate.

La fisica e la relazione con il mondo reale permettono di descrivere i modelli del mondo reale.

Utilizzando uno schema, possiamo visualizzarlo in questa maniera:



⁴Slide della prof — SDME 1.2 Metrologia - Introduzione — pag 10 - 15
Appunti — 2025-02-26 — pag 2 - 6

Dalla risoluzione all'applicazione, bisogna aggiungere le non idealità del mondo reale, che a sua volta, possono modificare anche l'astrazione matematica del mondo reale.

Le misure spesso si svolgono attraverso il confronto di grandezze omogenee (ad esempio nei tester si confronta la tensione da misurare con il riferimento di tensione all'interno di esso).

I riferimenti di misura sono costituiti dalle realizzazione delle definizioni di u.d.m. delle varie grandezze.

Prima di Maxwell, si prediligeva il riferimento usato dagli artefatti (ad esempio la il riferimento del chilogrammo di plato e lidio che si trova nel museo delle misure in Francia), mentre adesso si predilisce un riferimento assoluto, cioè basato su definizioni assolute, basate su fenomeni fisici o costanti di natura, che non dipendono dal tempo e dallo spazio, ritenuti "universali".

Se esiste la riferibilità, allora si può parlare di strumento di misura, sennò si parla di strumento di acquisizione.

Le relazioni tra grandezze e quindi tra u.d.m. sono esatte, poiché appartengono al mondo delle definizioni.

Le relazioni tra riferimenti di misura (realizzazioni pratiche delle u.d.m.), invece, non sono esatte perché i riferimenti sono affetti da imprecisioni e instabilità temporali.

L'imprecisione, vista come distanza tra realizzazione e definizione dell'u.d.m. (accuratezza) varia nel tempo.

Si impiega il termine errore nella teoria degli errori.

1.5 Discussione qualitativa sull'incertezza di misura

5

Una grandezza fisica può essere determinata, e quindi conosciuta, soltanto ad un livello finito di incertezza.

Quanto più è bassa l'incertezza di misura, tanto più grande è il livello di conoscenza raggiunto.

Non esistono misure esatte perché l'incertezza di misura non potrà mai ridursi a zero.

Quindi si parla di incertezza di misura perché la misura comporta un intervallo di valori.

Si parla di errore solo durante la taratura di uno strumento di misura.

Quindi l'errore è diverso dall'accuratezza.

Possiamo esprimere le principali cause di incertezza:

- L'imprecisione intrinseca dei riferimenti rispetto ai quali si eseguono le misure
- La conoscenza della relazione che esiste tra misurando e sistemi di misura è in genere incompleta
- Le fluttuazioni naturali (rumore) limitano la risoluzione dei sistemi di rivelazione, cioè la capacità di distinguere stati vicini del misurando
- La taratura per confronto o campioni di migliore qualità
- Le misure avvengono in condizioni di non perfetta definizione, stabilità e controllo dei parametri ambientali, tra cui anche l'interazione dell'operatore
- Gli strumenti possono presentare degli errori (ad esempio: errore di zero, errore di isteresi)

Per essere uno strumento di misura, lo strumento deve essere riferibile rispetto alla grandezza primaria.

Quindi ci deve essere riferibilità e compatibilità.

Ci possono essere dei limiti tra strumento di misura e misurando.

Se ci sono dei valori empirici (e che quindi non si dimostrano), il valore di misura si porta dietro un'incertezza.

Il rumore comporta dei problemi nella misura perché il misurando varia nel tempo (si parla di processo stocastico).

Le fluttuazioni sono dei fenomeni generalmente distribuiti con una distribuzione gaussiana.

Inoltre, il rumore è ineliminabile.

Siccome il rumore è un processo stocastico, allora è necessario ripetere più volte la misura stessa.

In un qualunque sistema di misura, anche le u.d.m. fondamentali hanno una specifica realizzazione concreta (detta in francese mise en pratique) che presenta una incertezza quantificabile come lo scarto (accuratezza) rispetto alla definizione dell'u.d.m. stessa (riferimento ideale).

Tale scarto non si mantiene inalterato nel tempo (stabilità).

⁵Slide della prof — SDME 1.2 Metrologia - Introduzione — pag 16 - 25
Appunti — 2025-02-26 — pag 6 - 18

Le misure possono essere di due tipi:

- misure dirette, cioè il confronto di grandezze della stessa specie
- misure indirette, cioè da un insieme di misure diverse si elabora il valore di una nuova grandezza

Non sempre è possibile una misura diretta e spesso si ricorre a una misura indiretta impiegando la relazione tra modello fisico e le varie grandezze: si pensi, ad esempio, alla misura della resistenza impiegando un voltmetro e un amperometro.

Avendoci a che fare con strumentazione digitale, uno dei problemi da affrontare è l'errore di quantizzazione.

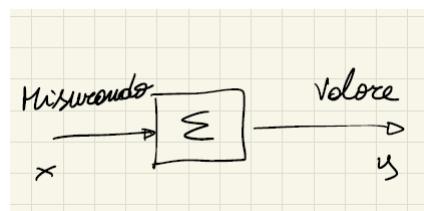
Lo strumento digitale, in molti casi, è preferibile perché è più immune alle fluttuazioni dei rumori.

L'errore di quantizzazione è dovuto a strumentazione elettronica, acquisizione ed elaborazione dei segnali di tipo digitale, strumenti che includono l'ADC, e contatori elettronici.

In diversi casi è utile cambiare la risoluzione in base alla grandezza che si vuole misurare (c'è una differenza tra misurare μA in un circuito elettronico rispetto ai MA di un impianto industriale).

La scelta della risoluzione ottimale alla misura è importante per capire se un segnale è informativo oppure se è rumore.

Utilizzando gli schemi a blocchi, possiamo rappresentare una misura come:

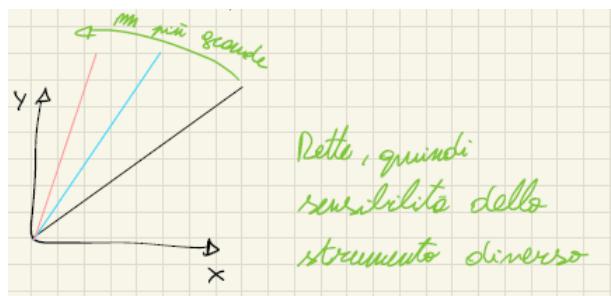


La relazione tra misurando e il valore della misura è di tipo lineare (almeno quelli che andiamo a considerare in questo corso), e quindi avremo una retta con una pendenza costante.

Possiamo scrivere:

$$y = mx \quad (1.2)$$

La pendenza della retta misura la sensibilità dello strumento:



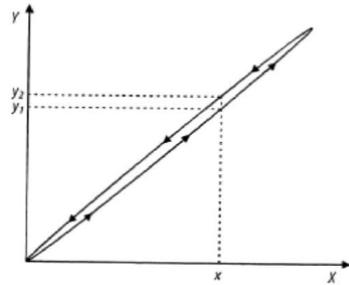
La maggiore sensibilità permette di misurare grandezze più piccole, più vicine al valore vero, allora l'uscita è facilmente leggibile.

Generalmente, un'elevata sensibilità deve essere accompagnata ad una elevata risoluzione.

In genere, in uno strumento di misura si richiede che l'uscita sia zero per segnali di ingresso nullo: l'errore di zero si ha quando questa condizione non è soddisfatta.

Inoltre, in uno strumento, può presentarsi un errore di isteresi, che è principalmente dovuto a sistemi di trasduzione che "immagazzinano" la carica precedente, dovuto ai componenti con memoria (come ad esempio un condensatore) presenti nello strumento stesso.

Dal punto di vista grafico, avremo un errore di isteresi in questo caso:



1.6 Un po' di terminologia

6

Nella metrologia, il riferimento per la terminologia è il Dizionario di Metrologia, o Vocabolario Internazionale di Metrologia (VIM).

Per grandezza o quantità (misurabile) si intende un attribuito di un fenomeno o di una sostanza distinguibile qualitativamente e determinabile quantitativamente.

Dato un sistema di grandezze, si può costituire un sistema di grandezze se tra esse esistono relazioni definite.

Per grandezze fondamentali (o di base) di un sistema si intende un insieme di grandezze convenzionalmente accettate come indipendenti.

Le grandezze derivate sono quelle grandezze che sono esprimibili attraverso le grandezze fondamentali.

Particolari grandezze possono adottate per convenzione come unità di misura.

Per misurando si intende una grandezza che si intende misurare.

Il risultato di una misura consiste nell'assegnare al misurando i seguenti valori:

- valore numerico
- unità di misura
- incertezza

Per parametro si intende ogni caratteristica di un "sistema" alla quale è necessario assegnare valori per descrivere il sistema stesso, la sua evoluzione e/o le sue interazioni con altri sistemi e con l'ambiente.

Per segnale si intende la modifica (o variazione) dello stato di un sistema usata per ottenere, elaborare e/o trasmettere un'informazione.

Per rumore, o disturbo, si intende la variazione della grandezza costituente il supporto di un segnale non correlata all'informazione da esso trasmessa.

Per incertezza si intende la stima quantitativa eseguita secondo procedimenti convenzionali, del nostro livello di non conoscenza del misurando.

Per accuratezza si intende il grado di concordanza tra un valore misurato e il valore "vero" di un misurando.

Generalmente, l'accuratezza viene data dal costruttore e/o dal laboratorio di taratura.

Si può definire l'accuratezza in base a cosa ci si riferisce:

- In riferimento ai campioni primari: è la stima dello scarto tra grandezza realizzata e definizione (esatta) dell'unità
- In riferimento ad una misura: accordo che ci si attende tra il valore di misura e la migliore stima possibile per il misurando
- In riferimento ad uno strumento specifico: valutazione delle differenze tra due misure di una stessa grandezza: la stima di un'incertezza dello strumento ottenuta mediante un'analisi precisa di tutte le cause di incertezza

Per ripetibilità o precisione si intende l'attitudine dello strumento o della misura a fornire, per uno stesso misurando, valori di lettura vicini tra loro, in letture consecutive eseguite in un breve intervallo di tempo, con lo stesso procedimento di misura, dallo stesso osservatore, nelle stesse condizioni per le

⁶Slide della prof — SDME 1.2 Metrologia - Introduzione — pag 26 - 29
Appunti — 2025-02-28 — pag 2

grandezze di influenza e nello stesso luogo.

Per riproducibilità si intende la vicinanza di risultati ottenuti sullo stesso misurando in diverse specifici condizioni di misura, quindi possono cambiare principi e metodi di misura, osservatore, strumenti e riferimenti, luogo e condizioni.

Per riferibilità si indica la proprietà di una misura di essere messa in relazione con quella fornita da un campione riconosciuto: si ottiene con una documentata catena ininterrotta di tarature.

Quindi, riferibilità è diversa da riproducibilità: la riferibilità è possibile, ad esempio, in un laboratorio dove si possono controllare tutti i parametri di misura, mentre la riproducibilità si ha quando si svolge la misura in campo, in un impianto di produzione.

Per sensibilità si intende il rapporto tra la variazione della grandezza (segnaletica) di uscita e la corrispondente variazione della grandezza (segnaletica) di ingresso.

Nel corso, andremo a studiare strumenti in cui la sensibilità è lineare e non dipende dal punto di lavoro (in quel caso si tratterebbe di strumenti non lineari).

Per risoluzione si intende la capacità dello strumento, o di una misura, di risolvere stati (livelli) diversi del misurando, senza alcuna particolare implicazione sulla capacità di valutare l'entità della variazione.

Per stabilità si intende l'attitudine di uno strumento o di una misura a fornire valori di lettura poco differenti tra loro in letture eseguite indipendente sullo stesso misurando in un intervallo di tempo definito e specificato.

In generale, prima di svolgere una misura, bisogna prima capire cosa si vuole misurare, studiare il fenomeno e, solo alla fine, si va a fare la misura con gli strumenti.

1.7 Caratteristiche metrologiche di una misura o di uno strumento: definizioni

⁷

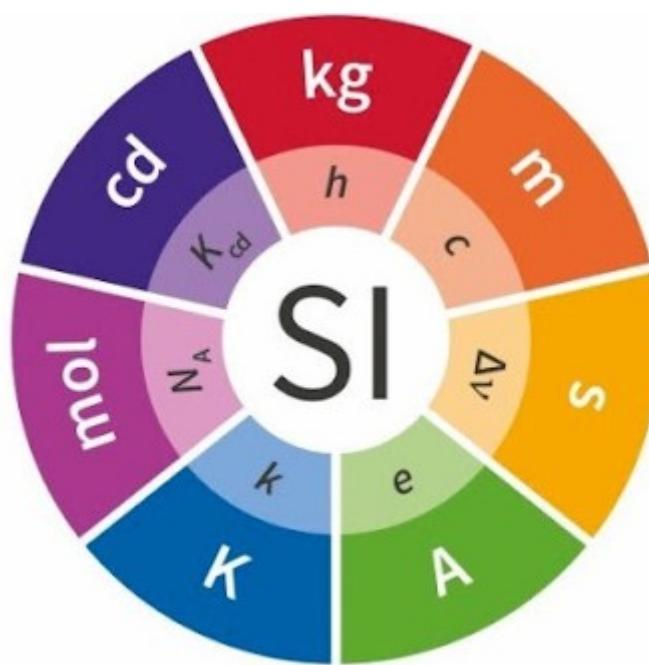
Nel campo della misura, ci sono delle definizioni importanti (un po' da memorizzare come l'Ave Maria):

- Incertezza: stima quantitativa secondo procedimenti convenzionali, è il parametro che maggiormente caratterizza la qualità della misura stessa
- Accuratezza: grado di accuratezza tra un valore misurato e il valore "vero" di un misurando
- Ripetibilità o precisione: attitudine dello strumento o della misura a fornire per uno stesso misurando, valori di lettura vicini tra loro, in letture consecutive con lo stesso procedimento di misura
- Riproducibilità: è la vicinanza di risultati ottenuti sullo stesso misurando in diverse condizioni di misura
- Riferibilità: indica la proprietà di una misura di essere messa in relazione con quella fornita da un campione riconosciuto
- Sensibilità: rapporto tra la variazione della grandezza (segnaletica) di uscita e la corrispondente variazione della grandezza (segnaletica) di ingresso
- Risoluzione: capacità dello strumento, o di una misura, di risolvere strati (livelli) diversi del misurando
- Stabilità: attitudine di uno strumento o di una misura a fornire valori di lettura poco differenti tra loro in letture eseguite indipendentemente sullo stesso misurando in un intervallo di tempo definito e specificato

⁷Slide della prof — SDME 1.2 Metrologia - Introduzione — pag 30-32
Appunti — 2025-02-28 — pag 2 - 5

Capitolo 2

Il Sistema Internazionale e i campioni delle unità di misura



Questo capitolo sarà di tipo nozionistico e culturale: non è necessario un enorme approfondimento tecnico.

2.1 Organismi per la metrologia

¹

La metrologia è la scienza delle misure.

Nel 1875, a Parigi, viene siglata la Convenzione del Metro.

Ci sono degli organismi internazionali che si occupano della metrologia.

Dal punto di vista gerarchico, quindi dall'alto verso il basso, avremo:

- CGPM (Conferenza Generale dei Pesi e delle Misure): possiamo considerarlo come l'ente politico che è responsabile delle iniziative per la diffusione del Sistema Internazionale adottato nel 1960
- BIPM (Ufficio Internazionale dei Pesi e delle Misure): è l'ente tecnico del CGPM
- CIPM (Comitato Internazionale dei Pesi e delle Misure): è un organo tecnico-scientifico in cui ci sono insediati i comitati consultativi a cui sono delegati i problemi tecnici
- OIML (Organismo Internazionale per la Metrologia Legale): si occupa del settore della metrologia legale che ha implicazioni negli ambiti economico, della salute e della sicurezza
- NMI (Istituti Metrologici Nazionali): svolgono attività di ricerca, realizzano e conservano i campioni primari delle diverse nazioni In Italia abbiamo:
 - INRiM (Istituto Nazionale di Ricerca Metrologica): si occupa di tutti i diversi settori della metrologia, tranne le radiazioni ionizzanti
 - INMRI (Istituto Nazionale di Metrologia delle Radiazioni Ionizzanti)

Un importante organismo per la metrologia in Italia è Accredia, che è un ente indipendente, unico nel nostro paese, che gestisce l'accreditamento dei laboratori di taratura, o LAT (Laboratori Accreditati di Taratura).

I LAT, conservano i campioni secondari distribuiti sul territorio nazionale e, periodicamente, vengono confrontati con il campione di riferimento nazionale, per garantire la riferibilità.

¹Slide della prof — SDME 1.3 Metrologia - SI e Campioni — pag 2 - 6
Appunti — 2025-02-28 — pag 6

2.2 Unità di misura e sistemi di unità di misura

²

Un'unità di misura è un termine di riferimento adottato, per convenzione, per confrontare una grandezza con altre, della stessa specie.

I campioni delle u.d.m. consentono di rendere tangibili le unità di misura.

Per campione di u.d.m. tangibile si intende che la realizzazione pratica dell'u.d.m. è una realizzazione facilmente realizzabile: è come il campione dell'ampere che, per definirlo, serve un banale circuito di 1 V e un resistore da 1Ω , rispetto al campione dell'u.d.m. del tempo in cui non possiamo realizzare la velocità della luce.

Un particolare insieme di unità di misura che consentono di riferire le misure a campioni unitari convenzionalmente riconosciuti, è detto sistema di unità di misura.

I sistemi di unità di misura possono essere:

- non coerenti, si fornisce una definizione per ciascuna u.d.m
- coerenti, si definiscono solamente le u.d.m. di base e si ricavano le u.d.m. derivate

Le grandezze fisiche a cui si riferiscono le u.d.m. di un sistema sono tra loro indipendenti, mentre possono non esserlo le u.d.m. stesse.

²Slide della prof — SDME 1.3 Metrologia - SI e Campioni — pag 8
Appunti — 2025-06-23 Ricevimento — pag 1 - 2

2.3 Il sistema internazionale (SI) di unità di misura

3

Negli anni sono stati proposti e usati in paesi diversi sistemi di riferimento, fino a oggi che si usa il Sistema Internazionale (SI) di unità di misura, cioè il sistema più diffuso e internazionalmente riconosciuto, ufficialmente impiegato in quasi tutti i paesi del mondo (esclusi Liberia, Birmania e USA).

Perchè gli americani sono americani e poi sbagliano i calcoli quando vanno su Marte

<https://sci4dem.it/un-errore-di-conversione-costoso-il-caso-della-sonda-mars-climate-orbiter/>

Il SI si basa su sette u.d.m. fondamentali:

Grandezza	u.d.m.	Impiego
metro	[m]	per la lunghezza
chilogrammo	[kg]	per la massa
secondo	[s]	per l'intervallo di tempo
ampere	[A]	per la corrente elettrica
kelvin	[K]	per la temperatura
mole	[mol]	per la quantità di sostanza
candela	[cd]	per l'intensità luminosa

³Slide della prof — SDME 1.3 Metrologia - SI e Campioni — pag 9 - 10

⁴

Per effettuare misure abbiamo bisogno di riferimenti di misura espressi nella stessa unità di misura della grandezza misurata.

Particolari riferimenti di misura, sono detti unità di misura (o u.d.m.).

Dal punto di vista rappresentativo, possiamo scrivere che la grandezza misurata ha fornito un valore G:

$$G = VAL \times U \quad (2.1)$$

in cui il valore adimensionale VAL viene applicato all'unità di misura U.

Essendo VAL un numero reale, G e U devono essere la stessa u.d.m.:

$$[G] = [U] \quad (2.2)$$

⁴Slide della prof — SDME 1.3 Metrologia - SI e Campioni — pag 7

⁵

L'SI dalla sua origine nel 1889 si è evoluto, fino ad arrivare ai giorni d'oggi.

Nel 1960 si sta cercando di eliminare la dipendenza da esperimenti o manufatti specifici.

Nel 2018, il 26esimo CGPM ha stabilito il nuovo SI.

Il nuovo SI ruota intorno alla definizione di 7 costanti di natura, dalle quali è possibile ricavare le 7 u.d.m. fondamentali, e quindi anche ogni altra unità di misura SI.

Ci si riferisce all'SI ridefinito nel 2019 come "nuovo SI" (e si usa oggi riferirsi all'SI del 1971 come "vecchio SI").

⁵Slide della prof — SDME 1.3 Metrologia - SI e Campioni — pag 9 - 10

2.4 "Vecchio" SI (1960-2019)

6

Di seguito, le definizioni del metro e del chilogrammo:

Il metro è la lunghezza del tragitto compiuto nel vuoto dalla luce in un intervallo di tempo pari a 1/299 792 458 di secondo, 17^a CGPM, 1983. In seguito a questa definizione **la velocità della luce nel vuoto, c , ha il valore di 299 792 458 m/s assegnato senza incertezza** e coincidente con la miglior determinazione di c eseguita sino ad allora (1983).

Il kilogrammo è l'unità di massa: è uguale alla massa del prototipo internazionale del kilogrammo conservato al Pavillon de Breteuil (Sèvres), 1^a e 3^a CGPM, 1889 e 1901. Era l'unica unità dell'SI ancora (fino al 2019) definita attraverso un manufatto. La sua realizzazione coincideva con la definizione e quindi era **teoricamente esente da incertezza**. Tuttavia, confrontando per mezzo di bilance differenziali il prototipo del kilogrammo campione (IPK, *International Kilogram Prototype*) con altri dello stesso tipo si è riscontrata una possibile **instabilità temporale relativa di IPK ($\Delta m/m$) dell'ordine di 10^{-9}** su intervalli di tempo di osservazione dell'ordine dell'anno.

Tra vecchio e "nuovo" SI non sono state modificate tutte le definizioni delle grandezze fondamentali.

Il **secondo** è l'intervallo di tempo che contiene 9 192 631 770 periodi della radiazione corrispondente alla transizione tra i due livelli iperfini dello stato fondamentale del cesio 133, 13^a CGPM, 1967. In precedenza l'unità di tempo era basata su fenomeni astronomici di tipo periodico (o quasi periodico). **L'unità di tempo è quella che risulta meglio realizzata e la sua incertezza relativa nel vecchio SI è arrivata al livello di alcune parti in 10^{-16}** per i migliori campioni primari. Il valore della frequenza del Cs, in quanto scelto per definizione, si deve considerare "esatto" cioè esente da incertezza.

I segnali di tempo sono gli unici che possono essere trasmessi a distanza senza richiedere il trasporto del campione.

La loro diffusione è essenziale in applicazioni come i segnali orari, la sincronizzazione delle reti di trasmissione dati o dei sistemi di navigazione satellitare.

Dalla definizione del tempo, notiamo che se un termine è assoluto, gli altri fenomeni sono multipli interi dal campione assoluto.

Inoltre, essendo il termine assoluto, sarà costante in tutto il mondo e nei diversi esperimenti perché il loro valore cambierà in tanto tempo (generalmente si parla di millenni).

Considerando l'importanza dei segnali di tempo, si è ritenuto di stabilire una scala di tempo universalmente riconosciuta - UTC (Universal Time Coordinated).

Ora diamo la definizione dell'ampere:

⁶Slide della prof — SDME 1.3 Metrologia - SI e Campioni — pag 12 - 17
Appunti — 2025-02-28 — pag 6 - 8

L'**ampere** è l'intensità di corrente elettrica che, mantenuta costante in due conduttori rettilinei, paralleli, di lunghezza infinita, di sezione circolare trascurabile, e posti alla distanza di 1 m l'uno dall'altro nel vuoto, produce tra i due conduttori una forza di 2×10^{-7} N per metro di lunghezza, 9^a CGPM, 1948. Questa definizione che utilizza la legge di Ampere, assegna il valore $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \Omega \text{ s m}^{-1}$ (oppure H m^{-1}), esente da incertezza, alla permeabilità magnetica del vuoto.

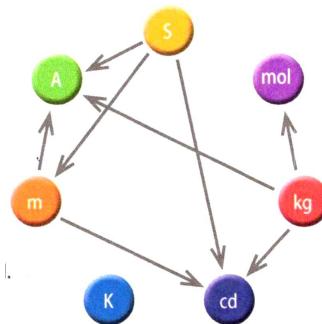
Sempre dal "Vecchio" SI, di seguito riporto le definizioni di kelvin, mole e candela:

Il **kelvin**, unità di temperatura termodinamica, è la frazione 1/273.16 della temperatura termodinamica del punto triplo dell'acqua, 10^a CGPM, 1954.

La **mole** è la quantità di sostanza di un sistema che contiene tante entità elementari quanti sono gli atomi in 0.012 kg di carbonio 12 (¹²C). Quando si usa la mole, le entità elementari devono essere specificate, e possono essere atomi, molecole, ioni, elettroni, altre particelle o gruppi specifici di particelle, 14^a CGPM, 1971. Questa definizione dipende logicamente da quella del kilogrammo. Il numero di entità elementari è la costante (con dimensione) di Avogadro ($N_A = 6.022\ 141\ 99 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$) conosciuta con una **incertezza relativa di** 7.9×10^{-8} nel 1998 poi ridotta a 2×10^{-8} nel 2018.

La **candela** è l'intensità luminosa, in una assegnata direzione, di una sorgente che emette una radiazione monocromatica di frequenza 540×10^{12} Hz e la cui intensità energetica¹¹ in quella direzione è di $1/683 \text{ W} \times \text{sr}^{-1}$, 16^a CGPM, 1979.

Con il "Vecchio" SI, è possibile definire la relazione di dipendenza tra le 7 unità di base con il seguente schema:



Le quantità o grandezze fisiche di base dietro ciascuna unità o grandezze fisiche di base dietro ciascuna unità dell'SI sono, per convenzione, ritenute indipendenti tra loro.

Invece le unità di misura dell'SI non risultano tra loro indipendenti.

2.5 Nuovo SI (in vigore dal 2019)

7

In seguito alla sua profonda revisione, divenuta operativa nel maggio del 2019, l'SI rimane basato su 7 u.d.m di base che sono definite attraverso 7 costanti di natura.

Tutte le nostre misurazioni in ambito SI, sia prima che dopo il 2019, sono in ultima analisi riferite ai campioni (dette anche mise en pratique, o realizzazioni pratiche in Italiano).

Le definizioni di secondo, metro e candela non sono sostanzialmente cambiate, mentre per le altre 4 unità (kilogrammo, ampere, kelvin e mole) le ridefinizioni adottate nel 2019 sono sostanziali.

Grazie al seguente schema è possibile definire le grandezze fondamentali e le loro costanti fondamentali:



Il Sistema Internazionale di unità di misura, SI, è un sistema che si basa sulle seguenti costanti prive di incertezza, dette anche costanti assolute:

- la frequenza di transizione iperfine del livello fondamentale dell'atomo di cesio 133 è

$$\Delta_{v_{Cs}} = 9\ 192\ 631\ 770\ Hz \quad (2.3)$$

- la velocità della luce nel vuoto è:

$$c = 299\ 792\ 458\ m/s \quad (2.4)$$

- la costante di Planck è:

$$h = 6.62607015 \times 10^{-34} J \cdot s \quad (2.5)$$

- la carica elementare è:

$$e = 1.602176634 \times 10^{-19} C \quad (2.6)$$

- la costante di Boltzmann è:

$$k = 1.380649 \times 10^{-23} \frac{J}{K} \quad (2.7)$$

- la costante di Avogadro è:

$$N_A = 6.02214076 \times 10^{23} mol^{-1} \quad (2.8)$$

- la efficienza di una radiazione monocromatica di frequenza 540×10^{12} Hz è:

$$K_{cd} = 683 \frac{lm}{W} \quad (2.9)$$

Per i nostri studi, le costanti più importanti sono quella della transizione del cesio 133, la velocità della luce nel vuoto e la carica elementare

Di seguito le definizioni delle unità di misura del nuovo SI (riporto solo quelle che ci interesseranno nel corso):

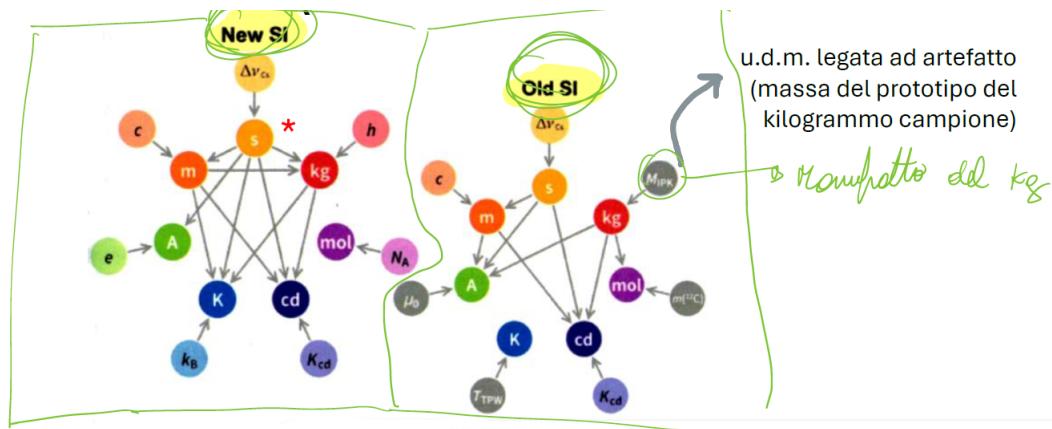
Il **kilogrammo**, simbolo **kg**, è l'unità SI della **massa**. È definito adottando il valore numerico esatto per la **costante di Planck** $h = 6.626\ 070\ 15 \times 10^{-34}$ J/s (con $1\text{ J/s} = 1\text{ kg} \times \text{m}^2 \times \text{s}^{-1}$), dove il secondo e il metro sono già stati definiti in termini di $\Delta\nu_{\text{Cs}}$ e c . Invertendo questa relazione si ottiene l'espressione per l'unità "kilogrammo" in termini delle costanti definienti h , $\Delta\nu_{\text{Cs}}$ e c :

$$1\text{ kg} = \frac{(299\ 792\ 458)^2}{(9\ 192\ 631\ 770)(6.626\ 070\ 15 \times 10^{-34})} \cdot \frac{\Delta\nu_{\text{Cs}} h}{c^2} \quad (1.7.3)$$

L'**ampere**, simbolo **A**, è l'unità SI della **corrente elettrica**. È definito adottando il valore numerico esatto per la **carica elementare** $e = 1.602\ 176\ 634 \times 10^{-19}$ C (con $1\text{ C} = 1\text{ A} \times \text{s}$), dove il secondo è già stato definito in termini di $\Delta\nu_{\text{Cs}}$. Invertendo questa relazione si ottiene l'espressione per l'unità "ampere" in termini delle costanti definienti e e $\Delta\nu_{\text{Cs}}$:

$$1\text{ A} = \frac{1}{(9\ 192\ 631\ 770)(1.602\ 176\ 634 \times 10^{-19})} \cdot \Delta\nu_{\text{Cs}} e \quad (1.7.4)$$

Grazie al seguente schema, è possibile confrontare le relazioni tra le grandezze del nuovo SI con il vecchio SI ed i loro artefatti:



2.6 I campioni delle unità di misura

8

Per campioni delle unità di misura si intendono degli elementi materiali oppure fenomeni fisici utilizzati per rendere "tangibile" l'unità di misura.

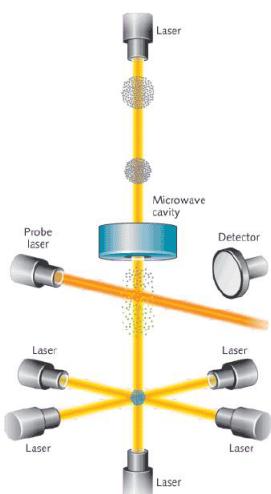
Il valore del campione viene espresso mediante l'unità di misura e può non essere unitario.

Un campione deve essere:

- stabile, perché il suo valore non deve variare nel tempo
- assoluto, perché il suo valore non deve dipendere dal luogo in cui è conservato
- riproducibile e disseminabile, perché deve essere possibile realizzare delle copie fedeli da conservare in luoghi diversi

Per copia fedele non si intende il campione originale, ma una copia che è "poco distante" dal campione primario (l'argomento sarà approfondito di seguito).

La messa in pratica del tempo con la minor incertezza è la seguente:



"fontana di cesio" : incertezza $1/10^{15}$ (1 secondo su 30 000 000 anni)

cioè la fontana di cesio in cui si ha una incertezza del secondo di 10^{-15} .

Questo processo della fontana di cesio è naturale perché ha una incertezza di 1 secondo su 30 milioni di anni.

Generalmente non è necessario conseguire incertezze così piccole, ma, siccome nella riferibilità l'incertezza aumenta, la realizzazione del tempo deve essere con la minor incertezza possibile.

La messa in pratica ha una sua incertezza, proprio perché è una messa in pratica.

Invece la costante assoluta non ha incertezza, per definizione.

Grazie alla riferibilità, i vari campioni fedeli sono disseminati nel mondo.

In Italia, presso l'INRIM (Istituto Nazionale di Ricerca Metrologica) sono presenti dei campioni del tempo, che, rispetto a quello originale, hanno una incertezza maggiore.

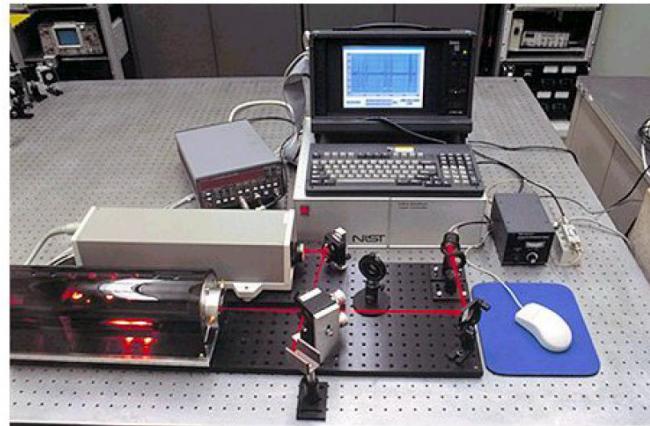
Un esempio di campione di frequenza-tempo a Cesio 133 è l'Agilent 5071A che ha una incertezza di 10^{-12} , quindi di 1 secondo su 30 000 anni, che è una incertezza maggiore rispetto al campione primario.

⁸Slide della prof — SDME 1.3 Metrologia - SI e Campioni — pag 25 - 41
Appunti — 2025-02-28 — pag 9 - 11 — 2025-03-04 — pag 2 - 4

Un altro campione molto importante è quello della lunghezza.

La messa in pratica della lunghezza è la seguente:

Campione di lunghezza a laser He-Ne



Anche questo è un campione naturale perché ha una incertezza di circa 10^{-9} , cioè di 1 millimetro su 1000 km.

La realizzazione tangibile del metro, come si vede in figura, è ottenuta mediante tecniche interferometriche e presenta una incertezza di $\frac{4}{10^9}$.

Invece, per il kilogrammo, secondo il vecchio SI, si ha il prototipo internazionale di un cilindro in lega di platino-iridio conservato al BIPM:

“Prototipo internazionale”

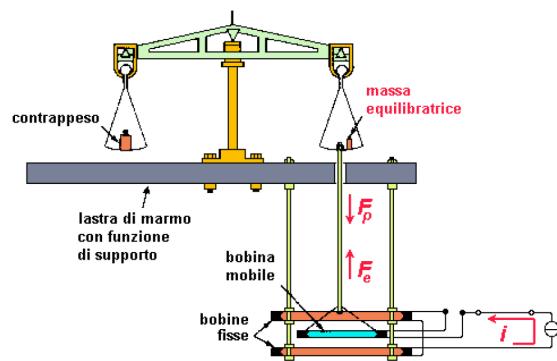


Il campione di massa, rispetto a quelli precedenti, è un campione materiale.

Il ruolo degli istituti metrologici primari è quello di realizzare e conservare i campioni primari delle diverse nazioni.

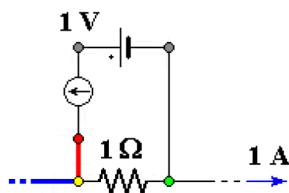
Ad esempio, in Italia è presente la copia numero 62 del prototipo internazionale, che è conservata a Torino presso l'INRIM, che ha una incertezza di $\frac{2}{10^9}$, cioè di $2 \frac{\mu g}{kg}$.

Per la u.d.m. dell'intensità di corrente, sempre secondo il vecchio SI, si ha il campione che è la bilancia elettrodinamica:



Utilizzando la legge di Ohm, è possibile effettuare una misura indiretta della corrente.

Un altro campione di corrente è quello realizzato mediante campioni di R e di f.e.m. con il seguente circuito:



Ciò è possibile grazie ai campioni primari del volt e dell'ohm, che sono presenti anche all'INRiM.

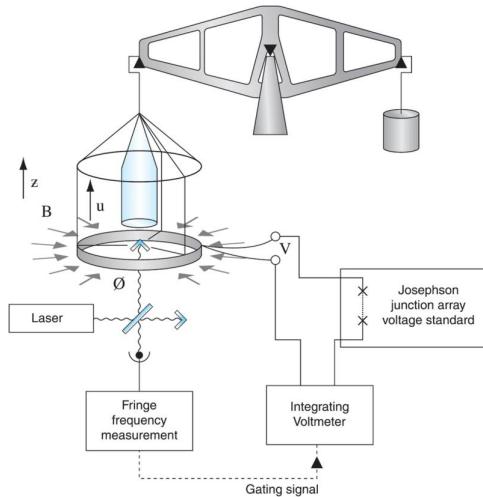
Nelle pag 34-39 del PDF "SDME 1.3 Metrologia - SI e Campioni" è spiegato l'effetto quantistico per il campione di f.e.m. e l'effetto Josephson.

Se vuoi approfondirlo, vai nelle slide. Sappi che il campione di f.e.m. è basato sulla misura del tempo, che è la miglior grandezza che riusciamo a misurare.

Si possono impiegare i campioni quantistici di volt e ohm per determinare una massa incognita e per la realizzazione pratica di un riferimento di massa.

Lo strumento è una particolare "bilancia" che confronta il watt elettrico con il watt meccanico: si tratta della bilancia del watt detta anche bilancia di Kibble.

Lo schema della bilancia di Kibble:



2.7 Volt e Ohm: campioni di riferimento nazionale per l'Italia

⁹

In Italia, nel 1799, Alessandro Volta riuscì a realizzare la prima pila, che, ai tempi, era il generatore di f.e.m. .

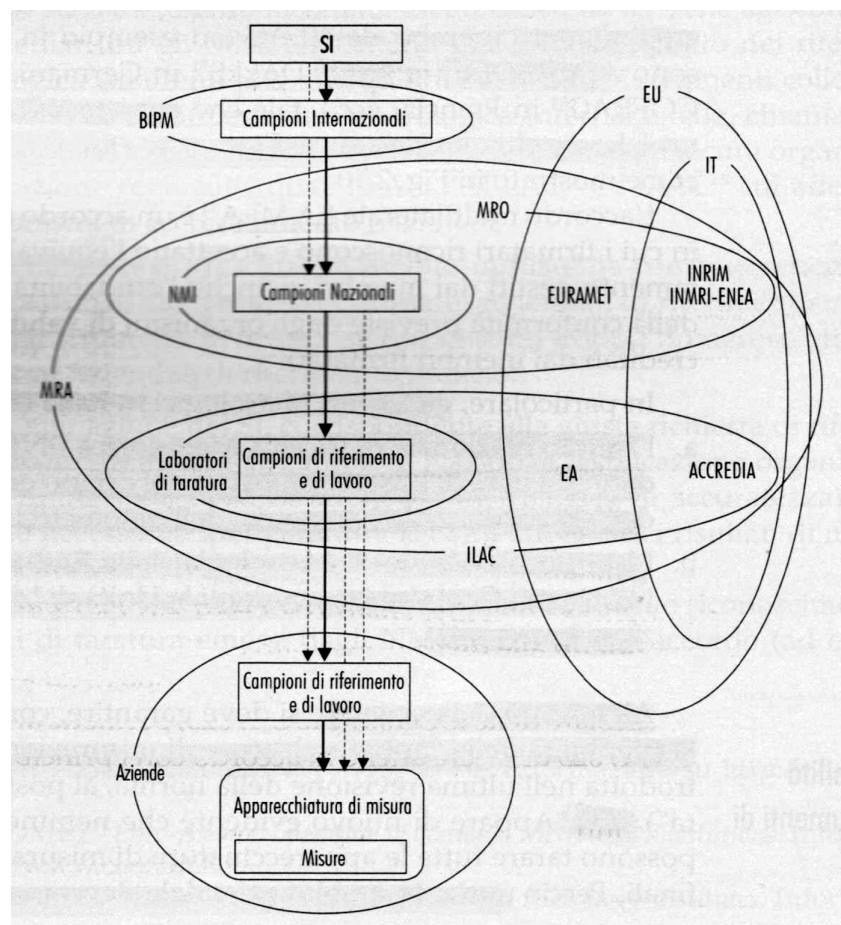
Invece, adesso, come campione di f.e.m. e riferimento nazionale viene utilizzata la pila Weston satura, che ha bisogno di essere termostata a $20^{\circ}C$, quindi la temperatura deve essere controllata.

Come campione di resistenza, viene utilizzato un cilindro in lega metallica di manganina.

⁹Slide della prof — SDME 1.3 Metrologia - SI e Campioni — pag 42 - 44
Appunti — 2025-03-04 — pag 4 - 5

Capitolo 3

Il Sistema Internazionale e i campioni delle unità di misura



3.1 I campioni e la riferibilità delle misure

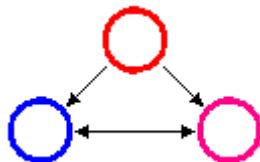
1

L'espressione "riferibilità delle misure" fa riferimento all'allineamento dello strumento di misura al corrispondente campione primario (che sta al BIPM).

La riferibilità è fondamentale tutte le volte che l'operazione di misura viene svolta in modo indipendente da due oggetti distinti.

Il concetto di riferibilità è molto teorico, ma è molto importante in fatto di misure, sennò misureremo patate che grandezze oggettive

Il concetto di riferibilità a coppia e globale lo si può spiegare con il seguente schema:



I due cerchi che si trovano sullo stesso piano, possono rappresentare due strumenti che hanno una riferibilità a coppia, ma che, allo stesso momento, si riferiscono allo strumento di entità maggiore (quello rosso).

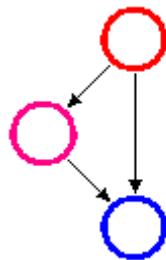
Da notare anche le frecce del disegno, che indicano la riferibilità tra i dispositivi di misura.

Quando vi è una moltitudine di soggetti coinvolti, l'armonizzazione a coppie non è possibile: ecco perché risulta necessario un riferimento globale rispetto al quale ogni strumento deve essere in armonia.

Grazie al concetto di riferibilità, è possibile esprimere le seguenti proprietà:

- Proprietà distributiva, cioè due strumenti che sono in armonia col riferimento globale risultano in armonia l'uno con l'altro
- Proprietà transitiva, cioè uno strumento, se risulta in armonia con un altro che è in armonia col riferimento globale, è a sua volta in armonia col riferimento globale

Un esempio della proprietà transitiva può essere spiegato con il seguente schema:



Per consentire e facilitare la diffusione della riferibilità a livello mondiale, è stata istituita una catena della riferibilità che ha una struttura piramidale.

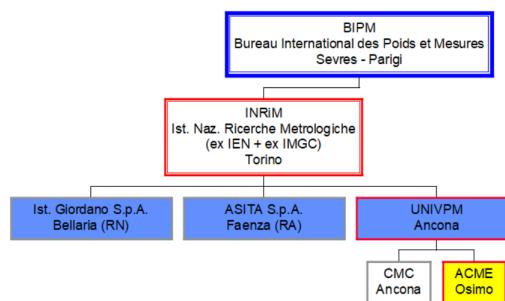
Alla base di questa catena ci sono, ad esempio in Italia, i centri di "Laboratorio Accreditati di Tarratura" o LAT.

¹Slide della prof — SDME 1.4 Metrologia - Riferibilità — pag 2 - 5
Appunti — 2025-03-04 — pag 6

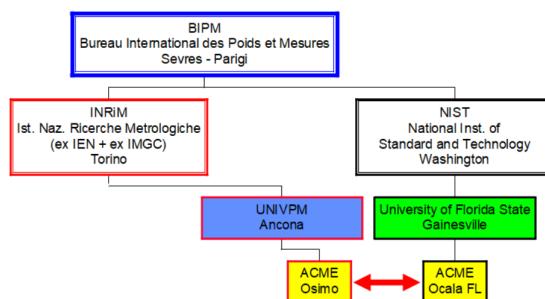
Un esempio di catena di riferibilità:



Un altro esempio di catena di riferibilità per l'Italia:



Un esempio di catena di riferibilità tra paesi differenti:



Come si può visualizzare, anche se i paesi sono differenti, si garantisce la catena della riferibilità.

3.2 I campioni secondari

²

I LAT, per esteso Laboratori Accreditati di Taratura, conservano i campioni secondari distribuiti sul territorio nazionale.

La disseminazione dei campioni ha lo scopo di facilitare la riferibilità delle misure al campione primario (o di riferimento) nazionale.

Periodicamente, i campioni secondari dei LAT vengono confrontati con il campione nazionale, al fine di garantire la riferibilità.

Esempi di campioni secondari di f.e.m. e resistenza sono il Fluke 734A e il Fluke 742A.

Un altro strumento molto importante nelle misure è il calibratore, che è quello strumento che permette di confrontare due grandezze omogenee.

Un esempio di calibratore è il Fluke 5500A, che ha una fluttuazione di tensione di 50 parti per milione (o ppm) in 1 anno e una fluttuazione di resistenza di 90 ppm in 1 anno.

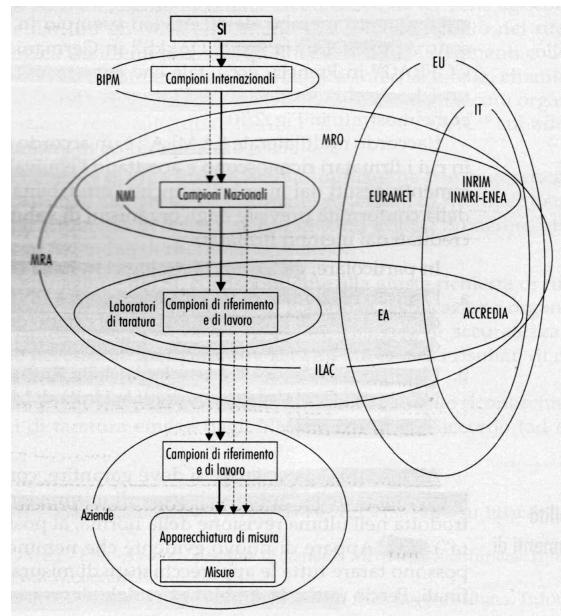
Non c'è una legge analitica per la calibrazione e la taratura, ma generalmente, la fluttuazione indicata in uno strumento viene garantita per un anno dal LAT e/o dal costruttore da cui si è appena acquistato lo strumento di misura.

²Slide della prof — SDME 1.4 Metrologia - Riferibilità — pag 6 - 8
Appunti — 2025-03-04 — pag 7

3.3 Disseminazione internazionale del SI

3

Grazie al seguente schema, è possibile rappresentare la disseminazione internazionale dell'SI:



Essendo la catena della riferibilità piramidale, andando dall'alto verso il basso, la catena si divide in:

- Primo livello: la convenzione del metro stabilisce l'SI come Sistema Internazionale delle Unità di misura e istituisce il BIPM ed i relativi campioni internazionali
- Secondo livello: gli istituti nazionali di Metrologia (NMI) mantengono e confrontano l'SI e lo rendono disponibile per la disseminazione
- Terzo livello: qui operano i laboratori di taratura accreditati dagli organismi di accreditamento nazionali
- Disseminazione in ambito industriale con schema piramidale, i.e. i campioni aziendali vengono utilizzati per tarare gli strumenti di lavoro

Nelle aziende ci possono essere due tipi di strumenti:

- quelli da banco, che generalmente sono pesanti, si trovano nei laboratori e vengono utilizzati per la calibrazione
- quelli da utilizzare sul campo, i quali vengono tarati grazie agli strumenti di misura da banco

³Slide della prof — SDME 1.4 Metrologia - Riferibilità — pag 20 - 21
Appunti — 2025-03-04 — pag 11

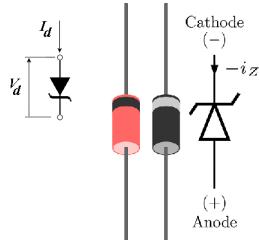
3.4 Campioni per montaggio negli strumenti

4

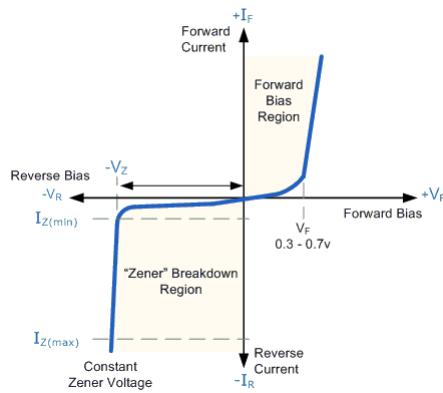
3.4.1 Diodi zener e a valanga

5

Negli strumenti e/o negli apparecchi che utilizziamo, viene impiegato il diodo zener e a valanga come il seguente:

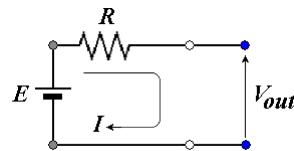


Una relazione importante nel diodo zener è quella tra tensione a capi di esso e la corrente in uscita, come visualizzato nella seguente figura:



Come visualizzato in figura, all'aumentare della corrente, la tensione rimane stabile e non si allontana molto da V_F , che, a seconda del diodo zener, rimane stabile sui $0.3 - 0.7V$.

Prendendo per esempio una porzione di circuito come il seguente:



composto da generatore di tensione e resistore.

La corrente che scorre nel circuito è la seguente:

$$I = \frac{E}{R} - \frac{V_{out}}{R} \quad (3.1)$$

quindi V_{out} sarà, con semplici sostituzioni:

$$V_{out} = E - RI \quad (3.2)$$

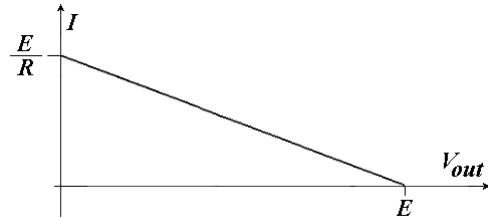
⁴Slide della prof — SDME 1.4 Metrologia - Riferibilità — pag 9 - 19

⁵Slide della prof — SDME 1.4 Metrologia - Riferibilità — pag 9-14

V_{out} è una funzione della temperatura, della tensione del generatore di tensione E, della corrente sulla resistenza I e del tempo, oppure, in una formula compatta, possiamo scrivere:

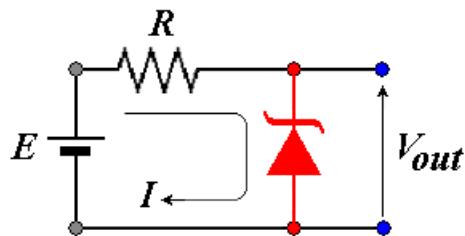
$$V_{out} = f(\theta, E, I, t) \quad (3.3)$$

Al variare di E, V_{out} varierà in questo modo:

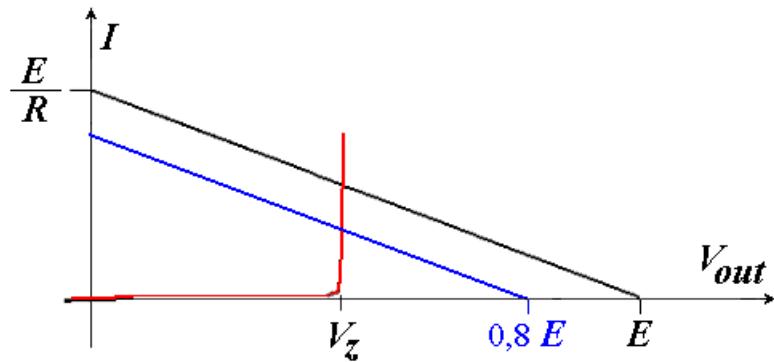


Ciò è possibile perché V_{out} è una relazione lineare.

Invece, aggiungendo un elemento non lineare il diodo zener al circuito:



Grazie all'introduzione del diodo zener, quindi di un circuito non lineare, la relazione tra tensione di uscita e corrente nel circuito:



Come si può notare dal grafico, la corrente deve essere adeguata per ottenere V_z , ma non eccessiva per non bruciare il diodo zener.

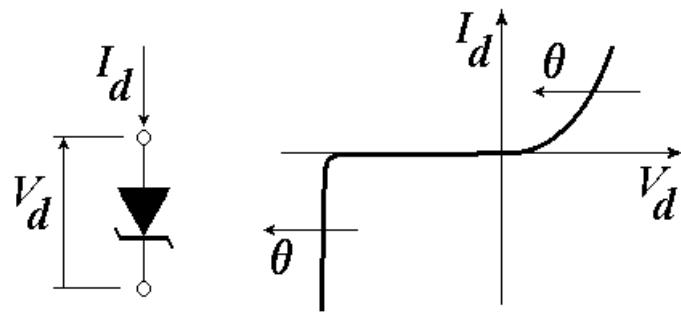
Inoltre, va calcolata tenendo conto del massimo valore della tensione in ingresso.

V_{out} è una funzione anche della temperatura perché lo zener soffre di deriva termica.

Per deriva, si intende che il valore della tensione (e /o di altri parametri), cambiano.

Per deriva termica, in questo caso, si intende che il valore della tensione varia in base alla temperatura θ .

Sapendo che V_d è la tensione ai capi dello zener e I_d la corrente che circola sullo zener:



Dalla figura si può notare che la temperatura θ varia la pendenza della curva.

La deriva termica (o in inglese drift) va scelta in base all'ordine di grandezza della misura che si vuole fare.

Diamo per esempio due zener con V_z dai 2 ai 70 V:

- il primo è uno zener non compensato che ha un drift di $\pm 1000 ppm/\text{°C}$ e il suo costo è di 0.02 Euro
- il secondo è uno zener compensato che un drift di $\pm 10 ppm/\text{°C}$ e costa 7 Euro

Per compensare si intende compensare la temperatura in modo da rendere più stabile il componente.

Come campioni di f.e.m. negli strumenti vengono utilizzati degli integrati, come ad esempio nell'integrato di regolatore di tensione LM7812 è presente nel circuito uno stabilizzatore di tensione, con l'utilizzo di diodi zener.

LM7812 ha un costo di 70 centesimi di Euro.

Invece, l'AD587 è un integrato che ha un costo di 21.75 Euro ed ha un drift minore rispetto all'esempio precedente.

3.4.2 Campioni di resistenza

[6](#)

Un elemento utilizzato comunemente come campione di resistenza negli strumenti è il resistore a strato a pellicola di carbonio come quello in figura:



Sono i resistori che vengono comunemente utilizzati: hanno un basso costo di vendita (generalmente dai 3 ai 6 centesimi).

L'eccellente stabilità con diverse condizioni di carico o livelli di umidità, il livello di rumore ridotto e l'elevata affidabilità, rendono questi resistori a strato di carbone adatti ad un'ampia gamma di applicazioni.

Un esempio di specifiche tecniche per un resistore a pellicola di carbonio:

- Tolleranza resistenza: $\pm 5\%$
- Coefficiente termico da -150 a -850 $\frac{ppm}{^{\circ}C}$
- Dissipazione di $0.66W$ a $70^{\circ}C$

La tolleranza di resistenza e il coefficiente termico sono troppo elevati per una misura.

Inoltre, sono comunemente utilizzati anche perché il valore della resistenza e della sua tolleranza sono definiti attraverso un codice a colori sulla resistenza stessa.

La costruzione fisica del resistore ne influisce il suo comportamento in base alla frequenza (cioè il resistore può "diventare" un condensatore e/o un induttore).

Nel caso di resistore a pellicola di carbonio, il resistore, ad alta frequenza, può avere un comportamento capacitivo.

Invece, per i resistori ad alta precisione come nel seguente caso:



hanno una natura di tipo induttivo.

⁶Slide della prof — SDME 1.4 Metrologia - Riferibilità — pag 15 - 16
Appunti — 2025-03-04 — pag 9 - 10 — 2025-06-23 Ricevimento — pag 1 - 2

Da un punto di vista fisico, i resistori di precisione sono di metallo massiccio ad altissima stabilità e precisione.

Inoltre, hanno un bassissimo coefficiente di temperatura, quindi un drift molto basso.

Un esempio di specifiche tecniche per un resistore di precisione:

- Tolleranza resistenza $\pm 0.01\%$
- Coefficiente di temperatura $\pm 5 ppm/\text{°C}$
- Costante di tempo di $1 \cdot 10^{-9} \text{ s}$
- Potenza dissipata di 70°C a $0.6W$
- Costo dai 13 ai 23 Euro

La costante di tempo del resistore reale è dovuta al fatto che il componente reale non si comporta come resistore ideale: dato un segnale che ha frequenza oltre alla frequenza di taglio, che è l'inverso della costante di tempo del componente, in ingresso al resistore reale, questo ultimo ha un comportamento capacitivo.

In altre parole, il resistore reale si comporta da filtro passa basso dato un segnale con frequenza maggiore dell'inverso della costante di tempo.

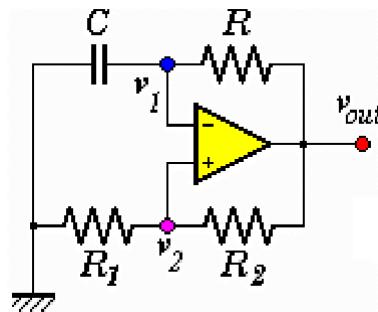
Il resistore di precisione di metallo massiccio ha un comportamento capacitivo perché è realizzato comprendendo un filo in modo molto fitto, e ciò rende l'interno di un resistore come il dielettrico di un condensatore.

3.4.3 Campioni di tempo

7

Il tempo è la grandezza fisica che riusciamo a misurare meglio, con più precisione.

All'interno degli strumenti, un circuito comunemente utilizzato per temporizzare il tempo è quello di un oscillatore con rete RC come in figura:



Il periodo di oscillazione è proporzionale a RC .

Un problema di questo circuito è quello che, se non viene compensato, il circuito è fortemente influenzato dalla temperatura, in particolare i valori di R e di C .

La regola generale è che, se ci sono più componenti in circuito, ogni componente causa una deriva e, nel complesso, le derive si sommano.

Un altro elemento fisico impiegato nei circuiti per campionare il tempo è quello del quarzo.

La proprietà del quarzo è quello di avere un effetto piezoelettrico, cioè che ad un effetto meccanico influisce poi un effetto elettrico.

L'effetto piezoelettrico può essere utilizzato per pilotare un circuito elettrico, in grado di portare e mantenere in oscillazione il quarzo, reintegrando ad ogni oscillazione l'energia dissipata della deformazione elastica.

I cristalli di quarzo come in figura:



hanno le seguenti caratteristiche tecniche:

- sono disponibili con diverse frequenze nominali: da 32.768 kHz ad altro 30 MHz
- sono stabili
- sono economici: dai 50 centesimi ai circa 3 Euro

ma, il più grande problema, è che necessitano di componenti supplementari.

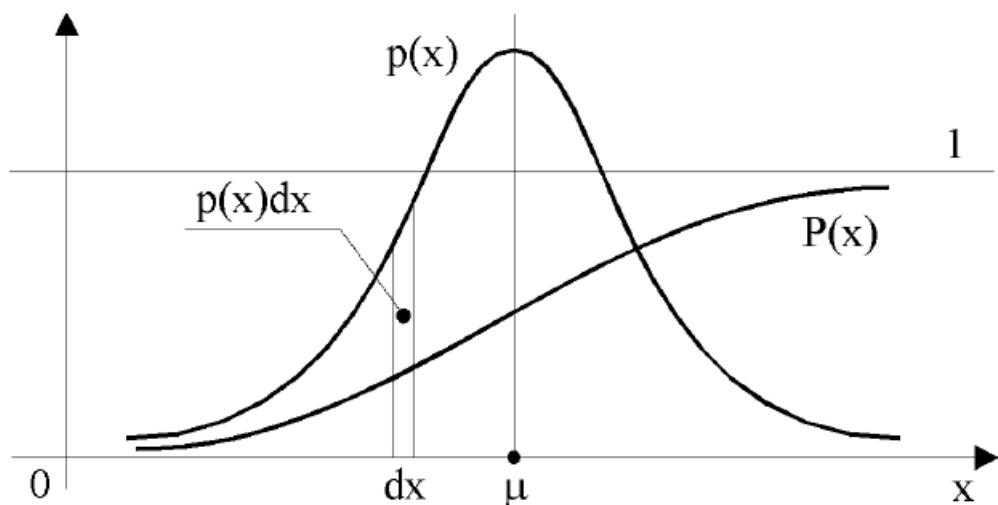
Allora, possono essere utilizzati altri componenti per campionare il tempo, ad esempio un TCXO (Temperature-compensated crystal oscillator).

Un TXCO è autonomo, economico, stabile, ma, a seconda del modello, richiedere un tempo non trascurabile per stabilizzarsi.

⁷Slide della prof — SDME 1.4 Metrologia - Riferibilità — pag 17 - 19
Appunti — 2025-03-04 — pag 10 - 11

Capitolo 4

Notazione SI, concetti introduttivi



Argomento critico e importante nel corso.

La GUM, per quanto riguarda le misure, è la bibbia per chi fa misure, quindi se non sai questo capitolo, meglio non svolgere l'esame in generale.

La norma che andiamo a studiare è da 15 anni circa in vigore, ma, adesso è in revisione.

L'importante, anche durante l'esame scritto, sono i passaggi matematici che si svolgono.

4.1 Regole di scrittura delle unità di misura

¹

Per questioni di praticità, sono stati introdotti i multipli ed i sottomultipli decimali delle unità di misura dell'SI, che si ottengono utilizzando i seguenti prefissi:

Nome	Simbolo	Fattore di moltiplicazione
exa	E	10^{18}
peta	P	10^{15}
tera	T	10^{12}
giga	G	10^9
mega	M	10^6
kilo	k	10^3
etto	h	10^2
deca	da	10^1
deci	d	10^{-1}
centi	c	10^{-2}
milli	m	10^{-3}
micro	μ	10^{-6}
nano	n	10^{-9}
pico	p	10^{-12}
femto	f	10^{-15}
atto	a	10^{-18}

Il simbolo di un multiplo o di un sottomultiplo di un'unità di misura si forma anteponendo il prefisso al simbolo dell'unità di misura.

Ad esempio:

$$\begin{aligned} 0.000005 \text{ m} &= 5 \cdot 10^{-6} \text{ m} = 5 \mu\text{m} \text{ (cinque micrometri)} \\ 0.00000001 \text{ A} &= 1 \cdot 10^{-8} \text{ A} = 10 \text{ nA} \text{ (dieci nanoampere)} \\ 2000000 \text{ V} &= 2 \cdot 10^6 \text{ V} = 2 \text{ MV} \text{ (due megavolt)} \end{aligned}$$

Non è ammesso l'uso di prefissi composti, ad esempio:

$$5 \text{ pF} \neq 5 \text{ mnF} \tag{4.1}$$

Prendendo come esempio l'u.d.m. del peso, cioè il grammo (g), i multipli ed i sottomultipli dell'unità fondamentale kilogrammo si formano a partire dal simbolo grammo.

¹Slide della prof — SDME 2 Incertezza secondo GUM parte I — pag 2 - 4
Appunti — 2025-03-05 — pag 2 - 3

Per esempio, si scrive:

$$1 \text{ mg} \text{ NON } 1\mu\text{kg} \quad (4.2)$$

Quando si fornisce il risultato di una misurazione, devono essere riportate soltanto le cifre significative, per cui è opportuno ricorrere ai multipli e sottomultipli delle unità SI per evitare ambiguità.

Nella seguente tabella, ci sono degli esempi:

Cifre significative	Uso di unità SI	Uso di multipli e sottomultipli
3	0.00000758 A	7.58 μ A
2	7500 N	7.5 kN
4	13500 V	13.50 kV
3	0.000115 m ³	115 cm ³

I nomi delle unità SI, dei multipli e dei sottomultipli sono nomi comuni, per cui devono essere scritti con l'iniziale minuscola.

Si scriverà:

- ampere NON Ampere
- kelvin NON Kelvin
- gigahertz NON Gigahertz
- gigahertz NON GigaHertz

Anche i simboli delle unità di misura sono scritti con l'iniziale minuscola, tranne quelli derivanti da nomi propri.

Quindi si scrive:

- s per secondo
- m per metro
- C per coulomb
- J per joule

I nomi di tutte le unità SI e dei corrispondenti multipli e sottomultipli sono invariabili al plurale, eccetto per il metro, il kilogrammo, il secondo, la candela, la mola, il radiante e lo steradiante.

Il radiante e lo steradiante vengono utilizzati per esprimere i piani di una sfera.

Quindi è corretto scrivere:

- decine di metri
- centinaia di volt, NON centinaia di volts
- alcuni radianti
- pochi kelvin, NON pochi kelvins

I simboli delle unità di misura devono essere scritti in carattere dritto normale, non devono essere seguiti da punti, tranne il caso in cui si trovano alla fine di un periodo, e devono seguire sulla stessa linea il valore numero che esprime la misura.

Quindi, è corretto 7.5 V e NON V 7.5.

Quando un'unità non accompagna la relativa misura, deve essere espressa con il suo nome e non con il suo simbolo.

Si scrive:

- il secondo è la durata NON il s è la durata
- una lunghezza di alcuni metri e NON una lunghezza di alcuni m

I simboli di un'unità derivata ottenuta dal prodotto di due o più unità fondamentali si indica interponendo il punto di moltiplicazione o uno spazio tra i simboli delle unità fondamentali.

Si scrive, ad esempio, $N \cdot m$ oppure $N\ m$.

Nel caso di unità derivate ottenute dal rapporto tra unità fondamentali, il simbolo dell'unità derivata si indica interponendo tra i simboli a numeratore e quelli a denominatore la barra obliqua o la riga di frazione.

In alternativa, possono essere usati gli esponenti negativi.

Si scrive, ad esempio J/s , $m \cdot s^{-1}$.

4.2 Unità non SI ammesse

²

Alcune unità di misura non SI sono, per ragioni storiche, largamente utilizzate in campo scientifico, tecnico, commerciale e nella vita comune.

L'uso di queste unità è ammesso, MA non incoraggiato; inoltre, è sconsigliato associare unità SI e unità non SI.

La seguente tabella riporta alcune delle unità non SI ammesse:

Grandezza	Unità	Simbolo	Conversione
Volume	litro	l,L	$1 \text{ l} = 10^{-3} \text{ m}^3$
massa	tonnellata	t	$1 \text{ t} = 10^3 \text{ kg}$
tempo	minuto	min	$1 \text{ min} = 60 \text{ s}$
tempo	ora	h	$1 \text{ h} = 3600 \text{ s}$
tempo	giorno	d	$1 \text{ d} = 86400 \text{ s}$
angolo piano	grado	°	$1^\circ = (\pi/180) \text{ rad}$
lunghezza	ångström	Å	$1 \text{ Å} = 10^{-10} \text{ m}$
pressione	bar	bar	$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$

²Slide della prof — SDME 2 Incertezza secondo GUM parte I — pag 5
Appunti — 2025-03-05 — pag 3

4.3 Il processo reale di misurazione e la definizione di "Misura"

³

La definizione di misura data dalla norma UNI 4546 è una informazione costituita da un valore, una incertezza ed una unità di misura, segnata a rappresentare un parametro in un determinato stato del sistema.

Degli esempi di misure:

parametro	valore	incertezza	u.d.m.
Temperatura al suolo =	297	± 1	kelvin
Massa a vuoto =	1244	± 2	kg
Lunghezza corridoio =	20,0	$\pm 0,1$	m

³Slide della prof — SDME 2 Incertezza secondo GUM parte I — pag 6
Appunti — 2025-03-05 — pag 3

4.4 La norma internazionale

⁴

L'incertezza del risultato di una misurazione costituisce la mancanza di una conoscenza esatta del misurando.

Così, il risultato di una misurazione, quand'anche riuscissimo a correggere effetti sistematici identificati, costituisce sempre una stima del valore del misurando.

Il valore centrale è quello che noi scegliamo, indicando il suo intervallo perché il "valore vero" starà nell'intervallo.

L'incertezza sperimentale è dovuta a numerosi fattori, tra i quali:

- Definizione incompleta del misurando, imperfetta realizzazione del misurando
- Distorsione personale dell'operatore nella lettura di strumenti analogici
- Valori non esatti dei campioni e dei materiali di riferimento

Tutti questi fattori, inoltre, non sono sempre indipendenti, ma, in questo corso, li consideriamo indipendenti perché i calcoli sono molto più semplici.

Per questi fattori che possono "disturbare" la misura, anche se la GUM è breve, diventa molto più lunga a causa delle appendici con tutti i casi particolari.

⁴Slide della prof — SDME 2 Incertezza secondo GUM parte I — pag 7 - 8
Appunti — 2025-03-05 — pag 4

4.5 Approccio classico Vs GUM

5

Analizzeremo la differenza tra errore, che è l'approccio classico, e l'incertezza, che è l'approccio della GUM.

Quando si parla di incertezza, ci si riferisce alla sola componente casuale.

Si dà per scontato che, se si mette in evidenza un effetto sistematico, questo vada corretto **PRIMA** di effettuare delle misure, e tale correzione sarà affetta anch'essa da una incertezza.

Nell'approccio classico, ci si riferisce all'origine dell'incertezza, mentre la divisione data nella GUM riguarda i metodi di valutazione dell'incertezza.

⁵Slide della prof — SDME 2 Incertezza secondo GUM parte I — pag 9
Appunti — 2025-03-05 — pag 5

4.6 Incertezza: altre considerazioni

6

Alcune note riguardando l'incertezza.

Solo le definizioni hanno incertezza nulla.

C'è una incertezza intrinseca, la quale è la minima incertezza che può essere assegnata nella misura di un parametro, fissato un modello descrittivo della grandezza.

Spesso le prestazioni degli strumenti e dei campioni sono esuberanti rispetto ai requisiti necessari per la misura.

⁶Slide della prof — SDME 2 Incertezza secondo GUM parte I — pag 10
Appunti — 2025-03-05 — pag 5

4.6.1 Categorie di incertezza

⁷

La GUM classifica le componenti di incertezza in due categorie, in relazione al metodo di valutazione:

- Componenti valutate con metodi statistici (detti di tipo A), sono incertezze di misura che sono basati su metodi statistici, quindi oggettivi, perché la misura può essere ripetuta
- Componenti valutate con altri metodi (detti di tipo B): si svolgerà una valutazione di tipo soggettivo perché la misura non può essere ripetuta

La regola di base è quella di fare, se possibile, almeno 3 misure.

La classificazione non indica alcuna differenza tra la natura delle componenti di incertezza.

I componenti di tipo B, generalmente, vengono basati sulla "bravura" dell'operatore.

È importante sottolineare che se il numero di ripetizioni della misura è relativamente ridotto, si fa più affidamento all'incertezza di tipo B.

Sia nelle categoria di tipo A e di tipo B, l'incertezza è valutata tramite una distribuzione di probabilità e la relativa deviazione standard.

Il principio base dell'approccio della GUM è che ogni componente di incertezza che contribuisce all'incertezza del risultato di misura è rappresentabile dalla stima del suo scarto tipo, chiamata incertezza tipo (che è indicata con la lettera u dall'inglese uncertainty) ed è uguale alla radice quadrata positiva della stima della varianza.

Tranquilli, nelle prossime sezioni sarà spiegato meglio con delle formule matematiche

Se durante la misura tutte le grandezze d'influenza da cui essa dipende variano in modo casuale, si può utilizzare un approccio di tipo statistico, quindi di tipo A.

In diversi casi, ripetere le misure è una operazione lunga e costosa, non sempre fattibile.

Quindi, l'incertezza finale sulla misurazione è ottenuta sia dall'incertezza di tipo A e di tipo B.

⁷Slide della prof — SDME 2 Incertezza secondo GUM parte I — pag 11 - 13
Appunti — 2025-03-05 — pag 5 - 6 — 2025-03-07 — pag 2

4.7 Alcuni richiami di statistica e probabilità

8

Sono gli stessi concetti di probabilità studiati a Teoria dei Segnali / Segnali Determinati Aleatori con il mitico Chiaraluce ma applicati e adattati alla teoria delle misure

Prendiamo in considerazione un indice quadratico, la varianza.

Definiamo varianza sperimentale dell'insieme di N misure il valore medio del quadrato delle deviazioni:

$$\begin{aligned} s^2(x_k) &= \frac{1}{N-1} \sum_{k=1}^N \delta_k^2 \\ &= \frac{1}{N-1} \sum_{k=1}^N (x_k - \bar{x})^2 \end{aligned} \quad (4.3)$$

dove:

- \bar{x} è la media dei valori
- x_k è il singolo valore della misura

Si pone $(x_k - \bar{x})^2$ elevato alla seconda perché δ_k può essere sia positivo che negativo.

Da questa varianza, si deduce lo scarto tipico sperimentale come:

$$\begin{aligned} s(x_k) &= \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{k=1}^N \delta_k^2} \\ &= \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{k=1}^N (x_k - \bar{x})^2} \end{aligned} \quad (4.4)$$

⁸Slide della prof — SDME 2 Incertezza secondo GUM parte I — pag 14 - 16
Appunti — 2025-03-05 — pag 6 - 10 — 2025 -03-07 — pag 3

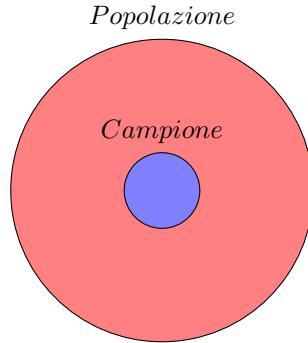
4.7.1 Scarto di tipo sperimentale

⁹

Lo scarto tipo o deviazione standard rappresenta un indice appropriato della dispersione delle misure intorno al valore medio.

La sua definizione sarà, tuttavia, affinata, in seguito considerando che le N misure non rappresentano l'insieme (cioè la popolazione) di tutte le misure, ma solo un campione limitato dell'infinità di misure (teoricamente) eseguibili.

Utilizzando i diagrammi di Venn, possiamo rappresentare il caso della misura come:



dove:

- nell'insieme della popolazione ci dovrebbero essere infiniti elementi
- nell'insieme campione ci sono N elementi, quelli della misura

Quindi dagli elementi statistici utilizzati, e che hai imparato a conoscere al corso di teoria dei segnali con il mitico Chiaraluce, come:

- media μ
- scarto (deviazione standard) σ

in una misura di N elementi utilizzeremo:

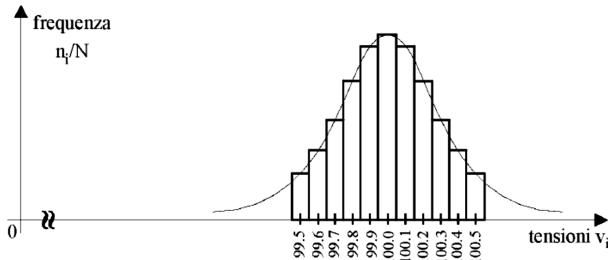
- media sperimentale \bar{x} al posto di μ
- deviazione scarto sperimentale $s(x_k)$ al posto di σ

⁹Slide della prof — SDME 2 Incertezza secondo GUM parte I — pag 17
Appunti — 2025-03-07 — pag 3 - 4

4.8 Istogrammi delle osservazioni

¹⁰

Il risultato di numerose misure ripetute N sulla stessa grandezza possono essere graficamente rappresentati in opportuni diagrammi, detti istogrammi delle osservazioni come il seguente grafico:



Questi si costruiscono con alcune semplici operazioni:

1. Si individuano i valori massimo (x_{max}) e minimo (x_{min}) tra le N misure della grandezza X
2. Si divide l'intervallo ($x_{max} - x_{min}$) in un numero M di sotto-intervalli (chiamati in inglese bins) di uguale ampiezza, ciascuno dei quali può essere identificato col suo valore centrale x_i ($i = 1, \dots, M$)
3. Si conta il numero n_i delle misure che ricadono in ciascun sotto-intervallo
4. Si calcola la frequenza di osservazione dividendo questo numero per il numero totale delle osservazioni N:

$$f_i = \frac{n_i}{N} \quad (i = 1, 2, \dots, M) \quad (4.5)$$

e, dalla teoria della probabilità:

$$\sum_{i=1}^M f_i = 1 \quad (4.6)$$

f_i è la definizione frequentistica di probabilità.

Inoltre, la figura non è solo un istogramma, ma è un insieme tra istogramma, che è una funzione discreta, e una funzione normale continua, che è una astrazione matematica.

¹⁰Slide della prof — SDME 2 Incertezza secondo GUM parte I — pag 18 - 21
Appunti — 2025-03-07 — pag 5

4.9 Alcuni richiami di statistica e probabilità

¹¹

Con riferimento alle frequenze f_i , il valore medio è:

$$\begin{aligned}
 \bar{x} &= \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_k \\
 &= \sum_{i=1}^M x_i \frac{n_i}{N} \\
 &= \sum_{i=1}^M x_i f_i
 \end{aligned} \tag{4.7}$$

Invece la varianza si può scrivere come:

$$\begin{aligned}
 s^2(x_i) &= \frac{1}{N-1} \sum_{k=1}^N \delta_k^2 \\
 &= \sum_{i=1}^M \delta_i^2 \frac{n_i}{N-1} \\
 &= \sum_{i=1}^M \delta_i^2 f_i^{\sim}
 \end{aligned} \tag{4.8}$$

in cui:

$$\delta_i = x_i - \bar{x} \tag{4.9}$$

è lo scostamento della i-esima classe rispetto al valore medio.

M è il numero di valori distinti delle misure (cioè il numero di bins, dall'inglese "cestini").

¹¹Slide della prof — SDME 2 Incertezza secondo GUM parte I — pag 22
Appunti — 2025-03-07 — pag 6

4.10 Il concetto di probabilità ed i parametri statistici

¹²

Se fosse possibile effettuare sulla stessa grandezza fisica X un numero N di misure infinitamente grande, le frequenze di occorrenza dei diversi valori rappresentano le probabilità dell'intera popolazione.

L'insieme delle misure può essere visto come una variabile aleatoria discreta X, dove ciascuno dei possibili valori x_i è caratterizzato dalla sua probabilità di occorrenza:

$$\begin{aligned} Prob(x_i) &= P(x_i) \\ &= P_i \\ &= \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{n_i}{N} \end{aligned} \tag{4.10}$$

Essendo un limite che tende ad infinito, nella realtà non si possono fare infinite misure: ecco perché viene utilizzata la statistica.

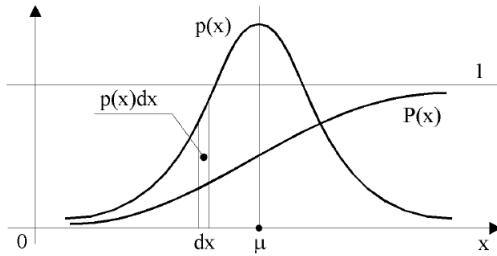
Molti fenomeni fisici, interessati solo da disturbi casuali, se osservati un numero di volte molto grande, obbediscono a una legge di occorrenza degli eventi detta Gaussiana o Normale.

¹²Slide della prof — SDME 2 Incertezza secondo GUM parte I — pag 23
Appunti — 2025-03-07 — pag 6

4.11 Curva normale o di Gauss

¹³

Un esempio di curva normale o di Gauss:



Il diagramma della curva Normale o di Gauss per una variabile aleatoria continua X riporta in ascisse i possibili valori continui x della variabile aleatoria, mentre in ordinate si riporta la densità di probabilità $p(x)$ con cui si osservano tali valori, e la probabilità cumulativa $P(x)$.

¹³Slide della prof — SDME 2 Incertezza secondo GUM parte I — pag 24
Appunti — 2025-03-07 — pag 6

4.12 Distribuzioni di probabilità

¹⁴

La densità di probabilità $p(x)$ è, in generale, quella funzione continua che, moltiplicata per una variazione infinitesima dx , fornisce la probabilità della variabile aleatoria X che cada dentro l'intervallo dx .

Quindi:

$$\text{Prob}[x \leq X \leq (x + dx)] = p(x)dx \quad (4.11)$$

La probabilità cumulativa $P(x)$ è la probabilità che la variabile aleatoria X sia minore del valore corrente x :

$$\begin{aligned} \text{Prob}[X < x] &= P(x) \\ &= \int_{-\infty}^x p(z)dz \end{aligned} \quad (4.12)$$

allora:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} p(x)dx = 1 \quad (4.13)$$

Invece si definisce valore medio come:

$$\mu = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot p(x)dx \quad (4.14)$$

Si definisce varianza come:

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu)^2 \cdot p(x)dx \quad (4.15)$$

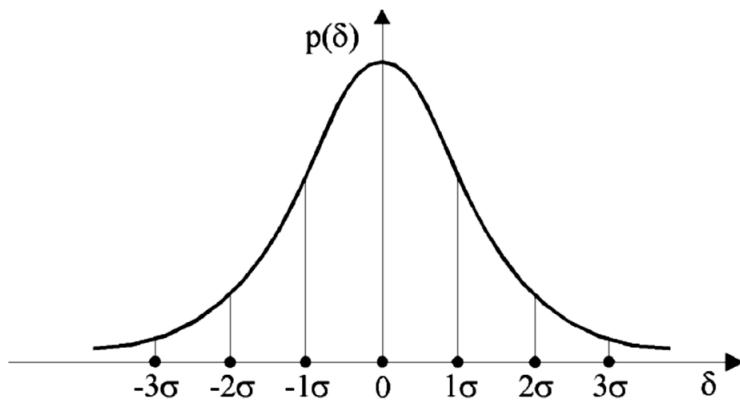
La radice quadrata della varianza è definita come scarto tipo o deviazione standard σ .

Talvolta, la densità di probabilità $p(x)$ è riferita, anziché ai valori x delle misure, alle loro deviazioni $\delta = (x - \mu)$, tramite una semplice traslazione pari al valore medio.

Nella teoria della statistica, la gaussiana normale, quindi la gaussiana con area = 1, è molto utile per i calcoli, in particolare nelle misure può essere utilizzata per dimostrare la bontà della misura svolta.

Di seguito la densità di probabilità delle deviazioni standard normalizzata, la quale è diversa dalla densità di probabilità non normalizzata (perché l'area della funzione non è unitaria):

¹⁴Slide della prof — SDME 2 Incertezza secondo GUM parte I — pag 25 - 27
Appunti — 2025-03-07 — pag 6 - 9



Si utilizza proprio una distribuzione di Gauss perché, da Segnali Determinati con Chiaraluce, il rumore ha questa distribuzione perché è un fenomeno stocastico.

Nella teoria delle misure e nella statistica, si divide la funzione gaussiana in σ e suoi multipli.

Di seguito la relazione tra σ e percentuale:

$$Prob[-\sigma \leq \Delta \leq +\sigma] = 68.27\% \quad (4.16)$$

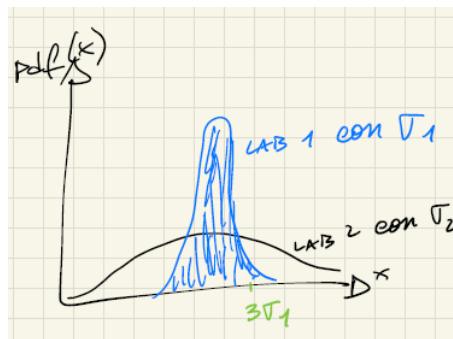
$$Prob[-2\sigma \leq \Delta \leq +2\sigma] = 95.45\% \quad (4.17)$$

$$Prob[-3\sigma \leq \Delta \leq +3\sigma] = 99.73\% \quad (4.18)$$

Assumendo l'intervallo $\pm 3\sigma$ si avrà 99.73 % che è circa 100 % .

La bontà delle misure dipende dal suo scarto tipo: più è piccolo, meglio è perché la campana della gaussiana è più stretta.

Confrontando, ad esempio due misure di due laboratori:



Le misure del laboratorio 1 sono di maggiori qualità rispetto al laboratorio 2 perché, riportando le densità di probabilità nelle distribuzioni normalizzate gaussiane, ci saranno più valori del laboratorio 1 rispetto alle misure del secondo laboratorio.

Per concludere, la densità di probabilità è un modello matematico, quindi non applicabile nella realtà perché N tende all'infinito, quindi useremo s_k e i valori sperimentali.

Capitolo 5

Valutazione dell'incertezza di tipo A e B

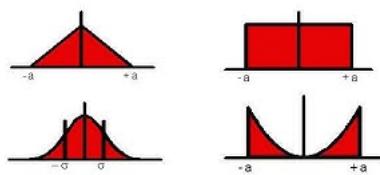


The GUM Method

- Type A evaluation

$$s = \sqrt{\frac{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2}{n(n-1)}}$$

- Type B evaluation



5.1 Valutazione dell'incertezza

¹

Come scritto precedentemente, il problema che si pone nella misura è quello di "riportare" gli strumenti utilizzati in statistica in una popolazione con infiniti elementi all'insieme delle misure con elementi finiti.

Quindi dobbiamo discutere delle stime dei parametri da campioni e non dalla popolazione.

Si utilizza il valore medio sperimentale \bar{x} perché è la stima migliore del valore atteso della media μ della popolazione: si dice che \bar{x} è il miglior stimatore corretto e consistente di μ .

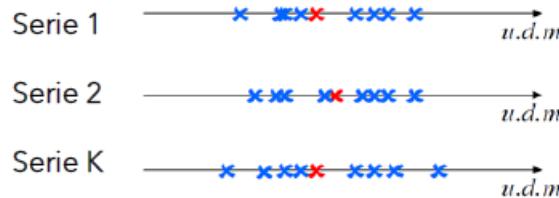
Il concetto di stimatore corretto e consistente non viene approfondito in questo corso, lo diamo per buono

Per quanto riguarda lo scarto tipo σ della popolazione, si parte dall'espressione dello scarto tipo sperimentale:

$$s(x_k) = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{k=1}^N (x_k - \bar{x})^2} \quad (5.1)$$

La deviazione standard sperimentale $s(x_k)$ rappresenta il grado di attendibilità della generica misura x_k fra le N del campione o, in altri termini, quantifica la dispersione degli N valori misurato attorno al loro valore medio \bar{x} .

Graficando K serie di misura:



si può notare che, in ogni singola serie di misura, quella indicata con la x blu è il risultato della singola misura, invece la x in rosso indica il valore medio della singola serie.

Mettendo le serie insieme, si può calcolare e determinare la dispersione dei valori medi sperimentali (cioè la dispersione delle x rosse).

Si dimostra (cioè non lo dimostriamo, prendiamolo per buono) che la varianza del valore medio sperimentale fra i vari gruppi di N misure, è esprimibile nel seguente modo:

$$s^2(\bar{x}) = \frac{s^2(x_k)}{N} \quad (5.2)$$

allora, con dei semplici passaggi algebrici e sostituzioni:

¹Slide della prof — SDME 2 Incertezza secondo GUM parte II — pag 2 - 5
Appunti — 2025-03-07 — pag 10 - 11

$$\begin{aligned}
 s(\bar{x}) &= \frac{s(x_k)}{\sqrt{N}} \\
 &= \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{k=1}^N (x_k - \bar{x})^2}
 \end{aligned} \tag{5.3}$$

$s(x_k)$ NON è uno stimatore corretto di σ e va diviso per \sqrt{N} per diventarlo.

$s(\bar{x})$, cioè lo scarto tipo del valore medio sperimentale, costituisce una stima della deviazione standard σ di tutta la popolazione.

Quindi useremo:

- \bar{x} al posto di μ
- $s(\bar{x})$ al posto di σ

5.2 Valutazione dell'incertezza di tipo A

²

La varianza sperimentale della media $s^2(\bar{x})$ e lo scarto tipo sperimentale della media $s(\bar{x})$, indicano quanto bene \bar{x} stima il valore medio μ della popolazione (che sarebbe il valore atteso) e, pertanto, verranno adottati come valutazioni quantitative dell'incertezza di \bar{x} .

Diremo quindi che una grandezza fisica X , che è la grandezza sotto misura, determinata con N osservazioni ripetute, avrà un'incertezza (uncertainty) sulla stima \bar{x} pari a:

$$u^2(x) = s^2(\bar{x}) \quad (5.4)$$

in termini di varianza e

$$u(x) = s(\bar{x}) \quad (5.5)$$

in termini di scarto tipo.

Quindi, se avremo a che fare solo con misure di tipo A, la misura finale dobbiamo esprimerla come:

$$\begin{aligned} X &= \bar{x} \pm u_a(\bar{x}) \text{ [u.d.m.]} \\ &= \bar{x} \pm s(\bar{x}) \text{ [u.d.m.]} \end{aligned} \quad (5.6)$$

dove:

- X è la grandezza sotto misura

²Slide della prof — SDME 2 Incertezza secondo GUM parte II — pag 6
Appunti — 2025-03-07 — pag 12

5.3 Valutazione dell'incertezza di tipo B

3

Adesso passiamo dall'incertezza di tipo A, cioè da misure ripetute, all'incertezza di tipo B, cioè una misura da una ripetizione.

Quando una grandezza X non viene determinata da osservazioni ripetute, bensì con una misura singola, la varianza stimata $u^2(x)$ o lo scarto tipo $u(x)$ sono valutati per mezzo di un giudizio scientifico basato su tutte le altre informazioni disponibili:

- dati di misurazioni precedenti
- conoscenza del comportamento e delle proprietà dei materiali e degli strumenti
- specifiche tecniche del costruttore (sono indicate nel manuale dello strumento)
- dati forniti in certificato di taratura (quindi dai LAT)
- incertezze assegnate a valori di riferimento presi da manuali

L'uso di tali informazioni, per una valutazione di incertezza di tipo B, richiede conoscenza, esperienza e perizia che possono acquisirsi solo con la pratica e col tempo.

L'analisi statistica sulle misure è un'indagine che viene fatta durante la taratura di uno strumento.

Il certificato di taratura accompagna il singolo strumento nel suo impiego e chi lo utilizza sa che le indicazioni fornite possono avere un'incertezza compresa entro l'intervallo dichiarato sul certificato di taratura, con un assegnato livello di confidenza.

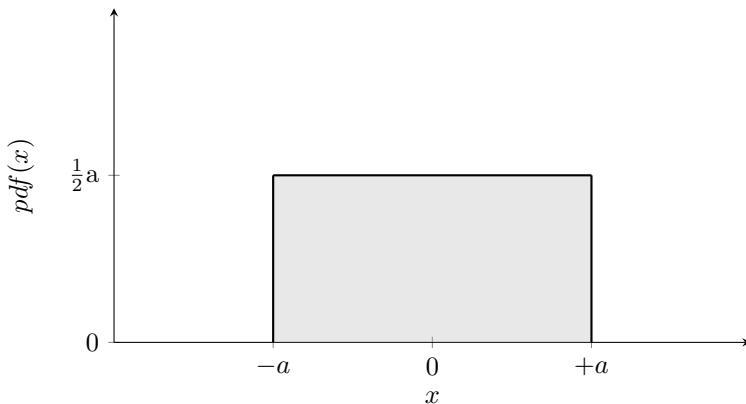
Più spesso, i costruttori di strumentazione assegnano le specifiche di accuratezza con valori numerici valida per tutti gli esemplari di un dato modello, e per essi dichiarano semplicemente un intervallo di ampiezza $(-a, +a)$, centrato sul valore letto, entro il quale si ritiene che cada il valore del misurando.

Quando compriamo uno strumento da un produttore, il costruttore tara alcuni strumenti del lotto, quindi, se vogliamo essere più precisi nella misura, dobbiamo tarare il nostro strumento in un LAT.

In tal caso, per poter calcolare il valore dell'incertezza in termini di varianza o di deviazione standard, in modo da avere a disposizione un'informazione confrontabile con quella ottenuta con la valutazione di tipo A, è necessario ipotizzare la distribuzione di probabilità da considerare all'interno dell'intervallo $(-a, +a)$.

La distribuzione di probabilità della misura è quella funzione che rappresenta la probabilità di ottenere un certo valore x come risultato di una misura, funzione del valore x stesso.

Nella maggior parte dei casi è prassi comune assumere all'interno dell'intervallo $(-a, +a)$ una probabilità uniforme (pdf dall'inglese Probability Density Function) centrata in x , come i figura:



³Slide della prof — SDME 2 Incertezza secondo GUM parte II — pag 7 - 10
Appunti — 2025-03-07 — pag 12 - 13 — 2025-03-11 — pag 2 - 4

Considerando z il generico scostante in tale intervallo, si ha:

$$p(z) = \frac{1}{2a} \quad (5.7)$$

$p(z)$ è uguale a $\frac{1}{2a}$ proprio perchè, dall'esame di Teoria dei Segnali, l'area, cioè l'integrale della pdf deve essere uguale a uno.

Sapendo $p(z)$ si può calcolare la varianza della misura x come:

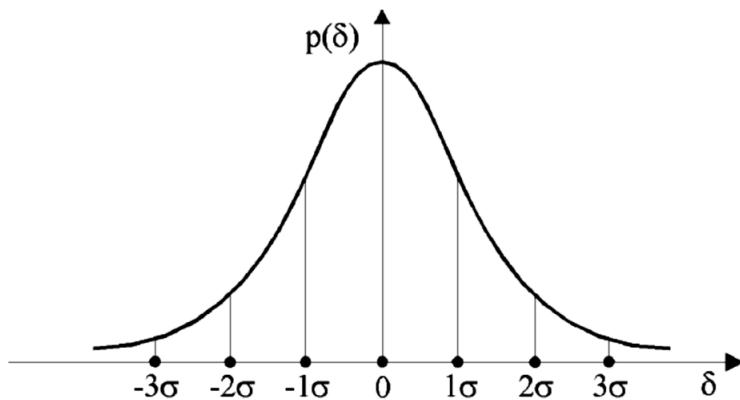
$$\begin{aligned} u^2(x) &= \int_{-a}^{+a} z^2 p(z) dz \\ &= \int_{-a}^{+a} z^2 \frac{1}{2a} dz \\ &= \frac{1}{2a} \cdot \frac{z^3}{3} \Big|_{-a}^{+a} \\ &= \frac{a^2}{3} \end{aligned} \quad (5.8)$$

Sapendo la relazione tra varianza e incertezza di tipo B, l'incertezza assoluta di tipo B associata alla quantità x risulta quindi:

$$u(x) = \frac{a}{\sqrt{3}} \quad (5.9)$$

L'ipotesi di distribuzione uniforme è piuttosto pessimistica, ma è anche quella suggerita dalla GUM in mancanza di ulteriori informazioni.

Se invece possiamo ipotizzare che i valori centrali dell'intervallo $[-a, +a]$ sono più probabili di verificarsi, si può assumere una distribuzione di tipo gaussiano, come in figura:



Se si considera:

$$a = 3\sigma \quad (5.10)$$

si svolge il calcolo della varianza come abbiamo svolto per la distribuzione uniforme, ma, in questo caso, l'incertezza associata alla quantità x risulta in una distribuzione di tipo gaussiano come:

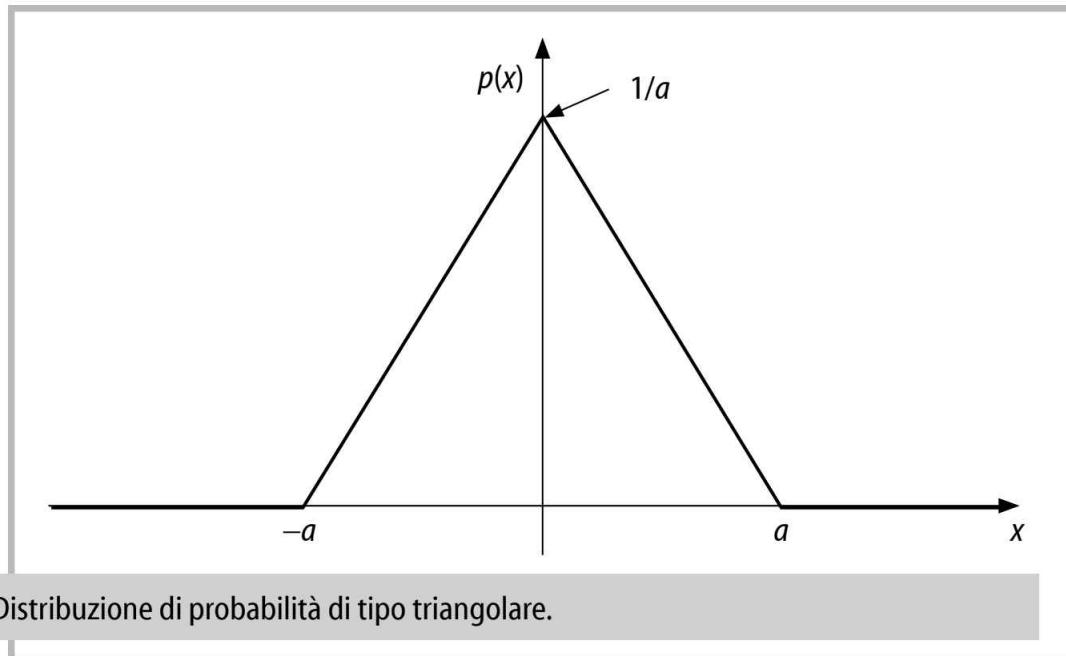
$$u(x) = \frac{a}{3} \quad (5.11)$$

Quindi, $p(z)$ con distribuzione gaussiana è quella con l'incertezza più bassa possibile, invece $p(z)$ con distribuzione costante è quella con l'incertezza più alta possibile.

5.3.1 Distribuzione triangolare

⁴

Un caso intermedio tra la distribuzione gaussiana e quella uniforme è quella triangolare:



in cui (tralascio i conti qui, ma il procedimento è lo stesso di prima):

$$u(x) = \frac{a}{\sqrt{6}} \quad (5.12)$$

⁴Slide della prof — SDME 2 Incertezza secondo GUM parte II — pag 11
Appunti — 2025-03-11 — pag 4 - 5

5.4 Incertezza combinata standard

5

Quando si vuole svolgere una misura, si possono avere due situazioni limite:

- Singola misurazione, non è possibile stimare le incertezze di tipo A, si considerano unicamente quelle di tipo B
- Infinite misurazioni, tutte le grandezze di influenza vengono fatte variare in modo casuale per stimare le cause di incertezza unicamente tramite metodo A

Essendo situazioni limite, sono situazioni che sono molto rare: allora, in tutte le misure, ci ritroveremo nel caso intermedio, quindi useremo i contributi di incertezza combinata standard.

In genere, i contributi dell'incertezza combinata standard sono ottenuti tramite i metodi A e B contemporaneamente.

Stimati i contributi sia di tipo A che di tipo B, si passa al calcolo dell'incertezza combinata standard come:

$$\begin{aligned} u_c(x) &= \sqrt{\sum_{i=1}^N u(x_i)^2} \\ &= \sqrt{(u_a(x))^2 + (u_b(x))^2} \end{aligned} \tag{5.13}$$

Di seguito, si può calcolare il valore dell'incertezza estesa $U(x)$ come:

$$U(x) = k \cdot u_c(x) \tag{5.14}$$

dove k è il fattore di copertura che è un numero scelto intero, che tipicamente è compreso tra 1 e 3.

⁵Slide della prof — SDME 2 Incertezza secondo GUM parte II — pag 20
Appunti — 2025-03-11 — pag 5

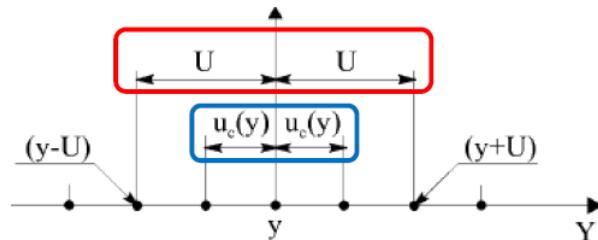
5.5 Incertezza estesa

6

L'incertezza composta $u_c(y)$ viene universalmente accettata per esprimere l'incertezza di una misurazione.

Normalmente, tuttavia, si richiede che la valutazione quantitativa dell'incertezza venga data come un intervallo U intorno al risultato della misurazione, che comprenda "ragionevoli" valori del misurando.

Da un punto di vista grafico, possiamo vedere il tutto come:



Tale intervallo è denominato come incertezza estesa, e si ottiene moltiplicando l'incertezza composta $u_c(y)$ per un fattore di copertura.

In formule:

$$U = k \cdot u_c(y) \quad (5.15)$$

Il fattore di copertura k viene scelto in base al livello di fiducia p che viene richiesto all'intervallo $[(y - U) \div (y + U)]$.

Il livello di fiducia p rappresenta la probabilità di copertura di questo intervallo, cioè la probabilità che il risultato dichiarato casca entro l'intervallo $[(y - U) \div (y + U)]$.

Il legame fra k e p può essere stabilito se sono note le distribuzioni di probabilità che caratterizzano i risultati della misurazioni.

In genere, quindi, non è facile determinare un legame rigoroso.

Nella pratica, si può ritenere che:

- $k = 2$, corrisponda a un livello di fiducia di circa il 95 %
- $k = 3$, corrisponda a un livello di fiducia di circa il 99 %

⁶Slide della prof — SDME 2 Incertezza secondo GUM parte II — pag 18 - 19
Appunti — 2025-03-11 — pag 5 - 6

5.6 Combinazione delle incertezze

7

La GUM si basa su principi lineari e distribuzioni gaussiane, ma, se il fenomeno non lo è, la GUM offre degli appendici riguardo al caso non lineare e/o con distribuzioni non gaussiane.

In questo corso, ci concentriamo solo su principi lineari e distribuzioni gaussiane.

La definizione dello scarto tipo o della varianza si rivela particolarmente utile nell'analisi della combinazione delle incertezze di più fenomeni aleatori, cioè nella valutazione dell'incertezza di quantità determinate in modo indiretto:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_m) \quad (5.16)$$

dove x_i ($i = 1, \dots, m$) viene considerata una variabile aleatoria di una grandezza indipendente.

Si dimostra (cioè non lo dimostriamo) che, se le variabili aleatorie sono tutte fra loro statisticamente indipendenti, l'incertezza stimata sulla determinazione indiretta della quantità y , risulta:

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^m \left[\left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 u^2(x_i) \right]} \quad (5.17)$$

dove

- $u_c(y)$ è l'incertezza tipo composta associata alla grandezza y
- $\frac{\partial f}{\partial x_i}$ è chiamato coefficiente di sensibilità

La frazione $\frac{\partial f}{\partial x_i}$ può, inizialmente, far paura; la si può vedere in questa maniera: essendo f una funzione di m variabili, fare la derivata parziale della grandezza x_i è come esprimere quanto influisce la grandezza x_i su tutte le altre $m-1$ grandezze se le $m-1$ grandezze rimangono costanti

Inoltre, in presenza di correlazione fra le variabili di ingresso, $u_c(y)$ si può esprimere come:

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^m \left[\left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 u^2(x_i) \right] 2 \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=i+1}^m \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} cov(x_i, x_j)} \quad (5.18)$$

dove con $cov(x_i, x_j)$ rappresenta la covarianza tra le due variabili e quindi della loro mutua indipendenza.

La covarianza $cov(x_i, x_j)$ può essere sia positiva che negativa, quindi può comportare sia incrementi che riduzioni dell'incertezza composta $u_c(y)$.

Questa ultima formula di $u_c(y)$ NON la useremo mai nel corso perché, dalla Teoria dei segnali, considereremo le grandezze statisticamente indipendenti, quindi la $cov(x_i, x_j) = 0$.

Perché ho scritto questa formula? Perché la prof ha detto a lezione che la dobbiamo sapere. Fine

Di seguito, delle tabelle riassuntive per le leggi di propagazione per legami funzionali semplici:

⁷Slide della prof — SDME 2 Incertezza secondo GUM parte II — pag 12 - 17
Appunti — 2025-03-11 — pag 7 - 9

Operatore Matematico	Legame funzionale	Legge di propagazione	Funzione	Incertezza composta assoluta
Somma e differenza	$Y = \sum_{i=1}^n X_i$	$u_c^2(Y) = \sum_{i=1}^n u_c^2(X_i)$	$y = A + B$	$u(y) = \sqrt{u(A)^2 + u(B)^2}$
Prodotto e rapporto	$Y = \prod_{i=1}^n X_i$	$u_c^2(Y) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{Y}{X_i}\right)^2 u_c^2(X_i)$	$y = A - B$	$u(y) = \sqrt{u(A)^2 + u(B)^2}$
Potenza	$Y = X^\alpha$	$u_c^2(Y) = \alpha^2 X^{2(\alpha-1)} u_c^2(X)$	$y = k \cdot A$	$u(y) = k \cdot u(A)$
Logaritmo	$Y = \log(X)$	$u_c^2(Y) = \frac{u_c^2(X)}{X^2}$	$y = A \cdot B$	$u(y) = \sqrt{B^2 u(A)^2 + A^2 u(B)^2}$
			$y = A^n$	$u(y) = n \cdot A^{(n-1)} \cdot u(A)$
			$y = A \cdot B \cdot C$	$u(y) = \sqrt{(BC)^2 u(A)^2 + (AC)^2 u(B)^2 + (AB)^2 u(C)^2}$

L'equazione per il calcolo di u_c è spesso chiamata come legge di propagazione delle incertezze, ed è di grande utilità nella valutazione di incertezze per grandezze misurate per via indiretta.

La GUM consiglia, se possibile, di fare sempre misure dirette, ma, se ciò non è possibile, possiamo utilizzare queste relazioni.

Quando la funzione f non è definita e/o è difficile esplicitarla, si impiegano altri metodi alternativi, come ad esempio le simulazioni.

5.7 Supplemento GUM: simulazione Monte Carlo

⁸

Questa sezione non la dobbiamo sapere bene e nel dettaglio come le altre: è un qualcosa in più

Se la funzione tra le varie grandezze non è nota in maniera analitica e/o completa, il supplemento della GUM (il JCGM 101:2008) consiglia di implementare la simulazione Monte Carlo per il calcolo delle propagazioni.

La simulazione Monte Carlo (in generale tutte le simulazioni perchè impiegano tempo e risorse) va utilizzata se:

- il modello funzionale devia fortemente dalla linearità
- le derivate parziali sono difficilmente calcolabili
- le distribuzioni di probabilità associate alle grandezze da misurare non sono gaussiane
- la propagazione delle incertezze fornisce una sovrastima dell'incertezza associata alla misura finale
- modello funzionale non completamente noto
- modello funzionale complicato

Per la simulazione Monte Carlo si sceglie almeno un numero di 10^6 simulazioni.

⁸Slide della prof — SDME 2 Incertezza secondo GUM parte II — pag 22 - 33
Appunti — 2025-03-05 — pag 9 - 10 — 2025-03-12 — pag 2 - 5

5.8 Esprimere l'incertezza

⁹

Possiamo riassumere tutto questo capitolo con i seguenti passaggi.

Di seguito, l'algoritmo step-by-step per esprimere l'incertezza di una misura:

1. Descrivere chiaramente il metodo usato per calcolare il risultato della misura e l'incertezza correlata
2. Riportare una lista contenente tutte le componenti dell'incertezza e come esse sono state calcolate
3. Nel caso di incertezza estesa $U(x) = k \cdot u_c(x)$ occorre:
 - Fornire una descrizione esaustiva di come il parametro è definito
 - Riportare il risultato della misurazione come $X = x \pm U$ fornendo l'unità di misura
 - Fornire l'incertezza estesa relativa $U/|x|$
 - Riportare il valore di k
 - Fornire il livello di confidenza approssimato associato con l'intervallo $x \pm U$ e come è stato calcolato
4. Se si misurano due grandezze contemporaneamente, oltre alla misura e alle incertezze relative ad ogni parametro, bisogna fornire la covarianza ed il coefficiente di correlazione

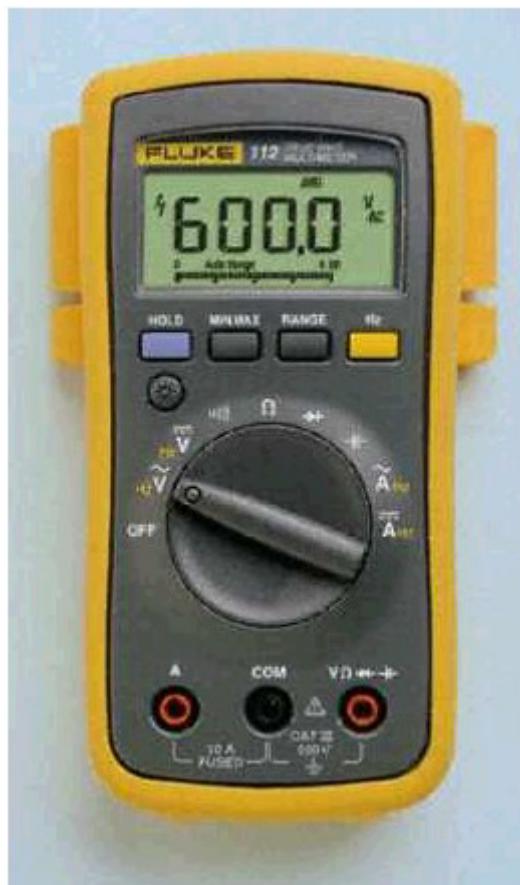
L'ultimo punto riguardo la covarianza è vero in generale per tutte le misure, ma, come ho scritto precedentemente, in questo corso consideriamo grandezze indipendenti in cui la covarianza è nulla.

Si, in questo corso scriverò più e più volte le stesse cose, è un po' come andare a lezione: *repetita iuvant*, dicevano i romani

⁹Slide della prof — SDME 2 Incertezza secondo GUM parte II — pag 34
Appunti — 2025-03-12 — pag 5 - 6

Capitolo 6

Incertezza strumentale e regole di scrittura



6.1 Il processo "reale" di misurazione

¹

Di seguito la definizione di Misura data dalla norma UNI 4546:

Misura : Informazione costituita da un valore, una incertezza ed una unità di misura, assegnata a presentare un parametro in un determinato stato del sistema.

Come si vede da un esempio di misura:

parametro	valore	incertezza	u.d.m.
Temperatura al suolo =	297	± 1	kelvin
Fascia di valore della misura =	[296, 298] K		

la misura è uno qualunque dei valori compresi nella fascia tra 297-1 kelvin e 297+1 kelvin.

¹Slide della prof — SDME 2 Incertezza strumentale e regole di scrittura — pag 3
Appunti — 2025-03-12 — pag 6

6.2 Incertezza degli strumenti di misura

²

Ciò che differisce il mondo ideale a quello reale è che gli strumenti di misura sono afflitti principalmente da tre effetti:

- Incertezza dei campioni negli strumenti
- Deriva termica
- Imprecisioni costruttive dello strumento

Dalle specifiche degli strumenti, si ricava l'incertezza strumentale (in inglese accuracy).

Ad esempio, dalle specifiche del multimetro di questo multimetro Fluke 112:

funzioni	portata	incertezza
Tensione DC	600 V	$\pm(0,7\%+2)$
Tensione AC	600 V	$\pm(1,0\%+3)$
Corrente DC	10 A	$\pm(1,0\%+3)$
Corrente AC	10 A	$\pm(1,5\%+3)$
Resistenza	40 M Ω	$\pm(0,9\%+1)$
Capacità	10000 μ F	$\pm(1,9\%+2)$
Frequenza	50 kHz	$\pm(0,1\%+2)$

si nota nota che, nella colonna incertezza di questo strumento, l'incertezza è espressa in formula binomia.

Per formula binomia si intende una incertezza che è composta come:

$$\pm(\text{Percentuale del valore letto sul display} + \text{Numero digit}) \quad (6.1)$$

La percentuale del valore letto sul display varia in base al valore che si legge sul display, invece il numero di digit è un contributo fisso.

Sempre dalla tabella delle specifiche tecniche del Fluke 112, possiamo notare che, per ogni tipologia di grandezza che lo strumento può misurare, il costruttore dichiara portata e accuracy con cui lo strumento opera.

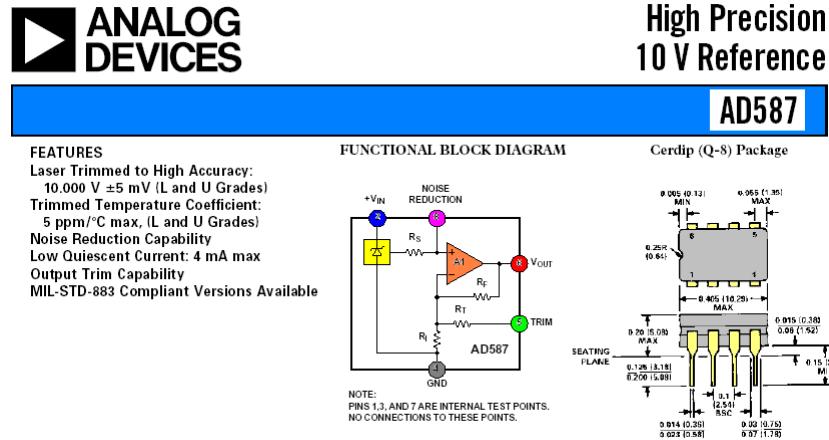
²Slide della prof — SDME 2 Incertezza strumentale e regole di scrittura — pag 4
Appunti — 2025-03-12 — pag 6 - 7

6.2.1 Incertezza dei campioni utilizzati

3

Gli strumenti utilizzano uno o più campioni di una grandezza all'interno del loro strumento per svolgere una misura.

Come riportato nel DataSheet dell'integrato AD587 dell'Analog Devices:



l'integrato è un campione di riferimento di 10.000 V con incertezza di ± 5 mV.

Anche i campioni che materializzano le u.d.m. nei nostri strumenti sono affetti da incertezza (accuracy).

Tutte le misure che verranno fatte rapportando il valore della tensione incognita a questo valore campione saranno affette da alterazione ed essa sarà in parte proporzionale all'entità della tensione incognita stessa.

Si può correggere e minimizzare questa alterazione con la taratura.

O, in altri termini, l'incertezza proporzionale esiste perché, generalmente, la misura viene fatta per confronto rispetto ad un riferimento, il quale ha a sua volta una sua incertezza.

³Slide della prof — SDME 2 Incertezza strumentale e regole di scrittura — pag 5 - 6
Appunti — 2025-03-12 — pag 7 - 8

6.2.2 Deriva termica del campione

⁴

Come riportato nel DataSheet dell'integrato AD587 dell'Analog Devices, l'integrato di 10 V di riferimento è affetto da $5 \text{ ppm}/^{\circ}\text{C}$ max, cioè il riferimento varierà massimo di 5 parti per milione per ogni grado centigrado.

A differenza dell'incertezza sul valore nominale, l'effetto della temperatura sul valore di tensione non può essere corretto con la taratura.

Si può eseguire la taratura per confronto con un campione di qualità superiore, a temperatura controllata, ma, a seguito della taratura, non si può garantire che la temperatura resti la stessa durante le operazioni di misura.

Basti banalmente capire la differenza e la stabilità della temperatura tra un laboratorio, dove la temperatura è controllata e stabile, e la temperatura "nel campo" di un tester.

⁴Slide della prof — SDME 2 Incertezza strumentale e regole di scrittura — pag 7
Appunti — 2025-03-12 — pag 8

6.3 Imprecisioni costruttive dello strumento

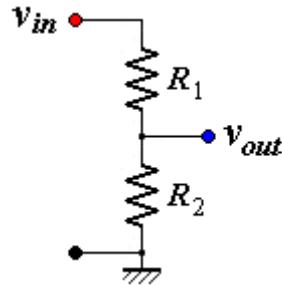
5

Lo strumento è affetto anche esso dalla deriva termica, che, come sottolineato dalla deriva termica dei campioni, non si può modificare e/o calibrare con una taratura.

Ponendo ad esempio il tester Fluke 112, lo strumento contiene un campione di f.e.m. di 10 V, ma il costruttore dichiara una portata per le misure di tensione DC di 600 V.

Ciò è possibile grazie a opportuni circuiti di confronto come, ad esempio, un partitore di tensione.

Come studiato dall'Elettrotecnica (mitico Stefano Squartini), un partitore di tensione è un circuito composto da due o più resistori in serie come in figura:



Sapendo i valori dei due resistori, cioè:

$$\begin{cases} R_1 = R_{1\text{nominale}} + \delta R_1 \\ R_2 = R_{2\text{nominale}} + \delta R_2 \end{cases} \quad (6.2)$$

dove δR_1 e δR_2 sono le tolleranze dei resistori reali rispetto ai valori nominali.

Sempre dall'Elettrotecnica, la tensione di uscita $v_{out}(t)$ sarà:

$$v_{out}(t) = \frac{R_2}{R_1 + R_2} v_{in}(t) \quad (6.3)$$

Essendo:

$$\frac{R_2}{R_1 + R_2} < 1 \quad (6.4)$$

la tensione di ingresso $v_{in}(t)$ sarà diminuita: questo coefficiente prende il nome di rapporto di partizione e viene utilizzato dai costruttori di strumenti per confrontare la tensione di ingresso con la tensione di riferimento, i quali possono differire di diversi ordini di grandezza.

Aggiungendo anche le tolleranze dei due resistori, possiamo esprimere $v_{out}(t)$ come:

$$v_{out}(t) = \frac{R_{2\text{nominale}} + \delta R_2}{R_{1\text{nominale}} + R_{2\text{nominale}} + \delta R_1 + \delta R_2} v_{in}(t) \quad (6.5)$$

I valori di δR_1 e δR_2 sono presenti anche nell'espressione di $v_{out}(t)$, quindi anche $v_{out}(t)$ varierà a causa della temperatura.

Sempre dall'espressione di $v_{out}(t)$, l'alterazione agisce in modo proporzionale.

⁵Slide della prof — SDME 2 Incertezza strumentale e regole di scrittura — pag 8 - 9
Appunti — 2025-03-12 — pag 8

Come scritto precedentemente, per ovviare alle imprecisioni costruttive dello strumento si possono tarare i campioni di riferimento delle grandezze, in genere il campione di f.e.m. .

La taratura e la certificazione dal LAT aggiungono un costo economico allo strumento di misura, come si vede da questo screenshot di un negozio online di strumenti di misura:

	Multimetro digitale da banco Keysight Technologies 34460A, 1000V ca, 3A ca	€ 855,00 Unità 1 Aggiungi	Banco	3A ca	3A cc	-
	Multimetro digitale da banco Keysight Technologies 34460A, 1000V ca, 3A ca, taratura LAT	€ 955,00 Unità 1 Aggiungi	Banco	3A ca	3A cc	Certificazione LAT

6.3.1 Deriva termica dell'Offset degli OpAmp

6

All'interno degli strumenti di misura, sono inseriti gli amplificatori operazioni, strumenti non lineari inseriti per svolgere dei calcoli matematici (capirete meglio in futuro quando discuteremo delle architetture degli strumenti).

Vi lascio dei video per rinfrescare la memoria su cosa sono gli amplificatori operazioni (detti e abbreviati in inglese OpAmp) dal corso di Elementi di Elettronica:

- EEVblog # 600 - OpAmps Tutorial - What is an Operational Amplifier?
<https://youtu.be/7FYHt5XviKc?si=4V3S8tFyC56y07hG>
- What is an operational amplifier? - by Khan Academy
<https://youtu.be/lJDjWZqhpVc?si=MouXEfN11w36XkM>

Un fenomeno molto importante degli OpAmp è quello della massa virtuale (virtual ground in inglese), spiegati in questi video:

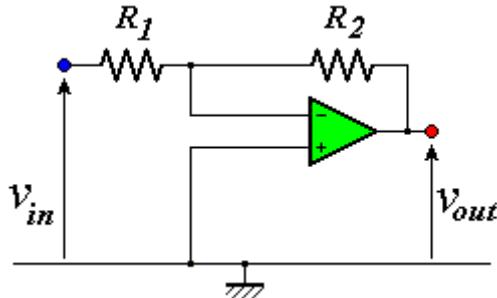
- Virtual ground - by Khan Academy
https://youtu.be/pxKLeIjzxAk?si=qQZbF8nnEPm39s_I
- Guest Video: Bob DuHamel - How Opamp Virtual Grounds Work
<https://youtu.be/HbMnQdRzD8A?si=j4Np3j3G4T00uCNx>

L'ultimo video l'ho lasciato solo per il meme e perchè aveva una copertina alquanto bizzarra.
Tutti i video sono disponibili con le traduzioni automatiche in Italiano di Youtube

Il problema maggiore dei OpAmp nel mondo fisico reale (o come scrivono i Gen Z su internet, in IRL), è che sono affetti, anche loro, dalla deriva termica.

Le derive termiche, come scritto precedentemente, non possono essere corretti con la taratura.

Ad esempio dalla configurazione invertente di OpAmp come in figura:

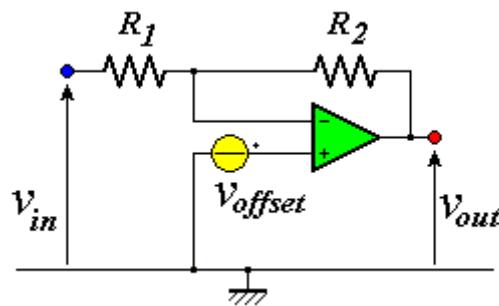


dove, si dimostra (cioè non lo dimostriamo) che la tensione $v_{out}(t)$ è:

$$v_{out}(t) = -\frac{R_2}{R_1}v_{in}(t) \quad (6.6)$$

Nella realtà, dovremmo modellare il precedente in questa maniera:

⁶Slide della prof — SDME 2 Incertezza strumentale e regole di scrittura — pag 10
Appunti — 2025-03-12 — pag 8



dove, rispetto al caso ideale, è presente una tensione di offset V_{offset} .

La tensione V_{out} in uscita sarà:

$$v_{out}(t) = -\frac{R_2}{R_1} [v_{in}(t) - v_{offset}(\theta)] \quad (6.7)$$

Nella realtà, le imperfezioni costruttive fanno nascere un contributo alla tensione di uscita dovuto alla temperatura (che abbiamo espresso nella funzione di v_{out} con il simbolo θ) che schematizzano con la nascita di una tensione di offset.

Per tensione di offset si intende che se V_{in} è nulla, a V_{out} sarà presente una tensione, che è uguale a v_{offset} .

Se vuoi approfondire perchè si genera una tensione di offset all'ingresso di un OpAmp, ti lascio il seguente video:

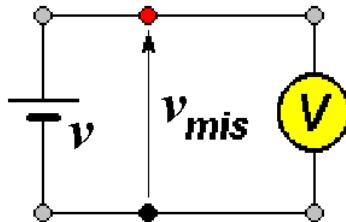
Offset voltage in op-amps (Amplifiers # 8) - by Aaron Danner
<https://www.youtube.com/watch?v=bIZ30H4bhks>

In breve, la tensione di offset è dovuto alla rete circuitale dell'OpAmp

6.4 Perturbazione dello stato del sistema

7

Nel caso ideale, se volessimo misurare la tensione ai capi di un generatore di tensione, lo schema circuitale sarebbe quello seguente:



Grazie all'elettrotecnica, nella realtà, una batteria stilo che "compriamo al supermercato" come quella in figura:



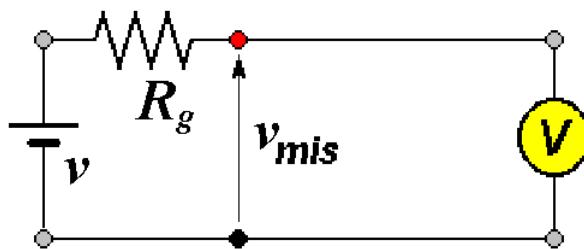
ha una sua rappresentazione che non sarà un generatore indipendente di tensione, bensì sarà un generatore indipendente di tensione con in serie una resistenza di Thevenin.

Se serve un piccolo ripasso su cosa è la rappresentazione di Thevenin, puoi vedere il seguente video:

Elettrotecnica - Lezione 14 - Equivalente di Thevenin e Norton - di Elettronicamente

<https://youtu.be/cyw17JX1sd4?si=nsyMihd74wiDm8JG>

Il nuovo circuito di misura sarà il seguente:



Quindi, se la tensione misurata non sarà la tensione ai capi del generatore di tensione, bensì:

$$\begin{cases} v_{mis} = v - v_{R_g} \\ v_{mis} \neq v \end{cases} \quad (6.8)$$

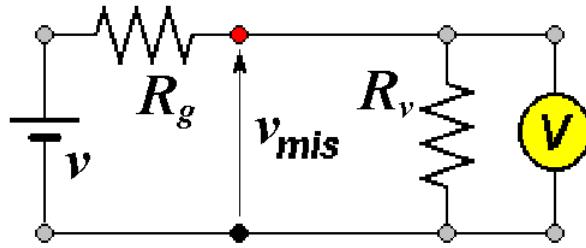
dove v_{R_g} è la tensione ai capi del resistore R_g .

Per riassumere, la tensione che andremo realmente a misurare non sarà quella a vuoto del generatore, ma quella "sotto carico" ovvero la v_{mis} .

⁷Slide della prof — SDME 2 Incertezza strumentale e regole di scrittura — pag 11-12
Appunti — 2025-03-12 — pag 9 — 2025-04-14 — pag 2 - 3

Per modellare un voltmetro reale, si pone la sua resistenza R_v in parallelo ad esso.

Il nuovo circuito di misura sarà il seguente:



In un voltmetro ideale, lo strumento è caratterizzato da impedenza di ingresso R_v infinita che non viene attraversata da nessuna corrente.

In un voltmetro reale, lo strumento ha una sua impedenza R_v in cui scorre corrente: lo strumento diventa un partitore di tensione.

La tensione che realmente misureremo sarà:

$$\begin{cases} v_{mis} = v \frac{R_v}{R_g + R_v} \\ v_{mis} \neq v \end{cases} \quad (6.9)$$

A causa di questa R_v del voltmetro reale, avviene una perturbazione del sistema.

Possiamo calcolare δv , cioè la differenza tra la tensione misurata e quella ideale, come:

$$\begin{aligned} \delta v &= v_{mis} - v \\ &= v \frac{R_v}{R_g + R_v} - v \\ &= -\frac{R_v}{R_g + R_v} v \end{aligned} \quad (6.10)$$

δv è di segno negativo, quindi si sottostimerà la tensione v_{mis} .

Se svolgiamo il rapporto tra δv e v abbiamo:

$$\frac{\delta v}{v} = -\frac{R_v}{R_g + R_v} \quad (6.11)$$

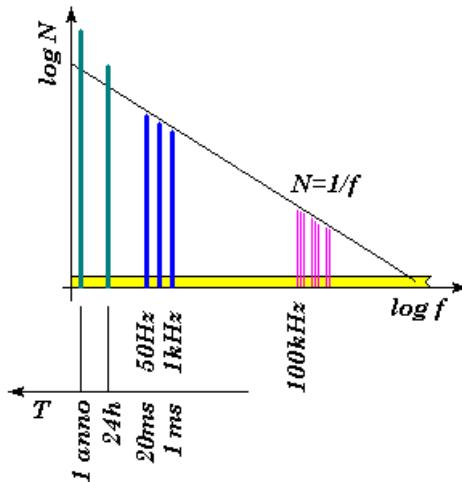
Se $R_v \gg R_g$, cioè R_v è molto più grande rispetto a R_g , il denominatore di $\frac{\delta v}{v}$ tenderà a zero e/o diminuirà di molto.

6.5 Disturbi e rumori elettrici, magnetici ed elettromagnetici

8

Nel mondo fisico e reale in cui viviamo, possono verificarsi dei disturbi elettromagnetici non voluti.

In base alla frequenza che vogliamo misurare, possiamo utilizzare questo grafico per rappresentare quanto il disturbo elettromagnetico impatta la misura:



I disturbi elettromagnetici sono causati da dispositivi non lineari.

Generalmente, i dispositivi di misura sono protetti da questi disturbi, ma è sempre meglio a priori accorgersi e prendere degli accorgimenti riguardo i disturbi elettromagnetici presenti nell'ambiente in cui si vuole fare la misura, perché, oltre alla grandezza che si vuole misurare, misureremo anche il disturbo stesso, che si sommerà alla grandezza da misurare.

Inoltre, i disturbi sono difficili da identificare.

Ritornando alla figura dei disturbi di rete e delle armoniche generate dai dispositivi non lineari (cioè la figura sovrastante), se si vuole misurare una grandezza per 1 anno o 24 ore, la misura sarà afflitta da disturbi dovute alla derive termiche.

I disturbi a 50 Hz e 1 kHz sono dovuti alla rete elettrica, in particolare agli interruttori switching presenti nei dispositivi che abbiamo in casa.

Invece, i disturbi ad alta frequenza, cioè oltre i 100 kHz, sono dovuti alle radiocomunicazioni e al rumore termico.

La riga gialla indica il rumore termico che è AWGN (Additive White Gaussian Noise), cioè a spettro piatto e presente in tutte le frequenze.

⁸Slide della prof — SDME 2 Incertezza strumentale e regole di scrittura — pag 13
Appunti — 2025-03-14 — pag 3

6.6 Incertezza strumentale: bit e digit

9

Visto che oramai ogni giorno abbiamo a che fare con uno strumento di misura digitale, lo strumento ci mostra, generalmente sul suo display, diverse cifre.

Siccome questi strumenti digitali contengono dei registri, ogni numero sarà rappresentato e interpretato dalla circuiteria come una serie di valori binari.

Per esempio il numero in decimale 149, in binario diventa:

$$149_{10} \rightarrow 1001\ 0101_2 \quad (6.12)$$

Si può fare anche il processo inverso, partendo dalla cifra più a sinistra e andando verso destra:

$$\begin{aligned} 1001\ 0101 &= 2^7 + 2^4 + 2^2 + 2^0 \\ &= 128 + 16 + 4 + 1 \\ &= 149 \end{aligned} \quad (6.13)$$

Se vuoi ripassare un po' le conversioni tra le basi numeriche:

<https://www.youmath.it/domande-a-risposte/view/8207-da-decimale-a-binario.html>

Quindi, il primo bit, quello più a destra viene nominato come LSB (Least Significant Bit), invece l'ultimo bit, quello più a sinistra, viene definito come MSB (Most Significant Bit).

Prendono questo nome, proprio perchè, come visto dalla conversione del numero digitale a quello decimale, i bit più a sinistra hanno un peso maggiore rispetto quelli a destra.

In questo caso $2^7 > 2^0$.

Lo stesso principio dei pesi dei bit in base al loro ordine, lo si può applicare alle cifre che ci vengono fornite dallo strumento di misura.

In questo caso non si descriveranno i bit bensì i digit.

In figura un esempio di valori in un voltmetro e del suo display:



⁹Slide della prof — SDME 2 Incertezza strumentale e regole di scrittura — pag 14
Appunti — 2025-03-14 — pag 4

La cifra 0 che si trova a destra viene definita LSD (Least Significant Digit), invece la cifra 1 che si trova a sinistra viene definita come MSD (Most Significant Digit).

6.6.1 Espressione della incertezza degli strumenti indicatori (accuracy) - il "digit"

¹⁰

Se, ad esempio, abbiamo nel display del nostro strumento le cifre:

$$1.350 \text{ [V]} \quad (6.14)$$

La formula simbolica per il calcolo dell'accuracy è la seguente:

$$\Delta g = \pm(a\% \text{ lettura} + b \text{ digit}) \quad (6.15)$$

Se dal produttore del voltmetro abbiamo la seguente indicazione del calcolo dell'accuracy:

$$\Delta g = \pm(1\% \text{ lettura} + 2 \text{ digit}) \quad (6.16)$$

Generalmente la GUM consiglia 1 o 2 digit per il calcolo dell'accuracy.

Calcoliamo la prima parte dell'accuracy:

$$\begin{aligned} \Delta g_{\text{lettura}} &= 1.350 \text{ [V]} \cdot 1\% \\ &= 0.0135 \text{ [V]} \end{aligned} \quad (6.17)$$

Considerando 2 digit, significa che da $\Delta g_{\text{lettura}}$ si considerano, partendo da sinistra andando verso destra, 2 cifre diverse da zero.

Quindi, $\Delta g_{\text{lettura}}$ diventa:

$$\Delta g_{\text{lettura}} = 0.013 \quad (6.18)$$

oppure, per notazione, si può anche scrivere le cifre che non comprendono i digit in minuscolo.

In questo particolare caso è valida anche la seguente notazione:

$$\Delta g_{\text{lettura}} = 0.013_5 \quad (6.19)$$

perchè il valore 5 è quel valore intermedio nell'intervallo.

Il valore 5 generalmente si arrotonda per eccesso, ma, scritto in questa maniera, si lascia all'utente finale se svolgere l'arrotondamento per eccesso o meno.

Siccome si considerano 2 digit, il secondo digit diverso da zero esprime 1 [mV], quindi:

$$\begin{aligned} \Delta g_{\text{digit}} &= 2 \cdot 1 \text{ [mV]} \\ &= 2 \text{ [mV]} \end{aligned} \quad (6.20)$$

Combinando i due fattori $\Delta g_{\text{lettura}}$ e Δg_{digit} , si può esprimere Δg come:

$$\begin{aligned} \Delta g &= \pm(\Delta g_{\text{lettura}} + \Delta g_{\text{digit}}) \text{ [V]} \\ &= \pm(0.013_5 + 0.002) \text{ [V]} \end{aligned} \quad (6.21)$$

¹⁰Slide della prof — SDME 2 Incertezza strumentale e regole di scrittura — pag 15
Appunti — 2025-03-14 — pag 4 - 5

Questo è un caso particolare perché l'ultimo digit di $\Delta g_{\text{lettura}}$ è uguale a 5, quindi si va alla cifra superiore:

$$\begin{aligned} &= \pm 0.0155 \text{ [V]} \\ &= \pm 0.02 \text{ [V]} \end{aligned} \tag{6.22}$$

$\Delta g = \pm 0.02 \text{ [V]}$ è il valore di a , dalla quale si calcola l'incertezza di tipo B ipotizzando una pdf (densità di probabilità) dello strumento stesso.

6.7 Riduzione della incertezza strumentale

¹¹

Dalla definizione di misura della GUM, la misura è un processo, quindi anche la riduzione dell'incertezza è un processo.

Per ridurre l'incertezza, si possono applicare le seguenti accortezze:

- Periodicamente effettuare o richiedere la taratura dello strumento
- Non eseguire misurazioni durante la fase di riscaldamento dello strumento, cioè non prima che sia superato il transitorio, perché lo strumento è stato tarato ad una temperatura di riferimento che è quella di regime
- Se si conoscono i parametri del sistema, si può calcolare la perturbazione dello stato del sistema provocata dallo strumento

Per quanto riguarda l'ultima accortezza, da un punto di vista analitico, dobbiamo determinare l'incertezza strumentale (cioè l'accuracy), se si ipotizza la pdf, per trovare la $u_B(x)$, che andrà combinata con la $u_A(x)$ e moltiplicata per un opportuno fattore di copertura k, per trovare U(x).

¹¹ Slide della prof — SDME 2 Incertezza strumentale e regole di scrittura — pag 16
Appunti — 2025-03-14 — pag 6

6.8 Espressione della incertezza di misura

¹²

L'accuracy Δg non solo può essere espressa nella formula scritta precedentemente, ma anche in altri modi.

Di seguito alcuni esempi.

Incertezza assoluta

L'incertezza assoluta è l'ampiezza dell'intervallo centrato sul valore indicato x .

Si esprimere come:

$$\Delta x = \pm U \quad (6.23)$$

L'incertezza assoluta è dotata di dimensioni omogenee (cioè le stesse) alla grandezza sotto misura.

Incertezza relativa

L'incertezza relativa è il rapporto fra i valori dell'incertezza assoluta Δx e il valore indicato x .

Si esprime come:

$$\frac{\Delta x}{x} = \pm \frac{U}{x} \quad (6.24)$$

L'incertezza relativa, rispetto all'incertezza assoluta, è adimensionale.

Da un punto di vista qualitativo, aiuta a capire se la misura è di buona qualità.

Incertezza percentuale

L'incertezza percentuale esprime il valore dell'incertezza relativa moltiplicato per 100.

Si esprime come:

$$\Delta x\% = \pm 100 \cdot \left(\frac{U}{x} \right) \quad (6.25)$$

Utilizzata comunemente nei contesti di misura.

Incertezza relativa in ppm

L'incertezza relativa in ppm (cioè parti per milione) esprime il valore dell'incertezza relativa moltiplicata per 1 000 000.

Si esprime come:

$$\frac{\Delta x}{x}(ppm) = \pm 1 \cdot 10^6 \cdot \left(\frac{U}{x} \right) \quad (6.26)$$

¹²Slide della prof — SDME 2 Incertezza strumentale e regole di scrittura — pag 17
Appunti — 2025-03-14 — pag 6

6.9 Regola di scrittura: cifre significative

13

Poniamo come esempio i seguenti dati:

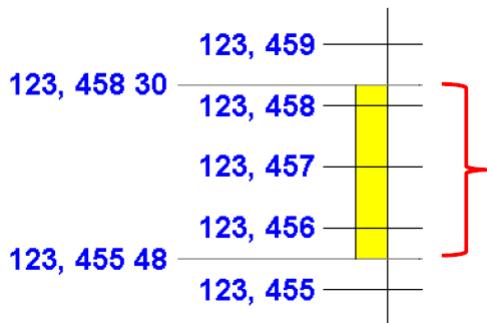
$$\begin{cases} x = 123.45689 \text{ [V]} \\ U = \pm 0.00141 \text{ [V]} \end{cases} \quad (6.27)$$

dove, come scritto precedentemente, U è l'incertezza assoluta e x è il valore letto sul display dello strumento.

Quindi x appartiene al seguente intervallo:

$$\begin{aligned} 123.45689 - 0.00141 \text{ [V]} &< x < 123.45689 + 0.00141 \text{ [V]} \\ 123.45548 \text{ [V]} &< x < 123.45830 \text{ [V]} \end{aligned} \quad (6.28)$$

Da un punto di vista grafico:

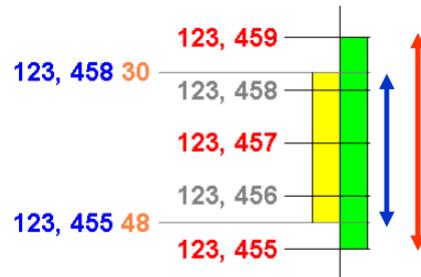


Quella tratteggiata in rosso è la fascia dei valori della misurazione.

Ponendo la regola che ci dice la GUM, cioè esprimere l'incertezza con una o al massimo due cifre diverse da zero, e approssimando per eccesso, l'incertezza U diventa:

$$\begin{aligned} U &= \pm 0.00141 \text{ [V]} \\ &\downarrow \\ U &= \pm 0.002 \text{ [V]} \end{aligned} \quad (6.29)$$

Da un punto di vista grafico, non andremo a considerare l'intervallo precedente in giallo di prima, bensì quello verde che è più esteso:



Inoltre, siccome abbiamo espresso l'incertezza, bisogna esprimere il valore centrale della misura.

¹³Slide della prof — SDME 2 Incertezza strumentale e regole di scrittura — pag 18 -21
Appunti — 2025-03-14 — pag 6 - 9

Il valore centrale della misura diventa, applicando anche le approssimazioni e troncando alla stessa cifra dell'incertezza:

$$\begin{aligned} x &= 123.45689 \text{ [V]} \\ &\downarrow \\ x &= 123.457 \text{ [V]} \end{aligned} \tag{6.30}$$

Unendo il valore centrale e l'incertezza della misura insieme, la misura finale si può esprimere come:

$$x = (123.457 \pm 0.002) \text{ [V]} \tag{6.31}$$

La regola aurea nelle misure è meglio esprimere una maggiore incertezza che una minore, e le incertezze vanno approssimate per eccesso, invece il valore medio al valore vicino.

6.10 Compatibilità tra le misure

¹⁴

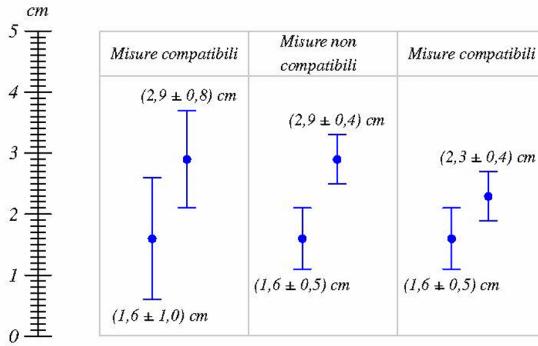
Un concetto molto importante dettate dalla GUM è quello di compatibilità.

Essendo la misura un processo, due o più misure non possono essere uguali.

Al posto del concetto di uguaglianza, si sostituirà il concetto di compatibilità.

Diciamo che due misure di uno stesso misurando sono tra loro compatibili se gli intervalli dei valori "plausibili", ossia probabili ad un certo livello di confidenza che possono essere loro assegnati, hanno una adeguata sovrapposizione.

Da un punto di vista grafico:



Per la definizione degli intervalli di compatibilità, è opportuno usare un adeguato fattore di ricopertura.

Il fattore di ricopertura lo indichiamo con la lettera a e deve essere:

$$a \geq 1 \quad (6.32)$$

a deve essere un numero intero.

Nel caso di misure indipendenti, cioè non correlate, (quelle che studieremo in questo corso), la compatibilità si esprime come:

$$|x_1 - x_2| \leq a \sqrt{u^2(x_1) + u^2(x_2)} \quad (6.33)$$

dove x_1 e x_2 sono i valori con le corrispettive incertezze $u(x_1)$ e $u(x_2)$.

Da un punto di vista pratico, normalmente si accetta la compatibilità se a ha un valore intero compreso tra:

$$1 \leq a \leq 3 \quad (6.34)$$

¹⁴Slide della prof — SDME 2 Incertezza strumentale e regole di scrittura — pag 22 - 23
Appunti — 2025-03-14 — pag 9 - 10

6.10.1 Compatibilità tra le misure e media pesata

¹⁵

In presenza di un certo numero L di misure $x_1, x_2, \dots, x_l, \dots, x_L$ tra loro compatibili, il valore che si usa per esprimere il misurando è dato da una media pesata $\overline{x_{MP}}$ come:

$$\begin{aligned}\overline{x_{MP}} &= \frac{\sum_{l=1}^L \frac{x_l}{u^2(x_l)}}{\sum_{l=1}^L \frac{1}{u^2(x_l)}} \\ &= \frac{\sum_{l=1}^L w_l x_l}{\sum_{l=1}^L w_l}\end{aligned}\quad (6.35)$$

dove:

$$w_l = \frac{1}{u^2(x_l)} \quad (6.36)$$

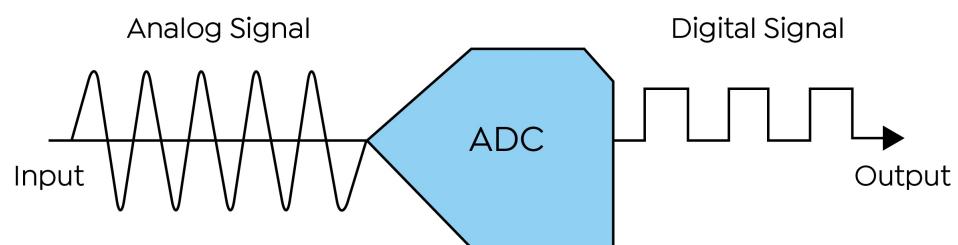
Dalla media pesata, si può calcolare il quadrato dell'incertezza stimata è data da:

$$\begin{aligned}u^2(\overline{x_{MP}}) &= \frac{1}{\sum_{l=1}^L \frac{1}{u^2(x_l)}} \\ &= \frac{1}{\sum_{l=1}^L w_l}\end{aligned}\quad (6.37)$$

¹⁵Slide della prof — SDME 2 Incertezza strumentale e regole di scrittura — pag 24
Appunti — 2025-03-14 — pag 10

Capitolo 7

Conversione AD e convertitori - parte I



I concetti dei capitoli riguardo la conversione AD e dei vari convertitori sono già stati approfonditi in precedenti materie di questo corso di laurea.
Adesso verranno approfonditi in ambito misuristico

7.1 Segnali analogici e digitali

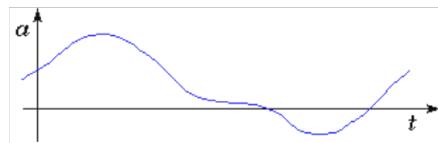
¹

Si definisce segnale analogico un segnale che può essere rappresentato mediante una funzione del tempo che gode di due proprietà:

- la funzione è definita per ogni valore del tempo
- la funzione è continua

Grazie a queste due proprietà, un segnale analogico ha infiniti valori.

Un esempio di segnale analogico:



Da un punto di notazione matematica, possiamo definire un segnale analogico come:

$$\begin{cases} a = f(t) \\ t \in \mathbb{R} \\ a \in \mathbb{R} \end{cases} \quad (7.1)$$

Dagli infiniti valori dei casi continui, passiamo ai finiti valori (discreti valori) dei segnali digitali.

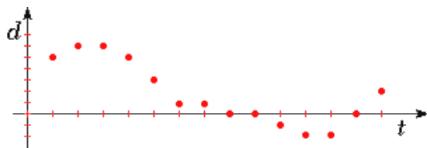
Un segnale digitale è rappresentato da una funzione a tempo discreto e quantizzata.

Ciò significa che:

- la funzione è definita solamente in un insieme numerabile di istanti, tipicamente equi-spaziata
- la funzione è dotata di codominio costituito da un insieme discreto e numerabile di valori

La quantizzazione potrebbe avvenire con "quanti" di ampiezza diversa.

Un esempio di segnale digitale:



La funzione passa da un livello "consentito" ad un altro senza poter attraversare tutti i valori intermedi, quindi, da un punto di vista grafico, la funzione non è definita tra due punti.

La distanza tra due punti, nell'asse delle ascisse del tempo t , viene definito come periodo di campionamento T_c .

Da un punto di notazione matematica, possiamo definire un segnale digitale come:

¹Slide della prof — SDME 3.Conversione AD e Convertitori - Parte I — pag 3 - 4
Appunti — 2025-03-18 — pag 2 - 3

$$\begin{cases} d = f[nT_c] \\ n \in \mathbb{Z} \\ d \in \mathbb{Z} \end{cases} \quad (7.2)$$

Per distinguere tra segnale analogico e discreto, come nel corso di DSP di Stefano Squartini, userò la notazione tra parentesi tonde () per indicare un segnale analogico, mentre a parentesi quadre [] per un segnale discreto

7.2 Interesse alle misure elettroniche

²

Tra tutte le tipologie di segnali, c'è interesse rispetto ai segnali elettrici analogici perché presentano le seguenti proprietà:

- amplificabilità diretta
- trasmissibilità a distanza
- registrabilità
- elaborabilità (come scritto precedentemente, si utilizzano gli OpAmp per svolgere i calcoli matematici)

Dai segnali analogici a quelli digitali, la misura diventerà una sequenza di numeri.

I segnali elettrici numerici, o digitali, esaltano ulteriormente queste proprietà:

- trasmissibilità a distanza (beneficia della natura discreta della f nel tempo)
- registrabilità (segnali numerici consentono una maggiore densità di registrazione)
- elaborabilità (mediante algoritmi eseguiti da microprocessori o DSP)
- reiezione ai disturbi (un segnale digitale non risiede di disturbi fino ad una certa entità)

La possibilità di impiegare algoritmi eseguiti da microprocessori o DSP permette di elaborare il segnale con nuove versioni del software senza costruire fisicamente un nuovo circuito.

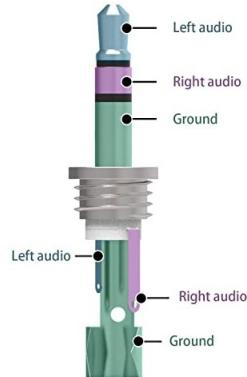
²Slide della prof — SDME 3.Conversione AD e Convertitori - Parte I — pag 5
Appunti — 2025-03-18 — pag 3

7.2.1 Analogico vs Digitale: occupazione della linea

³

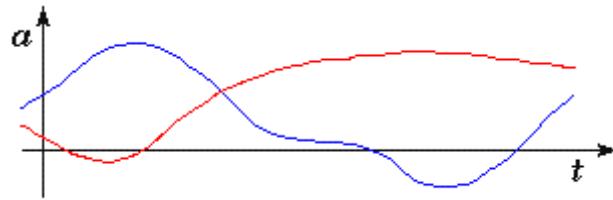
Dal punto di vista dell'occupazione della linea, il segnale analogico occupa permanentemente la linea di trasmissione, mentre quello digitale ne permette la condivisione con altri segnali.

Considerando due segnali analogici di un cavo jack stereo:

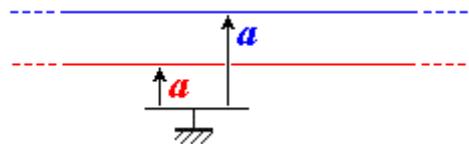


Essendo un segnale definito in ogni istante, ogni segnale analogico necessita della linea in ogni singolo istante di tempo in cui esso esiste.

Quindi per trasmettere due segnali analogici, come in figura:

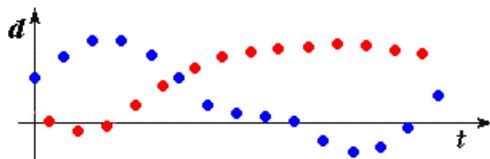


occorrono 3 linee, due per i segnali e una per la massa come in figura:

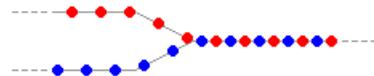


Il segnale digitale necessita della linea solo nei singoli istanti di tempo in cui esso esiste ed è definito come si vede in figura:

³Slide della prof — SDME 3.Conversione AD e Convertitori - Parte I — pag 6 - 7
Appunti — 2025-03-18 — pag 3



Negli altri istanti, si può lasciare la linea libera e consentire la trasmissione di altri segnali digitali, come in figura:



Per inviare più segnali nella stessa linea, si possono multiplexare i segnali o in altri canali o in frequenza, e poi demultiplexarli in ricezione, come si è studiato nel corso di Telecomunicazioni Digitali con Franco Chiaraluce.

7.2.2 Analogico vs Digitale: registrabilità

⁴

Anche la registrabilità di un segnale digitale è migliore di quella di un segnale analogico.

Il segnale digitale è registrabile in maniera più "fedele e compatta" di quello analogico.

Il segnale analogico viene conservato in supporti magnetici, che con il tempo perdono la loro stabilità e fedeltà.

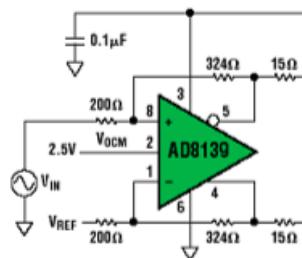
Invece, il segnale digitale è generalmente più stabile e può essere copiato in più dispositivi molto più facilmente dei dispositivi analogici.

7.2.3 Analogico vs Digitale: elaborabilità

⁵

Il segnale digitale è elaborabile in maniera più "potente" di quello analogico.

Il segnale analogico può essere elaborato mediante amplificatori operazioni, i quali sono circondati da una rete circuitale come nella seguente figura:



Al contrario, il segnale digitale può essere elaborato con un microprocessore o un DSP (Digital Signal Processor), cioè un dispositivo dedicato alla elaborazione numerica.

⁴Slide della prof — SDME 3.Conversione AD e Convertitori - Parte I — pag 8
Appunti — 2025-03-18 — pag 4

⁵Slide della prof — SDME 3.Conversione AD e Convertitori - Parte I — pag 9
Appunti — 2025-03-18 — pag 4

7.2.4 Analogico vs Digitale: reiezione ai disturbi

⁶

Il segnale digitale ha una maggiore reiezione ai disturbi di quello analogico perchè il valore analogico ha infiniti valori, invece il segnale digitale ha valori finiti e "consentiti".

⁶Slide della prof — SDME 3.Conversione AD e Convertitori - Parte I — pag 10
Appunti — 2025-03-18 — pag 4

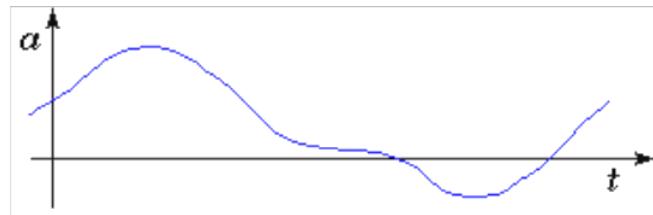
7.3 Conversione analogico - digitale

7

La conversione AD (in inglese ADC: Analog to Digital Conversion) si attua con tre fasi in successione:

1. Campionamento
2. Quantizzazione
3. Codifica

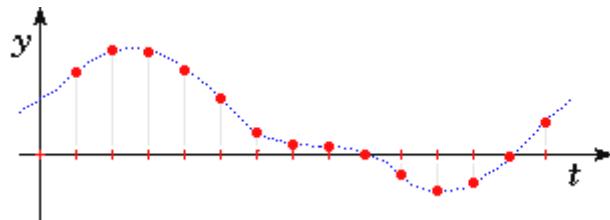
Il campionamento, partendo da un segnale analogico come il seguente:



si può applicare il campionamento.

Il campionamento attua la discretizzazione dell'asse dei tempi e si definiscono gli istanti di campionamento equi-spaziati tra loro, quindi non si ha una perdita di informazione.

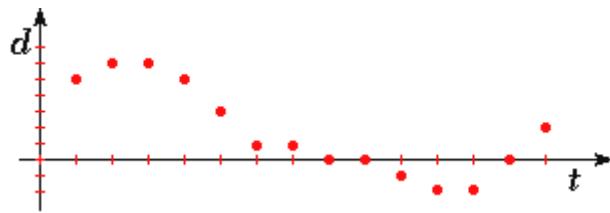
Il segnale campionato, da quello analogico, diventerà:



Una volta che il segnale è stato campionato, lo si quantizza.

Per quantizzazione si intende la discretizzazione delle ampiezze, quindi una perdita di informazione.

Il segnale quantizzato diventerà:

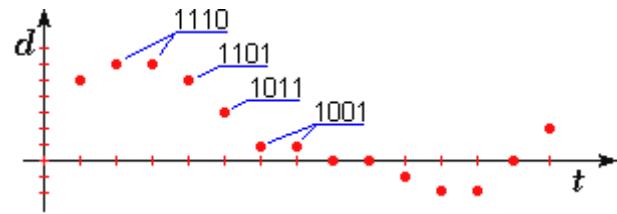


Una volta quantizzato, il segnale viene codificato.

Per codifica si intende che viene assegnato a ciascun livello di quantizzazione una parola di codice, usualmente binaria, univocamente determinata.

Il segnale codificato diventerà:

⁷Slide della prof — SDME 3.Conversione AD e Convertitori - Parte I — pag 11
Appunti — 2025-03-18 — pag 4



Dal punto di vista misuristico, le fasi più interessanti sono le prime due: campionamento e quantizzazione.

7.4 Teorema fondamentale del campionamento

⁸

Per il campionamento, è stato rivoluzionario il teorema del campionamento scritto dal matematico Claude.

Di seguito il teorema fondamentale del campionamento:

Theorem 1: If a function $f(t)$ contains no frequencies higher than W cps, it is completely determined by giving its ordinates at a series of points spaced $1/2 W$ seconds apart.

Shannon pubblicò il suo teorema nella seguente rivista: "Claude E. Shannon Communication in the Presence of Noise Proceedings of the IRE, vol. 37, no. 1, pp. 10-21, Jan. 1949" consultabile al seguente link

<https://webusers.imj-prg.fr/~antoine.chambert-loir/enseignement/2020-21/shannon/shannon1949.pdf>

Visto che il teorema è stato pubblicato nel 1949, alcune terminologie sono diverse da quello al giorno d'oggi.

Le seguenti terminologie sono:

- cps è un'abbreviazione di cycles per second, nei giorni odierni utilizziamo l'indicazione di Hz
- per ordinates si intendono i valori istantanei

La traduzione italiana, con i seguenti adattamenti, del teorema fondamentale del campionamento è la seguente:

Se la funzione $f(t)$ contiene nessuna frequenza maggiore di W Hz, è completamente determinata dai suoi valori istantanei spaziati da una serie di punti spaziati di $\frac{1}{2W}$ secondi tra di loro.

Questo teorema ci dice che, se gli istanti di campionamento sono opportunamente individuati, la funzione che si ottiene andando a prelevare il valore istantaneo del segnale solo in quegli istanti è completamente determinata, quindi non si ha perdita di informazione.

⁸Slide della prof — SDME 3.Conversione AD e Convertitori - Parte I — pag 12
Appunti — 2025-03-18 — pag 4 -5

7.5 La Delta di Dirac e il campionamento

9

Il teorema di Shannon fa riferimento ai valori istantanei (le ordinate) della funzione, prelevati in corrispondenza degli istanti di campionamento.

Per prelevare un segnale in un singolo istante, matematicamente, si ricorre alla funzione Delta di Dirac.

Se bisogna svolgere il campionamento in tutti gli istanti della funzione, bisogna applicare la seguente formula:

$$g_s(t) = g(nT) \cdot \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - nT) \quad (7.3)$$

ovvero, un "treno" di Delta di Dirac, cioè una Delta di Dirac shiftata al valore nT della funzione.

Il tema lo ho già approfondito nei miei appunti di Teoria dei segnali nel capitolo 1.3 Delta di Dirac

<https://github.com/ciccio25/appunti-teoria-dei-segnali/blob/main/Appunti%20Teoria%20dei%20segnali.pdf>.

Di seguito il capitolo:

La Delta di Dirac gode di queste proprietà:

$$\begin{cases} \delta(t = 0) = \infty \\ \delta(t \neq 0) = 0 \\ \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1 \end{cases} \quad (7.4)$$

$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1$ indica che l'area della Delta di Dirac è unitaria.

Se l'area è diversa da uno, basta moltiplicare la Delta di Dirac per un coefficiente moltiplicativo A .

La Delta di Dirac può trovarsi anche in un istante diverso da zero:

$$t_0 \neq 0 \rightarrow \delta(t - t_0) \quad (7.5)$$

o, in altri termini, possiamo vederla come una delta di Dirac shiftata nel tempo t_0 .

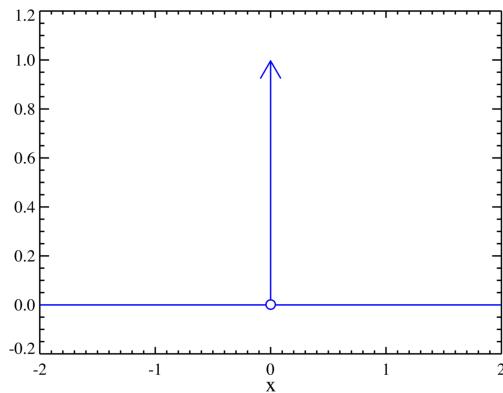
Grazie alla Delta di Dirac shiftata nel tempo t_0 , possiamo svolgere un campionamento ideale di un segnale $s(t)$ all'istante t_0 come:

$$\int_{-\infty}^{\infty} s(t) \delta(t - t_0) dt = s(t_0) \quad (7.6)$$

Non esiste un segnale fisico reale che si comporta come la delta di Dirac a causa delle sue proprietà che tendono ad infinito.

Possiamo graficare la Delta di Dirac come:

⁹Slide della prof — SDME 3.Conversione AD e Convertitori - Parte I — pag 13 - 14
Appunti — 2025-03-18 — pag 5



Da un punto di vista misuristico, la Delta di Dirac non ci aiuta perchè rappresenta solo un modello matematico, che non ha riscontri nei circuiti e nei segnali reali.

D'altra parte, Shannon, nel suo teorema non menziona mai la Delta di Dirac, ma ci dice che dobbiamo prendere i valori istantanei della funzione $f(t)$.

7.6 Fase 1: Campionamento

¹⁰

Per adattare e applicare il campionamento nell'ambito delle misure, dobbiamo applicare il teorema di Shannon e applicarlo con segnali reali.

Campionare un segnale analogico $g(t)$ significa, sotto l'aspetto operativo, individuare la successione dei valori $g(t_0 + nT_c)$ dove t_0 è un istante iniziale arbitrario, n è un intero e T_c è la quantità costante chiamata periodo di campionamento, in particolari istanti, detti "istanti di campionamento", temporaneamente equi-spaziati.

Dalla successione dei valori individuata mediante il campionamento è possibile, secondo il teorema del campionamento, ricavare univocamente il segnale analogico $g(t)$ se il segnale $g(t)$ rispetta le seguenti proprietà:

1. $g(t)$ deve avere banda limitata
2. il tempo che separa due successivi istanti di campionamento è minore di un valore critico stabilito dalle caratteristiche del segnale analogico
3. si acquisiscono 2x infiniti campioni

Riguardo al primo punto, se si considera un segnale reale con infinite frequenze, è possibile applicare un filtraggio, ma bisogna valutare se le frequenze che il filtro toglie sono importanti per la nostra trattazione.

L'ultima condizione riguardo agli infiniti valori, è impossibile da mettere nella pratica.

Regola aurea del mondo reale: è difficile o quasi impossibile avere infiniti valori

Per campionare il segnale analogico $g(t)$ senza perdere informazione, il periodo di campionamento T_c , cioè la distanza temporale fra due successivi campioni, deve essere:

$$T_c < \frac{1}{2B} \quad (7.7)$$

dove B è la banda del segnale determinata dalla frequenza più alta che si trova nel suo spettro (lo si può notare dalla serie di Fourier del segnale).

Quindi, si può applicare il campionamento solo per segnali a banda limitata.

Definiamo la frequenza di campionamento f_c l'inverso del tempo di campionamento T_c :

$$f_c = \frac{1}{T_c} \quad (7.8)$$

La frequenza di campionamento f_c deve essere:

$$f_c > f_N \quad (7.9)$$

dove:

$$f_N = 2B \quad (7.10)$$

f_N prende il nome di frequenza di Nyquist.

La frequenza di Nyquist varierà in base alla banda del segnale in esame.

¹⁰Slide della prof — SDME 3.Conversione AD e Convertitori - Parte I — pag 15 - 17
Appunti — 2025-03-18 — pag 6

7.6.1 Fase 1: Campionamento e aliasing (prima parte)

[11](#)

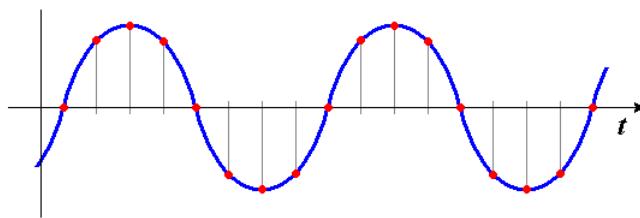
Nota a lezione: aliasing è un termine latino, quindi si legge all'italiana

Consideriamo un segnale sinusoidale nel tempo.

Se campioniamo a una frequenza di campionamento f_c :

$$f_c = 8B \quad (7.11)$$

il campionamento individuerà i seguenti punti nel segnale:

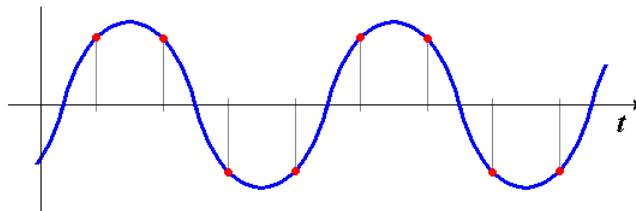


Questa sinusoide passa per i punti (quelli che nella figura sono di colore rosso) individuati, quindi è univocamente determinata.

Considerando una frequenza di campionamento f_c :

$$f_c = 4B \quad (7.12)$$

il campionamento individuerà i seguenti punti nel segnale:



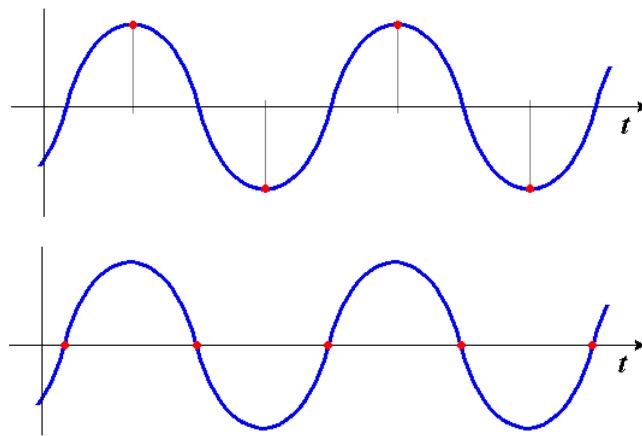
Come il caso precedente della frequenza di campionamento a $8B$, a questa frequenza di campionamento questa sinusoide passa per i punti (quelli che nella figura sono di colore rosso) individuati, quindi è univocamente determinata.

Se consideriamo la frequenza di campionamento f_c esattamente:

$$f_c = 2B \quad (7.13)$$

il campionamento può trovare questi due casi:

¹¹Slide della prof — SDME 3.Conversione AD e Convertitori - Parte I — pag 18 - 20
Appunti — 2025-03-18 — pag 6 - 7



Rispetto ai casi della frequenza di campionamento maggiore di $2B$, in questo caso, possiamo trovare infinite funzioni che possono passare per i punti individuati: per questo motivo si dice che esiste un errore di alias.

Se campioniamo a frequenza esattamente uguale al doppio della banda, non siamo in grado di individuare univocamente la funzione che passa per quei punti.

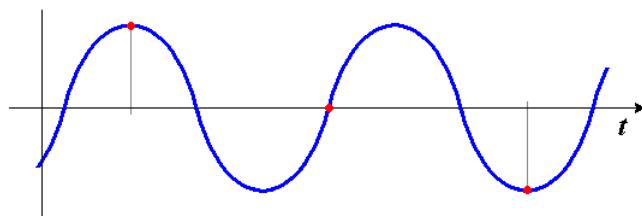
Shannon, nel suo teorema del campionamento, aveva scritto che, per campionare, bisognare ricavare univocamente il segnale analogico.

In questo caso, non essendo univocamente identificata una funzione dopo il campionamento, troviamo infinite funzioni alla stessa frequenza, ma diversa ampiezza.

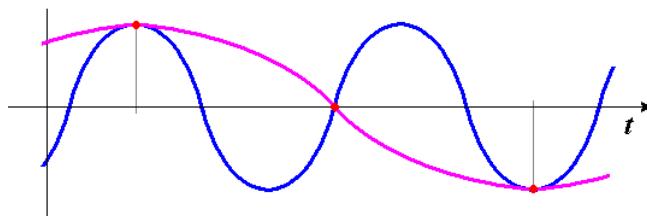
Considerando il caso peggiore, cioè campionando ad una frequenza di campionamento minore di $2B$, ad esempio:

$$f_c = 1.33B \quad (7.14)$$

il segnale campionato potrà essere:



Interpolando i punti:



Il segnale in viola è una possibile funzione che interpola i punti della funzione campionata, che è, come si nota dalla figura, un segnale sotto-campionato.

Dalle figure dei segnali sotto-campionati, si può formalizzare la seguente osservazione: se si riduce la frequenza di campionamento f_c sotto al limite di Shannon, non si è più in grado di individuare univocamente la frequenza della funzione originale.

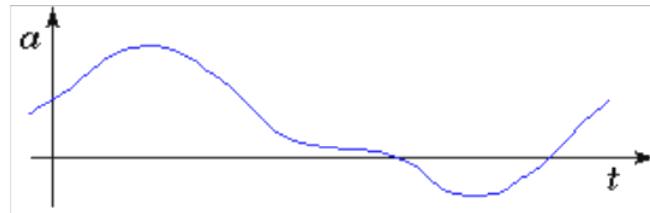
7.7 Fase 1: Campionamento (seconda parte)

12

Considerando una frequenza di campionamento f_c maggiore di quella di campionamento, si evita l'incongruenza di alias.

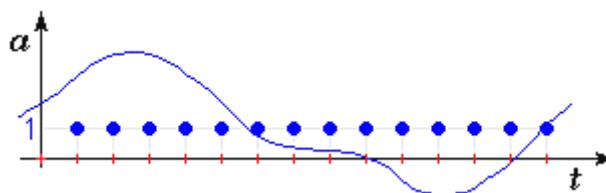
Se si riesce a rispettare questa condizione, NON si ha perdita di informazione nella fase di campionamento .

Considerando il segnale originale analogico, come in figura:



il segnale è a tempo-continua e la vogliamo rendere a tempo-discreta.

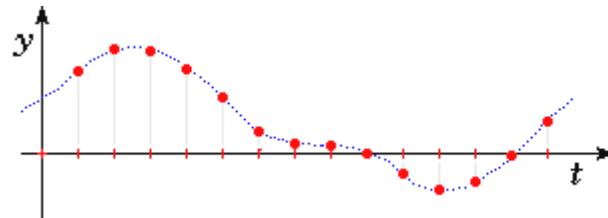
Il primo passo è il seguente:



Come si nota dalla figura, si moltiplica il segnale analogico per una funzione di campionamento di impulsi istantanei che ha l'andamento mostrato (quelli con il palloncino blu): essa è definita solo in corrispondenza degli istanti di campionamento e in quegli istanti il suo valore è unitario.

Questo funzione di campionamento NON è la Delta di Dirac, è un'altra funzione, perchè, nella Delta di Dirac l'ampiezza negli istanti T_c tende a infinito.

Facendo il prodotto tra il "treno di impulsi unitario" e la funzione analogica da campionare, si ha la seguente funzione:

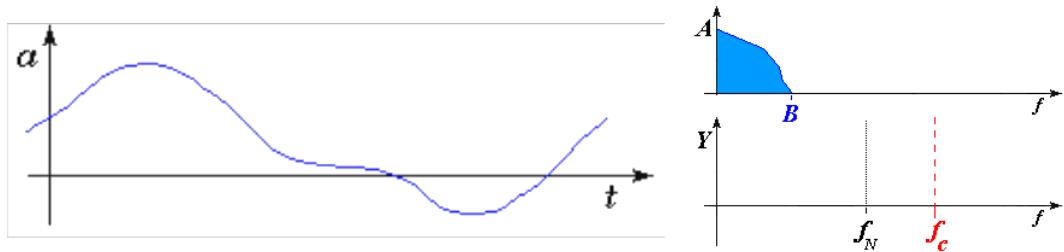


Come si nota dalla figura, tra un valore e l'altro (tra i due puntini rossi) la funzione non è definita in quegli istanti.

Sapendo dal corso di Segnali Determinati Aleatori che c'è una relazione tra tempo e frequenza tra due funzioni, se si fa una moltiplicazione nel tempo, allora in frequenza ci sarà una convoluzione tra i due segnali.

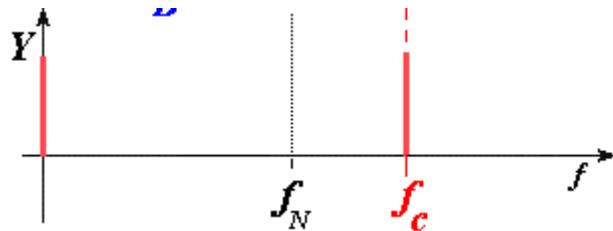
In frequenza il segnale analogico sarà:

¹²Slide della prof — SDME 3.Conversione AD e Convertitori - Parte I — pag 21 - 25
Appunti — 2025-03-18 — pag 7 - 8

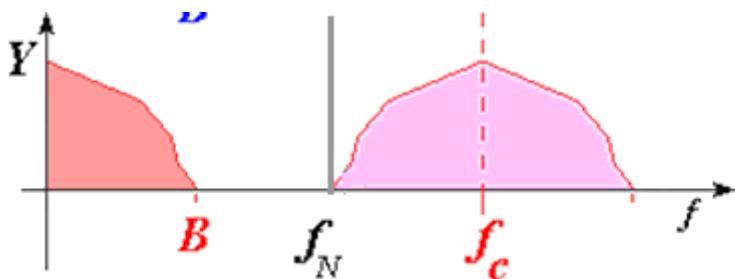


Dallo spettro di frequenza (figura a destra), notiamo che la banda del segnale analogico B è minore della frequenza di campionamento f_c , e che la frequenza di campionamento f_c è maggiore della frequenza di Nyquist f_N relativa al segnale.

Se si considera il segnale di campionamento, avremo una riga in presenza di f_c :

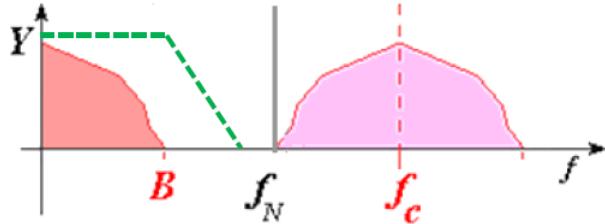


Facendo la circonvoluzione in frequenza tra il segnale analogico con banda B e il segnale degli impulsi unitari, avremo il seguente caso:



Come avete studiato nel corso di Segnali Determinati Aleatori, la convoluzione genera delle repliche del segnale analogico originale per ogni $n f_c$ dove n è un numero intero.

Utilizzando un filtro come il seguente (denotato e tratteggiato di verde):



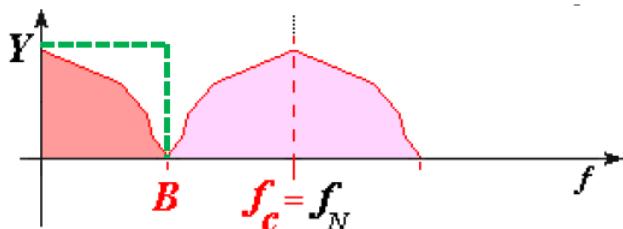
si può ricavare il segnale originale in banda base.

Non essendo un filtro ripido, è realmente realizzabile.

Se invece si dilata il tempo e si pone:

$$f_c = f_N \quad (7.15)$$

e facendo la convoluzione, avremo il seguente caso:

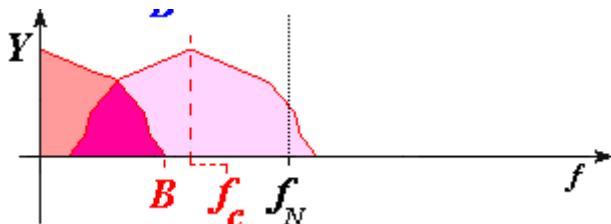


In questo caso, come indicato dalla linea tratteggiata verde, per recuperare il segnale campionato in banda base, il filtro è ideale e non fisicamente realizzabile.

Avremo un caso peggiore, quando:

$$f_c < B \quad (7.16)$$

e lo possiamo visualizzare nella seguente figura:



Come dimostrato da questi casi, il caso migliore per campionare un segnale senza avere aliasing è quello di:

$$\begin{aligned} f_c &> 2B \\ \uparrow \\ T_c &< \frac{1}{2B} \end{aligned} \quad (7.17)$$

cioè come possiamo visualizzare nel primo caso della convoluzione.

Più differenza c'è tra f_c da f_N , tanto meno gravoso sarà il progetto del filtro passa-basso che bisognerà usare.

Una regola a "spanna" è quella di stare almeno a 20% in più rispetto alla banda B per poter ricostruire il segnale con un LPF reale.

Campionando a una frequenza al di sotto di f_N , non avremo mai modo di recuperare il segnale originale perché la convoluzione genera un segnale non lineare.

7.8 Fase 2: Quantizzazione

13

Dalla conversione analogico-digitale, l'obiettivo del campionamento, cioè la discretizzazione nel tempo del segnale, è quello di discretizzare anche le ampiezze del segnale analogico, quindi dobbiamo quantizzare il segnale campionato.

Quantizzare significa creare una divisione nelle ampiezze del segnale.

Per quantizzare il segnale campionato si deve, per prima cosa, fissare il campo di misura, cioè un intervallo di valori compreso fra un minimo ed un massimo: in altre parole dobbiamo individuare l'estensione massima del segnale.

Le scelte usuali per il campo di misura, se si considera come grandezza i volt, sono due:

- campo unipolare, cioè con estremi tra 0 ed E_c volt
- campo bipolare, cioè con estremi $-E_c$ e $+E_c$ volt (l'intervallo sarà simmetrico)

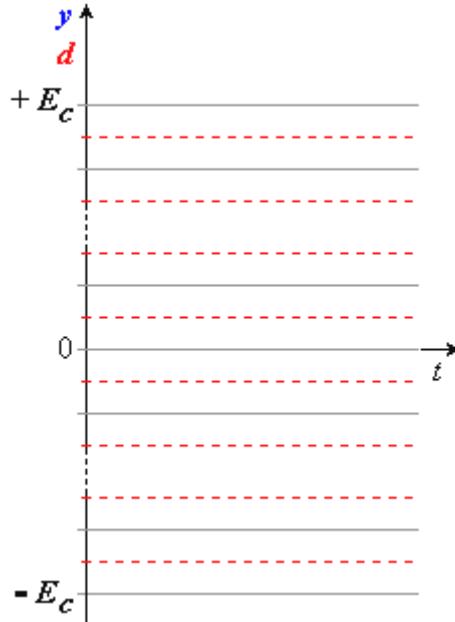
Dopo aver stabilito il campo di misura, lo si suddivide in un numero arbitrario finito di intervalli contigui, cioè "uno dietro all'altro".

Gli intervalli possono essere di due tipi:

- intervalli di uguale ampiezza, si tratterà di quantizzazione uniforme
- intervalli di ampiezza diversa, si tratterà di quantizzazione non uniforme

Consideriamo, per adesso, la quantizzazione uniforme.

Dopo aver stabilito il campo di misura e averlo diviso in N intervalli contigui, come in figura:

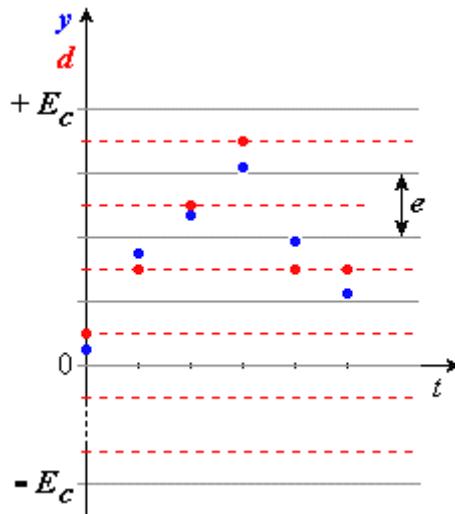


bisogna individuare gli N valori del centro di ciascun intervallo in cui è stato suddiviso il campo di misura.

Nella figura, gli intervalli sono indicati con le linee grigie, invece il centro degli intervalli è indicato con le linee tratteggiate in rosso.

Considerando il caso in cui avremo un segnale quantizzato, avremo il seguente caso:

¹³Slide della prof — SDME 3.Conversione AD e Convertitori - Parte I — pag 26 - 30
Appunti — 2025-03-18 — pag 9 - 11



Se consideriamo i puntini blu il segnale campionato, questo ultimo viene assegnato al valore centrale dell'intervallo più vicino, che è, appunto il puntino rosso.

A causa di questo "spostamento", nella quantizzazione, a differenza del campionamento, si ha una perdita dell'informazione originale.

Essendoci una perdita di informazione, si introduce una incertezza di quantizzazione.

Ogni valore quantizzato rappresenta l'ampiezza del valore campionato a meno di un valore $\pm \frac{e}{2}$.

Per ridurre l'entità di incertezza, dobbiamo ridurre il valore di e , cioè l'ampiezza degli intervalli di quantizzazione.

Ridurre il valore di e , non significa modificare il campo, cioè modificare l'intervalllo tra $[-E_c, +E_c]$, significa aumentare i livelli di quantizzazione.

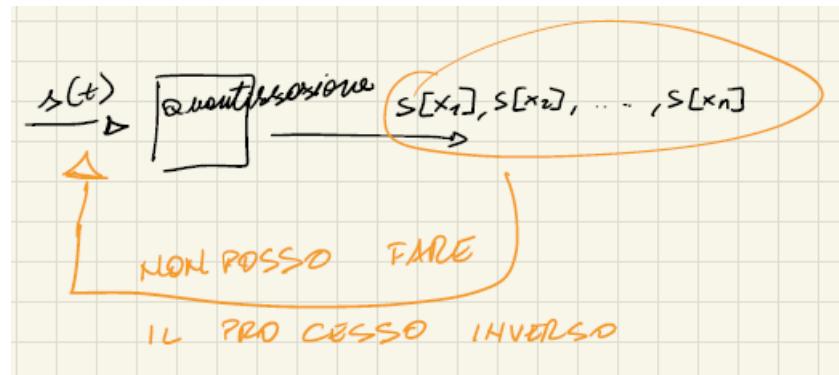
La quantizzazione porta ad una alterazione del segnale: il valore originale del segnale nell'istante di campionamento viene alterato di una quantità che risulta, al massimo, pari alla semi-ampiezza dell'intervalllo in cui esso cade.

Questa alterazione è chiamata incertezza di quantizzazione e , con campo bipolare e quantizzazione uniforme in N intervalli, vale:

$$\begin{aligned}
 \Delta g &= \pm \left(\frac{2E_c}{N} \right) \frac{1}{2} \\
 &= \pm \frac{2E_c}{2N} \\
 &= \pm \frac{E_c}{N}
 \end{aligned} \tag{7.18}$$

Questo è un errore che possiamo calcolare prima di svolgere una misura.

La quantizzazione è una funzione univoca e non biunivoca:



Essendoci un errore, la quantizzazione distorce il segnale originale: l'obiettivo è rendere la distorsione la più piccola possibile.

Dalla formula di Δg , a parità di campo di misura, N è il parametro che definisce l'incertezza di quantizzazione.

Inoltre N influenza anche la codifica: ogni intervallo dovrà essere dotato di codifica univoca.

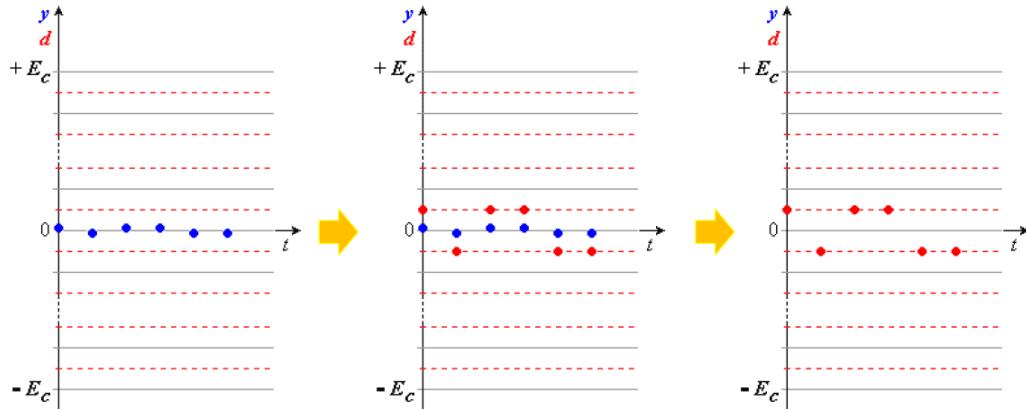
L'aumento dei livelli di quantizzazione significa anche avere maggiori bit, che serviranno per la codifica del segnale.

7.8.1 Fase 2: Quantizzazione non silenziata

¹⁴

Campionando un segnale nullo a cui è sovrapposto un rumore anche minimo, si avrebbero valori quantizzati non nulli e molto diversi l'uno dall'altro.

Come si nota dalle seguenti figure:



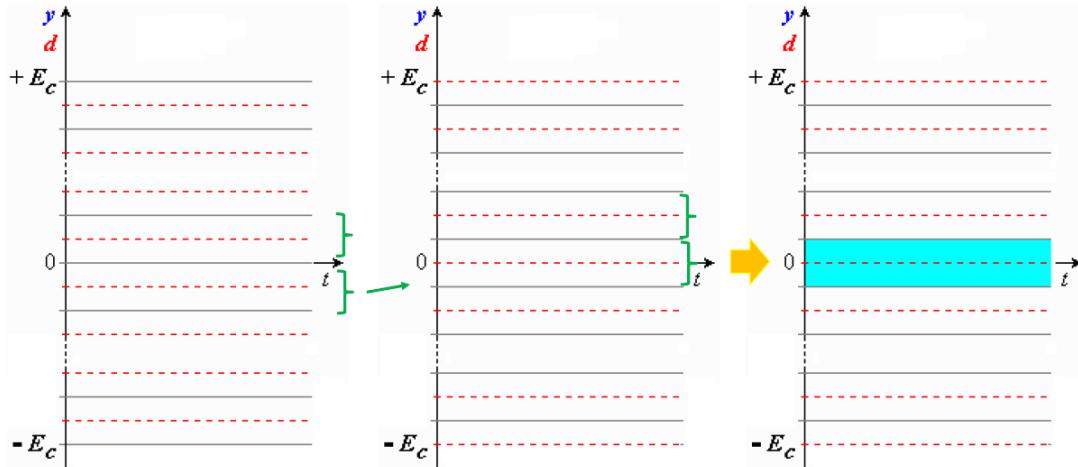
il rumore viene esaltato e sembra venire meno la capacità di reiezione al rumore dei segnali digitali.

¹⁴Slide della prof — SDME 3.Conversione AD e Convertitori - Parte I — pag 31 - 32
Appunti — 2025-03-18 — pag 11 — 2025-03-19 — pag 2

7.8.2 Fase 2: Quantizzazione silenziata

15

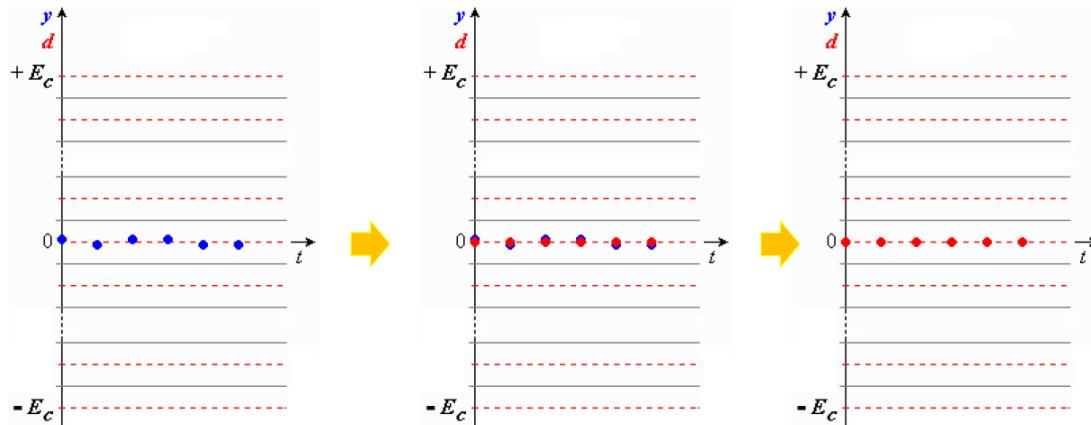
Per evitare l'amplificazione del rumore, si può applicare la quantizzazione silenziata dove esiste un intervallo "centrato" sul valore nullo, come si vede in figura:



Grazie a questa scelta, lo zero volt è un livello di quantizzazione e quindi il rumore, che generalmente cade nell'intervallo "colorato in blu celestino", viene centrato a zero.

Grazie alla quantizzazione silenziata, si avrà una reiezione al disturbo perché il rumore deve avere un'intensità non trascurabile per manifestarsi sul segnale.

A differenza della quantizzazione non silenziata, se esiste un disturbo con densità trascurabile si avrà il seguente caso:



Inoltre, quando i valori del segnale campionato arrivano ai livelli di campo, cioè $-E_c$ e $+E_c$, non vengono neanche elaborati e/o presi in considerazione dal quantizzatore.

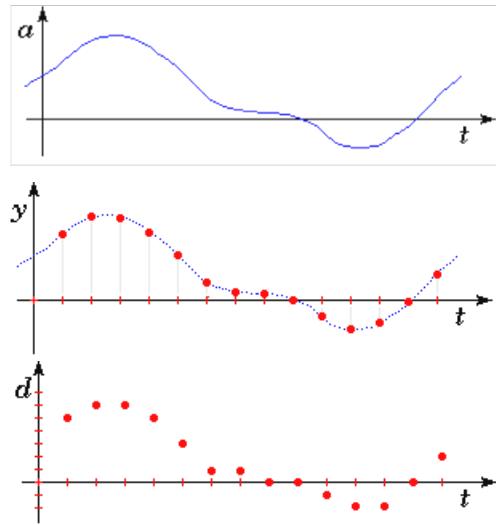
¹⁵Slide della prof — SDME 3.Conversione AD e Convertitori - Parte I — pag 33 - 34
Appunti — 2025-03-19 — pag 2

7.9 Fase 2: Quantizzazione - conclusioni

¹⁶

Al termine della fase 2 della conversione da analogico a digitale, quindi alla fine della quantizzazione, si ha un segnale discretizzato sia nei tempi che nelle ampiezze perché può assumere solo un numero limitato di valori, quelli individuati dagli intervalli di quantizzazione.

Quindi, dal segnale analogico, si è passati al segnale campionato, al segnale quantizzato:



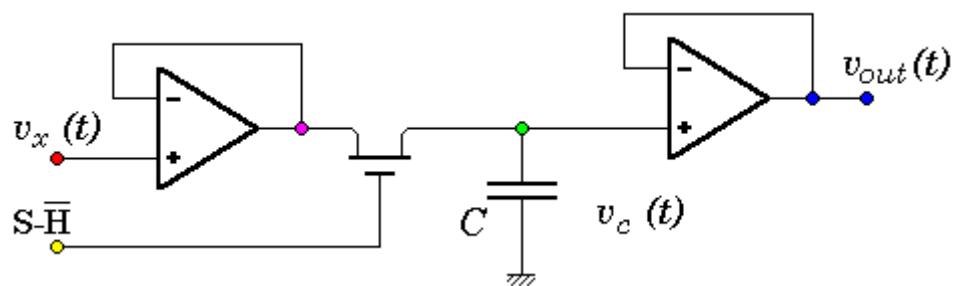
Per concludere, la scelta dell'ADC si baserà su:

- frequenza di campionamento f_c
- risoluzione

¹⁶Slide della prof — SDME 3.Conversione AD e Convertitori - Parte I — pag 35
Appunti — 2025-03-19 — pag 2

Capitolo 8

Conversione AD e convertitori - parte II



8.1 Fase 3: codifica

¹

Dopo il campionamento e la quantizzazione, il segnale ha bisogno di essere codificato.

Per codifica si intende il processo che associa univocamente a ciascuno dei valori corrispondenti ai centri degli N intervalli in cui è stato suddiviso il campo di misura una "parola" (in questo caso) binaria a M bit.

È necessario che ciascuno degli N valori quantizzati disponga di una "sua" parola.

Siccome non ci devono essere codifiche doppie è richiesto che:

$$N \leq 2^M \quad (8.1)$$

La scelta ottimale della codifica va fatta rispetto al livello di tensione e dei dispositivi che devono rielaborare il segnale.

Questo corso non tratterà della scelta ottimale della codifica, bensì tratteremo esclusivamente della mappatura ottimale per la quantizzazione silenziata, essendo quella che garantisce reiezione al disturbo.

¹Slide della prof — SDME 3.Conversione AD e Convertitori - Parte II — pag 4
Appunti — 2025-03-25 — pag 2 - 3

8.2 Mappatura ottimale per la quantizzazione silenziata

²

Avendo un campo di misura simmetrico, cioè da $-E_c$ e $+E_c$, per ottenere una quantizzazione silenziata bisogna avere un numero dispari di intervalli.

Consideriamo quindi:

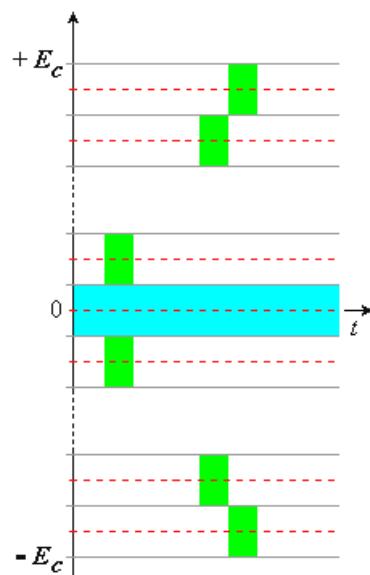
$$N = 2^M - 1 \quad (8.2)$$

Siccome si considera un numero di N che è minore di 2^M , l'incertezza di quantizzazione sarà maggiore.

L'errore di quantizzazione e sarà:

$$e = \frac{2E_c}{2^M - 1} \quad (8.3)$$

Se consideriamo N dispari e una quantizzazione silenziata, i livelli di quantizzazioni graficati saranno del tipo:

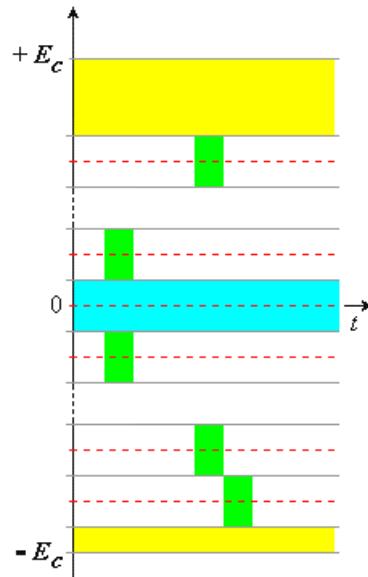


Avere N dispari complicherebbe le operazioni in binario, che invece sarebbero semplici se N fosse una potenza di 2.

Si parte da una quantizzazione non silenziata, e poi si traslano tutti gli intervalli in basso di mezzo livello.

Con questo shift, dalla figura precedente, otteniamo la seguente figura:

²Slide della prof — SDME 3.Conversione AD e Convertitori - Parte II — pag 5 - 8
Appunti — 2025-03-25 — pag 3



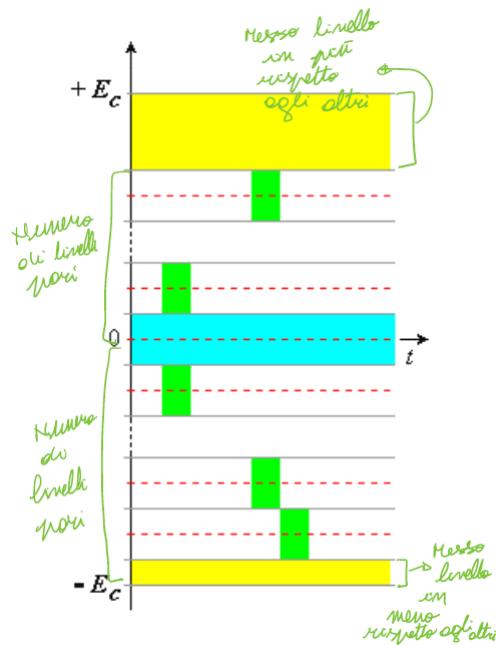
Si ottiene un intervallo centrato nello zero e i rimanenti intervalli di quantizzazione ottenuti dividendo il campo di misura da $-E_c$ a $+E_c$ in 2^M parti.

Disponendo di M bit per la codifica, avremo che:

$$\begin{cases} N \leq 2^M \\ N = 2^M \\ e = \frac{2E_c}{N} \end{cases} \quad (8.4)$$

Ma così facendo, abbiamo creato due intervalli (quelli evidenziati in giallo) che non andremo ad usare e presentano ampiezze diverse perché non sono uniformi rispetto agli altri livelli di quantizzazione.

Di seguito la stessa figura, ma con maggiori considerazioni scritte a lezione:



Di seguito la tecnica di quantizzazione effettivamente usata negli ADC commerciali.

I due intervalli segnati in giallo, apparentemente "persi", possono essere usati per segnalare due condizioni di errore:

- condizione di overflow, quando il segnale di ingresso arriva al limite superiore del campo di misura (cioè l'intervallo giallo di $+E_c$)
- condizione di underflow, quando il segnale di ingresso ha valore troppo basso, prossimo al limite inferiore del campo di misura (cioè l'intervallo giallo di $-E_c$)

In tutti gli altri intervalli non in giallo, essendo equi-spaziati e costanti, l'incertezza sarà costante in ciascun intervallo.

Supponendo un esempio con i seguenti valori:

$$\begin{aligned}
 M &= 8 \\
 \downarrow \\
 N &= 2^M && (8.5) \\
 &= 2^8 \\
 &= 256
 \end{aligned}$$

Questo significa che il livello minimo 0000 0000 e quello massimo 1111 1111 saranno usati per segnalare le condizioni di, rispettivamente, underflow e overflow.

I rimanenti 254 livelli, saranno utilizzati per codificare il segnale.

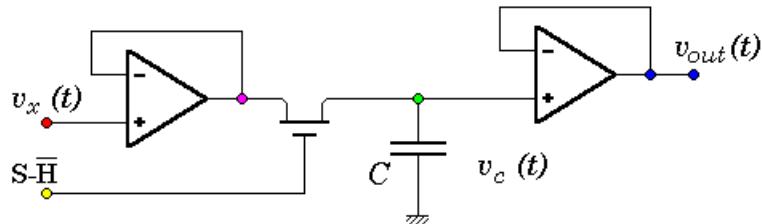
8.3 La conversione A/D reale

3

Dopo aver spiegato cosa significa svolgere un campionamento, di seguito sarà presentato un esempio di architettura di campionatore.

Il campionatore che analizzeremo è quello del Sample and Hold, Track and Hold.

Da un punto di vista ideale, possiamo rappresentarlo così:



I componenti principali di un "Sample and Hold" (compattato come S & H) sono:

- due OpAmp connessi come inseguitore di tensione, quindi il circuito presenterà un guadagno unitario
- un MOS-FET che opera come interruttore
- un condensatore C che opera come memoria

La scelta del valore del condensatore C sarà cruciale per il S & H.

8.4 Sample and hold: funzionamento ideale

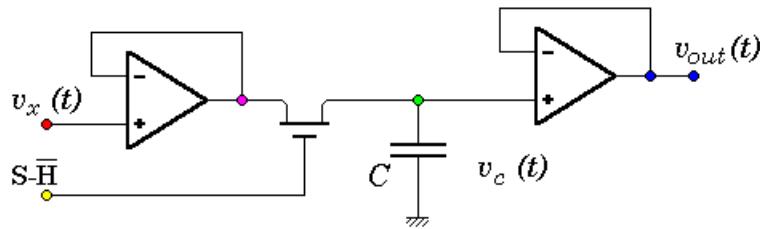
8.4.1 Ipotesi di componenti ideali

⁴

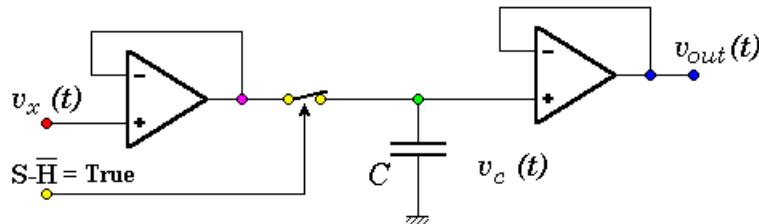
Ipotizziamo i componenti dell'S & H ideali, cioè:

- gli OpAmp avranno impedenza infinita in ingresso e impedenza nulla in uscita
- il mosfet sarà a perfetta conduzione o perfetta interdizione perché si comporterà da interruttore
- il condensatore è una capacità ideale in cui la carica che si immagazzina non si dissipà, cioè non ci sono correnti di fuga, e si scarica istantaneamente

Siccome consideriamo un Mos-FET come interruttore, il circuito da:



passerà a:



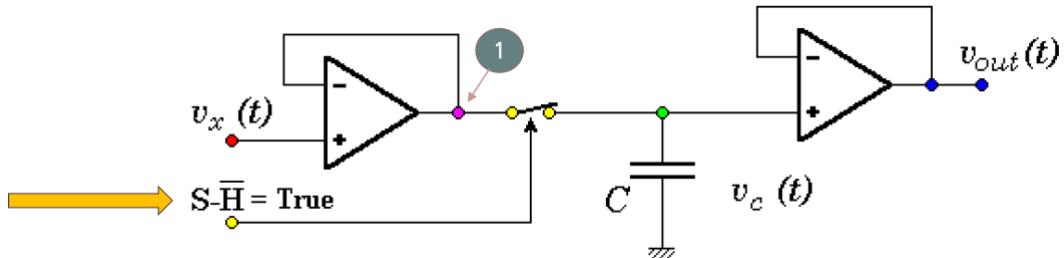
⁴Slide della prof — SDME 3.Conversione AD e Convertitori - Parte II — pag 10
Appunti — 2025-03-25 — pag 2 - 4

8.4.2 Interruttore chiuso

5

Consideriamo il caso in cui l'interruttore venga chiuso, grazie al segnale alto di Sample dal pin $S - \bar{H}$.

Il circuito diventerà:

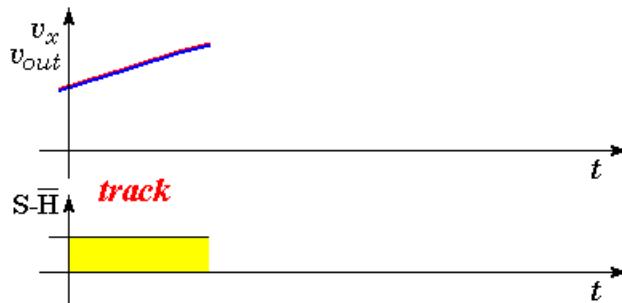


Se l'interruttore è chiuso, essendo l'AmpOp in configurazione inseguitore, la tensione che si ha nel nodo rosso $v_x(t)$ la si avrà anche nel nodo rosa (segnato con il cerchio 1).

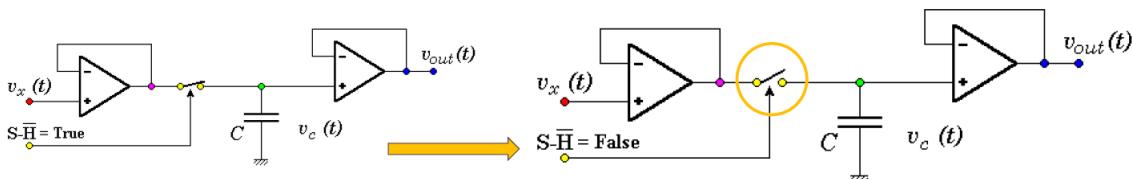
Essendo l'interruttore, cioè il Mos-fet, chiuso, la tensione $v_x(t)$ va a caricare il condensatore C, il quale si porta ad una tensione v_c uguale a v_x (nodo verde).

Il secondo OpAmp a destra ha ingresso v_c (nodo verde), è in configurazione non invertente, quindi $v_{out}(t)$ (nodo blu) ha la stessa tensione di $v_c(t)$.

Ipotizzando che in questo momento $v_x(t)$ abbia l'andamento di una rampa, possiamo graficare $v_x(t)$, che è uguale a $v_{out}(t)$ e il segnale di enable del $S - H$ come:



Ad un istante di tempo arbitrario, il sistema viene interdetto: portando al livello basso il segnale che pilota l'interruttore, si apre:



Il circuito a sinistra si definisce come "S & H in track-mode" (track perché l'andamento di $v_{out}(t)$ è uguale a quello di $v_x(t)$), il circuito a destra, cioè con l'interruttore alto, si definisce come "S & H in hold-mode" (hold perché si cercherà di mantenere $v_{out}(t)$ costante uguale a $v_x(t)$ nell'istante t_0 dove t_0 è il momento in cui si alza l'interruttore).

La tensione di ingresso può variare arbitrariamente, ma, poiché l'interruttore è aperto, la variazione della tensione v_x non raggiunge la seconda parte del circuito, cioè la parte del circuito a destra dell'interruttore.

⁵Slide della prof — SDME 3.Conversione AD e Convertitori - Parte II — pag 11 - 14
Appunti — 2025-03-25 — pag 4 - 5

Le tempistiche di track e hold devono rispettare le condizioni di Shannon-Nyquist.

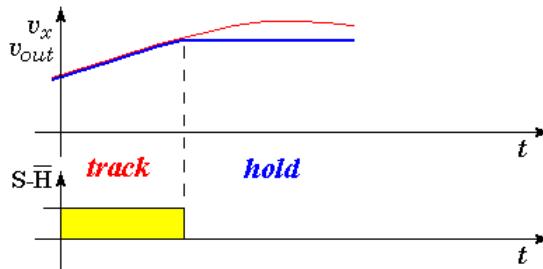
Ora che l'interruttore è aperto, l'AmpOp a destra non seguirà più la tensione di $v_x(t)$, bensì quella del condensatore $v_c(t)$.

Siccome si considera un condensatore C ideale, le cariche accumulate sulla capacità non possono "sfuggire" perché:

- verso sinistra il circuito è aperto (resistenza infinita)
- verso destra, l'impedenza di ingresso dell'OpAmp ideale è infinita (concetto della massa virtuale spiegato precedentemente)
- le armature sono perfettamente isolate, quindi le cariche restano nel condensatore e mantengono la tensione $v_c(t)$ ad un valore costante, che aveva nell'istante t_0 in cui l'interruttore è stato aperto

Ripetendo che anche l'AmpOp a destra è in configurazione non invertente, durante la fase di hold, $v_{out}(t)$ sarà uguale a $v_c(t)$ che, idealmente, rimane costante.

Utilizzando le figure:



in cui:

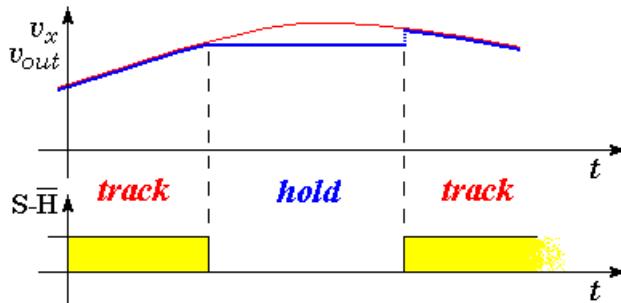
- la funzione blu è l'andamento di v_{out}
- la funzione rossa è l'andamento di v_x , che nell'istante di hold può variare arbitrariamente
- il segnale $S - \bar{H}$ è a livello basso, quindi avviene la fase di hold

Aprendo l'interruttore all'istante di campionamento, mantengo il segnale di uscita al valore che il segnale di ingresso aveva proprio in quell'istante e do il tempo ai circuiti successivi all'S & H di effettuare quantizzazione e codifica.

Una volta che si è effettuato quantizzazione e codifica, bisogna ripetere i processi svolti precedentemente, ma questa volta per un nuovo istante di tempo.

Quindi, dalla fase di hold, bisogna ripassare alla fase di track (che dall'inglese significa inseguimento).

Graficando i grafici di v_x , v_{out} e dell'enable pin $S - \bar{H}$:



Come si nota dal grafico di v_{out} (funzione in blu), idealmente tra il tempo di hold al tempo di track, la tensione v_{out} diventa uguale a quella di v_x .

Quindi ritorniamo al caso precedente dove, nel periodo di track:

$$v_x = v_{out} = v_c \quad (8.6)$$

La tensione ai capi del condensatore si porta rapidamente (idealmente lo fa in maniera istantanea) al livello della tensione v_x erogato in uscita dall'inseguitore (primo OpAmp) e altrettanto rapidamente la tensione v_{out} si porta al suo livello, eseguendo così una nuova fase di track.

A un certo punto t_1 arriva un nuovo istante di campionamento, l'interruttore si apre di nuovo e si segue la fase di mantenimento (hold) e il processo hold-track e track-hold si ripete.

Tutto questo processo, da un punto di vista ideale, è molto semplice perché i componenti si comportano istantaneamente e idealmente.

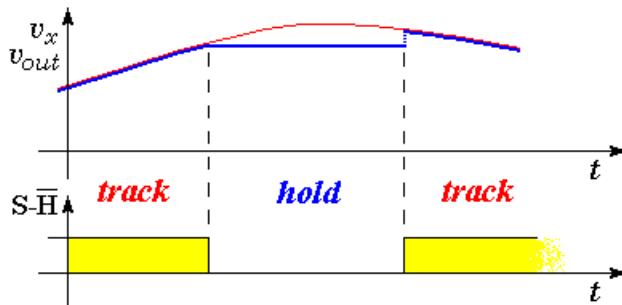
8.5 Sample and Hold: funzionamento reale

6

8.5.1 L'acquisition time sull'S&H reale

7

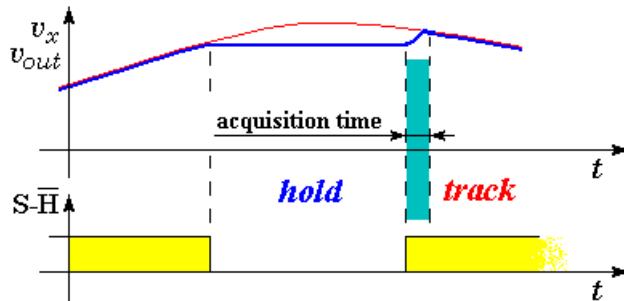
Nel S & H ideale avevamo visto che tra la fase di hold-track, v_{out} (funzione blu) insegue subito la tensione di ingresso v_x (funzione rossa) come in figura:



MA, nella realtà non avviene ciò.

Nella realtà non esiste tutto subito e infinito. Altra regola aurea

Nella realtà, il grafico delle tensioni del circuito saranno le seguenti:



Il nuovo elemento è l'acquisition time.

L'acquisition time è quel tempo che, nel mondo reale, è la somma tra il tempo che serve al primo Amp-Op per riportarsi al livello di v_x dovuto alla resistenza non nulla di uscita dell'inseguitore definito come transitorio di carica e la resistenza non nulla del MOS-FET.

L'acquisition time può essere visto anche come un tempo di ritardo tra l'istante in cui si attiva la fase di track e l'istante in cui la tensione $v_c(t)$ aggancia la v_x .

Essendo $v_c(t)$ la tensione ai capi di un condensatore, $v_c(t)$ sale con andamento esponenziale, in questo caso smorzato perché, dopo l'acquisition time, $v_c = v_x$.

Dall'elettrotecnica, la costante di tempo con cui la tensione cresce dipende dal valore della capacità C scelta.

Quindi, per questo motivo, se si vuole mantenere basso l'acquisition time, bisogna avere un valore di C più basso possibile.

⁶Slide della prof — SDME 3.Conversione AD e Convertitori - Parte II — pag 15 - 29

⁷Slide della prof — SDME 3.Conversione AD e Convertitori - Parte II — pag 15 - 16

Appunti — 2025-03-25 — pag 5 - 6

Non si può avviare una nuova fase di campionamento fino a che la tensione ai capi del condensatore non ha agganciato la v_x : questa fase si definisce come acquisition time esaurito.

Con tutte queste considerazioni, rispetto al mondo ideale, l'intervallo di campionamento non sarà uguale al tempo di hold, bensì alla somma tra il tempo di hold e l'acquisition time.

In formule:

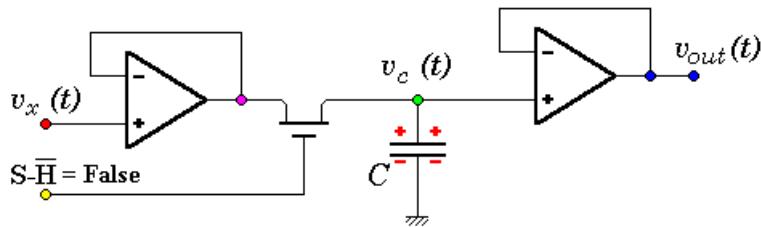
$$\begin{aligned} t_{\text{campionamento ideale}} &\leq t_{\text{campionamento reale}} \\ \downarrow \\ t_{\text{hold}} &\leq t_{\text{hold}} + t_{\text{acquisition time}} \end{aligned} \tag{8.7}$$

Si può osservare che parte del valore del tempo di campionamento T_c , dato dal teorema di Shannon-Nyquist, dipende dalla rapidità dei circuiti di quantizzazione e codifica, e una parte dipende dal sample-and-hold.

8.5.2 L'effetto delle ricombinazioni delle cariche sul S & H reale

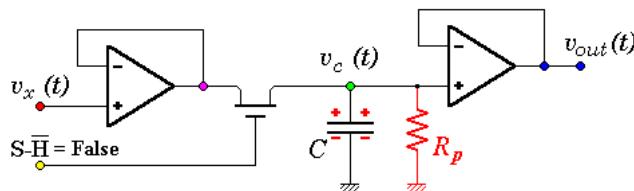
8

Consideriamo il caso del circuito S & H ideale:



Considerando ideale i componenti, il condensatore C accumula le cariche (indicate di rosso) ai capi delle sue armature per sempre.

Considerando invece il circuito S & H reale, possiamo modellarlo in questa maniera:



Rispetto al circuito ideale, è presente anche una resistenza parassita R_p .

Piccola guida alla notazione utilizzata dalla prof:

- R_p con la R maiuscola si intende una resistenza parassita che, idealmente, dovrebbe essere la più grande possibile
- r_p con la r minuscola si intende una resistenza parassita che, idealmente, dovrebbe essere la più piccola possibile

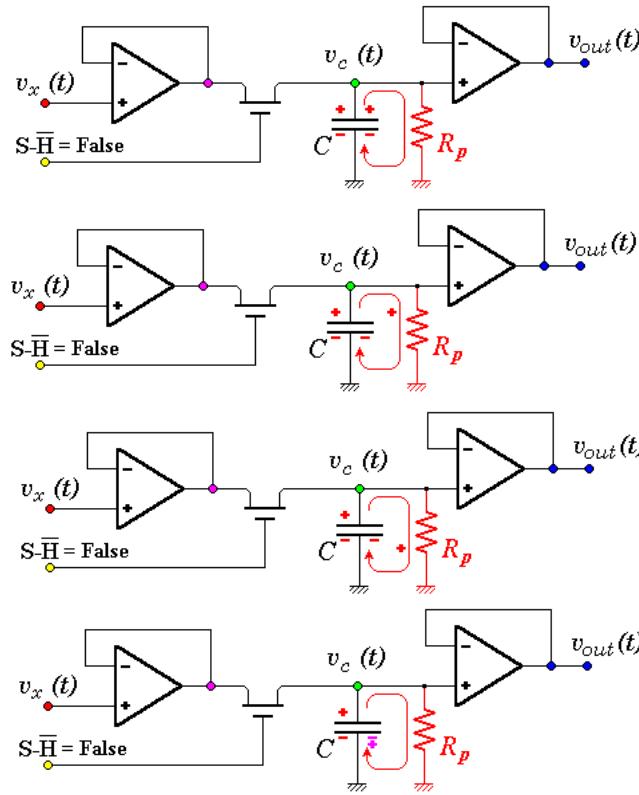
Si modella questa resistenza parassita R_p in parallelo al condensatore C per rappresentare il fenomeno delle ricombinazione delle cariche.

In questo caso, per ricombinazione delle cariche si intende che, se idealmente le cariche dovrebbero rimanere ai capi delle armature del condensatore C, nella realtà si disperdono nel circuito (e generalmente sotto forma di calore) per i seguenti motivi del mondo reale:

- l'impedenza di ingresso dell'OpAmp a destra di C è elevata ma non è infinita
- l'isolamento tra le armature del condensatore C è elevato ma non è infinito
- anche in interdizione, cioè quando il MOS-FET idealmente dovrebbe essere un interruttore aperto, nella realtà lascia passare una debolissima corrente

In fase di hold, le cariche del condensatore C, anziché rimanere sulle armature, passano da una armatura all'altra tramite la R_p , come mostrato nelle seguenti figure:

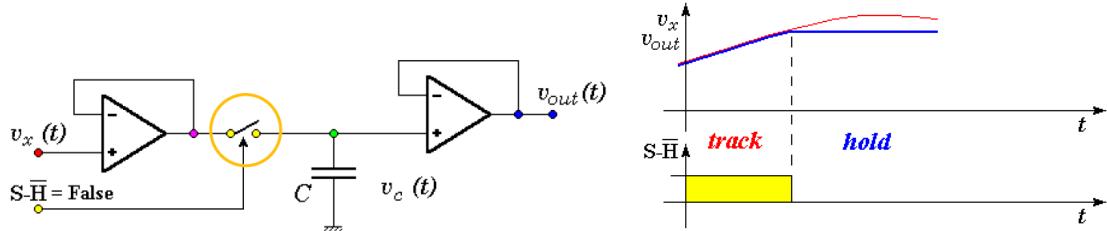
⁸Slide della prof — SDME 3.Conversione AD e Convertitori - Parte II — pag 17 - 19
Appunti — 2025-03-25 — pag 6



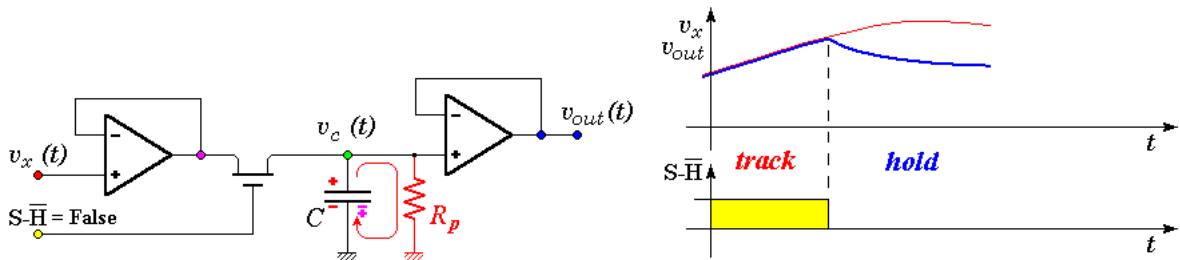
quindi si ha la scarica del condensatore.

Dall'elettrotecnica e sapendo che in parallelo a C c'è una resistenza R_p , la tensione ai capi di C non resta costante, ma segue un esponenziale decrescente.

Da un punto di vista grafico, si passerà dal grafico delle tensioni del circuito ideale:



al grafico delle tensioni nel circuito reale:



Poiché tutte le impedenze che danno origine alla R_p e che sono dovute alle non idealità dei componenti e anche alle anomalie delle giunzioni, non sono costanti, si preferisce (come al solito) semplificare la trattazione e considerare la scarica con andamento lineare anziché esponenziale decrescente.

Dall'elettrotecnica, si può stimare la pendenza della curva esponenziale come:

$$\tau = RC \quad (8.8)$$

8.5.3 Droop rate (velocità di discesa della tensione)

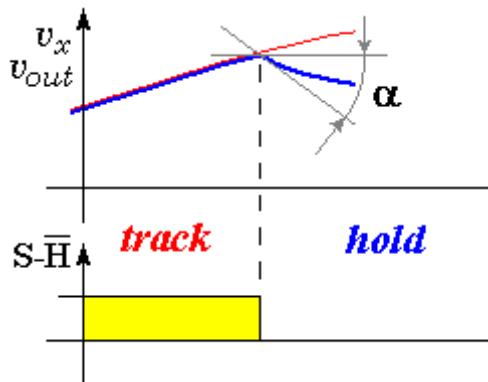
9

Come scritto precedentemente, piuttosto che calcolarci l'andamento esponenziale della scarica del condensatore, si cerca di linearizzarlo perché è più semplice per i calcoli.

Linearizzare la pendenza della retta di $\tau = RC$ causa una sovrastima dell'entità della scarica, ma sovrastimare è meglio perché sicuramente funzionerà meglio il progetto

Allora, dall'andamento esponenziale decrescente, si sceglierà di passare al seguente andamento lineare della tensione di V_{out} e quindi di V_c .

Partendo dall'andamento esponenziale, calcoliamo l'angolo α



Da α si calcola il droop rate come:

$$\tan(\alpha) = \text{Droop rate} \quad (8.9)$$

Il droop rate esprime la pendenza della curva di scarica del condensatore nella fase iniziale.

Si considera che la scarica proseguia sempre con quella pendenza.

La tangente dell'angolo α è il droop rate, la velocità di discesa della tensione.

Il droop rate dipende dalla resistenza parassita R_p , che consente la ricombinazione delle cariche.

La corrente che passa sulla R_p è legata alla tensione $v_c(t)$ e non alla capacità.

Se dovessi raddoppiare la capacità, la corrente si manterebbe invariata perché essa dipende da $v_c(t)$.

Allora, se io aumentassi la capacità del condensatore, la corrente circolante sulla R_p rimarrebbe invariata, ma, si rallenterebbe molto il processo di diminuzione della tensione $v_c(t)$.

Nella realtà, la R_p è una resistenza non lineare.

Aumentando C, si riduce il droop rate perché aumentano il numero di cariche accumulate.

⁹Slide della prof — SDME 3.Conversione AD e Convertitori - Parte II — pag 20 - 21
Appunti — 2025-03-25 — pag 6 - 7

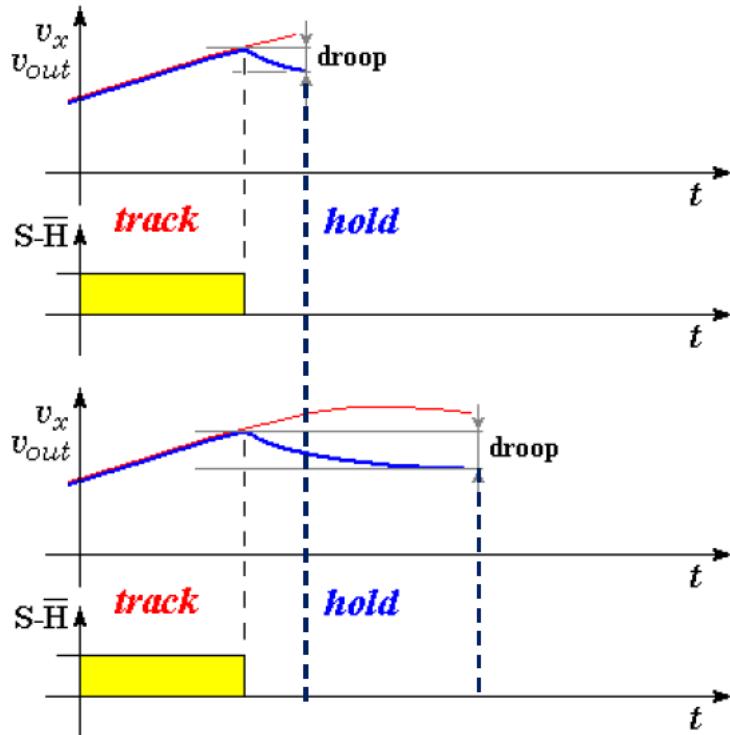
8.5.4 Droop voltage

¹⁰

Aumentando la durata di fase di hold, aumenta il droop: spiegato diversamente, la tensione iniziale si riduce.

Il droop considerato accettabile negli ADC deve essere inferiore della metà dell'ampiezza dell'intervallo di quantizzazione perché la tensione $v_{out}(t_0)$ deve rimanere nel bin (cestino) dell'intervallo di quantizzazione.

Le figure spiegano meglio il processo appena introdotto:



Tipicamente, i costruttori di ADC mettono a disposizione un PIN sul quale collegare un condensatore col valore di capacità stabilito in funzione dei requisiti del progetto, quindi si ha fisicamente lo stesso S & H ma per diversi tempi di track e hold.

Per la non linearità di R_p , si cerca di linearizzarlo con la seguente formula:

$$\text{droop voltage}[t_0, t] = \text{droop rate} \cdot (t - t_0) \quad (8.10)$$

in cui la dimensione del droop voltage è il volt.

Inoltre $t - t_0$ dipende dalla scelta del tempo di elaborazione dell'ADC.

Fissando il droop voltage, si può calcolare C e quindi anche $t - t_0$.

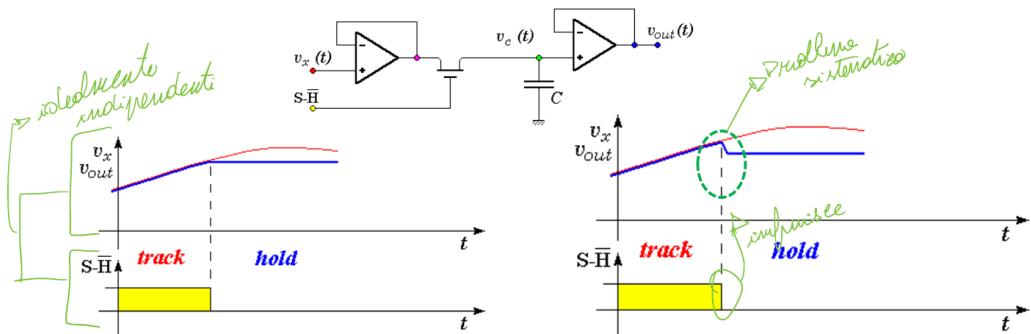
¹⁰Slide della prof — SDME 3.Conversione AD e Convertitori - Parte II — pag 22 - 23
Appunti — 2025-03-25 — pag 7

8.5.5 Sottrazione di cariche

¹¹

Per sottrazione di carica si intende il momento in cui si porta in fase di hold il dispositivo e si nota una brusca variazione della tensione di uscita, dovuto al cross-talk tra la linea di Enable dell'S & H e le altre linee dell'S & H.

Confrontando i segnali ideali (a sinistra) e i segnali reali (a destra) dovuto alle sottrazioni di cariche:

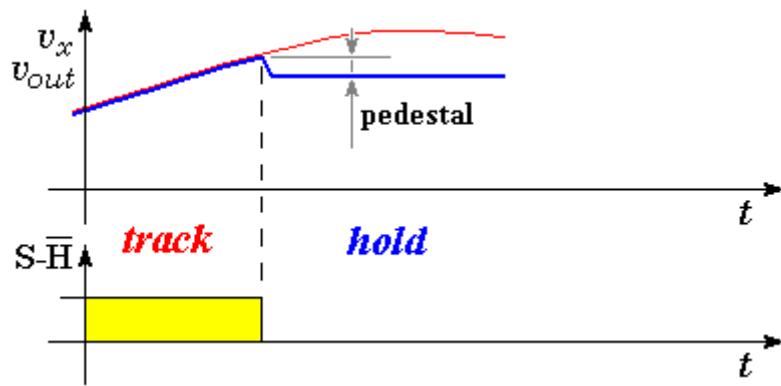


L'ampiezza dovuta alla sottrazione di cariche è chiamato hold step o pedestal.

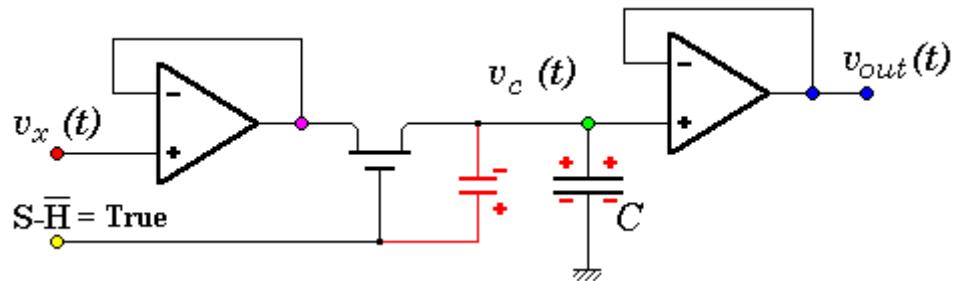
¹¹ Slide della prof — SDME 3. Conversione AD e Convertitori - Parte II — pag 24
Appunti — 2025-03-25 — pag 7

8.5.6 Hold step o pedestal

12



L'hold step o pedestal è determinato dalla non idealità del circuito S & H perché tra Gate e Drain del MOS-FET reale sussiste una capacità parassita, come si può vedere in figura:

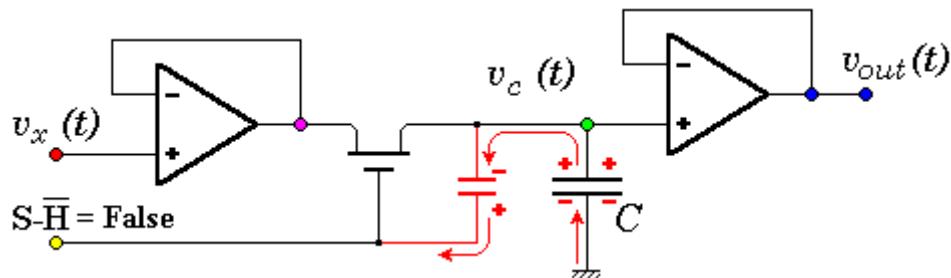


Durante la fase di track, la capacità parassita deve essere caricata in questo modo: il gate deve essere positivo rispetto al drain, quindi la capacità parassita ha le cariche negative sul lato superiore e positive sull'armatura opposta del condensatore C di memoria.

Il condensatore C di memoria usato nel S & H ha, ai suoi capi, una tensione positiva.

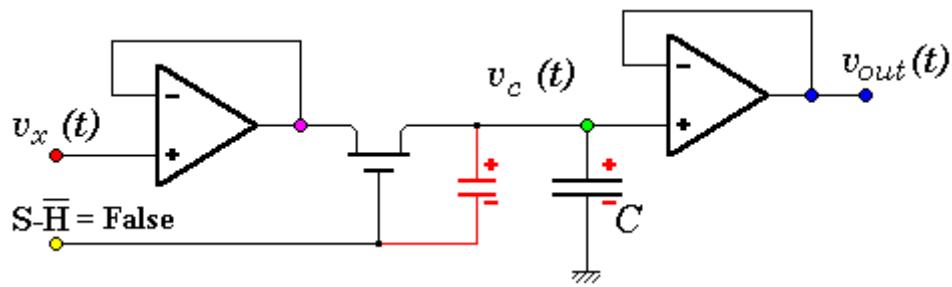
Nell'istante in cui viene cambiato lo stato del gate e il MOSFET si interdice (cioè idealmente diventa un interruttore aperto), la tensione del gate deve diventare negativa rispetto alla tensione del drain.

Quindi, la capacità parassita deve invertire la polarità: per fare ciò, si carica delle cariche positive del condensatore di memoria C, come mostrato in figura:



Dopo che ciò si è svolto, le cariche positive e negative nei due circuiti si presentano in questa maniera:

¹²Slide della prof — SDME 3.Conversione AD e Convertitori - Parte II — pag 25 - 28
Appunti — 2025-03-25 — pag 8



Per ridurre il pedestal, si può:

- mettere un MOSFET con capacità parassita estremamente piccola
- aumentare il valore della capacità di memoria C molto superiore rispetto alla capacità parassita

La formula per calcolare il pedestal è la seguente:

$$\text{pedestal} = \frac{1}{C} \quad (8.11)$$

dove le dimensioni del pedestal sono i volt.

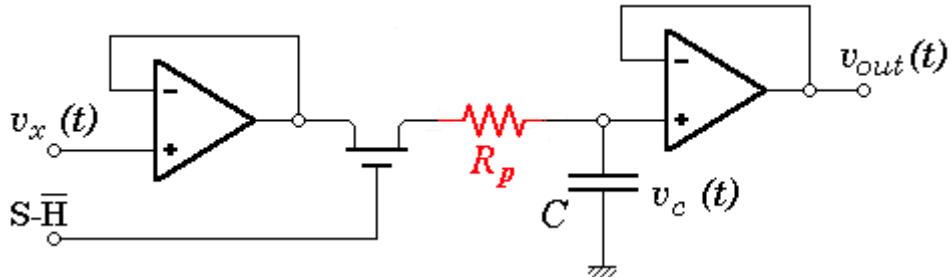
Dalla formula si può notare che il pedestal è il reciproco del condensatore C di memoria.

8.5.7 Banda passante

13

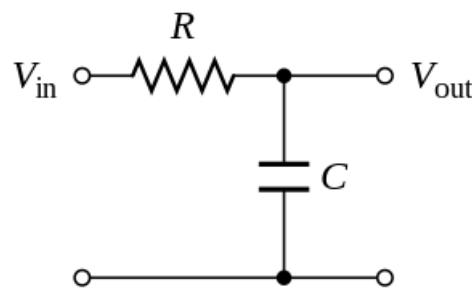
Un altro elemento parassita presente in un S & H reale è una resistenza parassita R_p in serie all'OpAmp e al MOSFET, proprio perchè questi due componenti presentano una resistenza idealmente nulla, ma che nella realtà è presente.

Possiamo rappresentarla con questa nuova resistenza parassita R_p :



Questa R_p è difficile da stimare.

Facendo uno "zoom" del circuito dopo il Mosfet e prima del secondo OpAmp, il circuito sarà proprio una resistenza in serie al condensatore C di memoria:



Visualizzando il circuito R e C in Fourier, è proprio un filtro passa-basso dove la frequenza di taglio è:

$$f_t = \frac{1}{2\pi RC} \quad (8.12)$$

Se il segnale di ingresso $v_x(t)$ avesse una frequenza superiore rispetto alla frequenza di taglio del filtro passa-basso, le sue evoluzioni non si vedrebbero in uscita perchè sarebbero eliminate e / o attenuate dal filtro.

La banda passante è:

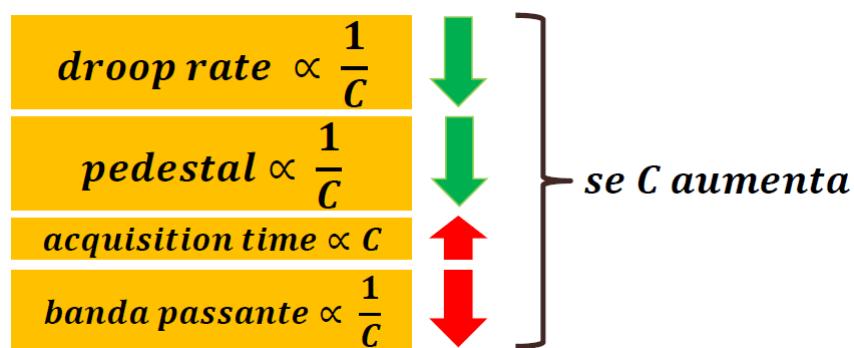
$$\text{banda passante} = \frac{1}{C} \quad (8.13)$$

cioè è inversamente proporzionale alla capacità del condensatore di memoria.

8.6 Sample and Hold reale e capacità di memoria

14

Per riassumere, la scelta del valore del condensatore di memoria C del Sample and Hold influenza sui seguenti parametri:



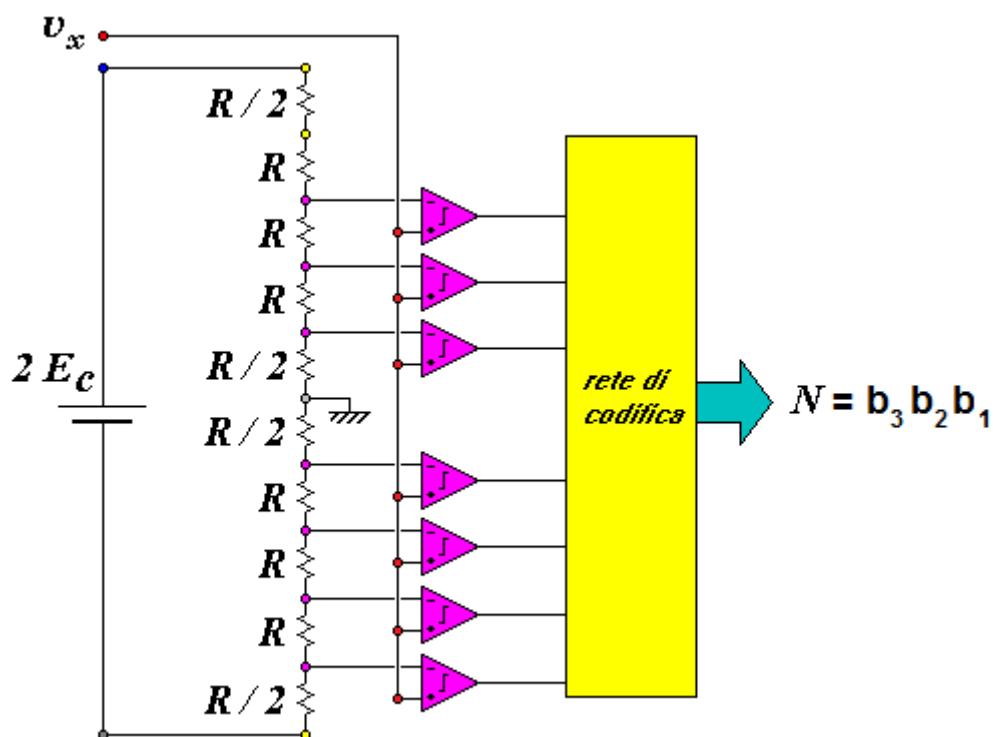
Il costruttore di S & H non assume una decisione, ma lascia a noi utilizzatori la scelta della capacità di memoria da collegare, che sia più adatta per la nostra specifica applicazione.

Per aiutarci in questa scelta, il costruttore ci fornisce dei grafici di questi quattro parametri che varieranno in base al valore di C, che rappresentano il comportamento reale del dispositivo.

¹⁴Slide della prof — SDME 3.Conversione AD e Convertitori - Parte II — pag 30
Appunti — 2025-03-25 — pag 9

Capitolo 9

Conversione AD e convertitori - parte III



9.1 Convertitori A / D

¹

Il problema maggiore della conversione del segnale analogico digitale è il tempo di elaborazione, che deve essere minore del tempo indicato nel teorema del campionamento.

Con l'avanzare della tecnologia, il tempo di elaborazione è diminuito grazie ad architetture di A/D sempre più sofisticate e più efficienti.

A rigore, ci dovrebbero essere due dispositivi dopo la quantizzazione del segnale: quantizzatori e poi codificatori, ma per semplicità li consideriamo insieme e prendono il nome di convertitori A/D.

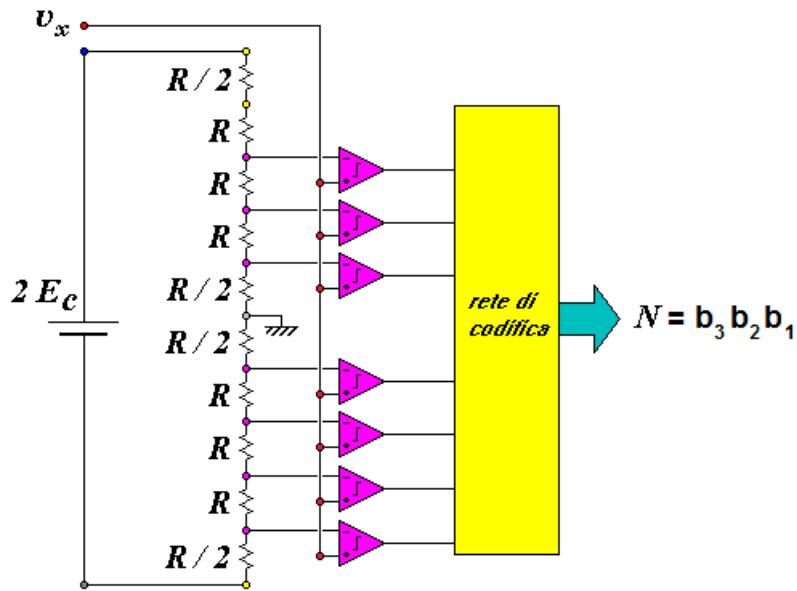
¹Slide della prof — SDME 3.Conversione AD e Convertitori - Parte III — pag 3
Appunti — 2025-03-28 — pag 2 - 3

9.2 Convertitori paralleli "Flash ADC"

2

La prima tipologia di convertitori ADC sviluppati sono gli ADC Flash.

Un esempio di architettura ADC flash a 3 bit:



Sapendo che, per i motivi precedentemente elencati, svolgeremo una quantizzazione silenziata bipolare, tra $-E_c$ e $+E_c$, l'obbiettivo dell'architettura flash ADC è quello di dividere il campo di misura in un certo numero di intervalli contigui, individuando le frontiere tra questi.

Ad ogni campione si da il valore che corrisponde al valore centrale.

Analizzando il circuito del flash ADC, a sinistra notiamo che un campione di fem eroga una tensione pari a $2E_c$, che è proprio l'ampiezza del campo di misura bipolare.

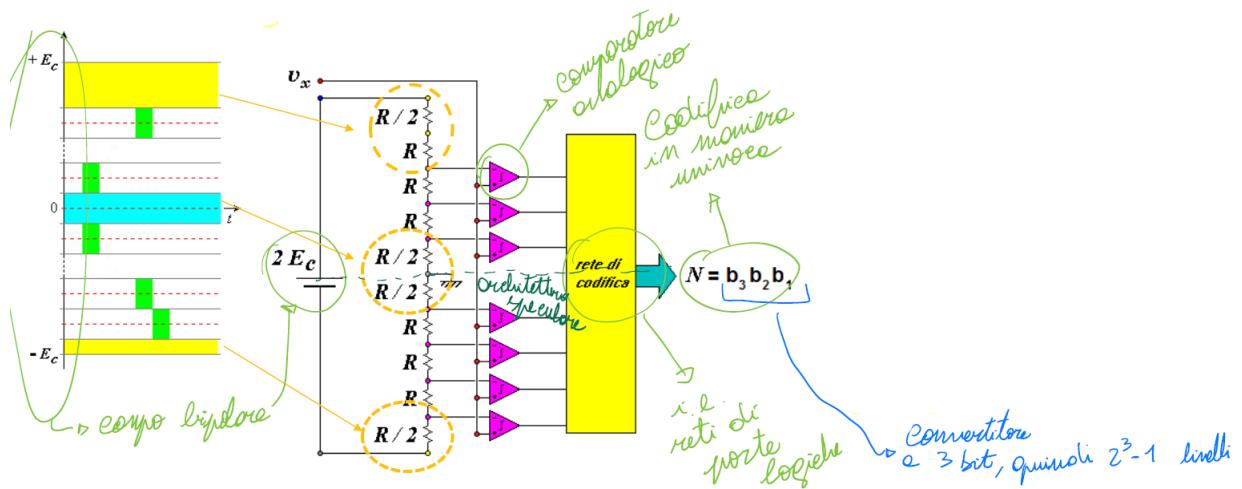
$2E_c$ viene suddiviso in una rete di resistenze tutte uguali, tranne agli estremi.

$2E_c$ deve essere compatibile con il livello che bisogna misurare.

Le tensioni alle frontiere tra gli intervalli di quantizzazione sono le tensioni alle quali si trovano i nodi delle reti di resistenze.

Di seguito il circuito con gli appunti presi a lezione:

²Slide della prof — SDME 3.Conversione AD e Convertitori - Parte III — pag 4
Appunti — 2025-03-28 — pag 4

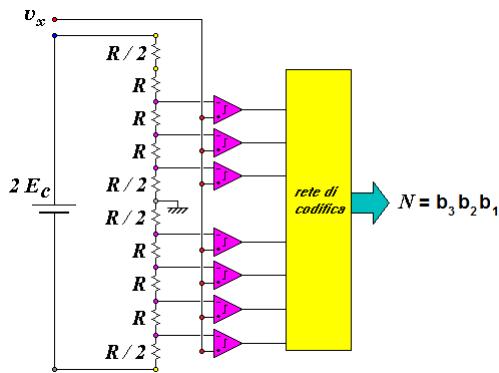


Il punto di forza di questa architettura è la semplicità concettuale perchè è composta solo da:

- una rete resistiva, per individuare le frontiere degli intervalli di quantizzazione
- una rete di comparatori, per confrontare il valore della tensione di ingresso v_x e la tensione di un nodo del resistore
- una rete di codifica, che associa ad ognuna delle configurazioni di uscite dei comparatori una parola binaria in uscita in modo univoco

9.2.1 Flash ADC - Quantizzazione

3



La tensione ad ogni nodo (rosso) viene portata in ingresso ad un comparatore (triangolini viola), il quale confronta la tensione del nodo e la tensione v_x (campionata) da convertire.

Il comparatore analogico ci dice se il segnale posto ad uno dei due ingressi è maggiore di quello applicato all'altro ingresso.

Le uscite dei comparatori vengono messe in ingresso ad una rete di codifica.

La rete di codifica permette di avere in uscita una parola binaria (quella indicata nella figura con N), che rappresenta l'intervallo entro cui i comparatori hanno individuato che si trova la tensione v_x .

L'architettura flash ADC è veloce proprio perchè ogni comparatore lavora autonomamente.

Analizzando la figura dell'architettura di esempio, il campo di misura viene diviso in 8 intervalli, quindi la parola codificata in una parola di 3 bit perchè:

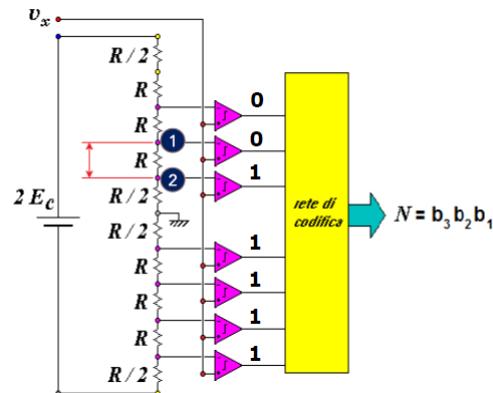
$$\text{Numero intervalli} = 2^3 = 8 \quad (9.1)$$

La tensione ai capi della resistenza R è l'ampiezza dell'intervallo di quantizzazione, quindi è legata all'incertezza.

Teoricamente, per ridurre l'incertezza, bisognerebbe aggiungere più resistori in serie, in modo da suddividere il campo di misura in un maggior numero di intervalli.

Il Sample and Hold ha prelevato il livello di tensione v_x , ma non l'ha misurata: è compito dell'ADC codificare quel livello.

Supponiamo che v_x si trova nel seguente intervallo (tra il punto 1 e il punto 2):



³Slide della prof — SDME 3.Conversione AD e Convertitori - Parte III — pag 7 - 8
Appunti — 2025-03-28 — pag 5 - 8

v_x è maggiore del valore di tensione al nodo 2 e minore del valore di tensione al nodo 1.

In formule:

$$v_2 < v_x < v_1 \quad (9.2)$$

Noi sappiamo che v_x è compreso tra v_1 e v_2 , ma non sappiamo quanto vale "realmente" v_x : se il nuovo v'_x sarà compreso tra v_1 e v_2 , dal codificatore uscirà la stessa parola di v_x .

Il comparatore collegato al nodo 2 avrà un'uscita a 1: l'ingresso invertente si trova a una tensione più bassa dell'ingresso non invertente.

Questo accade per tutti i comparatori "sotto" a questo, quindi avranno un'uscita al livello alto (cioè ad 1).

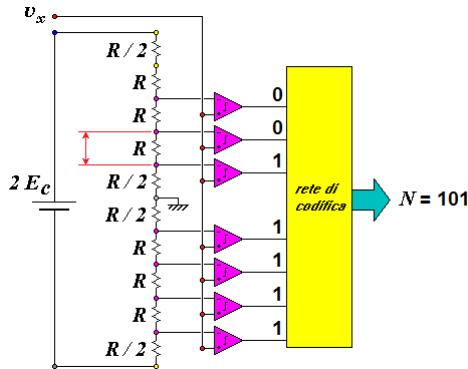
Il compratore collegato al nodo 1, avrà uscita a 0: la tensione in ingresso invertente è maggiore di quella all'ingresso non invertente.

La rete di codifica deve individuare qual è la posizione della frontiera tra le uscite a 1 le uscite a 0 dei comparatori, ovvero ha bisogno di individuare in quale intervallo si trova la tensione v_x e fornisce in uscita una parola binaria che ne codifichi il valore in modo univoco.

9.2.2 Flash ADC - codifica

4

Considerando l'esempio:



La parola:

$$N = 101 \quad (9.3)$$

è la parola binaria che individua in modo univoco la tensione v_x .

Si può utilizzare qualsiasi tipo di codifica, quindi far corrispondere il livello di tensione v_x a una parola di codice N.

In particolare, sono necessarie due parole di codice:

- una di overflow, che la rete di codifica può indicare con i bit tutti a uno (nell'esempio a 3 bit 111)
- una di underflow, che la rete di codifica può indicare con i bit tutti a zero (nell'esempio a 3 bit 000)

Nell'architettura flash ADC non è presente un buffer di memoria, quindi l'ADC deve convertire il segnale sotto al tempo di campionamento.

Qualunque valore della v_x che si trovi a cadere tra valori della tensione di riferimento individuati dai nodi 1 e 2 verrà ad assumere la stessa codifica e questo darà a luogo a perdita di informazione, che a sua volta comporterà incertezza di quantizzazione.

L'architettura flash, non solo è veloce, ha una estrema rapidità di conversione grazie ai suoi pochi componenti.

L'unico "collo di bottiglia", per quanto riguarda il tempo, dell'architettura flash è la rete di codifica.

Il tempo di conversione è denominato dalla latenza della rete di codifica e tale tempo è comunemente breve.

L'aspetto negativo dell'architettura flash ADC è una incertezza di quantizzazione relativamente elevata quando si deve suddividere il campo di misura in un numero molto elevato di intervalli.

Si ha questa incertezza di quantizzazione molto elevata perchè sono presenti molti resistori e ognuno di essi contribuisce all'incertezza di quantizzazione.

Inoltre, aumentare il numero di bit non è possibile perchè un ADC flash a 8 bit richiede una rete di 256 resistori e 255 comparatori.

Questi limiti tecnologici limitano le prestazioni in termini di incertezza, che non sono trascurabili.

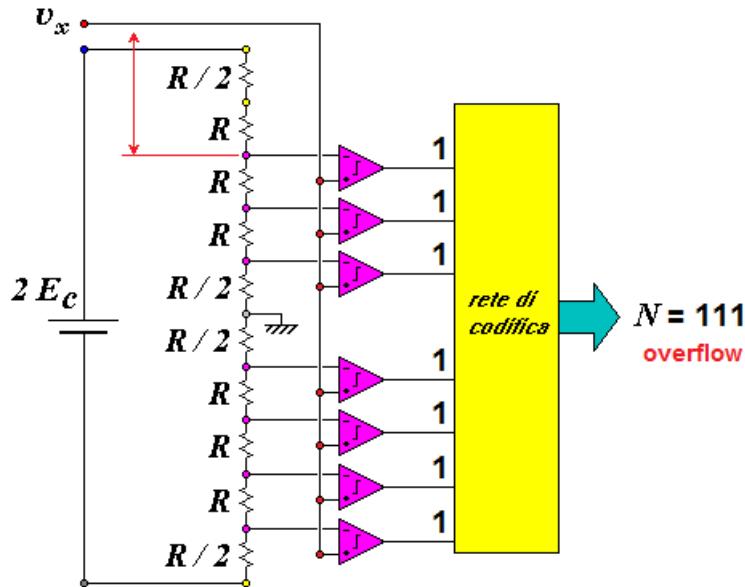
⁴Slide della prof — SDME 3.Conversione AD e Convertitori - Parte III — pag 9 - 10
Appunti — 2025-03-28 — pag 5 - 6, 8

9.2.3 Flash ADC - Codifica errori OF e UF

5

Come scritto precedentemente, l'architettura Flash ADC è molto importante perché la rete di codifica segnala quando è presente un underflow (UF) o un overflow (OF).

Come si nota dalla seguente figura:

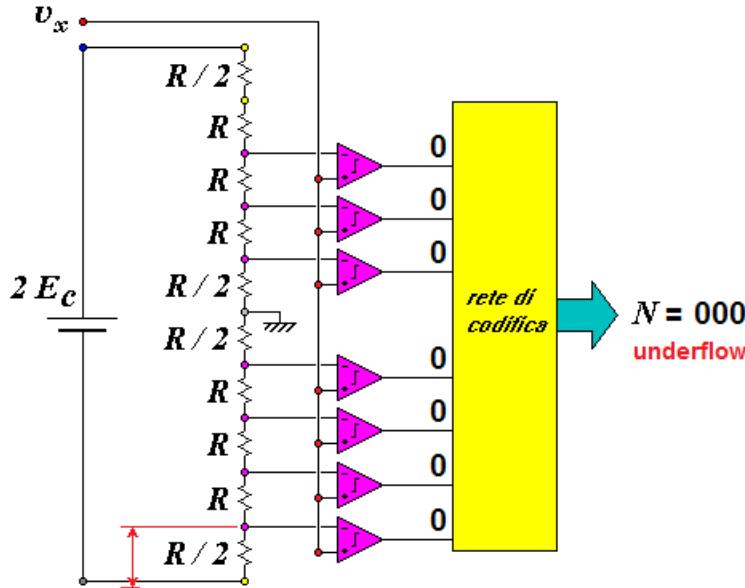


abbiamo un caso di overflow, cioè la tensione di ingresso v_x supera quella del nodo del terzo resistore R.

Tutti i comparatori segnano un'uscita a livello alto (cioè 1).

La rete di codifica segnala un errore di conversione e di overflow, ad esempio con la parola 111.

Invece, analizzando un caso di underflow:



succede il caso opposto dell'overflow.

La tensione di ingresso v_x è al di sotto di quella minima.

⁵Slide della prof — SDME 3.Conversione AD e Convertitori - Parte III — pag 11 - 12
Appunti — 2025-03-28 — pag 8

Se la tensione v_x è minore della tensione dell'ultimo nodo dell'ultimo resistore di valore $\frac{R}{2}$, allora la rete di codifica segnala la parola di underflow, ad esempio ponendo tutti i bit a 0.

Nel caso di esempio dei 3 bit, esiste UF con 000.

Come il caso dell'overflow, non sappiamo quando vale "realmente" v_x , sappiamo solo che è minore del campo di misura.

9.2.4 Flash ADC: pro e contro

⁶

Per riassumere, di seguito i pro e i contro dell'architettura Flash ADC.

Il pro è la rapidità di conversione: generalmente è di 5 ns per 8 bit.

Il contro è l'elevata incertezza di quantizzazione, che è limitato dal numero di componenti da aggiungere, quindi il prezzo economico elevato dovuto all'aggiunta di ogni componente.

⁶Slide della prof — SDME 3.Conversione AD e Convertitori - Parte III — pag 13
Appunti — 2025-03-28 — pag 8 - 9

9.3 Half-flash o semi-flash ADC

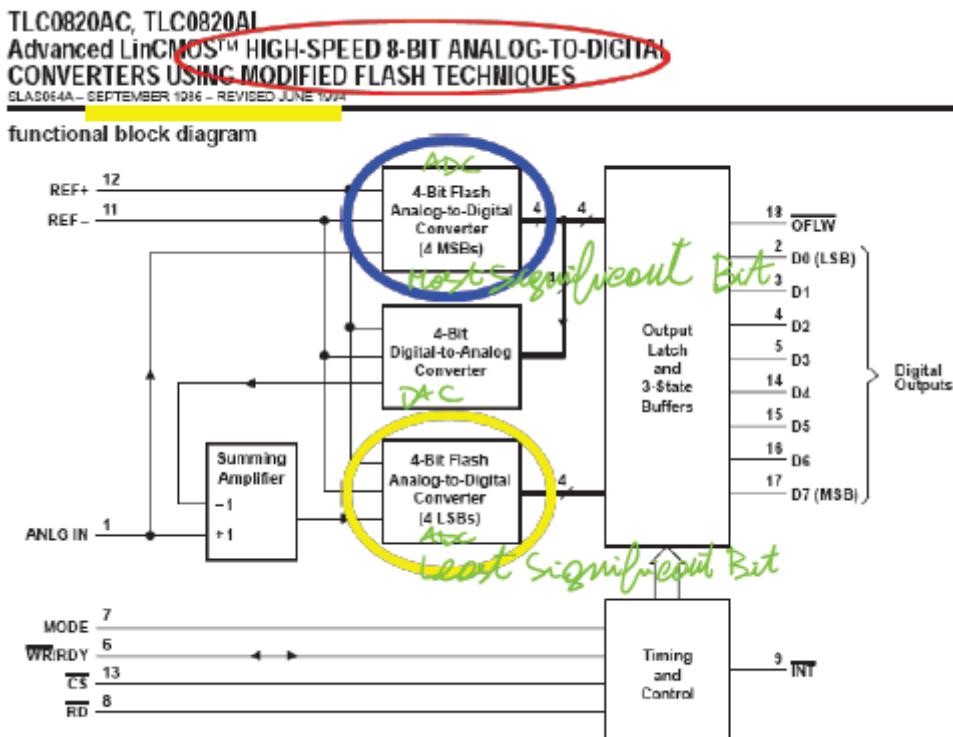
7

L'architettura Flash ha un enorme vantaggio, cioè la rapidità, ma ha un'elevata incertezza.

Per questo motivo, si è cercato di ovviare a ciò realizzando delle architetture più efficienti.

Gli ADC flash sono stati prima affiancati e poi sostituiti dai semi-flash.

Di seguito il block diagram di un half-flash ADC in commercio nel 1994:



Un half-flash è un convertitore flash con una tecnica modificata, evidenziata dai 3 blocchi.

I blocchi estremi (quelli cerchiati in blu e in giallo) sono due convertitori flash a 4 bit ognuno, quindi:

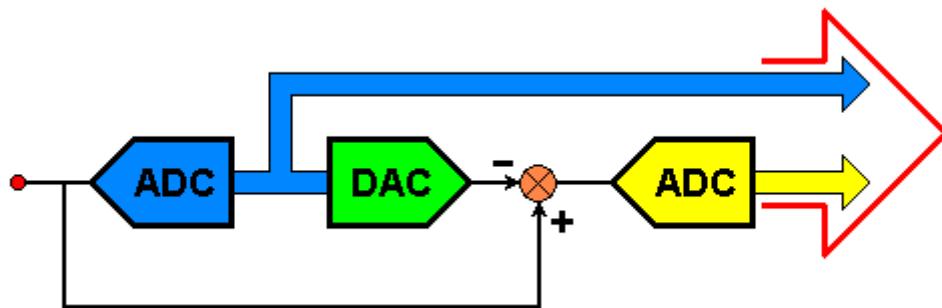
$$4\text{bit flash ADC} + 4\text{bit flash ADC} = 8\text{bit half-flash ADC} \quad (9.4)$$

Questi due ADC flash sono poi collegati ad un convertitore digitale/analogico a 4 bit.

Questi tre componenti sono poi collegati ad una rete combinatoria con capacità di memoria, in questo caso con un buffer a 3 stati.

Possiamo schematizzare i tre componenti più importanti degli half-flash ADC anche in questa maniera:

⁷Slide della prof — SDME 3.Conversione AD e Convertitori - Parte III — pag 14 - 16
Appunti — 2025-03-28 — pag 9 - 10



Di seguito la spiegazione completa del processo di conversione considerando un half-flash a 8 bit.

Un primo convertitore A/D a 4 bit (quello di colore blu in figura) fa una prima conversione grossolana del segnale già campionato che ha in ingresso, avendo solo 16 livelli di quantizzazione perchè:

$$4 \text{ bit} = 2^4 = 16 \text{ livelli di quantizzazione} \quad (9.5)$$

I 4 bit generati dalla rete di codifica dell'ADC flash vengono portati in uscita e sono i 4 bit più significativi della parola di uscita (anche nel block diagram è indicato come 4 MSBs).

Questi 4 bit vengono mandati al buffer e al convertitore digitale / analogico (quello indicato in verde): la tensione generata dal DAC è il valore centrale dell'intervallo al quale il campione di segnale è stato convertito e quantizzato dal primo convertitore.

La tensione "ricostruita" dal DAC viene sottratta alla tensione analogica in ingresso (nodo di sottrazione di colore arancione in figura).

In uscita dal nodo differenza, troviamo quello che possiamo chiamare il resto della prima conversione, cioè la differenza tra il valore del segnale di ingresso da convertire e la tensione che corrisponde al punto centrale dell'intervallo, in cui esso è stato convertito.

Tale ingresso è messo in ingresso ad un secondo convertitore A / D a 4 bit (quello che in figura è di colore giallo), ma che ha un campo di misura limitato all'ampiezza di un intervallo di quantizzazione (a differenza del primo ADC che ha due intervalli di quantizzazione).

Il resto non potrà essere maggiore di \pm la metà dell'intervallo di quantizzazione del primo ADC.

Il resto viene convertito fornendo i 4 bit meno significativi della parola in uscita: anche nel block diagram dell'half-flash di esempio, il secondo ADC è indicato con la dicitura 4 LSBs.

Questo schema di principio sembra contraddittorio: perchè mettere due ADC in cascata con un DAC in mezzo tra loro ?

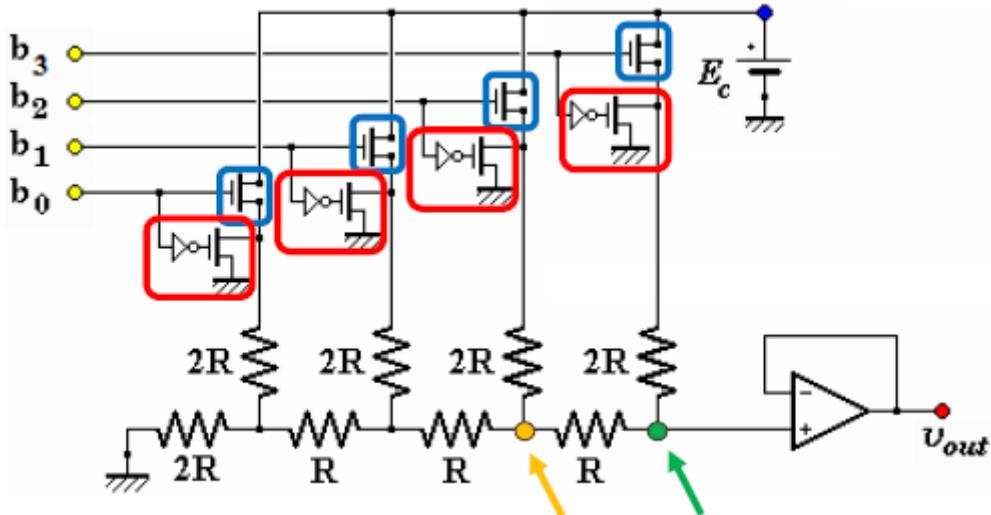
Il motivo è che sia gli ADC flash che i DAC sono molto semplici da realizzare.

9.3.1 DAC a scala di resistenze

8

Lo schema del principio del DAC a scala di resistenze lo chiede all'esame con gli esempi dei valori numerici

Di seguito lo schema di principio di un DAC a scala di resistenze a 4 bit:



In linea di principio, un convertitore D/A a 4 bit può essere realizzato con la componentistica mostrata.

Occorre avere un campione di fem (quello a destra nella figura indicato con E_c), che può essere applicata agli ingressi della rete resistiva nel caso in cui i MOS-FET (quelli cerchiati in blu) siano in conduzione (cioè si comportano idealmente da interruttore chiuso) e gli altri MOS-FET (quelli cerchiati di rosso) siano interdetti (cioè idealmente si comportano da interruttori aperti).

Se il bit b_3 è 1, il MOS-FET collegato alla sua linea conduce, e la tensione E_c viene portata al nodo verde evidenziato.

Per effetto dell'invertitore (c'è un not collegato in serie al MOSFET cerchiato in rosso), il MOSFET (cerchiato in rosso) è interdetto, cioè si comporta da interruttore aperto.

Se il bit b_2 è 0, la tensione E_c non viene portata al nodo evidenziato in arancione perché il MOS-FET (cerchiato in blu) è interdetto (cioè si comporta da interruttore aperto) e attraverso l'altro MOS-FET (quello cerchiato in rosso) è in conduzione (cioè si comporta da interruttore chiuso), quindi al nodo arancione viene portato a massa.

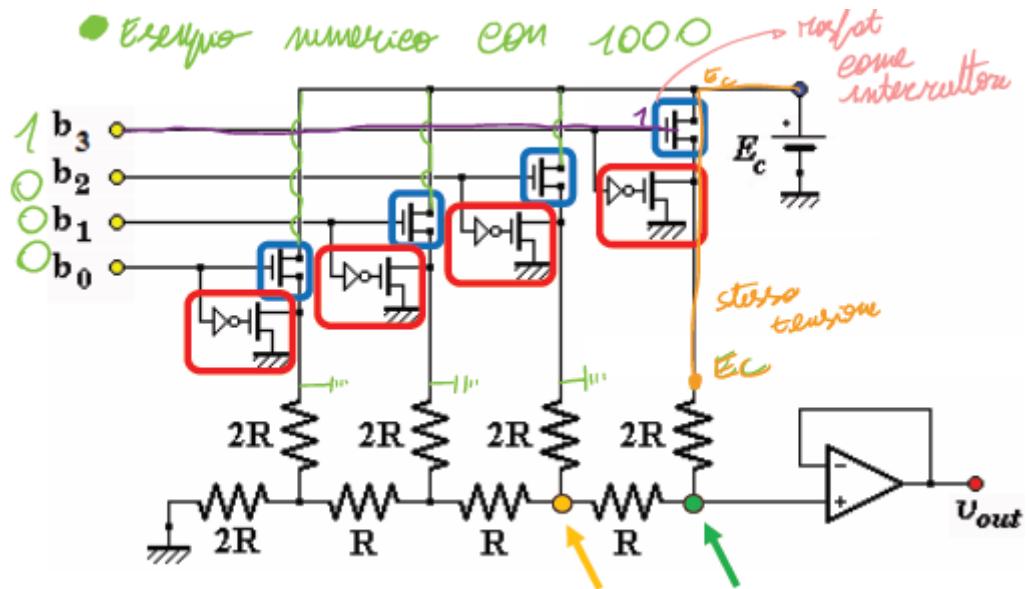
Ripetiamo il processo per i bit b_1 e b_0 , allora la tensione finale viene portata all'OpAmp in modalità inseguitore, che "ripulisce" la tensione di ingresso e la manda a v_{out} .

v_{out} potrà essere calcolata con la seguente formula:

$$v_{out} = \frac{E_c}{2^4} (2^3 b_3 + 2^2 b_2 + 2^1 b_1 + 2^0 b_0) \quad (9.6)$$

Nel caso di esempio di una parola di codice 1000:

⁸Slide della prof — SDME 3.Conversione AD e Convertitori - Parte III — pag 17
Appunti — 2025-03-28 — pag 10



In questo caso numerico 1000:

$$\begin{aligned}
 v_{out} &= \frac{E_c}{2^4} (2^3 b_3 + 2^2 b_2 + 2^1 b_1 + 2^0 b_0) \\
 &= \frac{E_c}{2^4} (2^3 \cdot 1 + 2^2 \cdot 0 + 2^1 \cdot 0 + 2^0 \cdot 0) \\
 &= \frac{E_c}{2^4} \cdot 2^3 \\
 &= \frac{E_c}{2} [V]
 \end{aligned} \tag{9.7}$$

9.3.2 Half- flash ADC - pro e contro

9

Come l'architettura Flash ADC, bisogna elencare i pro e i contro dell'architettura Half-flash ADC.

Il punto di forza è sicuramente la forte riduzione dei componenti fisici per realizzare l'half-flash.

Se consideriamo un ADC a 8 bit, per un flash-ADC a 8 bit sono necessari:

$$\begin{cases} 2^8 \text{ resistori} = 256 \text{ resistori} \\ 2^8 - 1 \text{ comparatori} = 255 \text{ comparatori} \end{cases} \quad (9.8)$$

Invece, realizzando un half-flash ADC con 2 flash-ADC, un flash-ADC a 4 bit ha bisogno di:

$$\begin{cases} 2^4 \text{ resistori} = 16 \text{ resistori} \\ 2^4 - 1 \text{ comparatori} = 15 \text{ comparatori} \end{cases} \quad (9.9)$$

Moltiplicando per due i componenti per un half-flash a 8 bit:

$$\begin{cases} 16 \text{ resistori} \cdot 2 = 32 \text{ resistori} \\ 15 \text{ comparatori} \cdot 2 = 30 \text{ comparatori} \end{cases} \quad (9.10)$$

Invece il punto a sfavore dell'architettura half-flash è quello dell'aumento del tempo di conversione, dovuto all'effetto dei due "passi" in successione, in modo seriale.

A causa di questa caratteristica, gli half-flash non sono indicati per applicazioni in tempo reale.

Il tempo di conversione è la somma di tutti questi tempi perchè le operazioni viste vanno eseguite in cascata.

Gli half-flash erano adatti per applicazioni che non richiedevano elevate frequenze di campionamento, essendo meno costosi dei flash ADC.

Il compromesso da scegliere è o avere una maggiore risoluzione o aspettare, quindi avere una velocità di conversione maggiore.

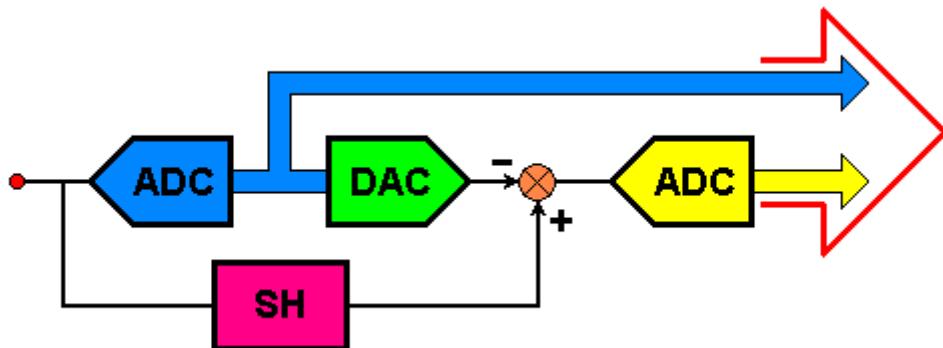
La scelta dell'architettura half-flash ADC va fatta se siamo disposti ad aspettare di più, rispetto agli ADC flash, a causa del maggior tempo di conversione, per avere in cambio una maggior risoluzione.

9.4 Two-stage pipelined flash Adc

10

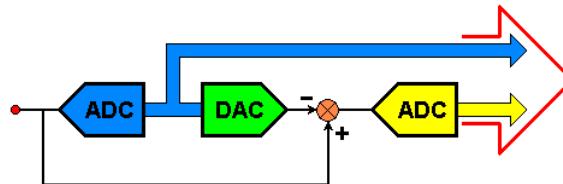
Con il miglioramento della tecnologia, si è riusciti ad aumentare la frequenza di lavoro degli half-flash ADC, introducendo i "pipelined".

Di seguito lo schema del two-stage pipelined flash ADC:



Rispetto alle architetture ADC viste precedentemente, cioè quella flash e quella half-flash, questo tipo di architettura è intermedia tra le due.

Rispetto all'architettura half-flash:



viene aggiunto un Sample and Hold (S & H) supplementare: così facendo, una volta che il primo ADC (quello in blu) ha convertito un primo campione, esso può essere comandato a prelevare il campione successivo senza dover aspettare che gli altri blocchi terminino le proprie operazioni.

I tempi, rispetto all'architettura half-flash, diminuiscono visto che la modalità pipelined rende il primo ADC asincrono rispetto al resto dei blocchi circuituali.

Idealmente il DAC è istantaneo, nella realtà ha bisogno di tempo per assestarsi sulla tensione che deve emettere.

È un'architettura quasi parallela, perlopiù rimane seriale.

Il pro di utilizzare questa architettura è l'aumento del throughput (cioè la frequenza con cui si possono fornire i dati in uscita, e quindi della frequenza di campionamento) grazie alla strategia "pipeline".

Il contro è l'aumento della complessità circuitale di uno o più S & H.

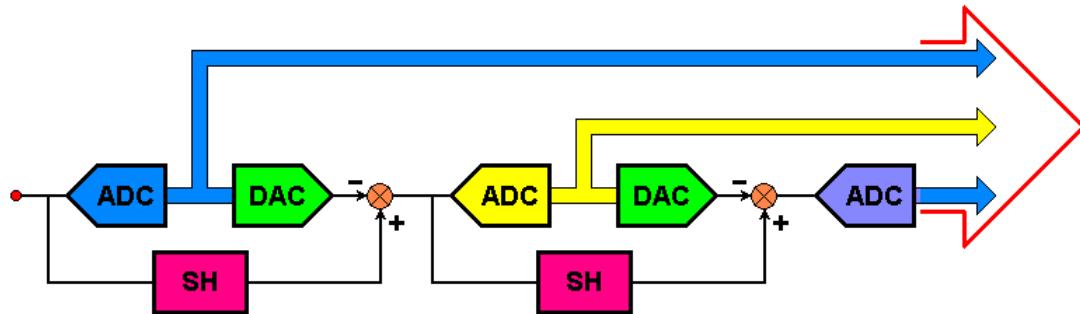
¹⁰Slide della prof — SDME 3.Conversione AD e Convertitori - Parte III — pag 20
Appunti — 2025-04-01 — pag 2 - 3

9.5 Multi-stage pipelined flash Adc

¹¹

Aggiungendo più stadi al two-stage pipelined flash ADC si possono aumentare il numero di bit di risoluzione, ma diventa più complicato il circuito.

Di seguito uno schema di un Multi-stage pipelined flash Adc:



In figura una configurazione pipelined a 12 bit con i seguenti componenti:

- 3 ADC a 4 bit
- 2 DAC
- 2 S & H

Rispetto al caso del two-stage pipelined flash ADC, bisogna aggiungere un altro S & H, quindi il tempo di Hold dell'S & H è molto importante.

I punti di questo tipo di architettura è l'ulteriore aumento del "throughput" rispetto all'architettura Two-stage pipelined flash Adc, e la riduzione di complessità rispetto a un flash ADC di uguale risoluzione.

Il contro è l'aumento del tempo di latenza a causa dei suoi tanti stadi di conversione.

Alche è consigliato questo tipo di architettura per applicazioni offline e non in tempo reale.

¹¹Slide della prof — SDME 3.Conversione AD e Convertitori - Parte III — pag 21
Appunti — 2025-04-01 — pag 3

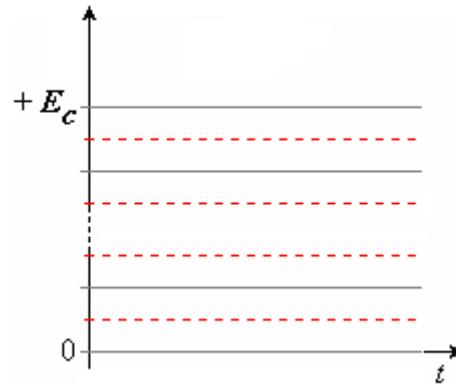
9.6 Convertitore a successive approssimazioni "SAR ADC"

12

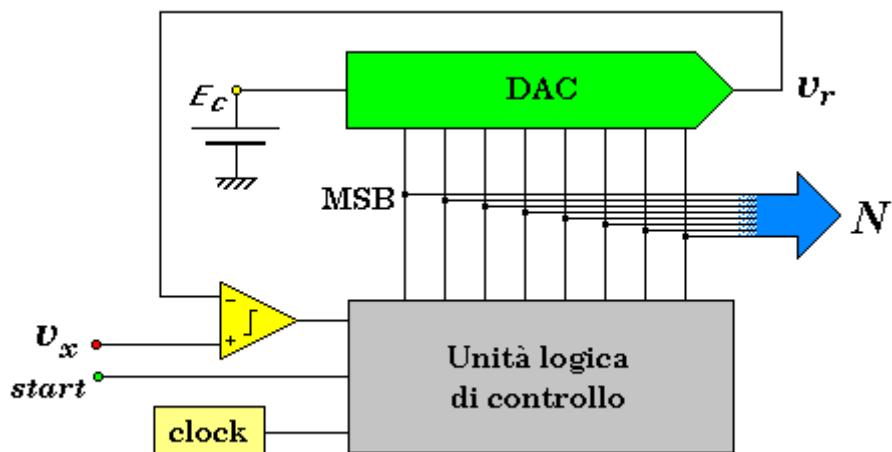
I convertitori a successive approssimazioni sono una famiglia di convertitori che segue un approccio opposto a quello visto finora.

Se nei flash avevamo tanti comparatori per confrontare la tensione in ingresso con tutte le frontiere tra gli intervalli di quantizzazione, nei SAR ADC è presente un unico comparatore che confronta in maniera ciclica la tensione da convertire.

Ipotizzando di avere un campo di misura unipolare come in figura:



che va da 0 a $+E_c$ volt, suddiviso in un certo numero di intervalli uguali, si può realizzare un convertitore ad approssimazioni successive ad 8 bit come in figura:



Un SAR ADC è composto dai seguenti elementi:

- un campione di fem che eroga una tensione E_c
- un convertitore D/A (quello colorato in verde) a 8 bit che eroga una tensione v_r
- un comparatore (quel triangolino in basso a sinistra della figura) che confronta la tensione generata dal DAC, cioè v_r con la tensione v_x che vogliamo convertire
- un'unità logica di controllo (o abbreviata con ULC) che ha la capacità di determinare il valore di ciascuna delle, in questo caso, 8 linee
- un clock che ha il compito di cadenzare lo svolgimento di un processo ciclico, che inizia quando viene mandato un segnale di start alla ULC

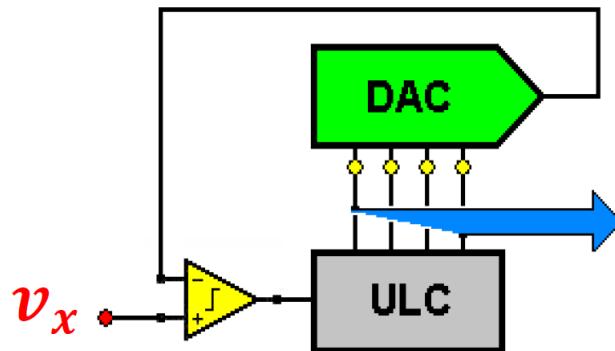
¹²Slide della prof — SDME 3.Conversione AD e Convertitori - Parte III — pag 23 - 24
Appunti — 2025-04-01 — pag 4

Il metodo del SAR ADC è un metodo iterativo, in cui, ogni colpo di clock, si porta il segnale nel DAC.

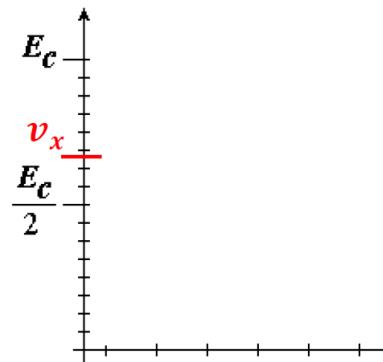
9.6.1 SAR ADC: funzionamento "ideale"

13

Per la spiegazione, consideriamo un convertitore SAR a 4 bit, quindi $2^4 = 16$ intervalli come in figura:

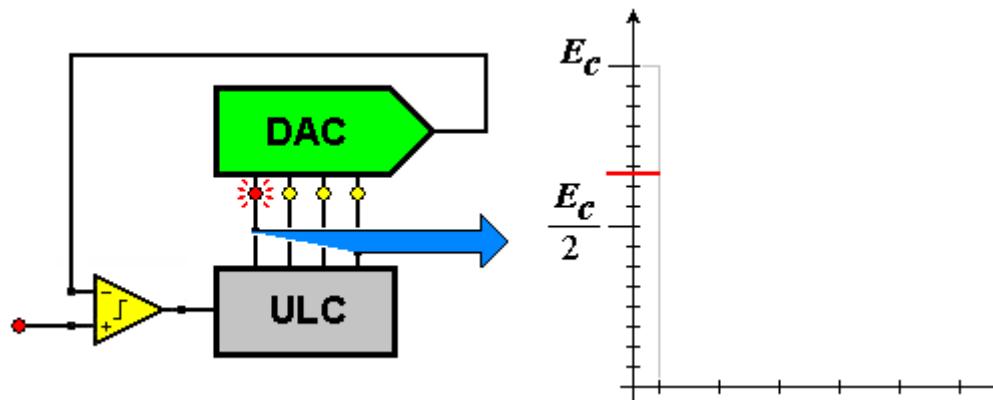


Supponiamo che la tensione v_x che deve essere convertita:



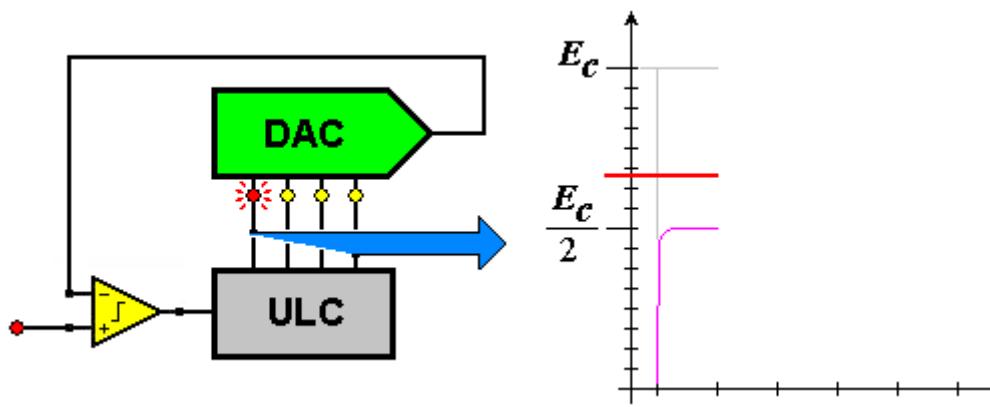
abbia il livello indicato in rosso, e cada dunque in quell'intervalle e sia superiore alla tensione $\frac{E_c}{2}$.

Quando si dà lo start (step molto importante che servirà anche nelle prossime architetture, perché il processo di conversione inizia dal segnale di start) il primo passo che l'ULC esegue consiste nel portare ad 1 il bit più significativo che è in ingresso al DAC come si vede in figura:

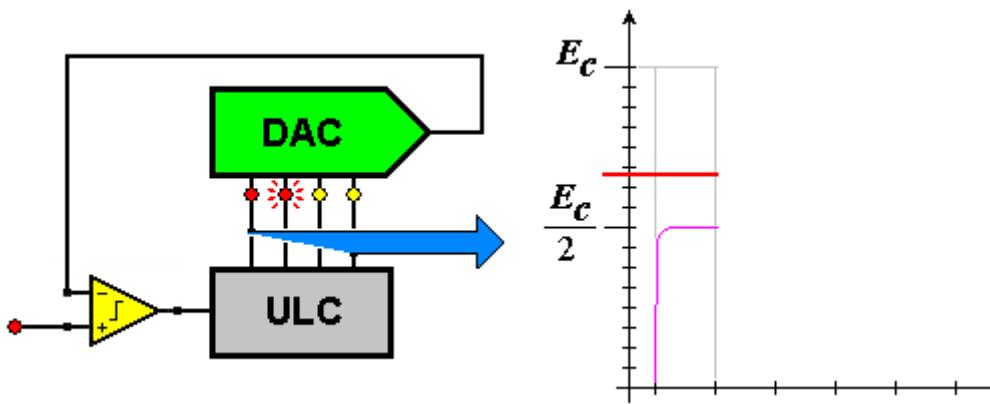


Il DAC "reagisce" a questa situazione portando in uscita una tensione che è metà della tensione di E_c che è al suo ingresso perché v_x è minore di E_c :

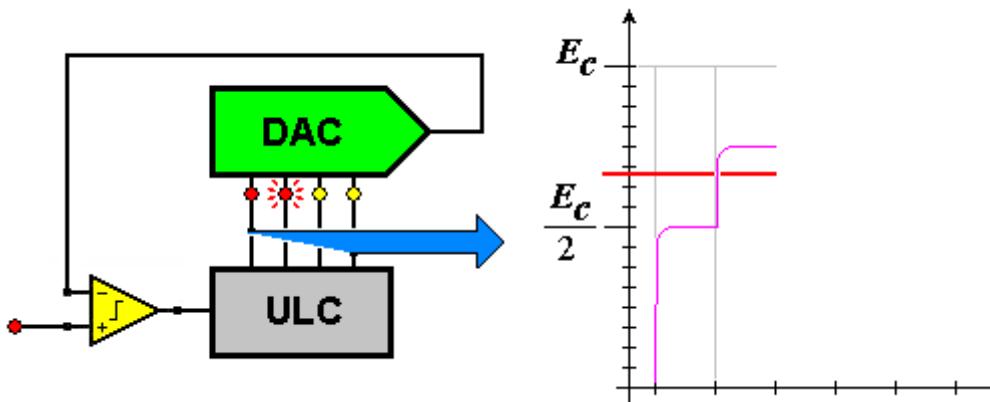
¹³Slide della prof — SDME 3.Conversione AD e Convertitori - Parte III — pag 25 - 29
Appunti — 2025-04-01 — pag 4 - 5



Il comparatore confronta la tensione v_x con il valore di uscita dal DAC: dal confronto, si vede che v_x è maggiore di $\frac{E_c}{2}$:

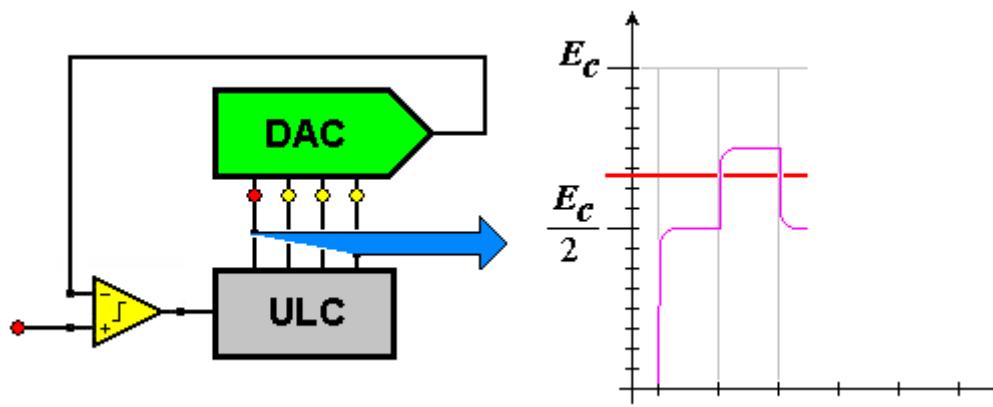


Quindi viene portato ad 1 anche il secondo ingresso del DAC e aumenta di $\frac{E_c}{4}$ la tensione di E_c :

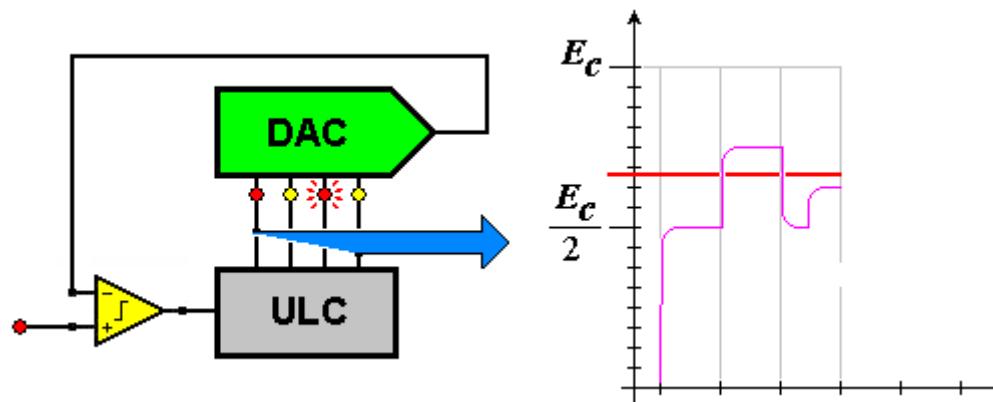


Ma la configurazione 1100 porta la tensione di uscita del DAC a $\frac{3}{4}E_c$ che è maggiore di v_x .

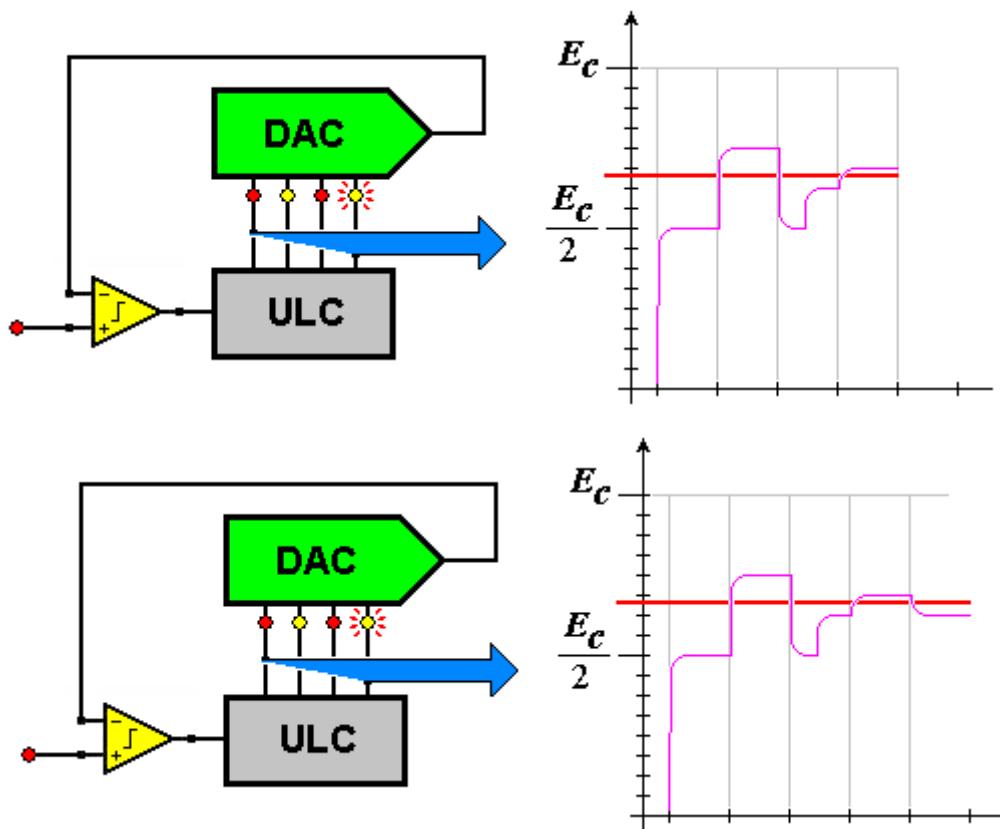
Allora, si spegne il secondo bit, si accende il terzo bit portando la tensione a $\frac{E_c}{2} + \frac{E_c}{8}$:



Si continua il processo che abbiamo indicato:



finché questi due casi si ripeteranno ciclicamente:

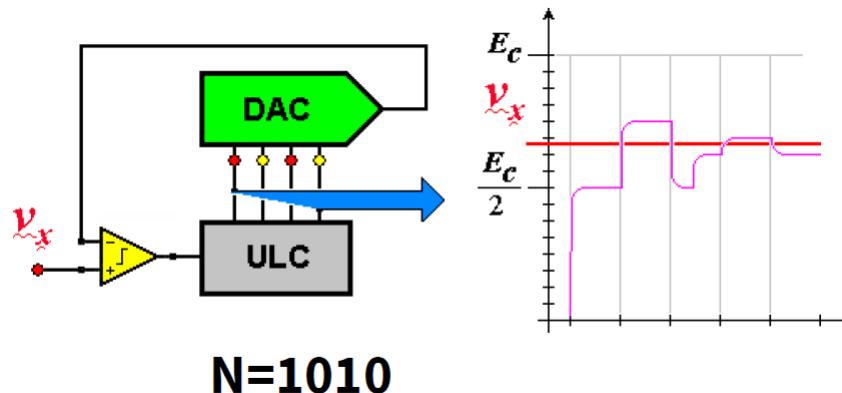


Quando la tensione dal DAC va sopra e sotto v_x , si dice che la tensione dal DAC si è stabilizzata.

Spetta poi all'ULC decidere come approssimare la tensione v_x .

Se starà sopra, si approssimerà v_x per eccesso, se starà sotto, si approssimerà v_x per difetto, quindi bisognerà scegliere se porre a 1 o a 0 il LSB.

La scelta



è una scelta possibile di v_x .

9.6.2 SAR ADC: pro e contro

¹⁴

Usando un solo comparatore e un DAC, con una tecnica ciclica di successive approssimazioni, si è individuato l'intervallo in cui si trova la tensione v_x , con una circuiteria relativamente semplice.

Il processo è ciclico, iterativo, e non si svolge in un solo colpo di clock come nel flash ADC: occorrono alcuni μs per convertire un certo numero di bit.

Quindi è molto più lento di un flash ma ha risoluzione più elevata e incertezza di quantizzazione molto più piccola.

Le applicazioni tipiche sono le registrazioni audio.

Le caratteristiche tipiche di un SAR ADC sono quelle di avere una risoluzione dai 16 ai 18 bit con una relativa lentezza di processione, circa 2 μs per un SAR ADC a 16 bit.

¹⁴Slide della prof — SDME 3.Conversione AD e Convertitori - Parte III — pag 30
Appunti — 2025-04-01 — pag 5

9.7 Cause di incertezza nei convertitori

¹⁵

In questa sezione si elencheranno le cause di incertezza nelle architetture dei convertitori ADC studiate.

Flash ADC

- Incertezza di quantizzazione, che affligge tutti i convertitori
- stabilità del campione di fem
- la stabilità dei valori nominali dei singoli resistori
- errori di linearità dovuta alla ripartizione dei valori di tensione tra i vari resistori
- offset dei comparatori, che affligge soprattutto le misure di tensioni piccole

Semi-flash ADC

- Incertezza di quantizzazione
- stabilità dei campioni di fem contenuti nei convertitori ADC
- errori di linearità del convertitore DAC
- stabilità del campione fem del DAC
- comportamento della giunzione che deve operare la differenza tra le tensioni

In genere, le ultime quattro cause, sono considerate trascurabili rispetto all'incertezza di quantizzazione, che è la principale causa di incertezza sia nei flash che negli Half-flash ADC.

SAR ADC

- Incertezza di quantizzazione
- stabilità del campione di fem, che diventa instabile se la temperatura non è nel range in cui è stato tarato il fem
- linearità del DAC
- offset e la sensibilità del comparatore

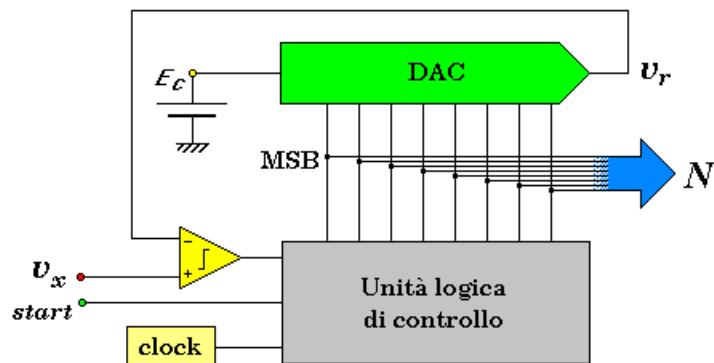
¹⁵Slide della prof — SDME 3.Conversione AD e Convertitori - Parte III — pag 31 - 32
Appunti — 2025-04-01 — pag 5

9.8 Convertitore ad inseguimento

16

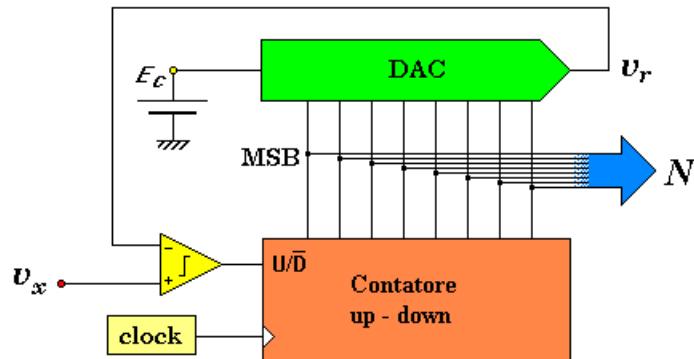
Un altro tipo di architettura di ADC è quella del convertitore ad inseguimento.

Partendo dall'architettura del SAR ADC:



si può considerare un'ulteriore famiglia di convertitori, cioè quelli ad inseguimento.

Sostituendo l'unità logica di controllo con un contatore up-down:



Ad ogni impulso di clock, il convertitore aggiorna il contatore, cioè il contenuto del suo registro, incrementandolo o decrementandolo di 1 dello stato della linea U/\bar{D} .

Il DAC ha in ingresso il valore totalizzato dal contatore.

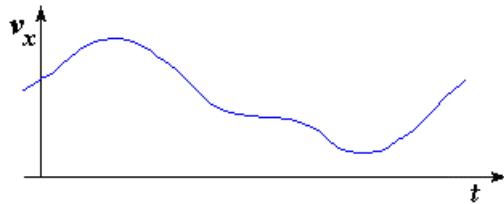
¹⁶Slide della prof — SDME 3.Conversione AD e Convertitori - Parte III — pag 33
Appunti — 2025-04-01 — pag 5 - 6

9.8.1 Principio di funzionamento

[17](#)

Vediamo cosa accade quando in ingresso a questo convertitore mettiamo una tensione non campionata da S & H, ma con andamento di tipo analogico.

La tensione v_x ha il seguente andamento:

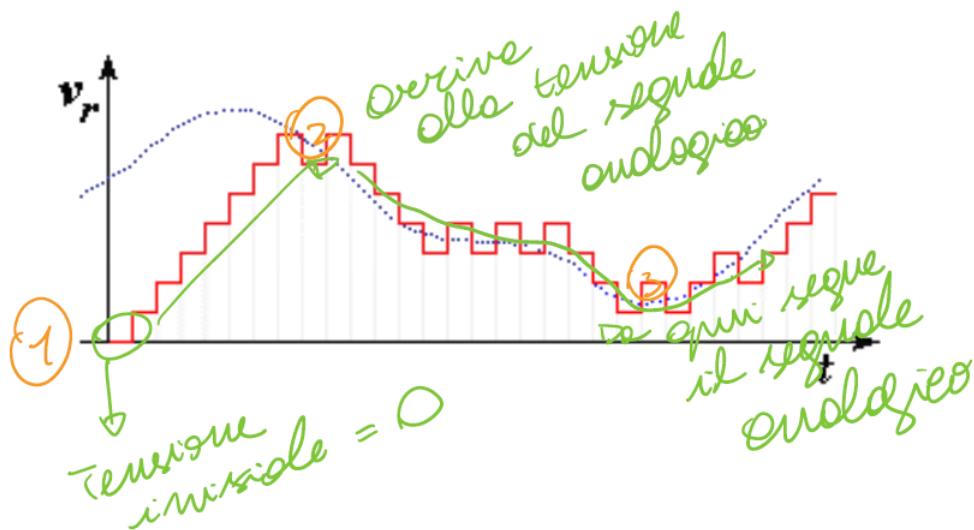


All'inizio il contatore ha uscita nulla, quindi il compratore che confronta la tensione che esce dal DAC con quella in ingresso v_x avrà sempre uscita a livello alto.

Il contatore continuerà ad incrementare il proprio valore in uscita di 1 unità ogni colpo di clock.

La tensione in uscita dal DAC sale con un andamento a gradinata, fino a che non incrocia il valore della tensione analogica.

Adesso che il segnale v_r si è agganciato a quello di v_x , v_r varia di +1 o -1 in base l'andamento del segnale v_x :



per questo motivo, nei convertitori ad inseguimento è consigliato un segnale analogico che non si modifica tanto in un breve periodo.

Il fatto di cambiare un solo bit alla volta, permette di avere una latenza estremamente bassa e una buona risoluzione perchè deriva dai SAR ADC.

La tecnica di alzare la frequenza di campionamento diventa strategica per ridurre il rumore di quantizzazione.

¹⁷Slide della prof — SDME 3.Conversione AD e Convertitori - Parte III — pag 34 - 35
Appunti — 2025-04-01 — pag 6 — 2025-04-02 — pag 2

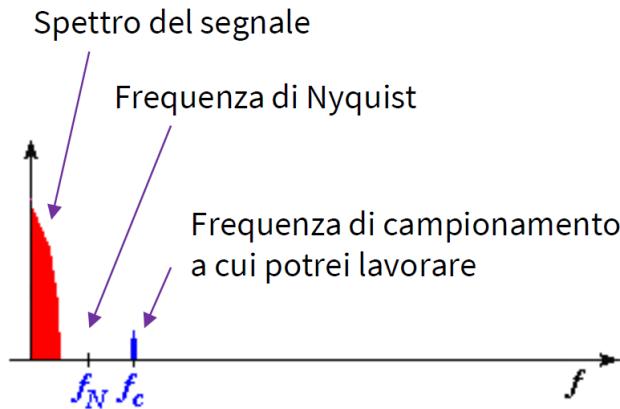
9.8.2 Filtro numerico BB

18

In un convertitore SAR convenzionale, il tempo di conversione è relativamente lungo.

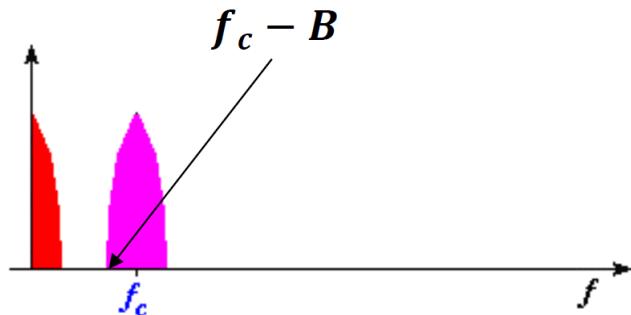
Quindi la frequenza di campionamento f_c non può essere molto elevata.

Come si vede dalla figura:



f_c sarà superiore alla frequenza di Nyquist f_N , ma non troppo alta.

Come abbiamo studiato a Teoria dei segnali con il mitico Chiaraluce, quando vado a campionare, ovvero si fa la convoluzione tra gli spettri, la prima replica dello spettro ha una frequenza minima pari a $f_c - B$:



Se si vuole ricostruire il segnale di banda base (BB) dal segnale campionato, eliminando le repliche, il filtro BB ha requisiti molto stringenti perché deve essere molto ripido:



Invece, se si campiona un segnale ad una frequenza f_c maggiore, ci sarebbe un "buco" in frequenza maggiore tra il segnale campionato (quello viola) e il segnale in BB (quello rosso).

¹⁸Slide della prof — SDME 3.Conversione AD e Convertitori - Parte III — pag 36

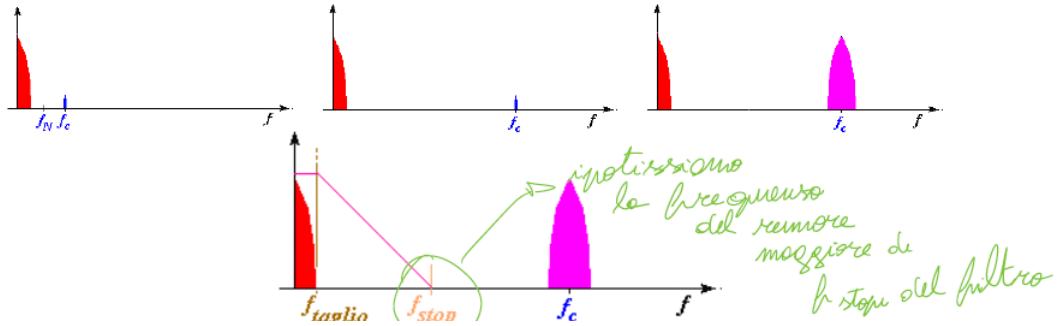
9.8.3 Filtro numerico BB con convertitore ad inseguimento

19

Invece, campionando con un convertitore ad inseguimento, la frequenza di campionamento f_c è nettamente più alta rispetto alla frequenza di Nyquist f_N , quindi c'è più spazio in frequenza tra la frequenza massima del segnale in BB e il segnale campionato.

Allora si può realizzare un filtro meno ripido rispetto al caso del SAR ADC.

Con le seguenti figure, si riassume quello che succede in frequenza con un convertitore ad inseguimento:



¹⁹Slide della prof — SDME 3.Conversione AD e Convertitori - Parte III — pag 37
Appunti — 2025-04-02 — pag 3

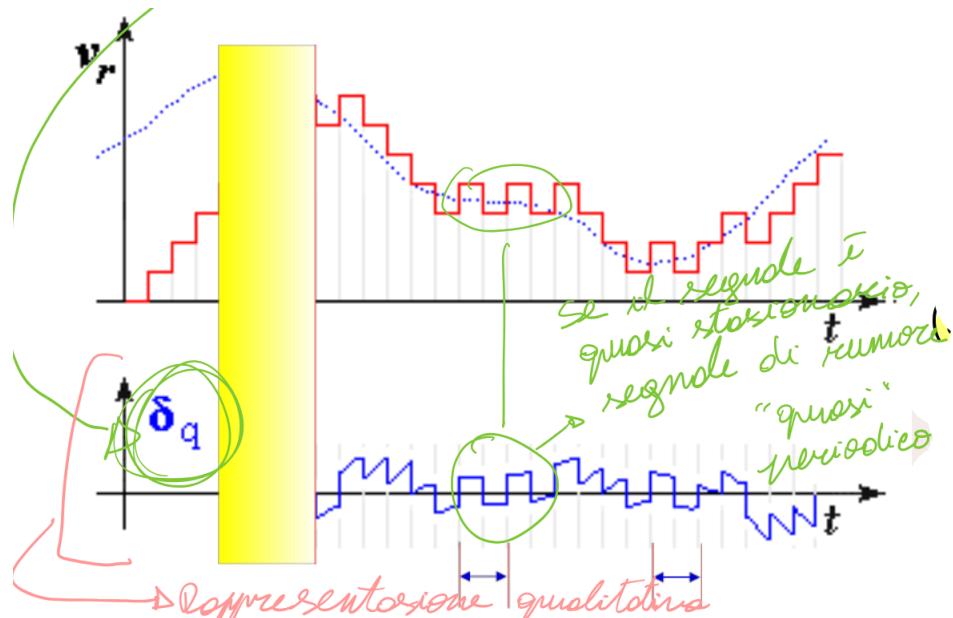
9.8.4 Rumore di quantizzazione

20

Per errore di quantizzazione si intende la differenza tra il valore della tensione da convertire (cioè il segnale reale) e il valore quantizzato che lo rappresenta.

Le considerazioni svolte saranno svolte quando il segnale campionato è arrivato a regime, trascurando il transitorio iniziale.

Considerano il segnale δq come il segnale di rumore:



cioè la differenza tra segnale quantizzato e reale, che possiamo chiamare anche come rumore di quantizzazione.

Che frequenza ha δq ?

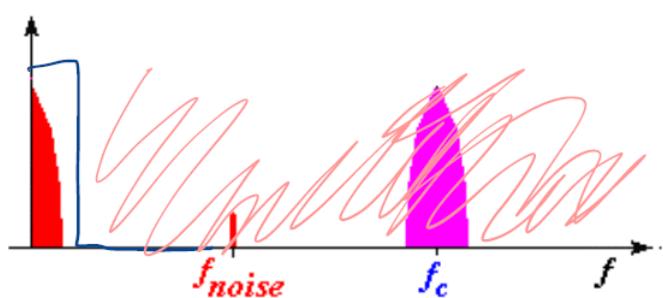
Il rumore di quantizzazione ha un periodo che non supera il doppio del periodo di campionamento: o è uguale al periodo di campionamento nel transitorio, o è uguale al doppio nei tratti di segnale a regime.

Vedendolo in frequenza, se il rumore di quantizzazione ha un periodo:

$$\begin{aligned} T_{noise} &\leq 2T_c \\ \downarrow \\ f_{noise} &\geq \frac{f_c}{2} \end{aligned} \tag{9.11}$$

Quindi si può inserire un filtro numerico in uscita all'ADC per attenuare il rumore di quantizzazione:

• componenti tolte



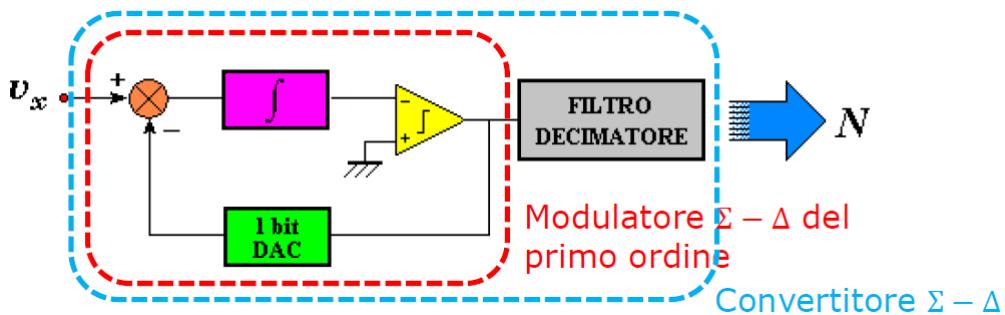
• Filtro
per
prendere
il segnale
utile

L'intensità del rumore di quantizzazione (o rumore di campionamento) non ha effetto, visto che lo si può filtrare, quindi si possono realizzare anche dei convertitori grossolani, in cui tale rumore non sia trascurabile, perché comunque lo si può filtrare: questo è il principio impiegato dai convertitori sigma-delta.

9.9 Sigma-Delta $\Sigma - \Delta$

21

Lo schema a blocchi di un convertitore Sigma-Delta:



Il blocco viola è un blocco integratore, che integra il residuo tra v_x e quello che esce dal DAC.

Il concetto di questo convertitore è quello di codificare la variazione che il segnale esibisce tra campioni consecutivi.

Come si vede dallo schema del Sigma-Delta, è presente un comparatore (triangolo giallo), ma sulla retroazione è presente un DAC ad un solo bit, quindi grossolano.

Il filtro decimatore (quello in grigio) ha il compito di eliminare il rumore di quantizzazione in uscita.

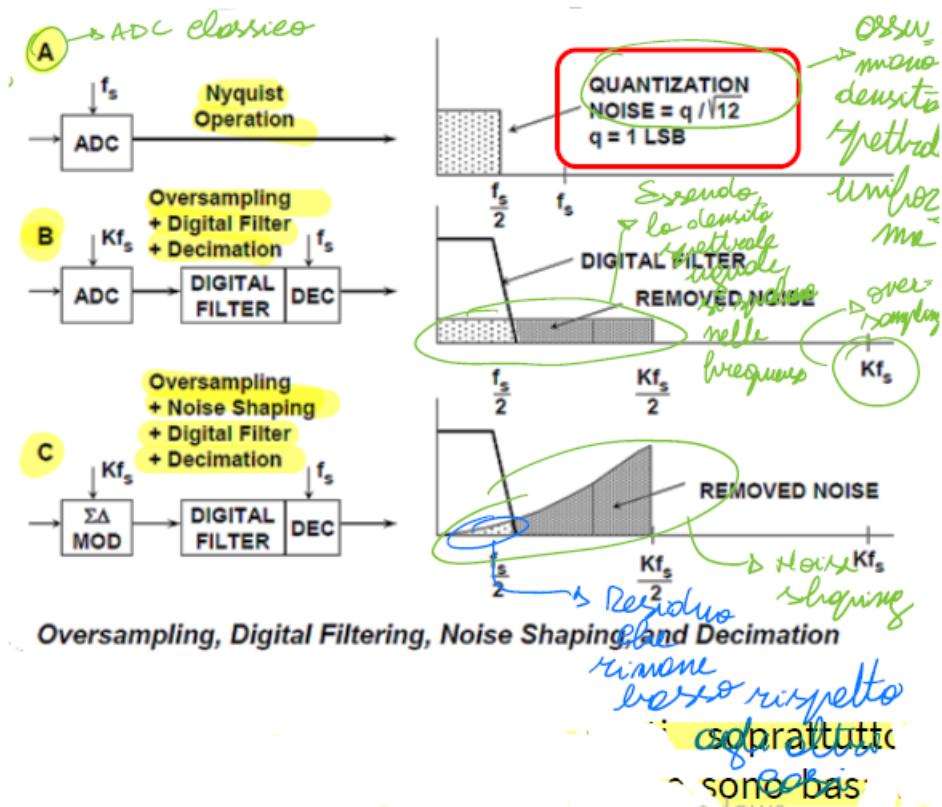
Con questa architettura, si possono avere frequenze di campionamento molto alte, risoluzioni elevate con prezzi contenuti.

I convertitori Sigma-Delta sono quelli più usati oggigiorno, in particolare nell'ambito delle telecomunicazioni.

Sono basati su uno schema di principio che prevede il ricorso alle operazioni di sovra-campionamento (oversampling), quantization noise shaping, filtraggio digitale e decimazione.

Possiamo visualizzare i diversi schemi di architetture rispetto al rumore in frequenza con questi casi:

²¹ Slide della prof — SDME 3. Conversione AD e Convertitori - Parte III — pag 40 - 41
Appunti — 2025-04-02 — pag 3 - 5



Il noise shaping è una tecnica che solo i circuiti digitali possono fare.

In pratica il noise shaping prende la densità spettrale del rumore e poi lo spalma in tutta la banda.

In commercio, si possono trovare convertitori che integrano il campionatore, cioè il Sample and Hold.

9.10 Limiti dei convertitori

22

Ogni convertitore è soggetto ad errori di conversione e limiti che derivano dalla quantizzazione della tensione: rumore elettrico, altre imperfezioni e non idealità dei componenti.

L'errore di quantizzazione può essere calcolato e limitato, ma mai del tutto eliminato.

Errori e limitazioni dovuti a non idealità sono propri di ogni specifico convertitore: una volta misurato l'errore, si può correggere l'effetto in seguito alla misura.

Un ADC, per ogni valore convertito, associa un errore limitato, pari a $\pm \frac{1}{2}$ LSB (Least Significant Bit).

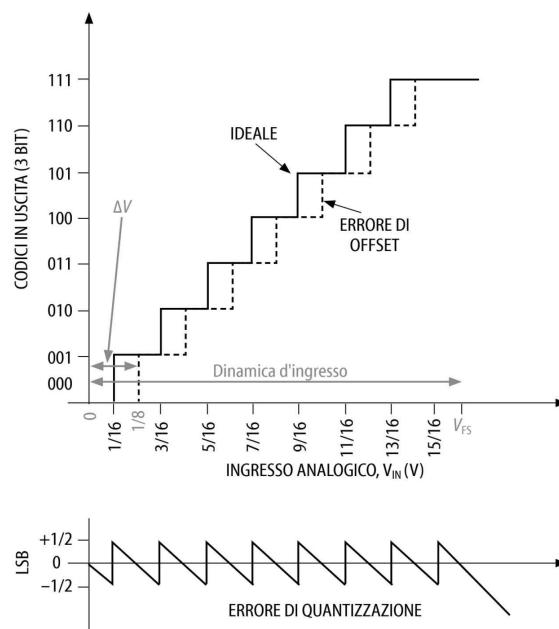
Lo scarto tra il valore d'ingresso e il valore digitalizzato presenta una distribuzione uniforme, perché si considera ogni valore equiprobabile in quell'intervallo, chiamato passo di quantizzazione, la cui larghezza è importante per definire l'incertezza di quantizzazione.

Il passo di quantizzazione dell'ADC è largo Δv sulla scala dei possibili valori di ingresso ed è largo una unità di conteggio o 1 LSB in numeri sulla scala dei valori digitali di uscita.

Oltre all'errore intrinseco di quantizzazione, un ADC presenta una caratteristica di conversione che differisce da quella ideale, dovuto principalmente da:

- errore di offset
- errore di guadagno
- errore di non linearità

Se si considera un ADC unipolare ideale, questa è la relazione tra ingresso analogico e i codici in uscita, e l'errore di quantizzazione:



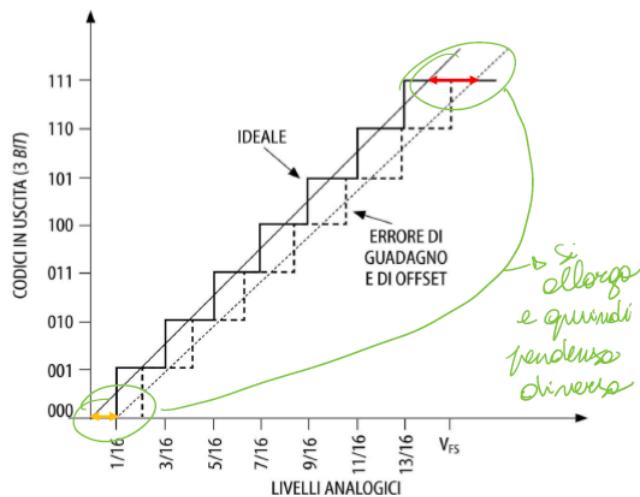
L'errore di offset è definito come uno spostamento comune a tutti i codici, delle transizioni rispetto ai valori ideali delle tensioni, nella corrispondente caratteristica ideale.

Ciò comporta una traslazione secondo la direzione dell'asse delle ascisse di tutta la caratteristica ideale: può essere rilevato e dunque compensato con una semplice misura di zero, cioè misurare l'ADC senza un segnale di ingresso e diminuendo il valore in uscita dopo questa misura.

²²Slide della prof — SDME 3.Conversione AD e Convertitori - Parte III — pag 43 - 47
Appunti — 2025-04-02 — pag 6 - 7

Invece, per l'errore di guadagno si intende una variazione della pendenza della caratteristica di trasferimento reale rispetto a quella ideale.

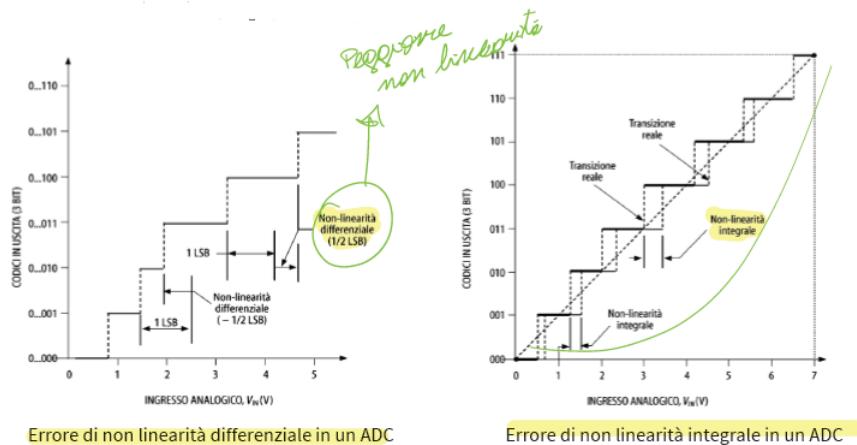
Si può notare il contributo dell'errore di guadagno in questa figura:



Anche questo tipo di errore può essere compensato, ma richiede una misura di taratura, e quindi un confronto con un sistema di misura più accurato.

Un altro problema citato dei convertitori è l'errore di non linearità, che si traduce in una larghezza reale del passo di quantizzazione che differisce da quella ideale.

Come si nota dalle seguenti figure:



la non linearità rende i passi non omogenei e non proporzionali.

9.11 Velocità, risoluzione, accuratezza

23

Per la maggior parte delle applicazioni, le due più importanti caratteristiche dei convertitori A/D sono la velocità e la risoluzione.

I parametri di interesse di un ADC sono:

- la massima frequenza di campionamento $f_{C,MAX}$ in $[\frac{Sa}{s}]$ (si legge Samples per second, cioè campioni ogni secondo) o [Hz]
- certe volte viene impiegato l'inverso della frequenza di campionamento, cioè il minimo periodo di campionamento $T_{C,MIN}$ che si misura in [s]
- la risoluzione, che dipende dallo strumento, generalmente la grandezza da misurare è la tensione quindi la risoluzione ΔV si misura in [V]
- l'accuratezza o incertezza di misura che denotiamo con $u(V)$ (dall'inglese uncertainty di V) misurata in [V]

Quando si va a scegliere un ADC disponibile nel mercato, la velocità dell'ADC si deve bilanciare con la risoluzione e bisogna trovare un giusto compromesso tra i due (come al solito in ingegneria, non puoi avere la moglie ubriaca e la botte piena).

La velocità massima da garantire è quella data dal teorema del campionamento.

La risoluzione di un metodo di misura o di uno strumento è, in genere, la capacità di distinguere o separare stati diversi del misurando, ovvero per un convertitore è il suo passo di quantizzazione.

In questo corso, le misure saranno sempre riportate in tensione

Riferendosi alla tensione, si parla di risoluzione (dimensionale) ΔV [V] e di risoluzione adimensionale δ .

La dinamica di misura (o dinamica analogica) o dinamica di ingresso di un ADC (viene indicata con la lettera D), è l'intervallo di valori di tensione analogica che il convertitore riesce a trasformare correttamente in valori numerici.

La dinamica di uscita di un ADC è l'insieme dei valori numerici possibili in uscita da un convertitore A/D.

L'ADC quantizza l'uscita digitale su N diversi valori numerici che sono solitamente contati con i numeri interi da 0 a N-1.

Se la conversione A/D avviene con uscita codificata a n bit, allora:

$$\begin{aligned} N &= 2^n \\ &\uparrow \\ n &= \log_2 N \end{aligned} \tag{9.12}$$

Se l'ADC o lo strumento è lineare e opera su una dinamica D con N livelli di discretizzazione, la risoluzione dimensione ΔV è:

$$\Delta V = \frac{D}{N} \tag{9.13}$$

²³Slide della prof — SDME 3.Conversione AD e Convertitori - Parte III — pag 48 - 50
Appunti — 2025-04-02 — pag 8 — 2025-04-04 — pag 2

Per alcuni strumenti di misura o per quegli ADC con dinamica esclusivamente unipolare, il termine dinamica D è a volte sostituito da portata P dello strumento.

Nei casi unipolari:

$$\begin{aligned} D &= P \\ \downarrow \\ \Delta V &= \frac{P}{N} \end{aligned} \tag{9.14}$$

Nei casi bipolari:

$$\begin{aligned} D &= 2P \\ \downarrow \\ \Delta V &= \frac{2P}{N} \end{aligned} \tag{9.15}$$

La risoluzione adimensionale è definita analiticamente come il reciproco del numero di livelli digitali o di quantizzazione:

$$\delta = \frac{1}{N} \tag{9.16}$$

Spesso la risoluzione adimensionale è espressa anche come numero di bit n o come numero di cifre decimali M corrispondenti al numero di livelli di quantizzazione che il convertitore mette a disposizione, per cui si ha:

$$\begin{aligned} n &= \delta_{(bit)} = \log_2 N \\ M &= \delta_{(cifre)} = \log_{10} N \end{aligned} \tag{9.17}$$

Quando le formule precedenti non forniscono un valore intero, si usa esprimere $\delta_{(bit)}$ alla prima cifra decimale, mentre $\delta_{(cifre)}$ si usa il valore approssimato al quarto di unità o alla mezza cifra decimale.

Affermare che un convertitore A/D ha M e $\frac{1}{2}$ cifre decimali è solamente indicativo del numero N di livelli: conoscendo M e $\frac{1}{2}$ cifre, si può solo inferire un intervallo di possibili valori per i livelli, ovvero:

$$10^M < N < 10^{M+1} \tag{9.18}$$

Un'altra regola aurea è leggere attentamente i datasheet degli strumenti e dei componenti, in modo da capire meglio come si comporta l'oggetto e i suoi parametri

9.12 Numero di cifre nei display dei DMM

24

Maggiore è il numero di digit del display di un DMM (Digital MultiMeter) e maggiore è la risoluzione.

La mezza cifra può essere solo 0 o 1.

Ad esempio, dato questo multimetro da banco:



Di seguito una tabelle di cifre presenti negli DMM:

3 ½ digit	+/- 1999
4 ½ digit	+/- 19999
5 ½ digit	+/- 199999
6 ½ digit	+/- 1999999

Tipicamente, se un DMM ha più di $4\frac{1}{2}$ digit, è uno strumento da banco.

²⁴Slide della prof — SDME 3.Conversione AD e Convertitori - Parte III — pag 51
Appunti — 2025-04-04 — pag 3

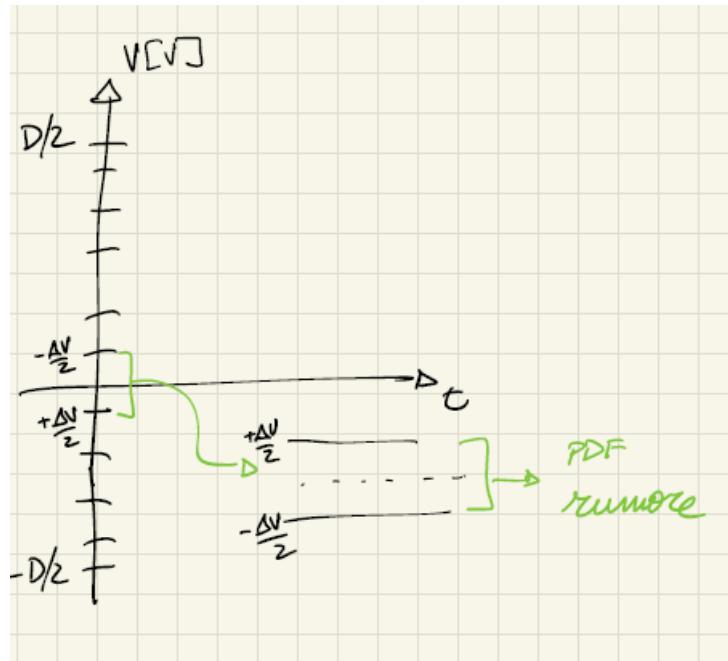
9.13 Bit equivalenti - caso ideale

25

Consideriamo un convertitore A/D ideale a n bit e dinamica di ingresso D bipolare, estesa dunque ad un intervallo di valori possibili tra $-D/2$ e $+D/2$ per la tensione di ingresso.

Consideriamo un generico valore analogico di tensione $s(t)$ in ingresso all'ADC di valore non noto a priori.

Esso è descrivibile come un processo aleatorio con distribuzione di probabilità delle ampiezze uniforme nell'intervallo $[-\frac{D}{2}, +\frac{D}{2}]$ come si può vedere in figura:



I calcoli svolti, quindi l'integrale del calcolo della varianza, sono omessi, ma sono gli stessi fatti a inizio corso considerando l'intervallo $[-\frac{D}{2}, +\frac{D}{2}]$

Pertanto, all'intervallo $[-\frac{D}{2}, +\frac{D}{2}]$, è associata una varianza pari a:

$$\sigma_S^2 = \frac{D^2}{12} \quad (9.19)$$

Essendo l'ADC ideale, esso opera una conversione A/D a n bit, affetta dal solo errore di quantizzazione.

Il passo di quantizzazione ha ampiezza:

$$\Delta V = \frac{D}{N} = \frac{D}{2^n} \quad (9.20)$$

La varianza dell'errore di quantizzazione si può esprimere come:

²⁵Slide della prof — SDME 3.Conversione AD e Convertitori - Parte III — pag 52
Appunti — 2025-04-04 — pag 3 - 4

$$\begin{aligned}
 \sigma_q^2 &= \frac{\Delta V^2}{12} \\
 &= \frac{1}{12} \left(\frac{D}{2^n} \right)^2 \\
 &= \frac{D^2}{12} \left(\frac{1}{2^n} \right)^2
 \end{aligned} \tag{9.21}$$

ovvero:

$$\sigma_q^2 = \frac{\delta_s^2}{2^{2n}} \tag{9.22}$$

Quindi, nel caso di un convertitore ideale, il numero di bit n si può esprimere come il rapporto di due varianze, che sono rispettivamente proporzionali alla potenza del segnale S e alla potenza del solo rumore di quantizzazione $N_q = N$, ovvero:

$$2^{2n} = \frac{\sigma_S^2}{\sigma_q^2} = \frac{S}{N_q} = SNR_{ideale} \tag{9.23}$$

9.14 Bit equivalenti - caso reale

²⁶

Considerando un convertitore reale a n bit, esso avrà più contributi di rumore, oltre a quello di quantizzazione del caso ideale.

Rispetto al caso ideale, questa volta non indichiamo il modello, ma grazie al teorema del limite centrale (studiato nel corso di Teoria dei segnali), si può esprimere che per un fenomeno non ideale, la distribuzione di probabilità sarà di tipo gaussiano.

Si definisce numero di bit equivalenti di un convertitore reale, il numero di bit di un convertitore ideale in cui il rumore di sola quantizzazione è pari a quello complessivamente riscontrato nella conversione A/D:

$$n_e = \frac{1}{2} \log_2 \left(\frac{\sigma_S^2}{\sigma_{q,e}^2} \right) = \frac{1}{2} \log_2 \left(\frac{\sigma_S^2}{\sigma_{N,A/D}^2} \right) \quad (9.24)$$

e ne risulta che:

$$n_e < n \quad (9.25)$$

²⁶Slide della prof — SDME 3. Conversione AD e Convertitori - Parte III — pag 53
Appunti — 2025-04-04 — pag 5 — 2025-06-23 — pag 1, 3

9.15 Bit equivalenti (ENOB)

²⁷

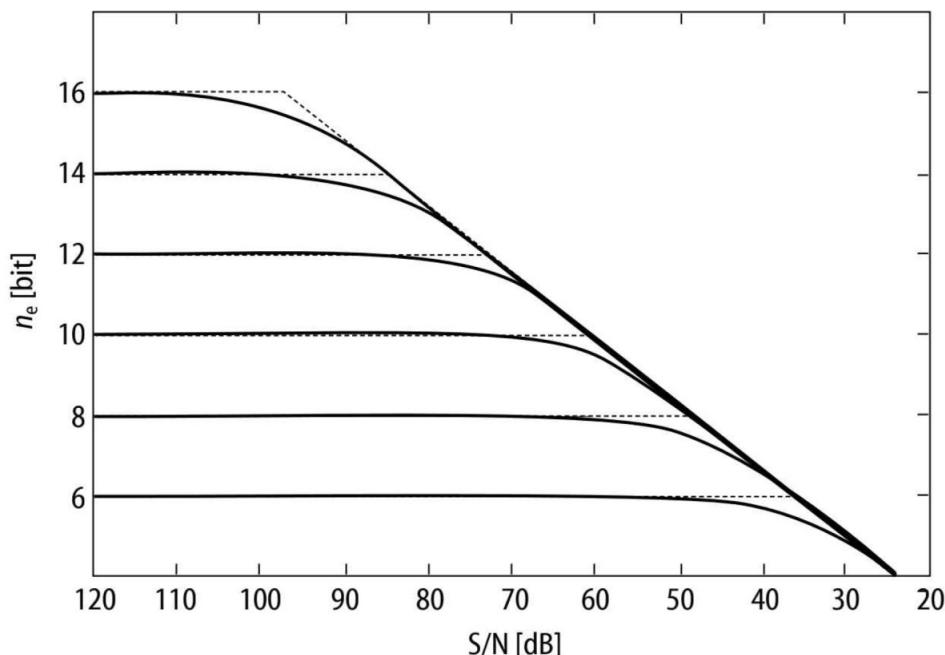
Da:

$$n_e < n \quad (9.26)$$

risulta che un convertitore a n bit può perdere un certo numero di bit di accuratezza a causa delle non idealità e dei rumori presenti.

Quindi, oltre ad avere un ADC di qualità con n bit elevati, una grande precauzione è quella di avere un segnale privo o con poco rumore, perché diminuiranno le presetazioni dell'ADC.

Come ci dimostra il seguente grafico in cui mettere in relazione la SNR di un segnale dato in un ingresso ad un ADC:



più SNR peggiora, minore saranno i bit di conversione dell'ADC.

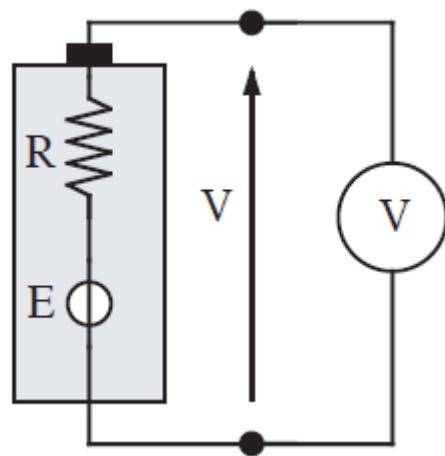
Per un SNR che diminuisce (nella figura ci spostiamo a destra) di 6 dB (fattore 4), si perde 1 bit di conversione.

Dall'inglese, n_e prende il nome di ENOB: Equivalent Number of Bits.

²⁷Slide della prof — SDME 3.Conversione AD e Convertitori - Parte III — pag 54 - 56
Appunti — 2025-04-04 — pag 5

Capitolo 10

Effetti di inserzione degli strumenti: autoconsumi



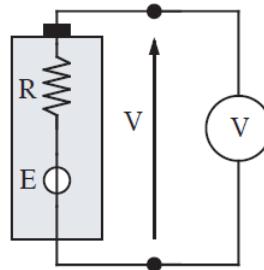
10.1 Inserzione di uno strumento di misura e l'autoconsumo

1

L'inserzione di uno strumento di misura comporta sempre una alterazione delle condizioni del circuito, per cui la grandezza sotto misura non è più esattamente quella preesistente.

L'entità di questa perturbazione deve essere oggetto di attento esame.

Si consideri, ad esempio, il caso della misura della forza elettromotrice di una pila:



In certe condizioni, l'inserimento del voltmetro può modificare la tensione ai morsetti, che risulta:

$$V = E \frac{r}{R + r} \quad (10.1)$$

Considerazioni analoghe possono essere svolte per la misura di una corrente.

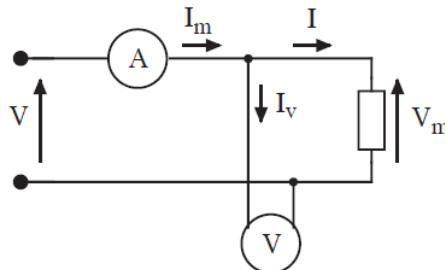
¹Slide della prof — SDME Autoconsumi — pag 2
Appunti — 2025-04-08 — pag 11

10.1.1 Voltmetro a valle

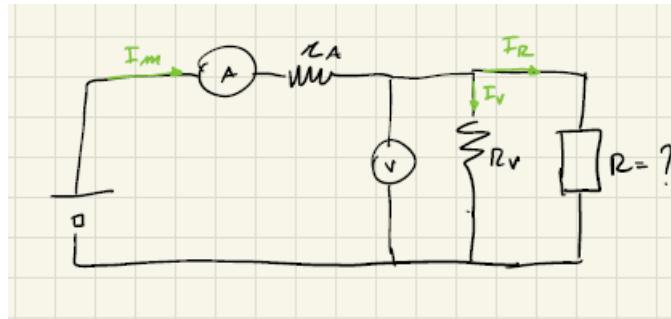
²

Quando il risultato di una misura dipende dalle indicazioni di due strumenti, è necessario considerare gli errori sistematici connessi con il metodo di misura scelto.

A titolo di esempio, si faccia riferimento allo schema che rappresenta uno dei metodi utilizzabili per determinare la resistenza di un bipolo passivo, cioè una misura di resistenza con voltmetro a valle:



Visualizzando i resistori dell'amperometro e del voltmetro:



Mentre il voltmetro misura la stessa tensione applicata al bipolo perchè sono in parallelo, per questo ultimo motivo l'amperometro misura una corrente che è la somma di quella assorbita dal bipolo e di quella richiesta dal voltmetro.

Di conseguenza, il rapporto $\frac{V_m}{I_m}$ non rappresenta esattamente il valore di R della grandezza incognita.

Facendo i conti:

$$\begin{aligned}
 R_m &= \frac{V_m}{I_m} \\
 &= \frac{V_m}{I + I_v} \\
 &= \frac{V_m}{I + \frac{V_m}{R_V}} < \frac{V_m}{I} = R
 \end{aligned} \tag{10.2}$$

Il metodo usato comporta quindi un errore sistematico in diminuzione, attribuibile all'autoconsumo del voltmetro.

Si può assumere:

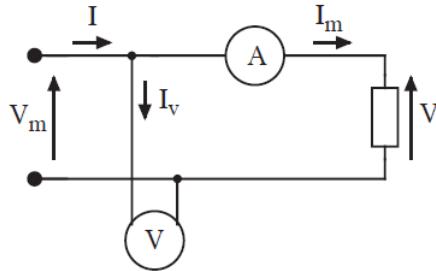
²Slide della prof — SDME Autoconsumi — pag 3
Appunti — 2025-04-08 — pag 12 - 16

$$\begin{array}{c} R_m = R \\ \uparrow \\ R_v \rightarrow \infty \end{array} \quad (10.3)$$

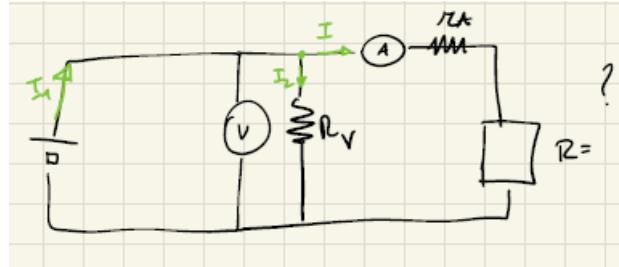
10.1.2 Voltmetro a monte

3

Svolgendo una misura di resistenza con voltmetro a monte come nel caso in figura:



Visualizzando i resistori dell'amperometro e del voltmetro:



Il rapporto $\frac{V_m}{I_m}$ fornisce un valore R_m in eccesso rispetto a R .

Facendo i conti:

$$\begin{aligned} R_m &= \frac{V_m}{I_m} \\ &= \frac{V + r_a I_m}{I_m} > \frac{V}{I_m} = R \end{aligned} \tag{10.4}$$

In questo caso, è l'amperometro che misura esattamente la corrente che circola nel bipolo, mentre il voltmetro misura una tensione che è la somma di quella dei morsetti del bipolo aumentata della caduta di tensione ai morsetti dell'amperometro.

Il metodo usato comporta un errore sistematico in aumento.

Si può assumere:

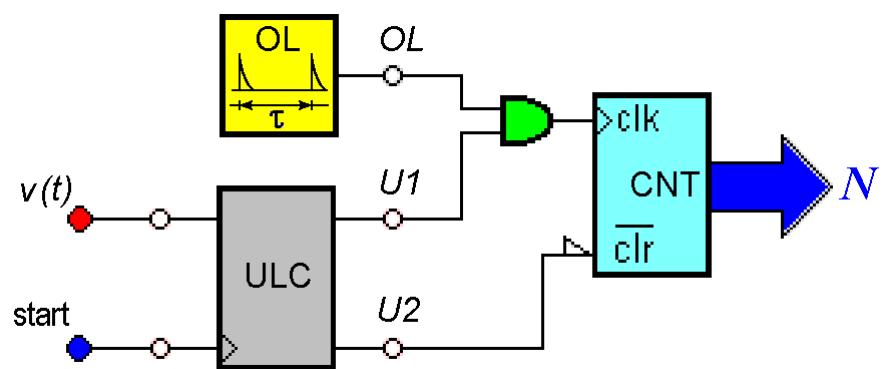
$$\begin{aligned} R_m &= R \\ &\Updownarrow \\ r_a &<< R \end{aligned} \tag{10.5}$$

Trattandosi di errori di tipo sistematico, sia la misura in resistenza con voltmetro a monte che a valle, conoscendo le caratteristiche di autoconsumo degli strumenti, cioè la resistenza del voltmetro e dell'amperometro, è possibile correggere i risultati della misura finale.

³Slide della prof — SDME Autoconsumi — pag 4
Appunti — 2025-04-08 — pag 12 - 16

Capitolo 11

Strumenti numerici indicatori - parte I

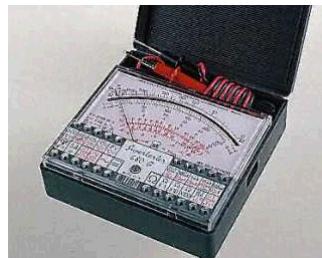


11.1 Pregi della misura numerica

1

Per misurazione numerica si intende quel processo di misura in cui alla fine si ha un numero.

Prima dell'avvento del digitale, nel nostro ambito degli strumenti digitali, quindi delle misurazioni numeriche, si utilizzavano gli strumenti analogici come il seguente:



che, in base alla bravura dell'operatore, erano possibili definire delle misure attendibili.

Sono due i principali pregi della misurazione numerica:

- facilità di lettura
- possibilità di elaborazione

Per facilità di lettura si intende che uno strumento fornisce il valore della misurazione in forma numerica , così da essere più agevole e leggibile rispetto ad uno strumento analogico.

Basta notare la misurazione di tensione da un voltmetro digitale:



Per possibilità di elaborazione si intende che gli strumenti numerici possono utilizzare il microprocessore per eseguire elaborazioni anche complesse sul segnale misurato, e possono registrare le informazioni su supporti digitali, come il caso dei moderni oscilloscopi digitali:



¹Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte I — pag 2
Appunti — 2025-04-11 — pag 2

11.2 Limiti della misura numerica

²

Il misurando è solitamente una grandezza che varia in modo continuo, mentre il processo di misurazione numerica fornisce un valore che è costituito da un numero "intero": questo processo prende il nome di quantizzazione, che è dovuto dalla natura dello strumento di misura digitale, quindi discretizzato.

Il parametro misurato dallo strumento di misura digitale è espresso come somma di elementi indivisibili, cioè i quanti, e ciò determina una inevitabile perdita di informazione.

Facendo la quantizzazione, quindi la discretizzazione, del segnale non si potrà ritornare indietro al segnale analogico originale che contiene infiniti valori.

Il massimo che si può fare è aumentare i quanti, cioè aumentare il contatore, quindi la dimensione del registro dello strumento di misura.

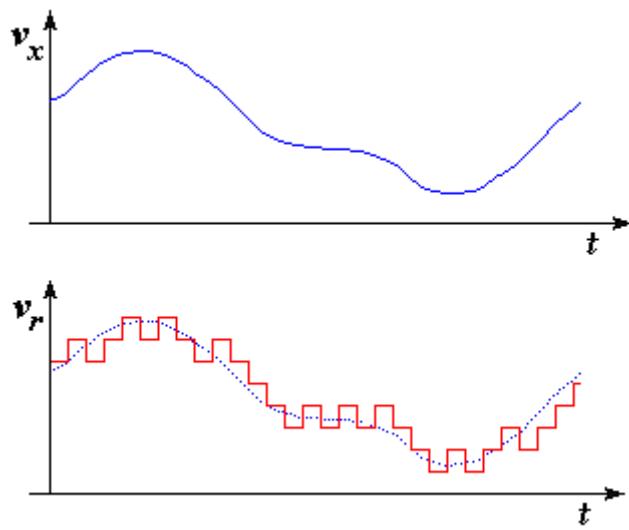
²Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte I — pag 3
Appunti — 2025-04-11 — pag 2 - 3

11.2.1 Incertezza di quantizzazione

³

Per ridurre la perdita di informazione dovuta alla quantizzazione, si devono usare quanti più piccoli.

Facendo un confronto tra segnale analogico e digitale:



Il segnale in rosso è quello quantizzato: se i quanti diventassero infiniti, il segnale rosso e quello analogico si sovrapporrebbero.

³Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte I — pag 4
Appunti — 2025-04-11 — pag 3

11.3 Dimensione dei quanti e capacità del contatore

4

Consideriamo un esempio di due tester che hanno la stessa portata, ma quanti di dimensione differente:



In questo esempio, i due voltmetri misurano lo stesso misurando, ma quello a sinistra presenta 600 quanti, ogni quanto misura 1 volt, nel contatore è presente il numero 600, quindi sarà necessario almeno un registro a 10 bit.

Invece il voltmetro a destra ha 6002 quanti, in cui ogni quanto misura 0.1 volt, nel registro è presente il numero 6002, quindi un registro grande almeno 13.

Di seguito una tabella che indica la grandezza del registro in bit e il numero di quanti che può contenere:

Contatori binari

8 bit : max 255

9 bit : max 511

10 bit : max 1 023

12 bit : max 4 095

13 bit : max 8 191

14 bit : max 16 383

Essendo degli strumenti di misura, gli ADC sono presenti negli strumenti digitali.

Nelle architetture degli strumenti, ADC e contatore devono lavorare insieme, a "braccetto", allo stesso tempo e in sincronia.

⁴Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte I — pag 5
Appunti — 2025-04-11 — pag 3 - 4

11.4 Parte I: Intervallometro e periodometro

⁵

Parlando di contatori e ADC, per lavorare insieme allo stesso tempo è necessario intervallare il tempo in modo costante.

Per questo sono utili, in uno strumento di misura, l'intervallometro e periodometro.

Essendo presenti in uno strumento numerico, si considerano intervallometro e periodometro numerici.

L'intervallometro numerico è quello strumento per la misura di arbitrari intervalli di tempo.

Il periodometro numerico è quello strumento che misura anch'esso la durata di un intervallo di tempo, ma, in particolare, la durata del periodo di un segnale ripetitivo, cioè periodico.

Con l'aggiunta di un trigger in ingresso, si può ottenere un periodometro da un intervallometro.

Andando nello specifico, con l'intervallometro si misura la durata del T_{on} di un segnale elettrico "binario", cioè per quanto tempo il segnale resta a livello alto.

Considerando un segnale qualsiasi, anche analogico, con un intervallometro si misura la durata tra $t_2 - t_1$ di un intervallo che separa due eventi riconosciuti da un circuito di trigger.

Generalmente, la durata $t_2 - t_1$ viene scelta da noi

Con il circuito di trigger si potrà costruire un segnale di servizio che abbia un T_{on} pari alla durata dell'intervallo che va da t_1 a t_2 che vogliamo misura.

Il segnale di trigger non sarà soggetto di misura, è solo di servizio.

Invece con il periodometro si può misurare il periodo T di un segnale elettrico analogico e periodico.

Un segnale si definisce periodico se:

$$g(t) = g(t - nT) \forall t \in \mathbb{R}, \forall n \in \mathbb{Z} \quad (11.1)$$

⁵Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte I — pag 6 - 7
Appunti — 2025-04-11 — pag 4 - 5

Ora è il momento delle famose slide in cui non c'è scritto nulla e bisogna spiegare tutto quello che si è preso come appunti a lezione.

Queste architetture, come altre, verranno richieste in dettaglio all'esame.

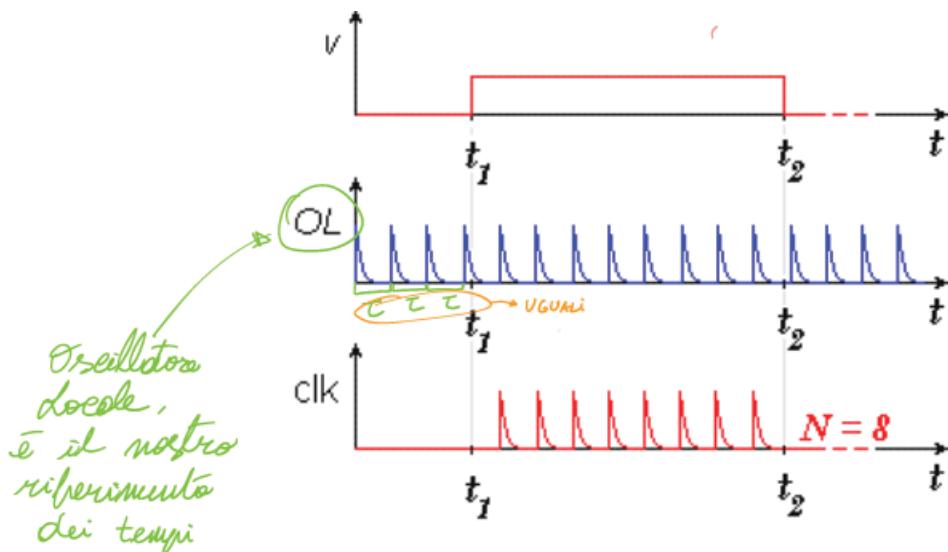
11.5 Intervalometro: principio di misurazione

6

Come si fa a misurare la durata di un intervallo di tempo?

L'intervallo di tempo deve essere costante.

Considerando i grafici di start della misura, oscillatore locale OL, e quello del clock clk:



si può notare che nell'intervallo $[t_1, t_2]$ si rivelano N impulsi, generati da un campione di tempo, distanziati di un periodo τ .

Allora, la durata dell'intervallo è data da:

$$t_2 - t_1 = N\tau \quad (11.2)$$

Da questa formula, si deduce che il tempo misurato è razionale.

Per contare quanti N impulsi sono stati emessi dall'OL è necessario un contatore, quindi un registro.

Inoltre, come si può notare dalle figure, non si può misurare sotto al tempo di τ .

L'OL riesce a generare impulsi costanti nel tempo grazie alle proprietà di alcuni circuiti e materiali (che non andremo ad analizzare in questo corso), in particolare alla proprietà piezoelettrica del quarzo.

⁶Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte I — pag 8
Appunti — 2025-04-11 — pag 5 - 7

Fun fact successo a lezione.

La prof dice: "Se tu dai un cazzotto forte al quarzo, lui genera un segnale costante nel tempo".

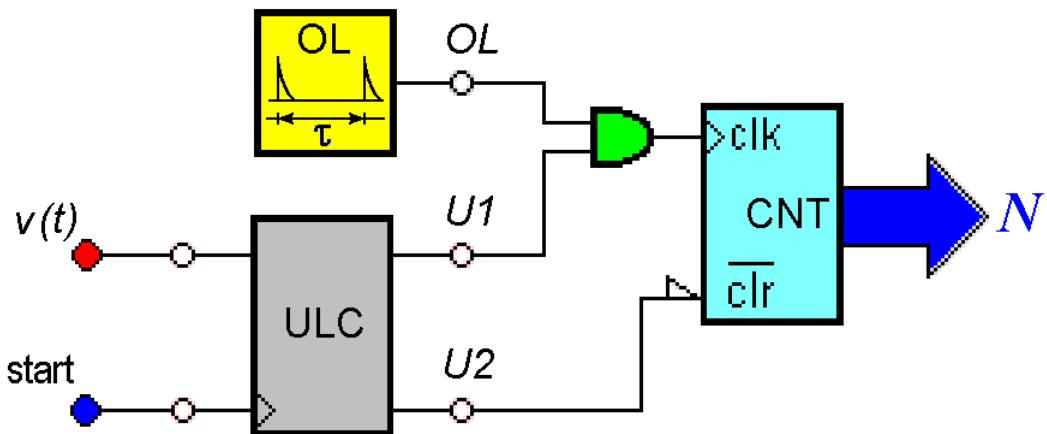
Se vuoi approfondire meglio e non vuoi dare cazzotti alle pietre perchè, come dice Squartini, "noi facciamo parte del partito della non violenza", ti lascio il link

<https://www.chimica-online.it/download/piezoelettricità.htm>

11.6 Intervallometro numerico: schema di principio

7

Ecco a voi lo schema di principio di un intervallometro numerico:



Come detto a lezione, se si vuole intervallare il tempo avremo bisogno sempre almeno di:

- Oscillatore
- Gate
- Contatore

Queste tre parole ci devono entrare dentro il cervello meglio dell'Ave Maria: ve lo ripeterete la notte

Lo schema di principio di un intervallometro numerico è composto da:

- Oscillatore Locale OL (in figura il blocco giallo)
- Gate, cioè una porta logica AND dove il segnale di usita è alto se tutti e due gli ingressi sono a livello alto (indicato nella figura di verde)
- Unità logica di controllo ULC, cioè il "cervello" dell'intervallometro (in figura il blocco grigio)
- Contatore CNT, che nella realtà sarà un registro (in figura il blocco celestino)

Alcune osservazioni riguardo il contatore.

Il contatore CNT ha due pin:

- clock (clk), che è sensibile ai fronti di salita
- pin clear negato (\overline{clr}), che è sensibile ai fronti di discesa

Per evitare il cross-talk tra la linea di \overline{clr} e clk, la sensibilità dei fronti è opposta.

Il contatore CNT è proprio quel registro che conta gli impulsi τ dall'oscillatore locale OL della formula:

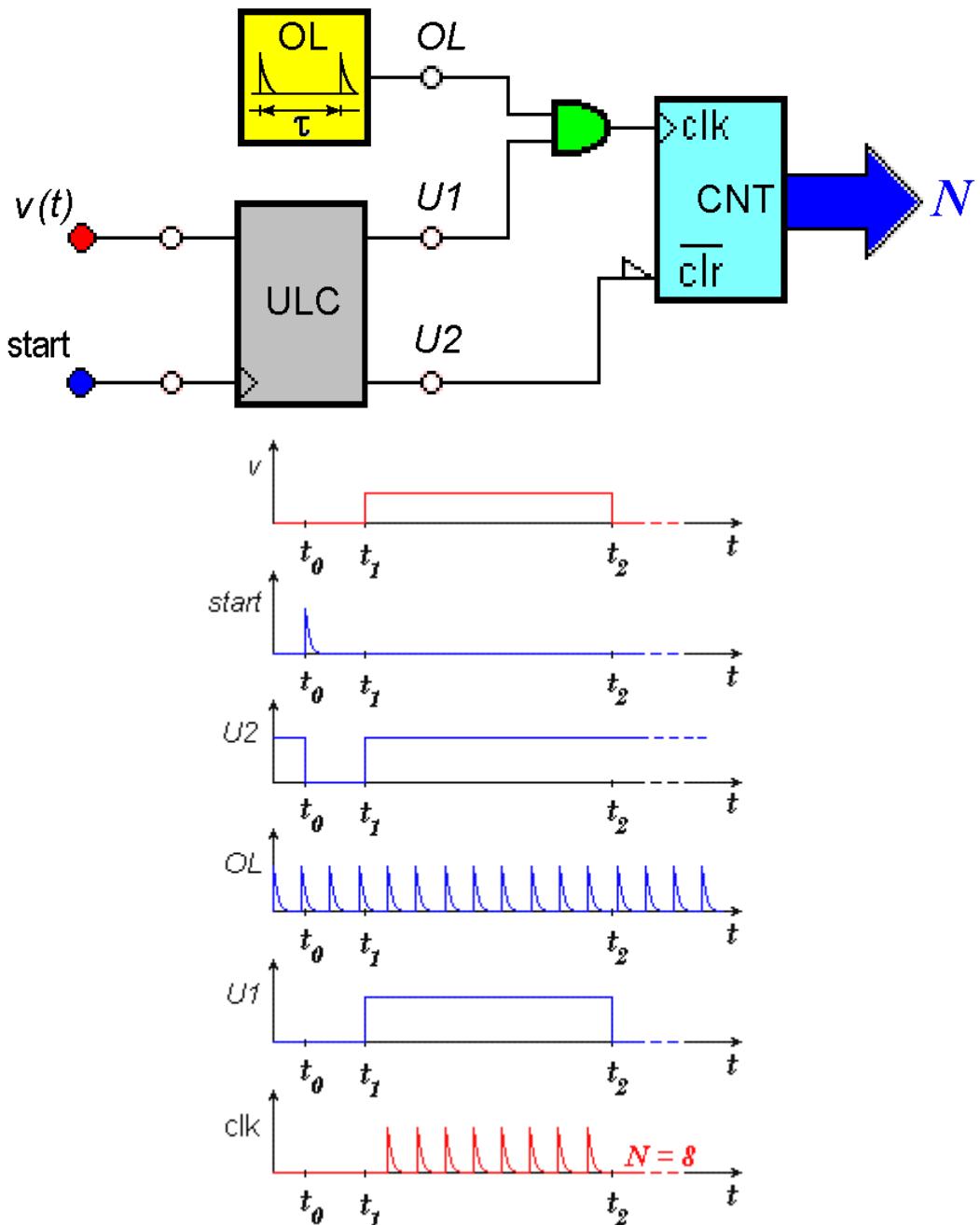
$$t_2 - t_1 = N\tau \quad (11.3)$$

⁷Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte I — pag 9
Appunti — 2025-04-11 — pag 7

11.6.1 Principio di funzionamento

8

Di seguito lo schema a blocchi e le funzioni nel tempo dell'intervalometro numerico:



Possono far impressione per la prima volta i grafici, ma alla fine il funzionamento è molto semplice

Il procedimento dell'intervalometro inizia al tempo t_0 in cui, come si vede dal grafico del pin start, c'è un fronte di salita dello start.

Il segnale di start viene mandato all'ULC, che a sua volta, manda il segnale di clear al CNT.

Il grafico che visualizziamo del pin $U2$ dobbiamo considerarlo al contrario perché al CNT si considera il negato del clr , quindi se noi visualizziamo tra t_1 e t_2 nel pin $U2$ il livello basso, il CNT lo interpreta come livello alto.

⁸Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte I — pag 10
Appunti — 2025-04-11 — pag 7 - 10 — 2025-04-15 — pag 2

Quando il CNT ha pulito il registro, si può iniziare il processo di misura, cioè dall'istante t_1 .

L'ULC imposta ad alto il pin U1 per un periodo che va da t_1 a t_2 e che viene scelto dall'ULC.

Il tempo $t_2 - t_1$ è lo stesso indicato nella formula precedente con $N\tau$:

$$t_2 - t_1 = N\tau \quad (11.4)$$

L'OL non dipende da altri pin del circuito: lui continua ad inviare impulsi in modo indefinito.

I pin U1 e OL sono di ingresso al gate AND, che, come sappiamo dalla tabella di verità dell'AND, diventa alto quando tutti e due gli ingressi sono alti.

L'uscita del gate è collegato al pin clk del CNT.

Quindi, quando c'è un fronte di salita del clock, il CNT aggiorna il suo registro e lo incrementa ogni colpo di clk dell'OL, se il pin U1 è a livello alto.

Quando l'ULC manda al pin U1 un livello basso, nella figura dal tempo t_2 in poi, il CNT si ferma ai valori di clock precedentemente contati.

Il processo di funzionamento dell'intervalometro rinizia da capo quando si rimanda un segnale di start e si pulisce il CNT.

11.6.2 Incertezza

9

Siccome siamo in ambito misuristico, bisogna studiare l'architettura sotto l'aspetto dell'incertezza.

Sappiamo che:

$$t_2 - t_1 = N\tau \quad (11.5)$$

dove N è un numero intero.

Come ci dice la GUM, svolgendo le derivate parziali della formula per le due grandezze che consideriamo statisticamente indipendenti, si può calcolare l'incertezza di $t_2 - t_1$ come:

$$\frac{\Delta(t_2 - t_1)}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\tau}{\tau} + \frac{\Delta N}{N} \quad (11.6)$$

L'obbiettivo, come ogni ambito nelle misure, è rendere l'incertezza, cioè $\frac{\Delta(t_2 - t_1)}{t_2 - t_1}$ la più bassa possibile.

Dal punto di vista ingegneristico, e quindi non matematico, il contributo di incertezza legato a τ , cioè $\frac{\Delta\tau}{\tau}$, non si può migliorare perché è legato all'oscillatore locale.

Tecnicamente lo possiamo migliorare, cioè renderlo più basso: sostituendo l'oscillatore locale con un altro, ma molte delle volte questo non è possibile

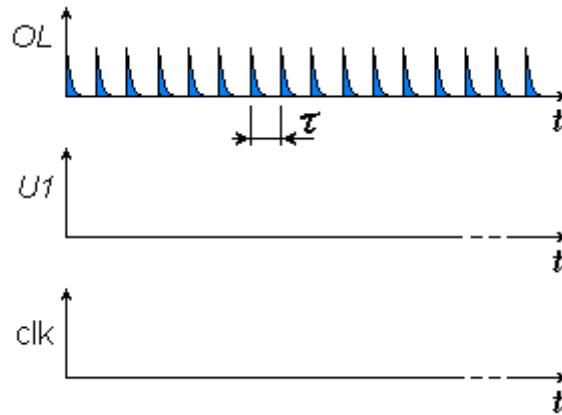
Il contributo $\frac{\Delta N}{N}$ si può migliorare.

11.6.3 La quantizzazione

¹⁰

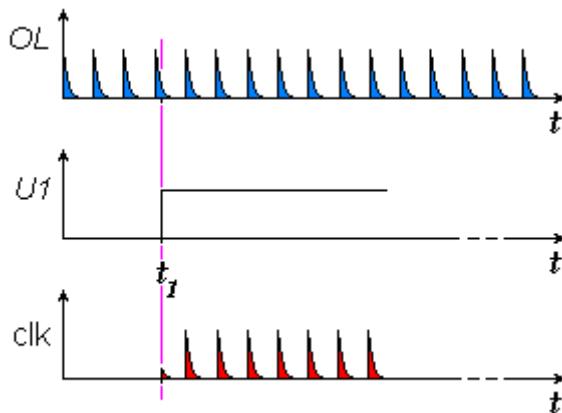
Come scritto nella sezione precedente, in questa architettura ci possono essere diversi contributi di incertezza.

Notando il seguente grafico:



Nell pin di clk del CNT non è presente nulla perchè l'ULC non ha mandato un segnale alto al pin U1, quindi il contatore CNT non conta nessun N.

Invece in questo caso:

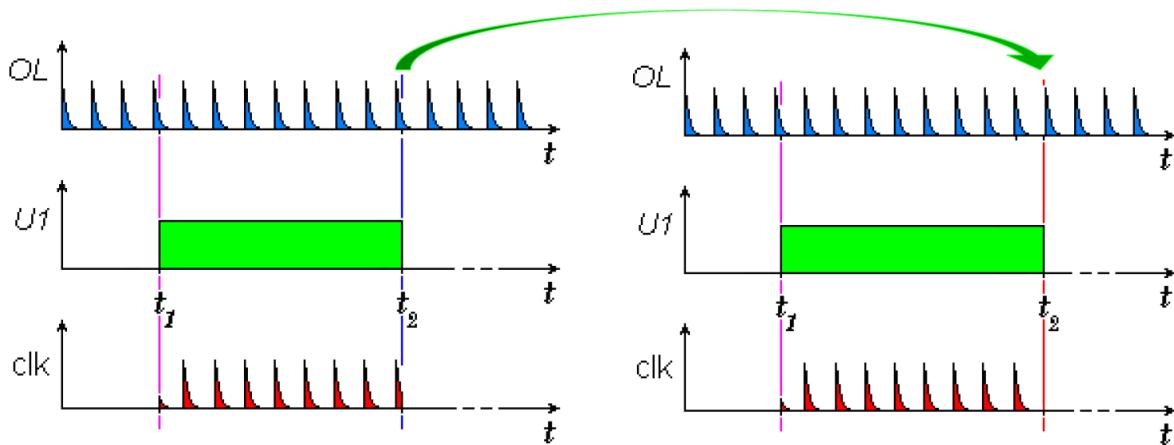


l'ULC, all'istante t_1 , manda un segnale alto al pin U1, ma, in t_1 , l'OL non ha un fronte di salita, e quindi viene considerato il successivo segnale di clk.

Per arrivare al pin clk del CNT, l'OL deve trovarsi oltre una certa soglia di tensione prefissata dal pin di clk.

Oltre a questi due casi, possono accadere anche questi due casi in cui, nonostante il sincronismo, vengono comunque contati $N = 8$:

¹⁰Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte I — pag 11 - 13
Appunti — 2025-04-11 — pag 10 - 11



Nella figura a sinistra, al tempo t_1 , il pin $U1$ diventa alto, ma l' OL non ha un fronte di salita: è troppo basso per il clk per essere contato dal CNT.

Al tempo t_2 , il pin $U1$ diventa basso, ma l' OL ha avuto un fronte di salita un attimo prima che $U1$ si portasse a zero, quindi il segnale di clk è sopra la soglia e viene considerato dal CNT.

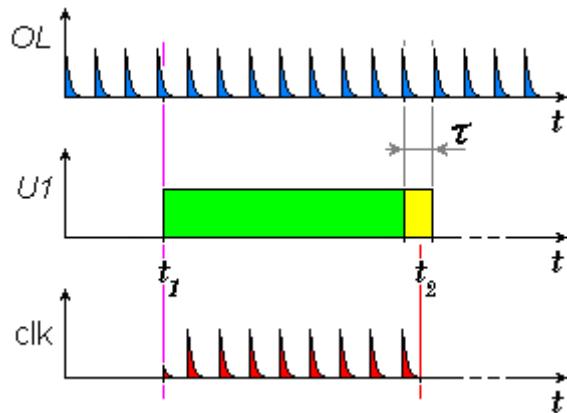
Invece, nella figura a destra, al tempo t_1 accade la stessa cosa che è accaduto al caso a sinistra.

All'istante t_2 , a differenza della figura di sinistra, l' $U1$ diventa basso prima di un fronte di salita del clk .

Quindi in tutti e due casi, proprio perchè non si può contare un impulso sotto il tempo di τ , i CNT contano sempre $N = 8$.

Questi due fenomeni si possono giustificare perchè non si può misurare sotto al tempo di τ .

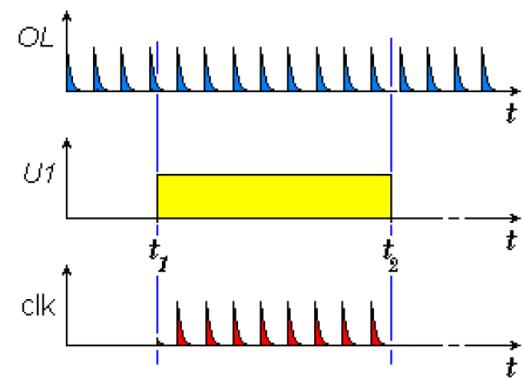
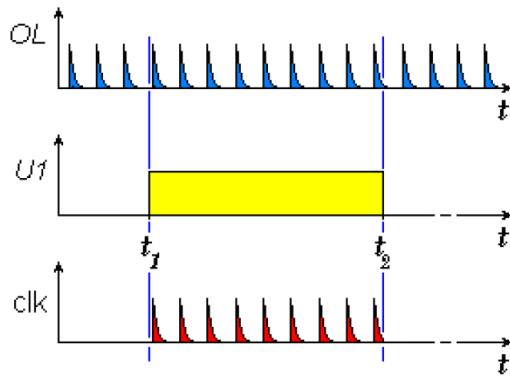
Un altro caso di $N = 8$ nonostante la mancanza di sincronismo:



11.6.4 Incertezza da mancanza di sincronismo

11

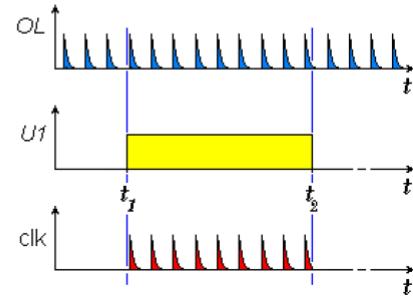
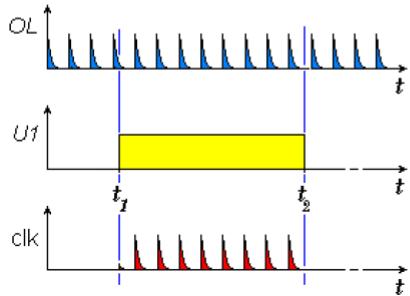
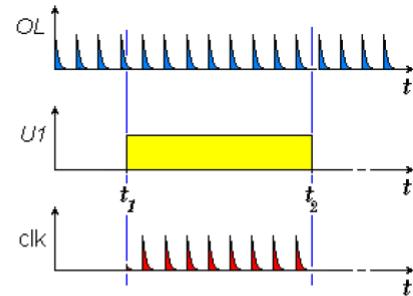
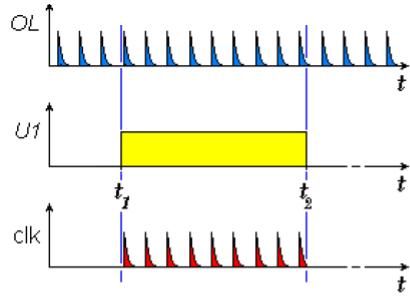
Consideriamo questi due casi:



Nel caso a sinistra viene contato $N = 9$, invece nel caso a destra $N = 8$.

Come nei casi precedenti, $t_2 - t_1$ hanno la stessa durata nell' $U1$ ($t_2 - t_1$ può essere chiamato anche periodo di finestra) ma sono posizionati in modo diverso rispetto ai segnali di OL , quindi si crea incertezza in mancanza di sincronismo.

Di seguito, tutti i quattro casi possibili riguardo al sincronismo:



Analizzando tutti e quattro i casi di esempio, notiamo che l'incertezza di N in:

$$t_2 - t_1 = N\tau \quad (11.7)$$

è di:

$$\Delta N = \pm 1 \quad (11.8)$$

e questo per definizione perchè, essendo N un numero razionale, non si può misurare $t_2 - t_1$ sotto il tempo τ .

¹¹ Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte I — pag 14 - 15
Appunti — 2025-04-11 — pag 11 - 12

11.6.5 Incertezza complessiva

¹²

Per concludere, l'incertezza di:

$$t_2 - t_1 = N\tau \quad (11.9)$$

è:

$$\frac{\Delta(t_2 - t_1)}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\tau}{\tau} + \frac{\Delta N}{N} \quad (11.10)$$

dove $\frac{\Delta\tau}{\tau}$ dipende dalla bontà dell'oscillatore locale, che se l'oscillatore fa il suo dovere (cit. Francescangeli):

$$\frac{\Delta\tau}{\tau} = 0 \quad (11.11)$$

Sapendo che:

$$\Delta N = \pm 1 \quad (11.12)$$

e riscrivendo la seguente equazione come:

$$\begin{aligned} t_2 - t_1 &= N\tau \\ \Downarrow \\ N &= \frac{t_2 - t_1}{\tau} \end{aligned} \quad (11.13)$$

allora $\frac{\Delta N}{N}$ vale:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta N}{N} &= \frac{\pm 1}{N} \\ &= \frac{\pm \tau}{(t_2 - t_1)} \end{aligned} \quad (11.14)$$

Quindi l'incertezza di N dipende dal rapporto tra il periodo del campione dell'OL e la durata dell'intervallo da misurare.

Miglioriamo la misura se:

$$t_2 - t_1 > \tau \quad (11.15)$$

o, in altri termini, ci serve sia un oscillatore locale che misura tempi molto brevi e anche un registro molto elevato.

¹²Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte I — pag 16 - 17
Appunti — 2025-04-11 — pag 12 - 14 — 2025-04-15 — pag 2 - 3

11.7 Grande capacità contatore e display

13

Un altro vantaggio degli strumenti numerici digitali, cioè quelli che si usano spesso oggigiorno, è quello di avere un grosso display e un contatore molto elevato:



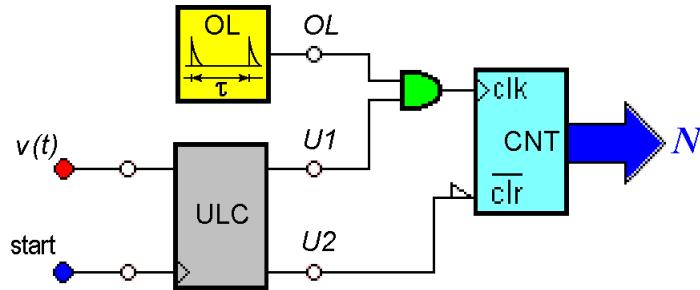
I contatori di strumenti di misura da banco arrivano a 30 bit, cioè 1 miliardo di valori.

¹³Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte I — pag 18
Appunti — 2025-04-15 — pag 3

11.8 Segnali analogici e circuito di trigger

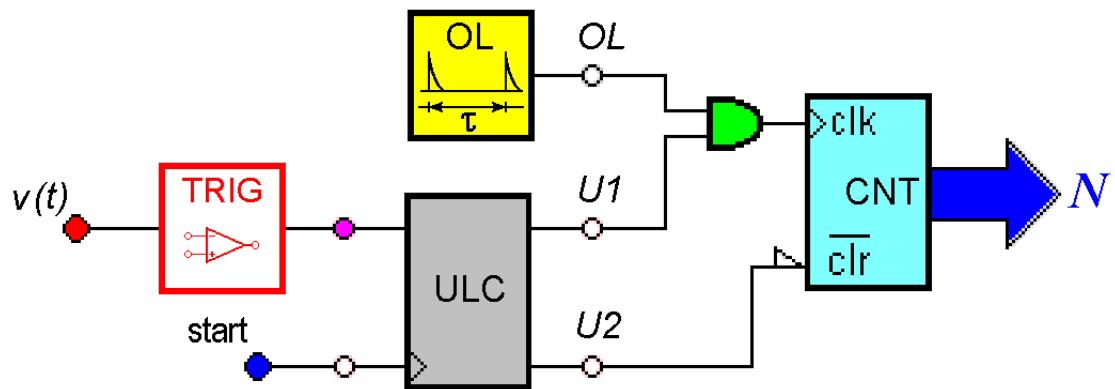
14

Per i segnali analogici, si può modificare l'architettura del circuito dell'intervalometro numerico che funziona solo con segnali digitali:



per adattarlo a segnali analogici.

Per fare ciò, si aggiunge un circuito di trigger al pin di $v(t)$:



Il circuito di trigger (quello in rosso nella figura) può essere chiamato anche blocco di condizionamento del segnale analogico $v(t)$ a sinistra (quindi in ingresso) del Trigger deve rispecchiare certi parametri in modo che il circuito dell'intervalometro numerico (cioè dal pin rosa in poi in figura) possa iniziare la misura.

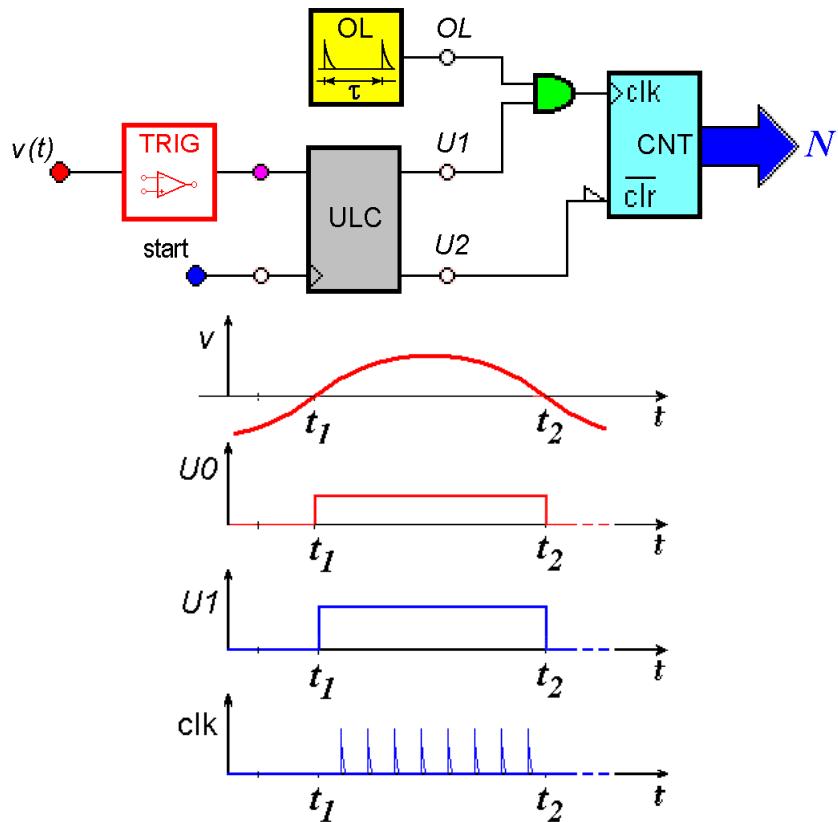
¹⁴Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte I — pag 19
Appunti — 2025-04-15 — pag 3

11.8.1 Funzionamento del trigger

¹⁵

Per la spiegazione del funzionamento del trigger, consideriamo un caso ideale.

Consideriamo il seguente circuito e la visualizzazione delle tensioni nei vari pin del circuito:



Per U_0 si intende il pin di uscita dal trigger, quello rosa in figura.

Il trigger dell'intervalometro porta la sua uscita allo stato vero quando nel segnale $v(t)$ si verifica una certa condizione.

Poi, l'uscita del trigger ritorna falsa, quando si verifica un'altra condizione.

Entrambe le condizioni sono selezionabili dall'operatore.

¹⁵Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte I — pag 20
Appunti — 2025-04-15 — pag 4

11.8.2 Regolazione del trigger

[16](#)

Il trigger dell'intervalometro porta la sua uscita allo stato vero quando nel segnale $v(t)$ si verifica una certa condizione.

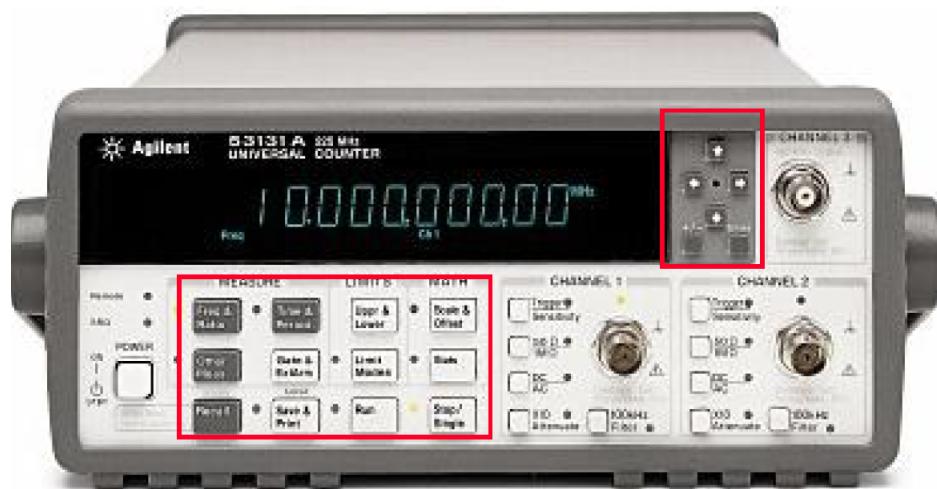
Negli strumenti digitali moderni si possono scegliere diverse caratteristiche che il segnale analogico deve avere per attivare il circuito di trigger (ricordando il seminario svolto in classe dallo Rohde & Schwarz sugli oscilloscopi odierni).

Qui si riportano le caratteristiche dei segnali fondamentali per attivare il circuito di trigger, che sono:

- level, cioè il livello minimo che deve avere il segnale analogico
- slope, cioè la pendenza minima che deve avere il segnale analogico

Il level e lo slope possono essere configurati in modo che le impostazioni siano di fine o di inizio, dipende tutto dallo strumento.

Dato per esempio questo multimetro con due ingressi:



si può selezionare il level e slope differenti per i rispettivi ingressi.

In strumenti un po' più datati, si potevano cambiare questi parametri con delle manopole analogiche:

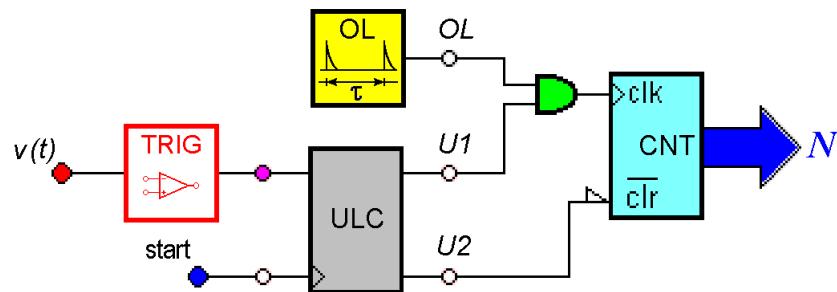


¹⁶Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte I — pag 21 - 22
Appunti — 2025-04-15 — pag 4 - 5

11.9 Periodometro numerico: schema di principio

17

Possiamo considerare questo circuito:



cioè un intervallometro con un circuito di trigger, se il trigger opera come un blocco di divisore di frequenza, cioè ciclicamente rende la sua uscita vera quando $v(t)$ assume un certo stato e la riporta falsa quando $v(t)$ torna ad assumere lo stesso stato.

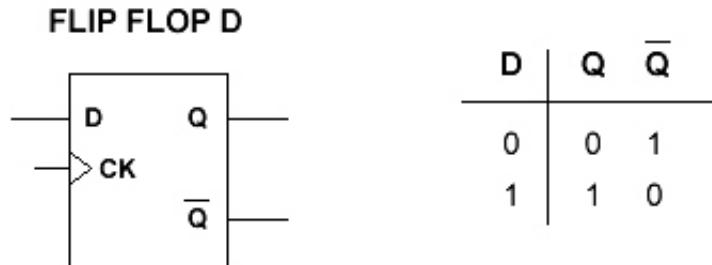
¹⁷Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte I — pag 23
Appunti — 2025-04-15 — pag 5

11.9.1 Periodometro - Trigger F/2

18

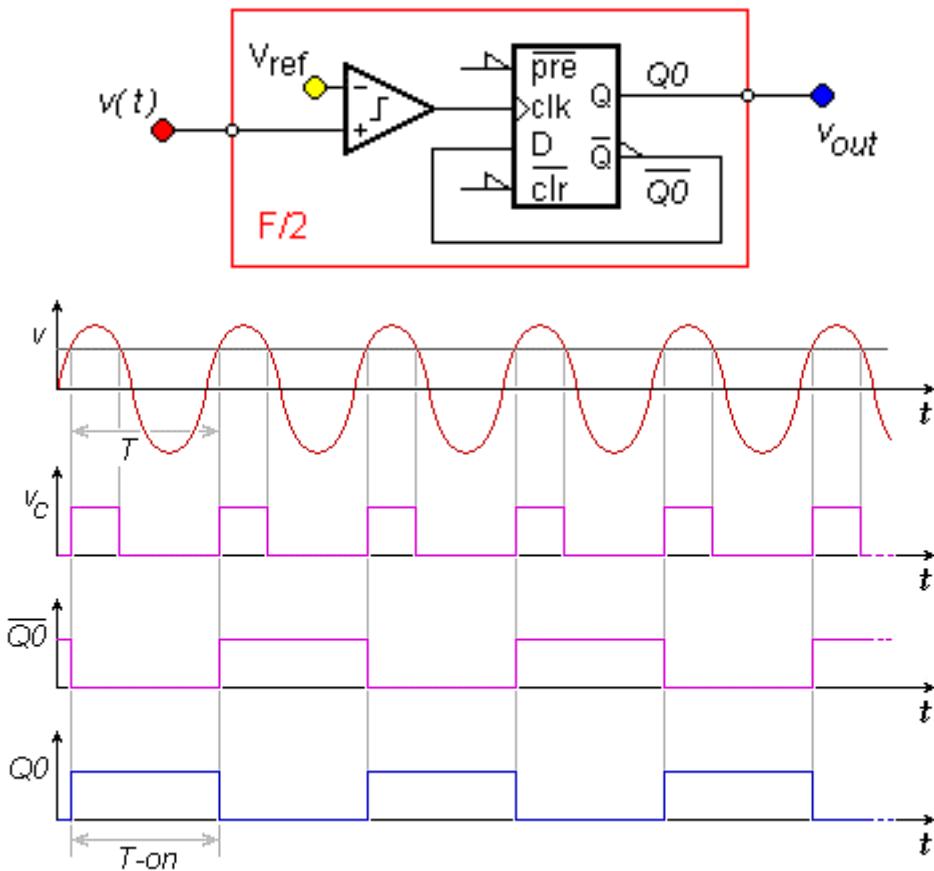
Per fare ciò che è richiesto, cioè che il trigger ciclicamente rende la sua uscita vera quando $v(t)$ assume un certo stato e la riporta falsa quando $v(t)$ torna ad assumere lo stesso stato, ci è molto utile il flip-flop D.

Dalla tabella di verità del flip-flop D:



WWW.ANDREAMININI.ORG

possiamo visualizzare la componentistica del circuito di trigger e l'andamento nei pin nel tempo:



Consideriamo il segnale di ingresso $v(t)$ perfettamente sinusoidale e periodico.

Nella figura, V_c è l'andamento del segnale del pin di clock clk nel flip-flop, e v corrisponde all'andamento del segnale analogico sinusoidale $v(t)$.

¹⁸Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte I — pag 24
Appunti — 2025-04-15 — pag 5 - 6

L'obiettivo del periodometro è quello di misurare T, il famoso $t_2 - t_1$, cioè il tempo di periodo della sinusoide.

Come si può osservare dal circuito, il comparatore è collegato al clock, quindi quando il segnale $v(t)$ diventa maggiore della soglia v_{ref} , clk diventa alto, quando $v(t)$ si abbassa di v_{ref} , v_c diventa basso.

Il periodo in cui v_c rimane alto è proprio $T/2$.

Essendo un flip-flop D, Q0 rimane alto finché non riceve un altro impulso alto da clk, quindi dal comparatore.

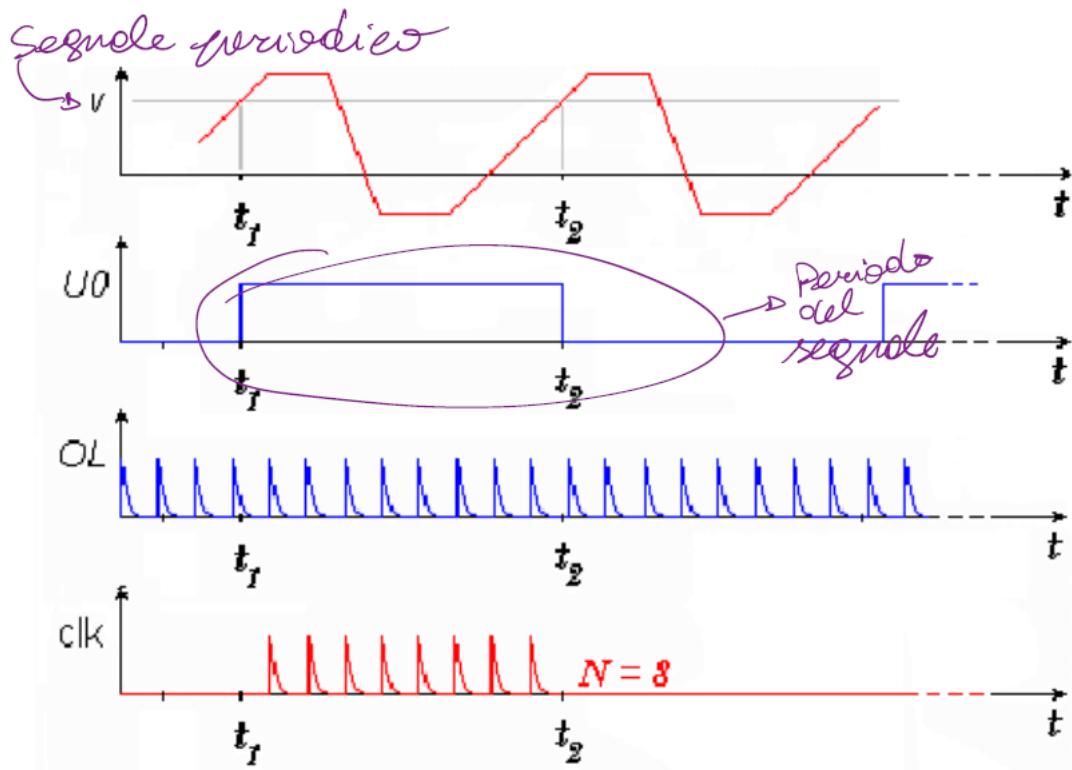
Q0 rimane alto per un periodo T-on.

Rispetto all'intervalometro numerico, non è l'oscillatore locale che aumenta il contatore, bensì il segnale analogico $v(t)$.

11.9.2 Periodometro: principio della misurazione

¹⁹

Partendo dal segnale di cui si vuole misurare il periodo, si costruisce un segnale di servizio che ha la caratteristica di presentare un T_{on} pari al periodo incognito:



A questo punto basta misurare la durata dell'intervallo corrispondente al T_{on} mediante le procedure già discusse per l'intervallometro.

¹⁹Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte I — pag 25
Appunti — 2025-04-15 — pag 6

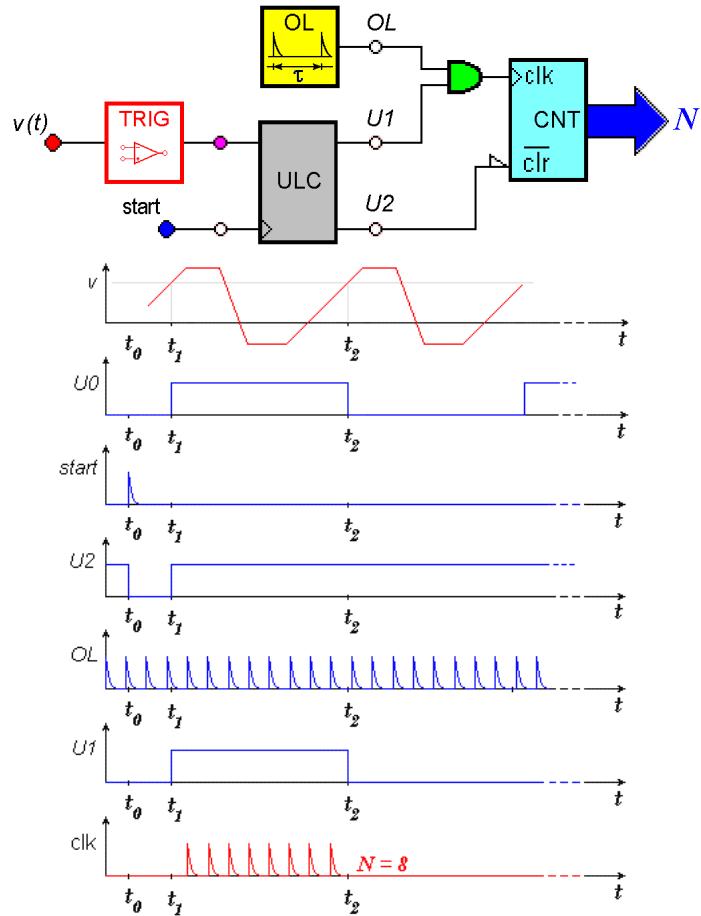
11.10 Periodometro

20

Il principio di funzionamento del periodometro e dell'intervalometro è lo stesso, ma si misurano due cose diverse:

- nel periodometro si vuole misurare l'intervallo T del segnale
- nell'intervalometro si vuole misurare un segnale alto-basso generico

Quindi, dato lo schema del periodometro e degli andamenti dei segnali, si può spiegare il principio di funzionamento del periodometro:



Quindi stesse considerazioni dell'intervalometro.

T , cioè periodo del segnale $v(t)$, si misura come:

$$T = N\tau \quad (11.16)$$

e l'incertezza di T è:

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{\Delta\tau}{\tau} + \frac{\Delta N}{N} \quad (11.17)$$

²⁰Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte I — pag 26
Appunti — 2025-04-15 — pag 6

11.10.1 Incertezza complessiva

²¹

La seguente espressione possiamo scriverla anche come:

$$\begin{aligned} T &= N\tau \\ \downarrow & \\ N &= \frac{T}{\tau} \end{aligned} \tag{11.18}$$

e sapendo che, dalle considerazione svolte sull'intervalometro:

$$\Delta N = \pm 1 \tag{11.19}$$

allora possiamo esprimere $\frac{\Delta N}{N}$ come:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta N}{N} &= \pm \frac{1}{N} \\ &= \pm \frac{\tau}{T} \end{aligned} \tag{11.20}$$

$\frac{\Delta \tau}{\tau}$ dipende dalla qualità del campione di tempo utilizzato, cioè dall'oscillatore locale, invece $\frac{\Delta N}{N}$ dipende dal rapporto fra il campione del tempo ed il periodo del segnale sotto misurazione.

²¹Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte I — pag 27

11.10.2 Periodometro: incertezza da disturbi su v_x - jitter

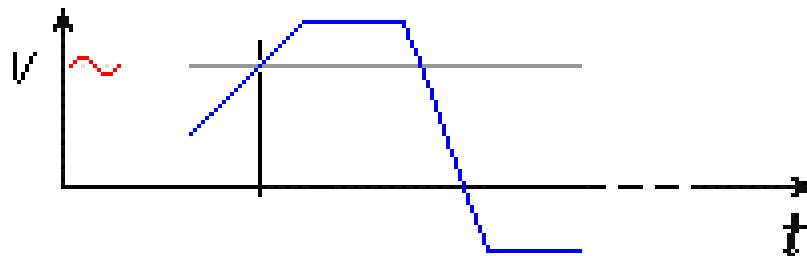
22

Come studiato nel corso di Segnali determinati e Aleatori, il rumore è indipendente rispetto al segnale che vogliamo misurare.

Il rumore è diverso istante per istante.

Per jitter si intende un rumore che si sovrappone al segnale utile e che si trova nell'intorno del segnale.

Considerano un segnale utile privo di rumore:



si può sommare un rumore:



Da un segnale senza rumore in cui ogni tempo t è definibile un suo punto ben noto, il rumore modifica il comportamento del segnale privo di rumore.

Visto che il livello di trigger è costante, il segnale sovrapposto al rumore potrebbe eccitare il trigger più di una volta.

Allora si sceglie di impostare il trigger non su un tempo t definito, bensì su un intervallo \hat{t} .

Quindi quanto vale il segnale al tempo \hat{t} ?



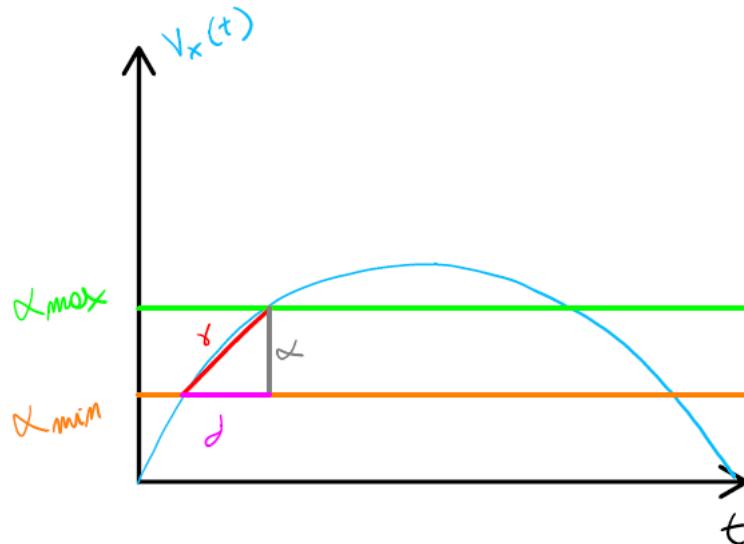
Se si considera $v(t)$ il segnale senza rumore, $l(\hat{t})$ il livello impostato nel trigger, e $n(\hat{t})$ il segnale di rumore all'istante \hat{t} , allora si può recuperare $v(t)$ con:

²²Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte I — pag 28 - 29
Appunti — 2025-04-15 — pag 7 - 9 — 2025-06-23 Ricevimento — pag 1, 4

$$\begin{aligned} v_x(\hat{t}) + n(\hat{t}) &= l(\hat{t}) \\ v_x(\hat{t}) &= -n(\hat{t}) + l(\hat{t}) \\ \boxed{v_x(\hat{t}) = l(\hat{t}) - n(\hat{t})} \end{aligned}$$

Sembrano semplici passaggi algebrici banali, ma non sono così scontati.
Sono valide queste relazioni se il rumore è solo additivo.

Dato l'andamento del segnale $v_x(t)$ è possibile scegliere un intervallo dei tempi Δt in cui si linearizzerà il segnale $v_x(t)$:



Così facendo, si costruirà un triangolo rettangolo composto da:

- cateto α
- cateto Δt
- ipotenusa, che collega i punti α_{max} e α_{min}

ma non sappiamo a priori il valore che ha l'ipotenusa.

Dalla trigonometria, possiamo scrivere:

$$\begin{cases} \Delta_t = \text{ipotenusa} \cdot \cos \alpha \\ \alpha = \text{ipotenusa} \cdot \sin \alpha \end{cases} \quad (11.21)$$

allora possiamo esprimere la seguente equazione:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta_t}{\alpha} &= \frac{\text{ipotenusa} \cdot \cos \alpha}{\text{ipotenusa} \cdot \sin \alpha} \\ &= \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \\ &= \tan(\alpha) \\ &= \text{SR} \end{aligned} \quad (11.22)$$

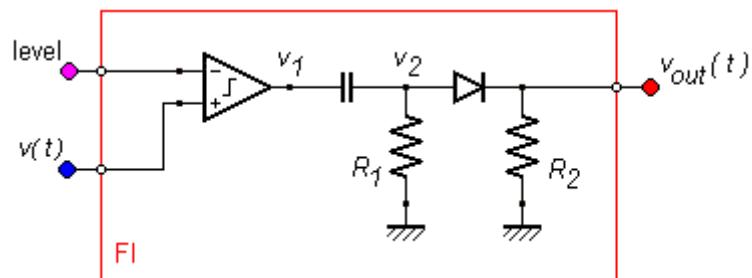
dove SR indica la pendenza dell'ipotenusa.

Per recuperare il segnale $v(t)$, è meglio porsi nel punto massimo in cui si ha una pendenza maggiore del segnale.

SR prende il nome di pendenza o slew rate e si misura in $\left[\frac{V}{s}\right]$.

Capitolo 12

Strumenti numerici indicatori - parte II



12.1 Frequenzimetro

1

Un altro strumento molto importante impiegato nell'ambito delle misure è il frequenzimetro, che è quello strumento che misura la frequenza del segnale.

Abbiamo già visto strumenti che misurano il tempo, ma approfondiremo strumenti che prendono il nome di strumenti reciprocali.

Gli strumenti reciprocali sono quegli strumenti che sfruttano il legame tra tempo e frequenza e scelgono automaticamente se misurare nel tempo o in frequenza in base al segnale sotto misura.

Un esempio di frequenzimetro numerico:



¹Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte II — pag 2
Appunti — 2025-04-15 — pag 10 — 2025-04-23 — pag 7

12.2 Frequenzimetro e frequenza

²

Con il frequenzimetro si misura la frequenza f di un segnale elettronico analogico.

Sembra banale ripetere la definizione di frequenza, ma in realtà questa parola ha diverse definizioni in base al caso di cui si vuole studiare e osservare.

Per frequenza si intende la frequenza di un fenomeno ripetitivo, cioè il rapporto tra il numero degli eventi che si verificano in un arbitrario intervallo di tempo e la durata di tale intervallo.

La definizione sopra riportata non parla di eventi equi-spaziati o di segnale periodico.

Quindi, la frequenza dà un'informazione media, mediata sull'intervallo di tempo in cui abbiamo contattato gli eventi.

Nel caso di un segnale periodico, i valori della frequenza e del periodo sono legati dal seguente vincolo:

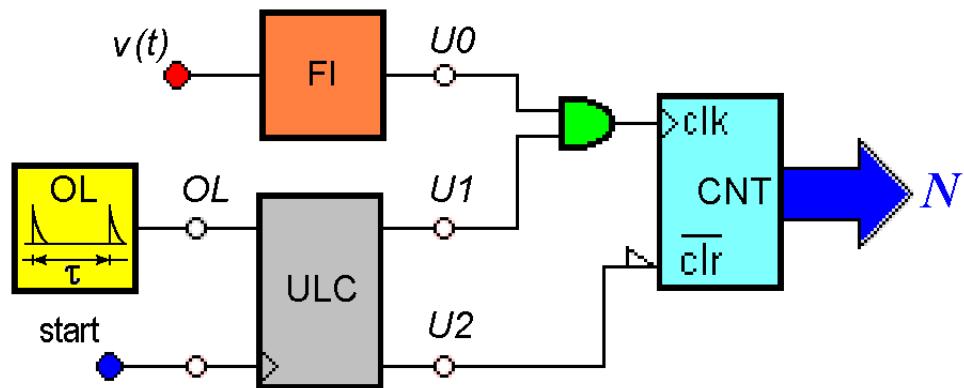
$$f = \frac{1}{T} \quad (12.1)$$

²Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte II — pag 3
Appunti — 2025-04-15 — pag 10 — 2025-04-23 — pag 7

12.3 Frequenzimetro - blocco FI

3

Di seguito lo schema a blocchi del frequenzimetro:



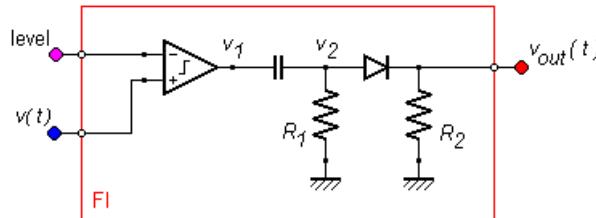
Tranne il blocco FI in arancione, i componenti sono gli stessi dell'intervalometro, ma la disposizione è diversa.

L'oscillatore locale OL è collegato come ingresso all'ULC, invece il blocco Formatore di Impulsi FI è collegato all'ingresso del gate, che è la porta logica AND.

Inoltre $v(t)$, il segnale analogico da misurare, non va in ingresso all'ULC, bensì al blocco FI.

In un intervalometro e periodometro l'OL doveva avere un periodo τ molto breve rispetto al periodo da misurare: nell'intervallo di tempo si andranno a contare gli eventi che si sono verificati nel segnale $v(t)$.

Di seguito un esplosivo del blocco FI:



La configurazione con condensatore e resistore (nella figura condensatore C e resistore R_1), osservando i componenti in frequenza, formano un filtro passa-alto.

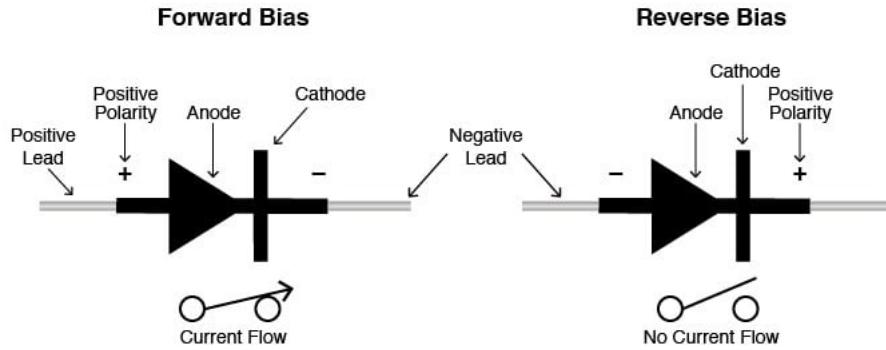
Il motivo per cui questa configurazione tra condensatore e resistore è un filtro passa alto è approfondito in questo link:

<https://www.edutecnica.it/elettronica/filtrip/filtrip.htm>

La funzione del blocco "formatore di impulsi" FI è quella di generare un impulso positivo ad ogni occorrenza del segnale $v(t)$.

Il principio di funzionamento del diodo è il seguente:

³Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte II — pag 4 - 6
Appunti — 2025-04-15 — pag 10 — 2025-04-23 — pag 8 — 2025-06-23 Ricevimento — pag 1, 5



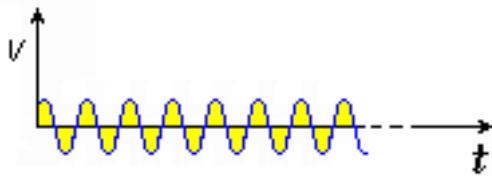
Per approfondire cosa è un diodo e come funziona

<https://www.fluke.com/it-it/informazioni/blog/tester/cose-un-diodo>

La presenza del diodo nel blocco FI è molto importante perché si escludono gli impulsi negativi, sennò si misurerebbero anche le transizioni basse del segnale.

Per transizioni basse si intende quando il segnale da un certo valore diminuisce di una certa soglia prefissata.

Supponiamo di avere in ingresso al pin $v(t)$ una tensione sinusoidale a valore medio nullo:



Impostiamo una soglia della tensione:

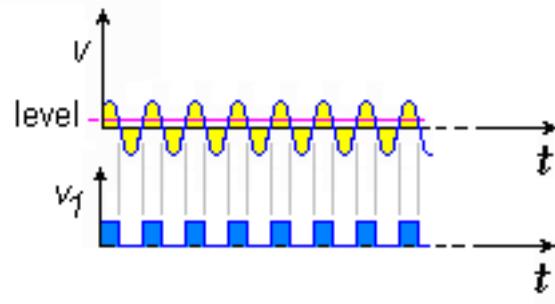


in figura è indicato come level.

In uscita al blocco comparatore (il triangolino in figura), cioè nel pin v_1 , avremo che:

- se $v(t) > \text{level}$, allora v_1 sarà alto
- se $v(t) < \text{level}$, allora v_1 sarà basso

Troviamo che v_1 ha questo andamento:



v_1 va in ingresso al filtro passa-alto (cioè la configurazione condensatore C e resistore R_1).

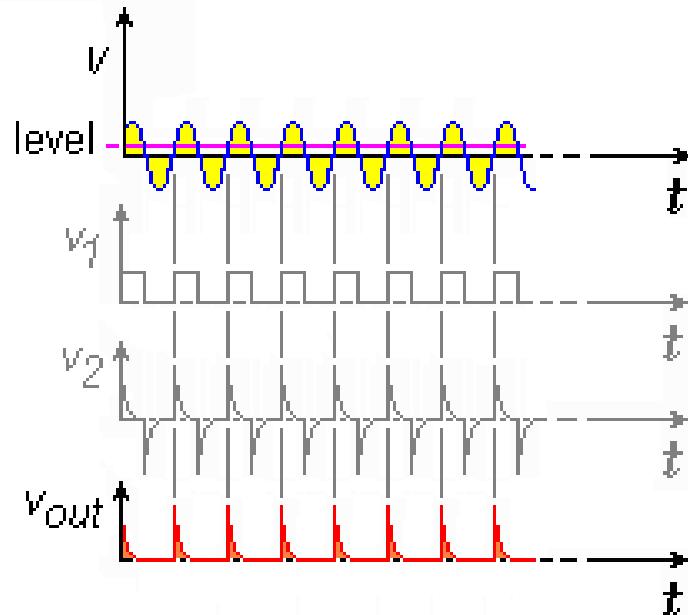
In uscita, cioè al pin v_2 , del filtro avremo degli impulsi sia positivi che negativi.

Il segnale v_2 va in direzione del raddrizzatore a semi-onda (configurazione con diodo e resistore).

Per approfondire cosa è un raddrizzatore a semi onda:
<https://www.elemania.altervista.org/diodi/pn/pn5.html>

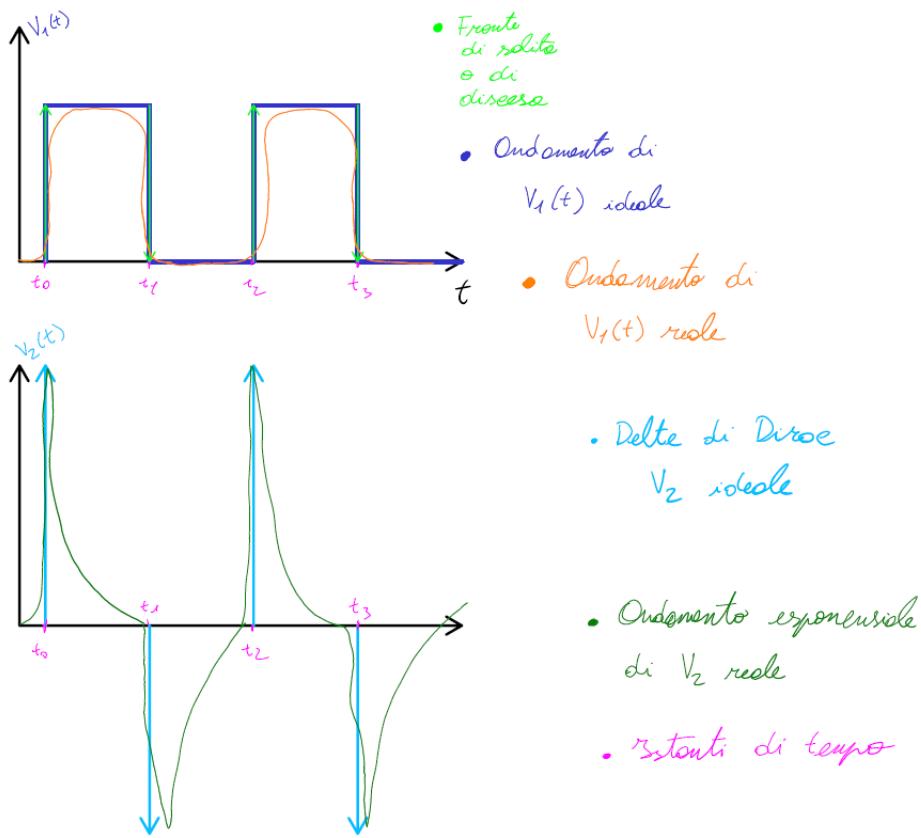
Il raddrizzatore toglie tutto l'andamento di v_2 quando è minore di zero.

Possiamo visualizzare tutti i pin del blocco FI come:



Per concludere, il blocco FI genera in uscita (cioè da $v(t)$ a v_{out}) una successione di impulsi che presentano la stessa frequenza del segnale di ingresso.

Una piccola osservazione riguardo agli andamenti reali del pin rispetto agli andamenti ideali:



L'andamento reale di v_1 è quello di onde quadre con fronti d'onda ripidi: dal corso di Tds sappiamo che se si ha un fronte ripido nel tempo, in frequenza si avrà spettro infinito.

Avere spettro infinito, nella realtà non è possibile, quindi, v_1 avrà un andamento smussato nel tempo.

La coppia condensatore C e R_1 si comporta come derivatore, dalla legge caratteristica del condensatore.

La derivata di un fronte d'onda ripido, idealmente, è una Delta di Dirac.

Se c'è un fronte d'onda verso l'alto, si avrà una delta di Dirac positiva, se c'è un fronte d'onda verso il basso, si avrà una delta di Dirac negativa.

Ma nella realtà, si avrà un andamento esponenziale, che è un andamento molto veloce, che si avvicina nella realtà ad una Delta di Dirac.

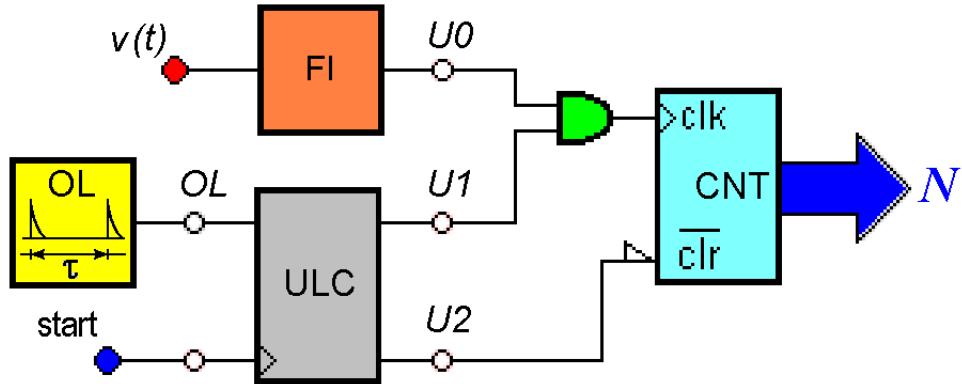
Come studiato da Tds, se abbiamo una delta di Dirac in frequenza, dovremmo avere l'asse dei tempi che si estende per $[-\infty, +\infty]$ e ciò, nella realtà, non è possibile.

12.4 Frequenzimetro numerico - schema di principio

4

Visto come funziona il blocco FI, vediamo quale è il funzionamento ideale di un frequenzimetro.

Dal seguente frequenzimetro:



è possibile ricavare la frequenza del segnale con la seguente formula:

$$f = \frac{N}{\tau} \quad (12.2)$$

dove N è il numero contato dal CNT e τ è il periodo dell'impulso dell'OL.

Da un punto di vista matematico, possiamo calcolarci l'incertezza di f facendo le derivate parziali di τ e N :

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{\Delta N}{N} - \frac{\Delta \tau}{\tau} \quad (12.3)$$

Matematicamente questa formula è corretta, MA, e questo è un grosso ma, la GUM ci dice che un contributo di incertezza non potrà mai essere negativo: bisogna sovrastimare piuttosto che sottostimare.

Quindi dalla formula di $\frac{\Delta f}{f}$:

$$-\frac{\Delta \tau}{\tau} \rightarrow +\frac{\Delta \tau}{\tau} \quad (12.4)$$

Sapendo ciò, l'incertezza della frequenza data dal frequenzimetro sarà:

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{\Delta N}{N} + \frac{\Delta \tau}{\tau} \quad (12.5)$$

$\frac{\Delta \tau}{\tau}$ dipende dalla bontà dell'oscillatore locale, che se l'oscillatore fa il suo dovere (cit. Francescangeli):

$$\frac{\Delta \tau}{\tau} = 0 \quad (12.6)$$

Inoltre, possiamo riscrivere la formula della frequenza f anche come:

⁴Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte II — pag 7 - 8
Appunti — 2025-04-23 — pag 8 - 9 — 2025-04-29 — pag 2

$$f = \frac{N}{\tau}$$

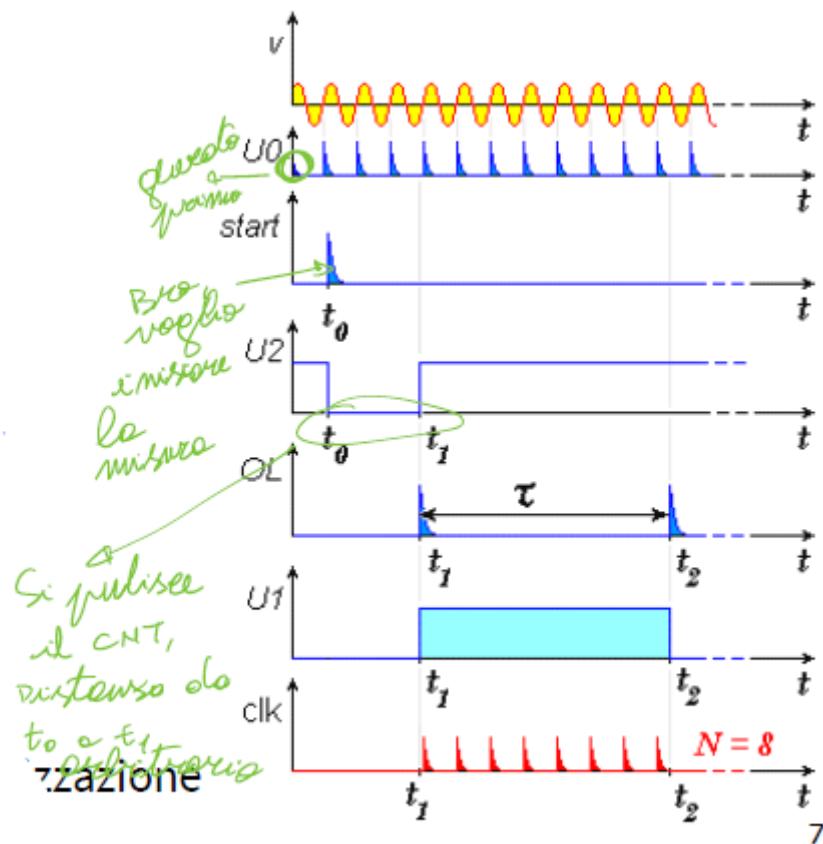
↓

$$N = f \cdot \tau \quad (12.7)$$

Questa "banale" formula, ci fa capire che la misurazione che andremo a svolgere sarà una misura media lungo il periodo τ .

Se τ è un periodo molto lungo, non si riesce a capire se il segnale $v(t)$ supera il level in tempi molto brevi.

Visualizzando i grafici e lo schema è lo stesso principio di funzionamento dell'intervalometro:



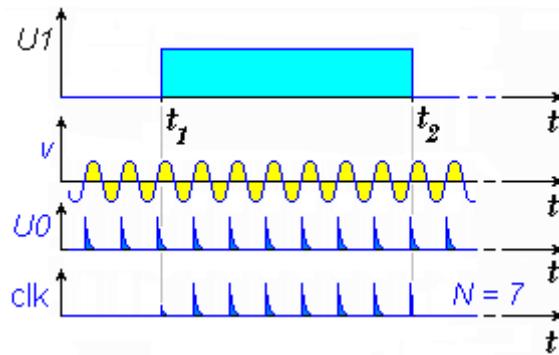
ma, in questo caso, l'ULC pone un segnale alto al primo fronte dell'OL (vedi a t_1 il pin U1) e poi ritorna basso al successivo fronte dell'OL (vedi U1 a t_2).

Come l'intervalometro, anche il frequenzimetro è affetto dai problemi di quantizzazione e sincronismo.

12.4.1 Frequenzimetro numerico: la quantizzazione

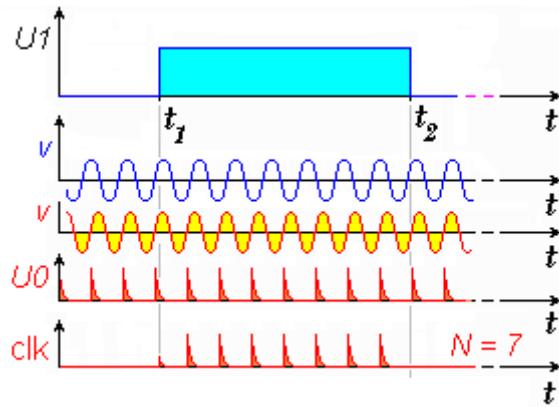
5

Consideriamo il caso classico di un frequenzimetro con i seguenti andamenti nei pin:



in cui all'uscita $N = 7$.

Invece consideriamo un segnale analogico $v(t)$ ($v(t)$ in rosso) che ha una frequenza lievemente maggiore rispetto al caso precedente ($v(t)$ in blu):



Lo strumento non riesce a discriminare segnali che presentano differenze limitate nei loro valori di frequenza, perchè, come scritto nella sezione precedente, il frequenzimetro fa una media degli impulsi nel periodo τ

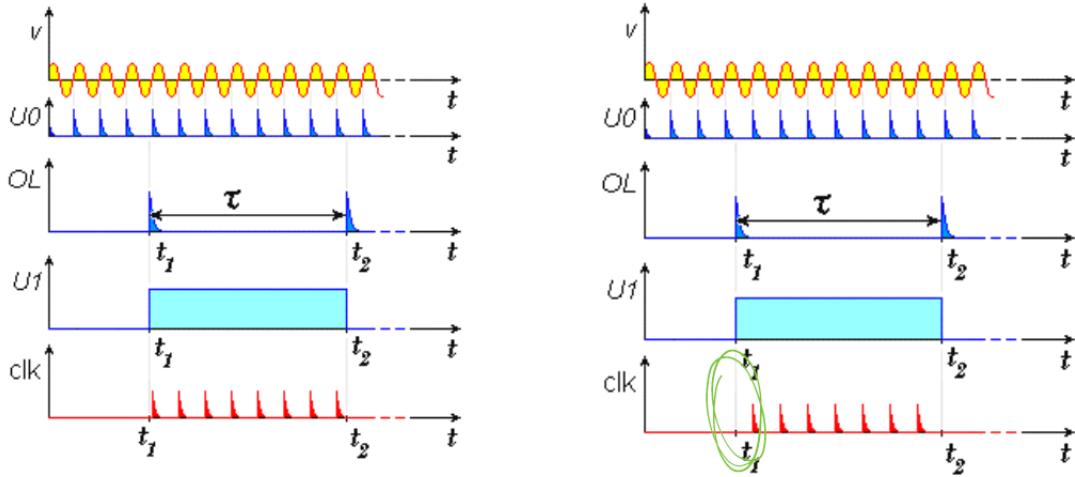
⁵Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte II — pag 9
Appunti — 2025-04-15 — pag 9

12.4.2 Incertezza da mancanza di sincronismo

6

Come il caso dell'intervalometro, il frequenzimetro è affetto da incertezza dovuto al sincronismo.

Ponendo questi due casi di esempio:



Per mancanza di sincronismo, si è passato da $N = 8$ della figura a sinistra, a $N = 7$ della figura a destra.

Quindi, come il caso dell'intervalometro, l'incertezza ΔN è di:

$$\Delta N = \pm 1 \quad (12.8)$$

L'incertezza è dovuta alla mancanza di sincronismo tra gli impulsi rilasciati dall'OL e quelli generati dal circuito FI: a seconda della fase del segnale dell'OL, il conteggio N cambia di ± 1 .

⁶Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte II — pag 10
Appunti — 2025-04-15 — pag 9 — 2025-04-29 — pag 2

12.4.3 Incertezza complessiva

⁷

Come il caso dell'intervalometro (vero lo sto scrivendo troppe volte, ma è vero, la formula ed i procedimenti sono gli stessi) l'incertezza della frequenza f è:

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{\Delta N}{N} + \frac{\Delta \tau}{\tau} \quad (12.9)$$

dove:

- $\frac{\Delta \tau}{\tau}$ dipende esclusivamente dalla qualità del campione di tempo utilizzato, cioè dal τ dell'OL
- $\frac{\Delta N}{N}$ dipende dal prodotto fra frequenza del segnale sotto misurazione ed il prodotto dell'OL usato come campione di tempo

Si può trarre queste conclusioni per $\frac{\Delta N}{N}$ perchè:

$$\begin{aligned} f &= \frac{N}{\tau} \\ &\Downarrow \\ N &= f \cdot \tau \end{aligned} \quad (12.10)$$

allora:

$$\begin{cases} \Delta N = \pm 1 \\ N = f \cdot \tau \\ \frac{\Delta N}{N} = \pm \frac{1}{N} = \pm \frac{1}{(f \cdot \tau)} \end{cases} \quad (12.11)$$

Quindi, se vogliamo diminuire l'incertezza di N , cioè $\frac{\Delta N}{N}$ deve diminuire, allora il denominatore di $\frac{\Delta N}{N}$, cioè $(f \cdot \tau)$, deve essere il più elevato possibile.

Per fare ciò o si ha una frequenza del segnale f molto elevata, con τ dell'OL molto breve, oppure se si ha una frequenza f bassa, bisogna avere un τ dell'OL di periodo maggiore.

Questo ultimo caso ci esprime che maggiore è il dispendio di tempo per fare la misura, maggiore sarà il costo, ma, soprattutto, si rischia che la valutazione media fatta su un periodo troppo lungo non riesca a cogliere eventuali fluttuazioni della frequenza del segnale.

⁷Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte II — pag 11
Appunti — 2025-04-29 — pag 2

12.5 Frequenzimetro: regolazione di level, slope e isteresi per minimizzare il rumore

8

Come il caso del periodometro, nel frequenzimetro è possibile regolare il valore di level e di slope del segnale di misura.

Il valore del "level" è la soglia per andare a pilotare la generazione degli impulsi: può essere regolato da un comando dello strumento.

Lo "slope", cioè la pendenza del segnale, può essere scelta o positiva o negativa, a seconda che vogliamo lavorare sul fronte di salita o di discesa di attraversamento del level.

Questa scelta va opportunamente fatta in base alle caratteristiche del segnale da esaminare.

Per questo motivo, se possibile, è meglio visualizzare con un oscilloscopio il segnale, prima di svolgere la misura, e poi utilizzare il frequenzimetro e /o altri strumenti di misura

Come il caso del periodometro, è opportuno scegliere il punto in cui il segnale presenta una variazione molto ripida.

Questa scelta riguardo alla pendenza non deve essere fatta per un problema di jitter, come era accaduto nel periodometro, bensì a causa delle false commutazioni.

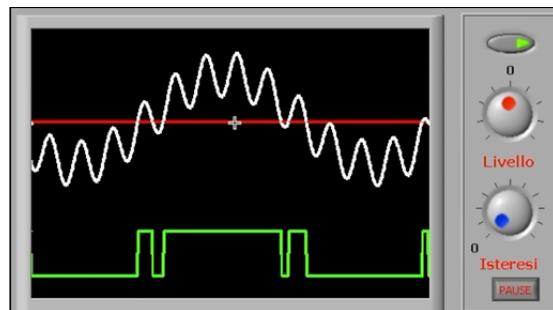
Il problema del jitter rimane anche nel frequenzimetro reale, ma le false commutazioni sono un problema maggiore rispetto al jitter.

Per contrastare le false commutazioni, nel frequenzimetro può essere impostato e regolato l'isteresi.

In un frequenzimetro reale, l'isteresi e il level possono essere cambiati da una manopola dedicata:



Come possiamo visualizzare dalla seguente schermata:



dove il segnale bianco è il segnale utile (che consideriamo una sinusoide) sovrapposto a un rumore a una frequenza maggiore, la linea rossa è il level e il segnale verde indica se il segnale misurato ha avuto una transizione lungo il level fissato.

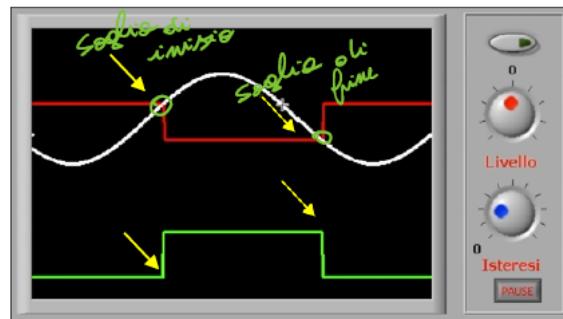
La presenza di rumore sovrapposto al segnale utile può comportare a delle transizioni spurie sul segnale che esce dal comparatore, perché ci saranno attraversamenti della soglia "level" di quelli che

⁸Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte II — pag 12 - 14
Appunti — 2025-04-29 — pag 3

effettivamente vogliamo rilevare.

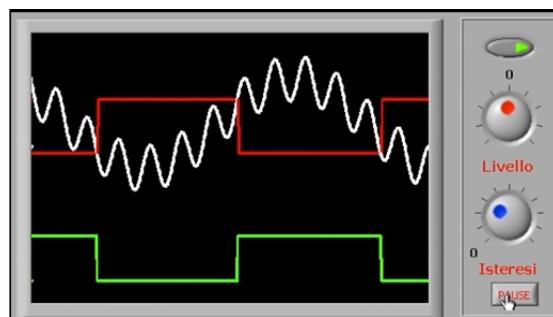
Se applicassi questo segnale al filtro passa-alto e al raddrizzatore, il circuito FI genererebbe tre impulsi anziché uno per ogni ciclo del segnale utile e misurerei una frequenza 3 volte superiore di quella effettiva.

Invece applicando l'isteresi:



piuttosto che applicare una soglia di level piatta si applicano due livelli di soglia differenti e si può risolvere il problema dovuto al rumore.

Impostando l'isteresi ad un segnale con rumore:



permette di evitare i problemi citati dovuto al passaggio al "level".

Generalmente in elettronica si cerca di togliere l'isteresi perché l'isteresi è dovuta ad un effetto di memoria, ad esempio di un condensatore, ma qui l'isteresi è voluta a causa del passaggio al level per il comparatore.

L'isteresi deve essere più ampia del valore picco-picco del rumore.

Se imposto una isteresi maggiore del valore picco-picco del segnale utile, la frequenza crolla a zero, non ci sono più impulsi che incrementano il contatore.

I valori di isteresi che permettono di ottenere una frequenza costante sono equivalenti, non ve ne è uno migliore, perché tanto il segnale si ripete (se consideriamo solo un segnale periodico nel tempo).

I livelli vanno settati in corrispondenza dei punti di più rapida variazione del segnale utile.

Quindi, prima visualizziamo il segnale con rumore con un oscilloscopio, e poi impostiamo i valori di isteresi.

12.6 Strumenti reciprocali

9

Gli strumenti reciprocali sono quegli strumenti che sfruttano il legame tra tempo e frequenza e scelgono automaticamente se misurare nel tempo o in frequenza in base al segnale sotto misura.

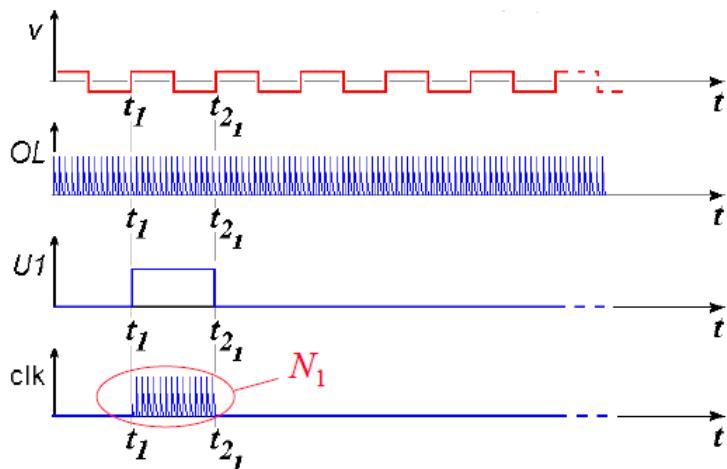
12.6.1 Periodometro MPA (Multiple Period Averaging)

10

Per strumenti MPA si intendono strumenti che svolgono la misura su multipli di un periodo e poi si svolge una media tra i valori.

Prendiamo per esempio il seguente caso.

Dato uno strumento che svolge solo una misura in un periodo:



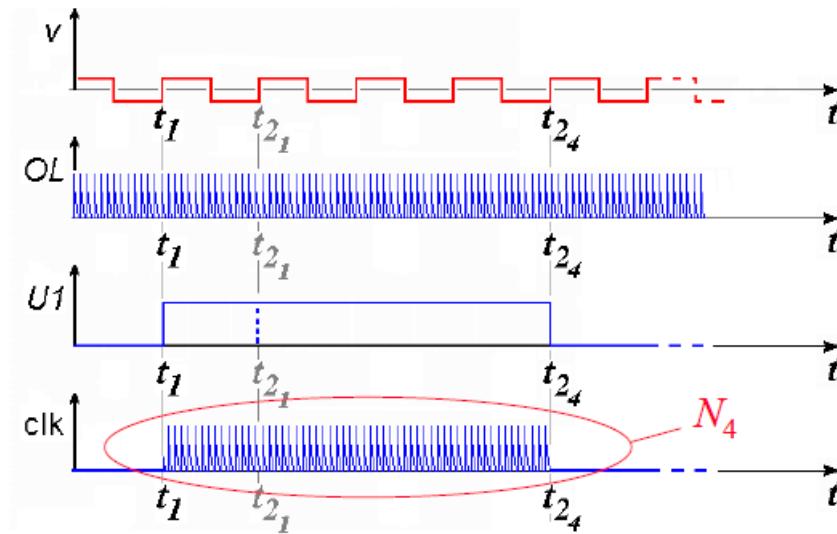
Come abbiamo precedentemente studiato, l'incertezza sul periodo T di N vale:

$$\begin{aligned} T &= N_1 \tau_1 \\ \downarrow \\ \frac{\Delta N}{N} &= \pm \frac{1}{N_1} \end{aligned} \tag{12.12}$$

Se invece si considera una misura svolta su più periodi, cioè un approccio MPA:

⁹Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte II — pag 15 - 18

¹⁰Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte II — pag 15 - 18



dove:

$$N_4 = 4N_1 \quad (12.13)$$

allora l'incertezza della misura è:

$$\begin{aligned} T &= \frac{t_{24} - t_{21}}{4} = \frac{N_4 \tau}{4} \\ &\uparrow \\ \frac{\Delta N}{N} &= \pm \frac{1}{N_4} \simeq \pm \frac{1}{4 \cdot N_1} \end{aligned} \quad (12.14)$$

Si considera $\simeq \pm \frac{1}{4 \cdot N_1}$ per i problemi di sincronizzazione.

Come si è notato dal seguente esempio:

$$\pm \frac{1}{4 \cdot N_1} < \pm \frac{1}{N_1} \quad (12.15)$$

la misura svolta su multipli di un periodo T comporta una misura con incertezza minore.

L'approccio MPA può essere svolto solo se nei due periodi considerati il segnale è periodico, cioè si ripete.

Generalizzando l'approccio ad un multiplo qualsiasi di un periodo T , considerando k intero:

$$\begin{aligned} T &= N_k \tau \\ &\uparrow \\ \frac{\Delta N}{N} &= \pm \frac{1}{N_k} \simeq \frac{1}{k \cdot N_1} \end{aligned} \quad (12.16)$$

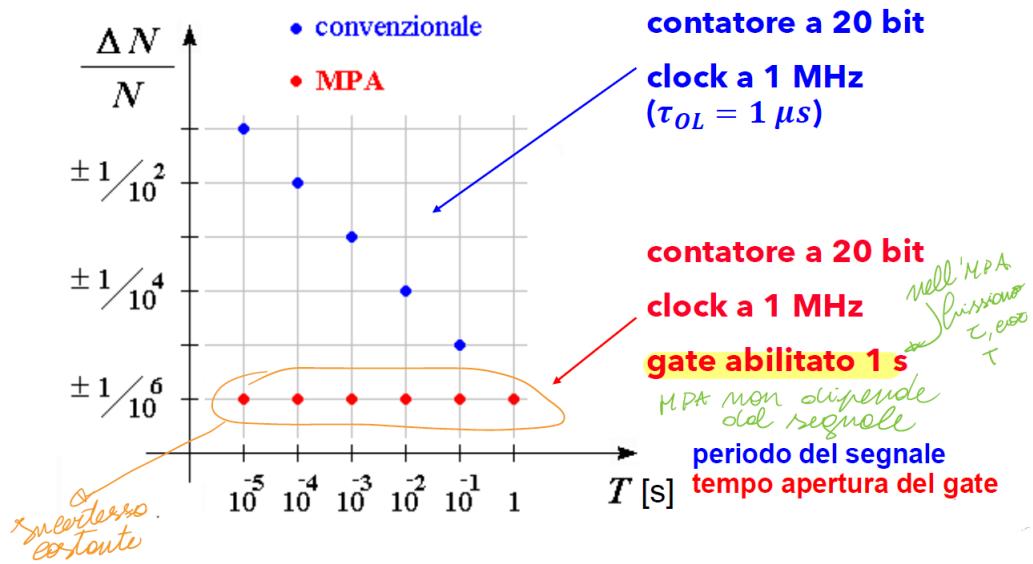
Siccome si va a considerare un periodo più elevato (o in altri termini, considerando una finestra di misura più ampia) in generale, un periodometro MPA avrà bisogno di un registro più elevato rispetto ad uno strumento in cui si fa la misura solo in un unico periodo, cioè $k = 1$.

Il fattore k scelto sarà grande in modo proporzionale alla grandezza del registro e il periodo τ del clock.

12.6.2 Incertezza relativa nella misura del periodo: confronto intervallometro convenzionale con strumento MPA

11

Come si può notare dalla seguente figura di esempio:



Il periodometro MPA non dipende dal periodo del segnale, bensì da quanto tempo è stato aperto il gate di misura: ecco perchè l'incertezza rimane costante.

¹¹ Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte II — pag 19 - 20
Appunti — 2025-04-29 — pag 5

12.6.3 Frequenzimetro reciprocale

12

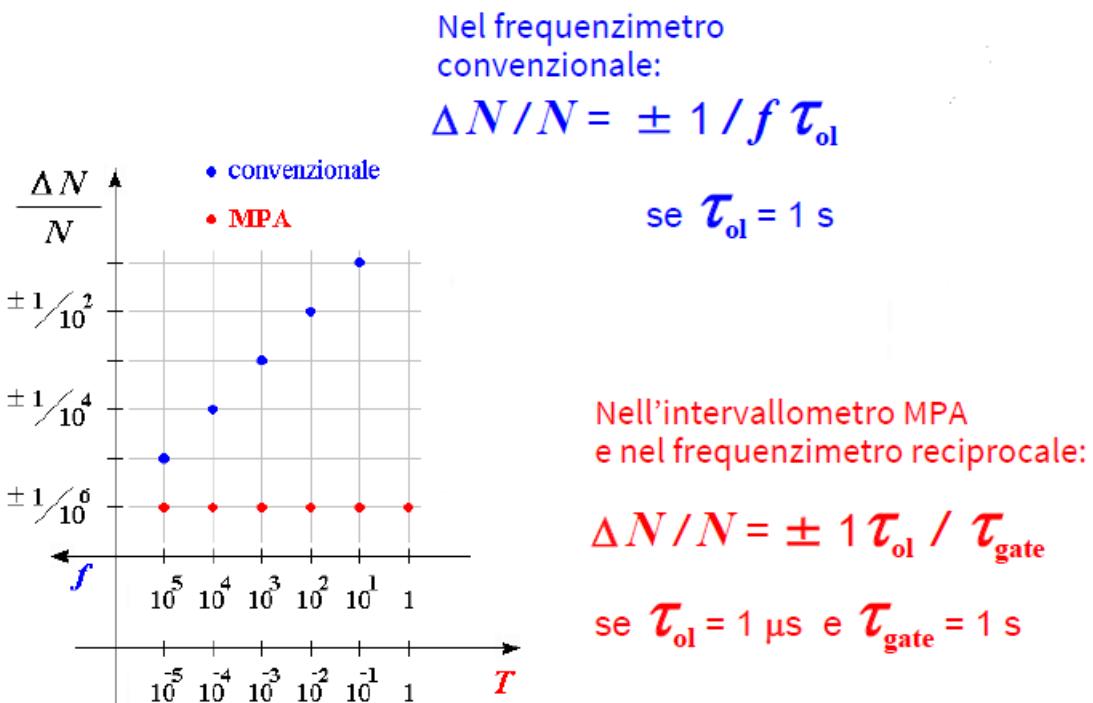
Se il segnale è periodico, allora valgono i seguenti legami:

$$\begin{cases} f = \frac{1}{T} \\ \frac{\Delta f}{f} = \frac{\Delta T}{T} \end{cases} \quad (12.17)$$

Se il segnale ha una frequenza inferiore ad un valore critico, dipendente dalla frequenza del clock interno, lo strumento seleziona automaticamente la misurazione di T e calcola analiticamente:

$$f = \frac{1}{T} \quad (12.18)$$

con una incertezza relativa di conteggio che è indipendente da f .

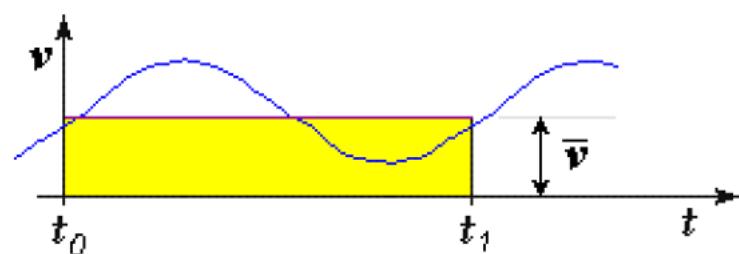
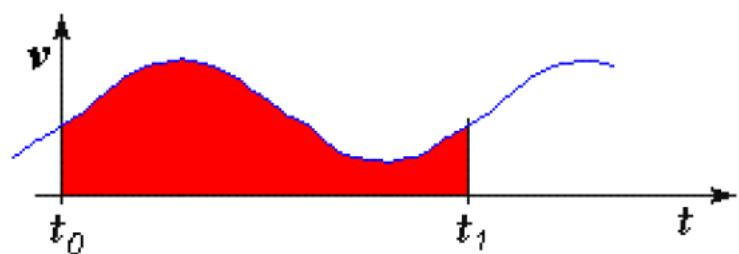


Le stesse considerazioni svolte sul periodometro reciprocale MPA, le possiamo replicare sul frequenzimetro reciprocale.

¹²Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte II — pag 21 - 22
Appunti — 2025-04-29 — pag 5 - 6

Capitolo 13

Strumenti numerici indicatori - parte III



13.1 Potenziale e tensione elettrica

1

Prima di capire quali grandezze i multimetri misurano veramente, bisogna dare alcuni indicazioni e specificazioni riguardo alcuni termini.

Per potenziale elettrico in un punto si intende l'energia potenziale posseduta da una carica unitaria posta nel punto di cui si tratta e si esprime in joule / coulomb o volt:

$$1 \text{ } J \cdot C^{-1} = 1 \text{ } m^2 \cdot kg \cdot s^{-3} \cdot A^{-1} = 1 \text{ } V \quad (13.1)$$

Per tensione elettrica fra due punti si intende la differenza dei loro potenziali elettrici.

La tensione elettrica viene chiamata anche differenza di potenziale.

¹Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte III — pag 4
Appunti — 2025-04-29 — pag 7

13.2 Corrente elettrica e sua intensità

²

Per corrente elettrica si intende un flusso di particelle cariche o ioni.

Come studiato ad elettromagnetismo, per generare una corrente elettrica, si deve applicare un campo elettrico che muova le particelle cariche verso una direzione ben definita.

Invece, per intensità della corrente elettrica in un conduttore, si intende la carica elettrica che fluisce nella unità di tempo attraverso una sezione del conduttore stesso e si esprime in ampere, che è una u.d.m. di base dell'SI.

²Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte III — pag 5
Appunti — 2025-04-29 — pag 7

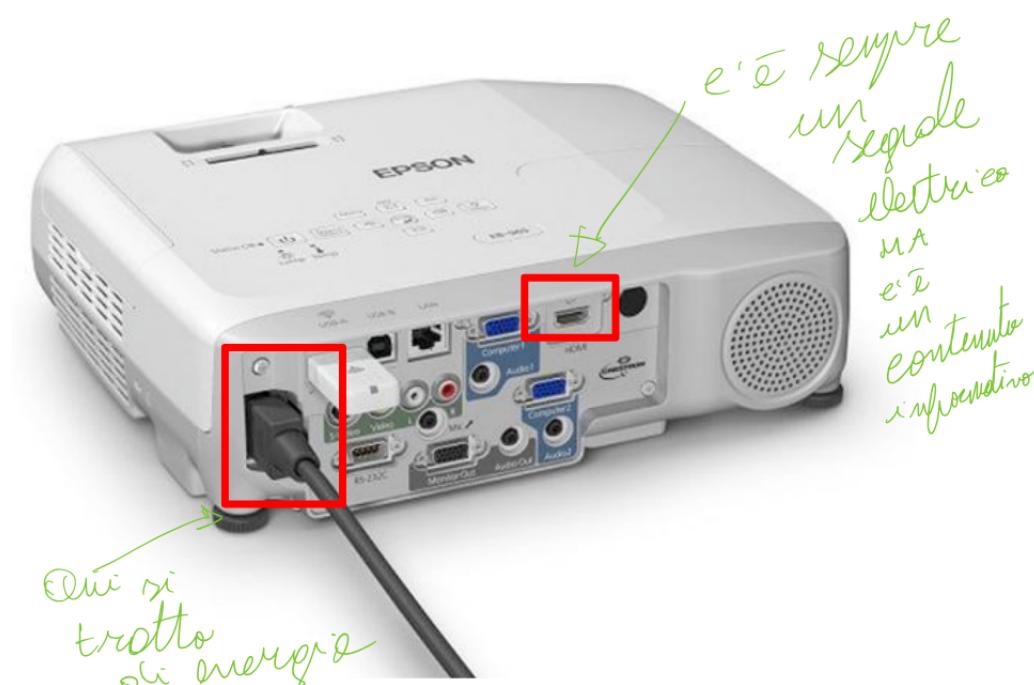
13.3 Segnali elettrici (o no?): analisi o misurazione?

3

La tensione e la corrente elettrica possono essere trattate come segnali, quando sono i veicoli di una informazione; oppure come generiche grandezze elettriche, quando ciò che interessa maggiormente è il trasferimento di energia, cioè non come abbiamo studiato i segnali nel corso di telecomunicazioni.

A seconda dei casi, delle generiche grandezze elettriche si esaminano gli andamenti temporali delle variazioni rispetto ad uno stato di riferimento: si tratta di analisi dei segnali, oppure si misureranno i valori di parametri descrittivi, cioè la misurazione delle grandezze elettriche (il focus di questo corso di misure elettriche ed elettroniche e non il focus del corso di telecomunicazioni).

Un esempio banale è quello delle grandezze elettriche in un proiettore:



³Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte III — pag 6 - 7
Appunti — 2025-04-29 — pag 7 - 8

13.4 Il voltmetro misura la tensione ?

4

Come scritto precedentemente, il misurista esamina l'energia della grandezza fisica e non l'informazione come nel caso di un telecomunicazionista.

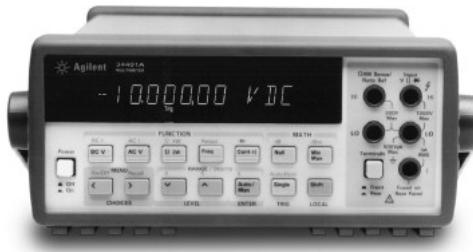
Ad esempio l'oscilloscopio è uno strumento che impiega sia il misurista che il telecomunicazionista nel proprio lavoro, ma l'oscilloscopio è uno strumento analizzatore, a differenza dei multimetri che misurano solo alcuni parametri descrittivi della grandezza fisica.

Come si può notare dalla figura dell'oscilloscopio:



esso misura i valori istantanei.

Invece il voltmetro:



misura un valore medio stazionario, che è quello che interessa ad un misurista.

Oramai gli oscilloscopi moderni possono fare anche da multimetri, ma non sono i dispositivi più adatti.

⁴Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte III — pag 8 - 9
Appunti — 2025-04-29 — pag 9

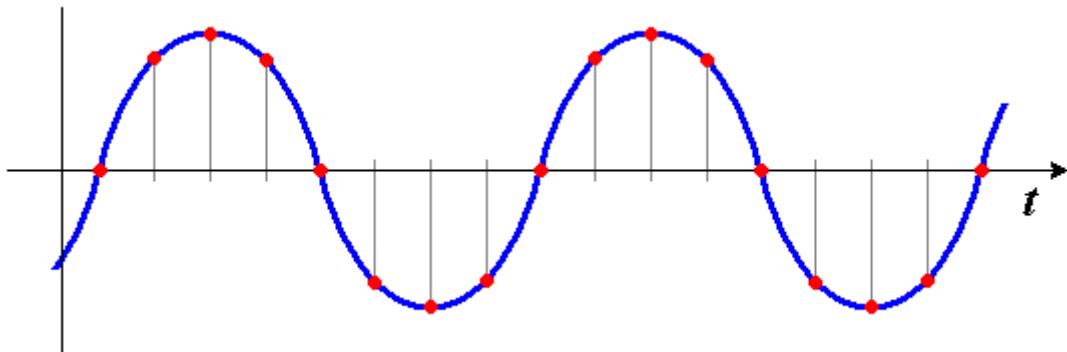
13.5 Parametri e parametri stazionari

5

Il parametro valore istantaneo $v(t)$ all'istante t_1 rappresenta il valore assunto dalla tensione elettrica nell'istante $t = t_1$.

Il parametro valore istantaneo di corrente $i(t)$ all'istante t_1 rappresenta il valore assunto dall'intensità della corrente elettrica nell'istante $t = t_1$, valore che è rappresentato dal rapporto fra la carica transitata in un intervallo di tempo infinitesimo centrato su t_1 e la durata, infinitesima, di tale intervallo.

Se si considera una funzione di questo tipo:



in ogni pallino rosso è possibile definire il valore istantaneo della funzione $v(t)$.

L'oscilloscopio è uno strumento che può misurare questi valori, a differenza del multmetro che può misurare solo il valore medio dato un intervallo di tempo.

Il parametro valore medio nell'intervallo $[t_0, t_1]$ rappresenta la media dei valori istantanei assunti dalla grandezza sotto misurazione nell'intervallo che inizia in t_0 e termina in t_1 .

Se si considera una tensione $v(t)$, si può definire il valore medio di questa tensione nell'intervallo $[t_0, t_1]$ come:

$$\bar{v}|_{[t_0, t_1]} = \frac{1}{t_1 - t_0} \int_{t_0}^{t_1} v(t) dt \quad (13.2)$$

La formula della media di una funzione è data dal teorema della media integrale.

Se vuoi farti un piccolo ripasso:

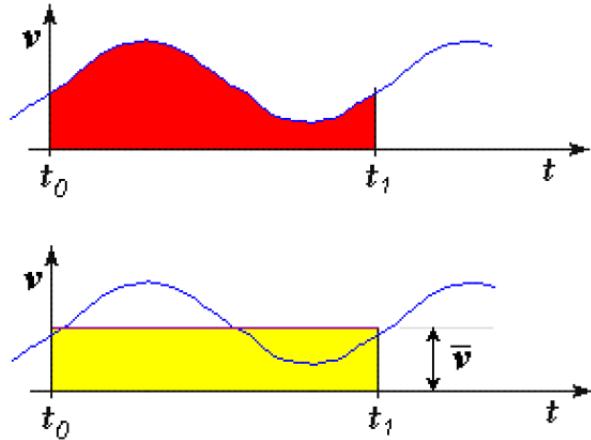
Teorema della media integrale di Francesco Bigolin

<https://www.youtube.com/watch?v=N-GkcIl1Cy0o>

Dalla formula di $\bar{v}|_{[t_0, t_1]}$ si può notare che $v(t)$ può essere di qualsiasi valore nel tempo, periodica o non periodica: il valore medio dipende dall'intervallo scelto tra $[t_0, t_1]$.

⁵Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte III — pag 10 - 14
Appunti — 2025-04-29 — pag 9 - 10

Come si può visualizzare dalle seguenti figure:



se si considera in rosso l'integrale della funzione $v(t)$ nell'intervallo $[t_0, t_1]$, in cui $v(t)$ varia istantaneamente, in giallo è indicato il valore medio di $v(t)$ in quell'intervallo.

$\bar{v}|_{[t_0, t_1]}$ può essere vista come una funzione continua costante in quell'intervallo.

È anche definito il valore medio della corrente nell'intervallo $[t_0, t_1]$ come:

$$\bar{i}|_{[t_0, t_1]} = \frac{1}{t_1 - t_0} \int_{t_0}^{t_1} i(t) dt \quad (13.3)$$

13.6 Valore efficace

6

Un altro parametro molto importante è il valore efficace.

In un tempo pari ad un periodo T, una corrente alternata con valore efficace di 1 A che circola su di un resistore dissipà la stessa energia che sarebbe dissipata nello stesso tempo, da una corrente costante con intensità di 1 A.

Per dare questa definizione, la corrente alternata è periodica ed ha valore medio nullo.

In formule:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} i^2(t) dt} \quad (13.4)$$

Anche se fisicamente non esiste, si è data anche la definizione di tensione efficace come:

$$V = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} v^2(t) dt} \quad (13.5)$$

Stare attenti alla nomenclatura: I e V con le lettere maiuscole intendono rispettivamente la corrente efficace e la tensione efficace

13.6.1 Perché dalla distribuzione in continua si è passati alla alternata

7

Momento storico alla Piero Angela pag 16 - 18

Se volete approfondire:

<https://www.storiadimilano.it/citta/milanotecnica/elettricita/radegonda0.htm>

In breve, si è passati da una distribuzione di corrente continua ad alternata perché la dissipazione in continua in lunghe tratte è enorme.

Se si considera la funzione della corrente sinusoidale (consideriamola idealmente sinusoidale e con un'unica pulsazione ω , anche se nella realtà non è così):

$$i(t) = I_{pk} \cdot \sin(\omega t) \quad (13.6)$$

dove I_{pk} è la corrente di picco, possiamo calcolarci la corrente efficace I come:

$$\begin{aligned} I &= \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} i^2(t) dt} \\ &= \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} [I_{pk} \cdot \sin(\omega t)]^2 dt} \\ &= \sqrt{\frac{I_{pk}^2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} [\sin(\omega t)]^2 dt} \end{aligned} \quad (13.7)$$

Grazie alle identità trigonometriche, possiamo scrivere $[\sin(\omega t)]^2$ come:

$$\begin{aligned} &= \sqrt{\frac{I_{pk}^2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} \frac{1 - \cos(2\omega t)}{2} dt} \\ &= \sqrt{\frac{I_{pk}^2}{T} \left[\int_{t_0}^{t_0+T} \frac{1}{2} dt + \int_{t_0}^{t_0+T} \frac{-\cos(2\omega t)}{2} dt \right]} \end{aligned} \quad (13.8)$$

Se si considera una sinusoide ideale a valore medio nullo, il secondo integrale è nullo, quindi:

⁷Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte III — pag 16 - 22
Appunti — 2025-04-29 — pag 10

$$\begin{aligned}
&= \sqrt{\frac{I_{pk}^2}{T} \left[\int_{t_0}^{t_0+T} \frac{1}{2} dt + 0 \right]} \\
&= \sqrt{\frac{I_{pk}^2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} \frac{1}{2} dt} \\
&= \sqrt{\frac{I_{pk}^2}{T} \cdot \frac{1}{2} T} \\
&= \sqrt{\frac{I_{pk}^2}{2}} \\
&= \frac{I_{pk}}{\sqrt{2}}
\end{aligned} \tag{13.9}$$

Con questa dimostrazione, si può dire che si può calcolare il RMS (Root Mean Square), cioè il valore efficace di un segnale come:

$$I = \frac{I_{pk}}{\sqrt{2}} \tag{13.10}$$

Questo calcolo, come vedremo in seguito, può essere dato o a un dispositivo DSP che esegue questo calcolo numerico oppure ad un circuito.

Se invece si applica la formula dell'integrale del valore efficace I, si definisce il segnale I come TRMS (True Root Mean Square).

Se i segnali sono perfettamente sinusoidali:

$$RMS = TRMS \tag{13.11}$$

ma in generale non lo sono.

13.7 Il multimetro numerico

⁸

Come scritto precedentemente, uno strumento di misura numerico ha molteplici vantaggi, tra cui può svolgere da voltmetro numerico.

Si scrive voltmetro, non voltimetro, voltometro.
Voltmetro, fine della discussione. Baci baci

Se ancora non lo capisci, fattelo dire da Shrek:

<https://www.youtube.com/watch?v=YK80Edhu-1c> minuto 1:40 - 1:45

Nel corso andremo a studiare le seguenti funzioni del voltmetro numerico a valore medio:

- lo schema elettrico di principio
- la misurazione del valore medio, quindi attenuazione dei disturbi e la scelta del periodo di mediazione
- il partitore di ingresso
- la protezione contro le sovratensione dell'ingresso (caratteristica molto importante in un qualsiasi strumento di misura)
- il convertitore AD a valore medio

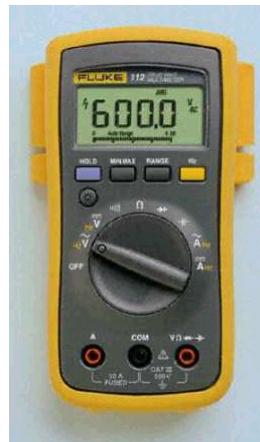
⁸Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte III — pag 24
Appunti — 2025-04-29 — pag 4

13.7.1 Funzioni del multmetro

9

I multimetri, chiamati anche come "tester", misurano più di una grandezza elettrica.

Di seguito le specifiche di un Fluke 112:



funzioni	portata	incertezza
Tensione DC	600 V	$\pm(0,7\%+2)$
Tensione AC	600 V	$\pm(1,0\%+3)$
Corrente DC	10 A	$\pm(1,0\%+3)$
Corrente AC	10 A	$\pm(1,5\%+3)$
Resistenza	40 MΩ	$\pm(0,9\%+1)$
Capacità	10000 µF	$\pm(1,9\%+2)$
Frequenza	50 kHz	$\pm(0,1\%+2)$

Come si può visualizzare dalla tabella, il tester fa lo stesso ruolo di:

- voltmetro, quindi misura una tensione
- amperometro, quindi misura una corrente
- Ohmetro, quindi misura una resistenza

La corrente e la tensione possono essere alternate (AC) o non alternate (DC).

⁹Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte III — pag 25
Appunti — 2025-04-30 — pag 4

13.7.2 Gli "strumenti elementari" che costituiscono il multimetro numerico¹⁰

Come scritto precedentemente, il tester comprende più strumenti in uno.

In particolare:

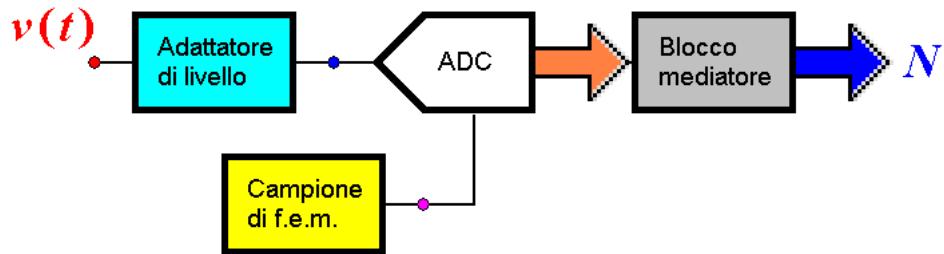
- nel voltmetro si può svolgere una misura del valore medio e del valore efficace della tensione
- nell'amperometro si può svolgere una misura del valore medio e del valore efficace dell'intensità di corrente

¹⁰Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte III — pag 26
Appunti — 2025-04-30 — pag 4

13.8 Il voltmetro a valore medio

11

Di seguito una rappresentazione dell'architettura di un voltmetro a valore medio:



Come visualizzato nello schema, i componenti principali di un voltmetro a valore medio sono:

- uno stadio di ingresso (blocco celestino "Adattatore di livello") con protezioni contro le sovratensioni e adattatore di livello, che, nell'architettura del voltmetro, adatta, generalmente, una alta tensione in piccole tensioni che lo strumento numerico può gestire
- un campione di f.e.m. (blocco giallo), che generalmente servirà come riferimento all'ADC
- un convertitore AD (pentagono bianco ADC), che è il componente più importante, più costoso, più delicato di tutta l'architettura (praticamente da accudire come Biancaneve)
- generalmente, un display per visualizzare la misura

A sua volta, si può considerare l'architettura del voltmetro numerico a valore medio in due parti:

- circuito analogico, che comprende lo stadio di ingresso, campione di f.e.m. e lo stadio di ingresso dell'ADC
- circuito digitale, che comprende lo stadio di uscita dell'ADC, il blocco mediatore e il display

È consuetudine rappresentare l'architettura del voltmetro a valore medio con questa rappresentazione:



Il campione di f.e.m. è generalmente inglobato nell'architettura dell'ADC ed è realizzato con il silicio con un diodo zener.

Inoltre, N, cioè il valore di misura che uscirà dal circuito sarà:

$$N = \alpha \overline{v_x}|_{[t_0, t_1]} \quad (13.12)$$

dove:

- $\overline{v_x}|_{[t_0, t_1]}$ è la tensione media di ingresso $v(t)$ (che può essere sia periodica che non periodica, che sinusoidale che non sinusoidale) calcolata nell'intervallo $[t_0, t_1]$
- α è la costante di taratura (idealmente $\alpha = 1$), che è proporzionale a $\overline{v_x}|_{[t_0, t_1]}$

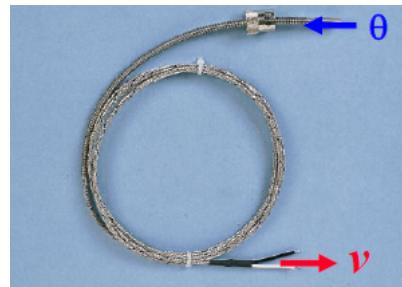
Ora ci concentreremo su come scegliere l'intervallo di tempo $[t_0, t_1]$ e come realizzare il blocco mediatore.

¹¹ Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte III — pag 27-28
Appunti — 2025-04-29 — pag 4

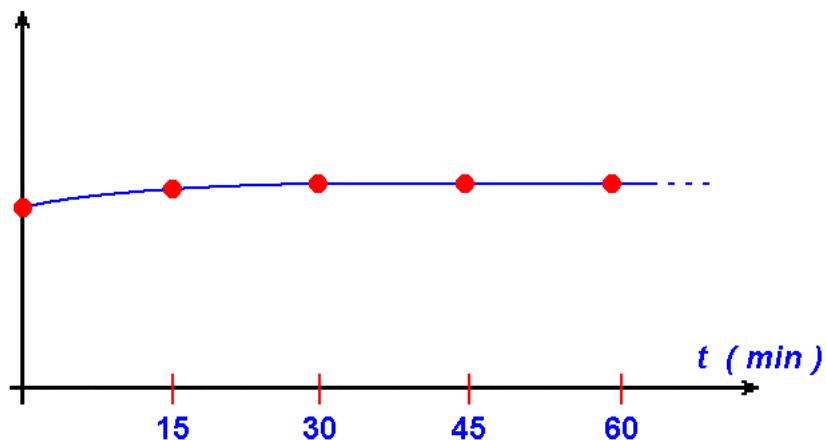
13.8.1 Perché usare uno strumento a valore medio?

¹²

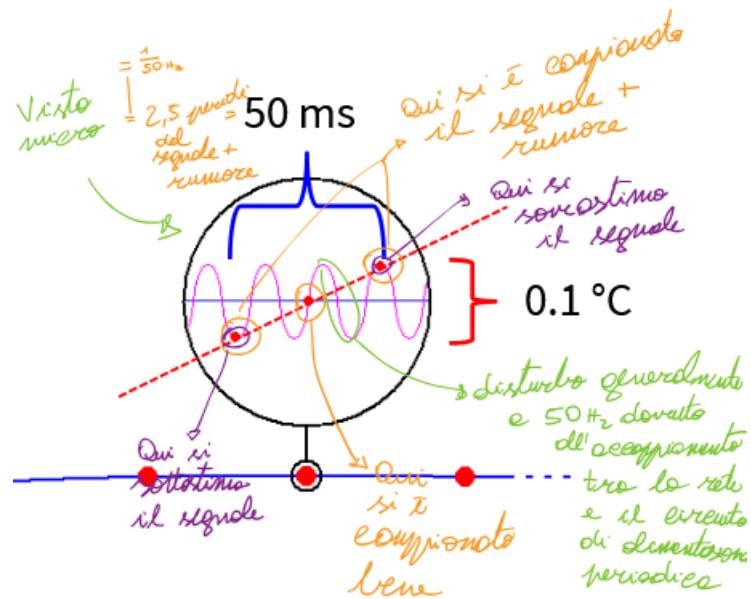
Consideriamo, come esempio, il segnale elettrico di una termocoppia, cioè uno strumento che "converte" una temperatura θ in una tensione v come uscita:



Se si considera l'andamento nel tempo da un punto di vista macro:



Da un punto di vista micro, "facendo uno zoom" su un pallino rosso, notiamo che:



Generalmente, anche se casuale, il disturbo è più piccolo rispetto al segnale utile.

Si può tecnicamente misurare la tensione istantanea, ma non avrebbe senso dal punto di vista misuristico perché la media attenua gli effetti casuali della singola ripetizione.

¹²Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte III — pag 29
Appunti — 2025-04-30 — pag 5

La media va fatto su un periodo ben fissato: è il disturbo che impone la durata in cui fare la media.

Siccome, in Europa, molti dispositivi soffrono di disturbi dovuti alla rete di distribuzione elettrica, la quale eroga corrente a 50 Hz:

$$\begin{aligned} 50 \text{ Hz} &= \frac{1}{50} \text{ s} \\ &= 0.02 \text{ s} \\ &= 20 \text{ ms} \end{aligned} \tag{13.13}$$

si cerca di scegliere un intervallo per calcolare il valore medio della tensione un multiplo di tale disturbo, cioè 50 ms, che è 2.5 il disturbo della rete di distribuzione di 20 ms.

13.8.2 Cancellazione di un rumore alternato

13

Una grandezza si dice alternata se il suo valore medio sul periodo è nullo.

Un rumore alternato è quindi periodico ed ha, sul periodo, un valore medio nullo.

Consideriamo un segnale s sommato al rumore r e calcoliamone il suo valore medio nell'intervallo $[t_0, t_1]$:

$$\begin{aligned}\overline{s+r} &= \frac{1}{t_1 - t_0} \int_{t_0}^{t_1} [s(t) + r(t)] dt \\ &= \frac{1}{t_1 - t_0} \int_{t_0}^{t_1} s(t) dt + \frac{1}{t_1 - t_0} \int_{t_0}^{t_1} r(t) dt\end{aligned}\tag{13.14}$$

Supponiamo che il rumore sia additivo, cioè r rumore si sommi al segnale sotto misura s .

Se si sceglie un intervallo del disturbo alternato T_r :

$$T_r = t_1 - t_0 \tag{13.15}$$

allora l'equazione di $\overline{s+r}$ diventa:

$$\begin{aligned}\overline{s+r} &= \frac{1}{t_1 - t_0} \int_{t_0}^{t_1} s(t) dt + 0 \\ &= \frac{1}{t_1 - t_0} \int_{t_0}^{t_1} s(t) dt \\ &= \bar{s}\end{aligned}\tag{13.16}$$

Questa ultima equazione, cioè che:

$$\overline{s+r} = \bar{s} \tag{13.17}$$

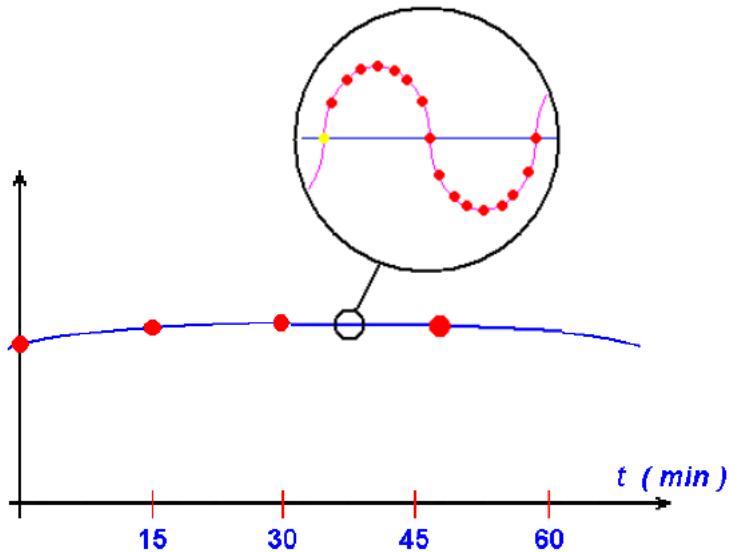
ci permette di dire che, se il rumore entra dentro il circuito del voltmetro, non c'è bisogno di inserire un blocco filtrante per togliere il rumore, proprio perché il rumore, nel periodo T_r , ha valore medio nullo.

¹³Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte III — pag 30
Appunti — 2025-04-29 — pag 6

13.8.3 Cancellazione di un rumore alternato tramite misurazione del valore medio

14

Considerando il seguente segnale sommato ad un rumore con andamento alternato, il suo andamento macroscopico rispetto all'andamento microscopico sarà:



Con le considerazioni svolte precedentemente, possiamo scrivere che, se s è il segnale ed r è il rumore alternato:

$$\begin{aligned}
 \overline{s+r} &= \frac{1}{K} \sum_{j=1}^K [s(t_j) + r(t_j)] \\
 &= \frac{1}{K} \sum_{j=1}^K [s(t_j)] + \frac{1}{K} \sum_{j=1}^K [r(t_j)] \\
 &= \frac{1}{K} \sum_{j=1}^K [s(t_j)] + 0 \\
 &= \frac{1}{K} \sum_{j=1}^K [s(t_j)] \\
 &= \bar{s}
 \end{aligned} \tag{13.18}$$

in cui \bar{s} è la media del segnale s nel periodo T_r :

$$\begin{cases} t_j = t_0 + j \frac{T_r}{K} \\ K \in \mathbb{Z} \end{cases} \tag{13.19}$$

K è il numero di valori istantanei misurati all'interno di quello che è il periodo del rumore T_r , prendendo valori equi-spaziati che coprono un intero periodo.

¹⁴Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte III — pag 31
Appunti — 2025-04-30 — pag 6

Come scritto nella sezione precedente, non è necessario un blocco filtrante per togliere il rumore, se questo ultimo è alternato e periodico.

13.9 Media numerico o analogica?

15

Come possiamo notare dai seguenti modelli di multimetri da banco e dai loro rispettivi prezzi:



Agilent Technologies:

Mod. 3458A : 6.500,00 €

Mod. 34401A : 500,00 €

Mod. 34420A : 7.000,00 €

Un approccio misto tra analogico e numerico del calcolo di una media del segnale ha un costo a livello economico più elevato perchè è più complesso da gestire, ma garantirà una minore incertezza di misura.

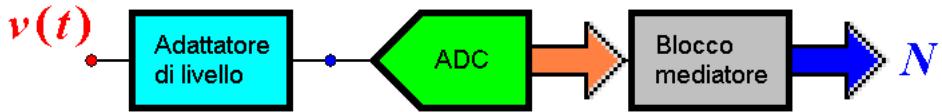
La stessa misura va svolta su due circuiti differenti e poi confrontati.

¹⁵Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte III — pag 32
Appunti — 2025-04-30 — pag 6

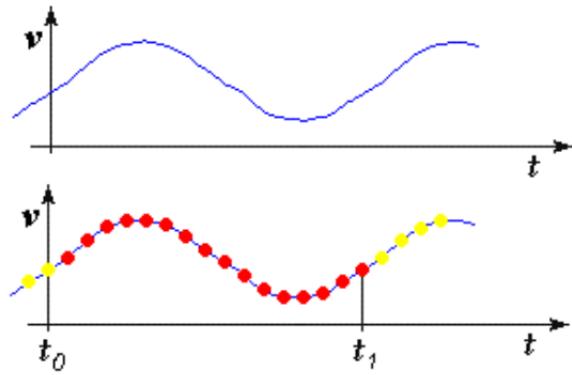
13.9.1 Il voltmetro a valore medio: media numerica

16

Considerando il circuito all'interno di un voltmetro numerico:



e l'andamento del segnale originale analogico e dei valori istantanei (pallini rossi in figura) nel periodo $[t_0, t_1]$:



Se il voltmetro svolge una media numerica, il blocco mediatore, che è posto dopo l'ADC, svolge la seguente operazione matematica:

$$\bar{v} = \frac{1}{K} \sum_{j=1}^K [v(t_j)] \quad (13.20)$$

in cui t_j è preso come:

$$t_j = t_0 + j \frac{t_1 - t_0}{K} \quad (13.21)$$

Siccome la media del segnale v viene svolta nel periodo $[t_0, t_1]$, possiamo scrivere:

$$\bar{v} = \overline{v_x}|_{[t_0, t_1]} \quad (13.22)$$

Il blocco mediatore da in uscita il valore N della misura che è uguale a:

$$N = \alpha \overline{v_x}|_{[t_0, t_1]} \quad (13.23)$$

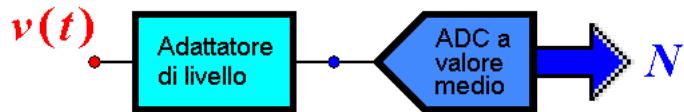
dove α è la costante di taratura, che è proporzionale a $\overline{v_x}|_{[t_0, t_1]}$.

¹⁶Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte III — pag 33
Appunti — 2025-04-30 — pag 6

13.9.2 Il voltmetro a valore medio: integrazione analogica

17

Se invece si considera un volmetro che ha la seguente architettura:

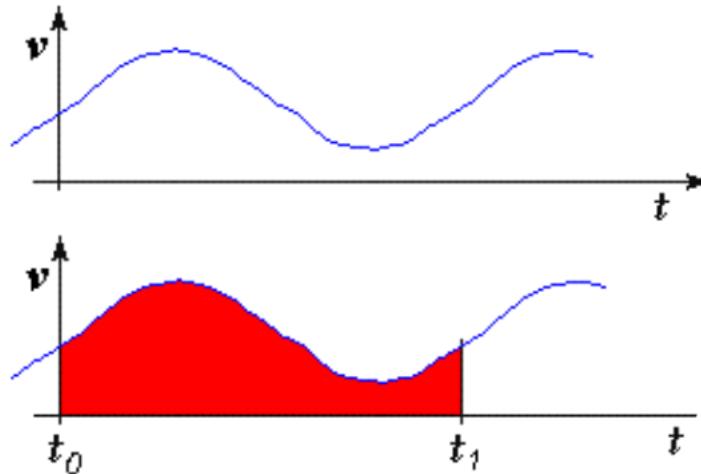


L'adattatore di livello diminuisce il segnale $v(t)$, in modo che l'ADC a valore medio possa svolgere le sue operazioni.

Nel blocco (di colore blu) l'ADC a valore medio, è incluso il blocco integratore che svolge la seguente operazione:

$$\bar{v}_x|_{[t_0, t_1]} = \frac{1}{t_1 - t_0} \int_{t_0}^{t_1} v(t) dt \quad (13.24)$$

cioè dal segnale analogico, si calcola l'integrale (banalmente l'area sotto al segnale):



(di colore rosso in figura) nel periodo $[t_0, t_1]$ e poi si fa la media.

N , come il caso del voltmetro in cui si svolge una media numerica, sarà:

$$N = \alpha \bar{v}_x|_{[t_0, t_1]} \quad (13.25)$$

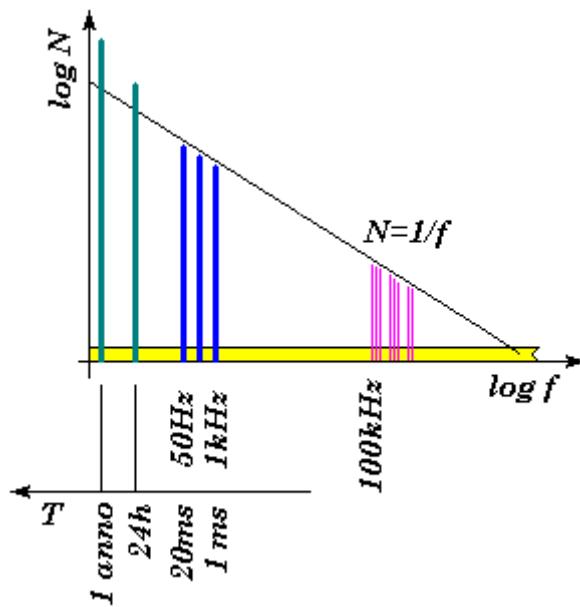
ma in questo caso, rispetto al caso precedente, la media del segnale $v(t)$ viene calcolata in modo analogico e non in modo numerico.

¹⁷Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte III — pag 34
Appunti — 2025-04-30 — pag 6

13.10 Scelta dell'intervallo di media: spettro del rumore elettrico

18

Come visualizzato nei capitoli precedenti:



l'entità del disturbo dipende dalla frequenza del segnale che dobbiamo analizzare.

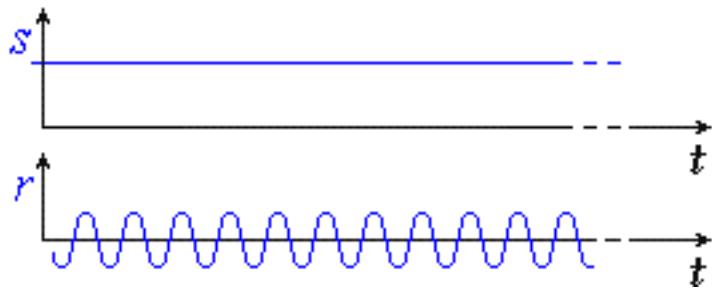
Per scegliere l'intervallo sul quale effettuare la media, riconsideriamo lo spettro del rumore elettrico.

Non possiamo cancellare il rumore dovuto alle derive termiche, quelle a bassissima frequenza (quelle minori a 50 Hz).

Possiamo, però, cancellare i disturbi generati dalla rete a 50 Hz e quelli a frequenze superiori.

In linea di massima, le frequenze basse sono quelle che interessano all'ambito elettrico; invece le frequenze alte sono quelle che interessano l'ambito dell'elettronica

Consideriamo l'andamento dei due segnali:



Il segnale s è la tensione da misurare, che rimane costante; invece r è il rumore a 50 Hz dovuto alla linea elettrica e lo consideriamo perfettamente sinusoidale e periodico.

Si vuole calcolare la media del segnale $\overline{s+r}$ in un periodo T .

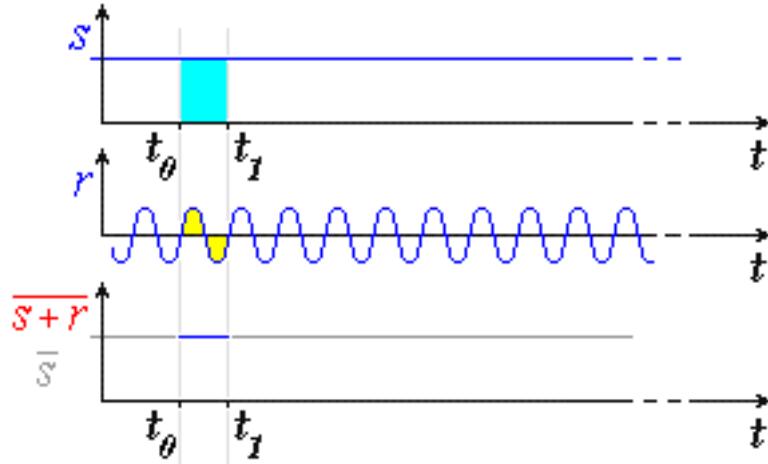
Se il periodo T è proprio:

¹⁸Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte III — pag 35 - 37
Appunti — 2025-04-30 — pag 6 - 7

$$T = [t_0, t_1] \quad (13.26)$$

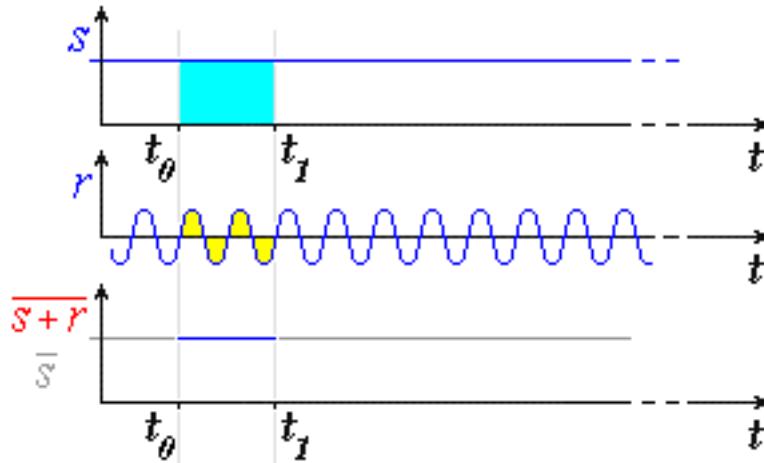
che coincide con un periodo del segnale di rumore alternato, allora il valore medio del rumore sull'intervallo risulta nullo.

Come si può visualizzare dalla seguente figura:



Il valore di $\overline{s+r}$ è uguale al valore medio di s : essendo s costante, anche il valore medio di s , cioè \bar{s} , sono uguali.

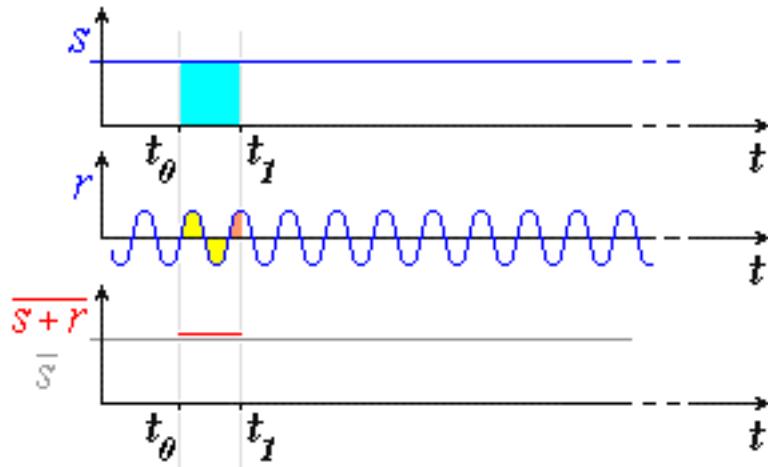
Se si considera un periodo T più lungo, multiplo di $[t_0, t_1]$, ad esempio due volte $[t_0, t_1]$:



l'andamento di $\overline{s+r}$ rimane lo stesso di un periodo.

In generale, tutte le volte che l'intervallo è un multiplo intero del periodo del rumore, si riesce a cancellare il contributo di rumore.

Se l'intervallo $[t_0, t_1]$ non ha durata pari ad un multiplo intero del periodo di rumore, come in questo caso:



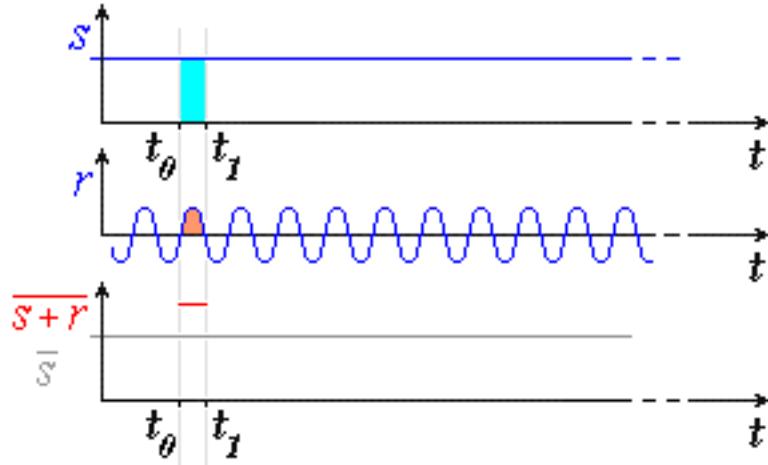
la semi-onda che non si elide, fornisce un piccolo contributo (nella figura di colore rosa carne) al valore medio.

La semi-onda in rosa carne viene "spalmata" sull'intervallo e dà un piccolo contributo a $\bar{s} + \bar{r}$.

Quindi:

$$\bar{s} + \bar{r} \neq \bar{s} \quad (13.27)$$

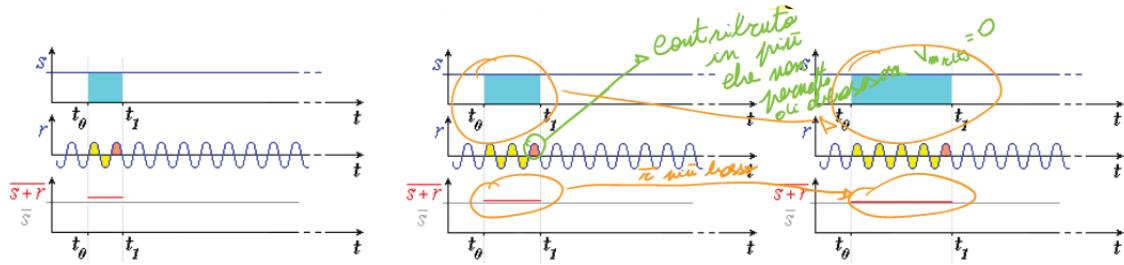
Se consideriamo la condizione peggiore, cioè quando viene preso un intervallo $[t_0, t_1]$ proprio lungo una semi-onda del rumore:



il contributo, che non si elide, porta ad un forte incremento del valore medio del segnale+rumore $\bar{s} + \bar{r}$, rispetto al valore medio del solo segnale.

Però, prendendo un intervallo più lungo rispetto a $[t_0, t_1]$, il contributo di quella semi-onda di rumore si "spalma" su un tempo via via maggiore e diventa meno significativo.

Come si può visualizzare dalle seguenti figure, se si aumenta il tempo $[t_0, t_1]$ (confronta le figure da sinistra verso destra):

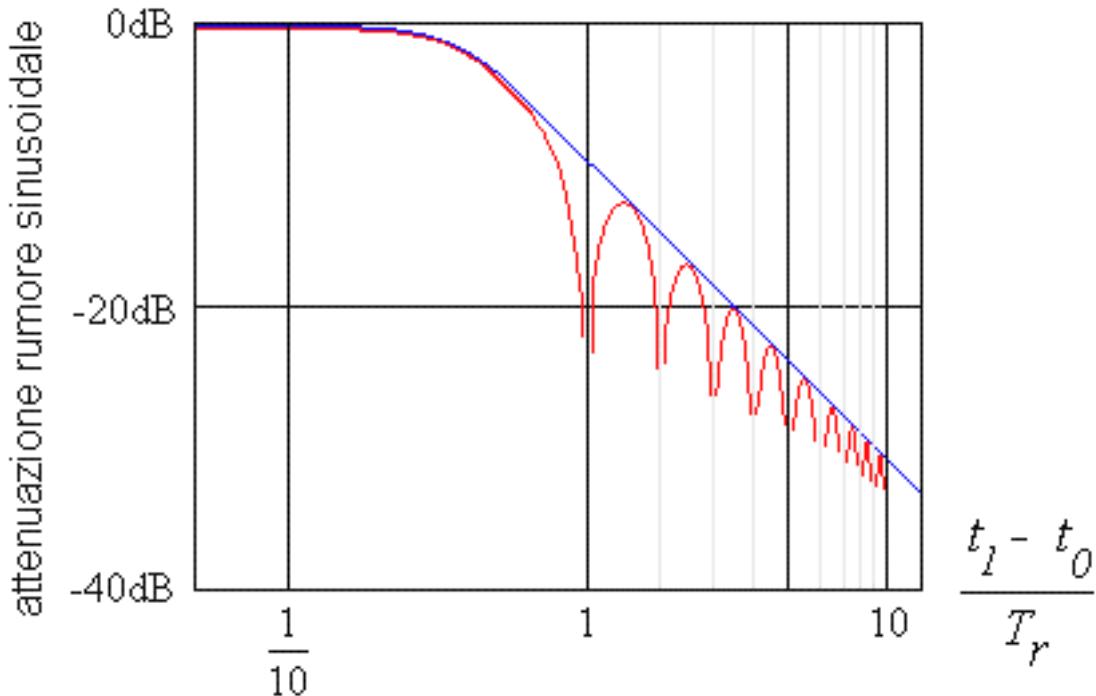


si può concludere che, più è lungo l'intervallo di misura rispetto al periodo del rumore, tanto minore sarà il residuo di alterazione che potrò trovare nella misura.

13.11 Scelta dell'intervallo di media: reiezione rumori alternati

19

Data il seguente grafico:



si può dimostrare la reiezione dei rumori alternati in funzione del rapporto tra la durata dell'intervallo di tempo $t_1 - t_0$ sul quale si calcola la media e il periodo di rumore T_r .

Tutte le volte che il rapporto è un intero, si ha un'attenuazione totale del rumore: anche nella figura l'andamento rosso non ha un valore.

Quando non sussiste questa condizione, il residuo di rumore diminuisce quanto più l'intervallo $t_1 - t_0$ è maggiore di T_r .

Si ha dunque interesse a prendere intervalli lunghi, ma c'è un problema dovuto al residuo di rete.

¹⁹Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte III — pag 38
Appunti — 2025-04-29 — pag 7

13.12 Scelta dell'intervallo di media: "residuo di rete"

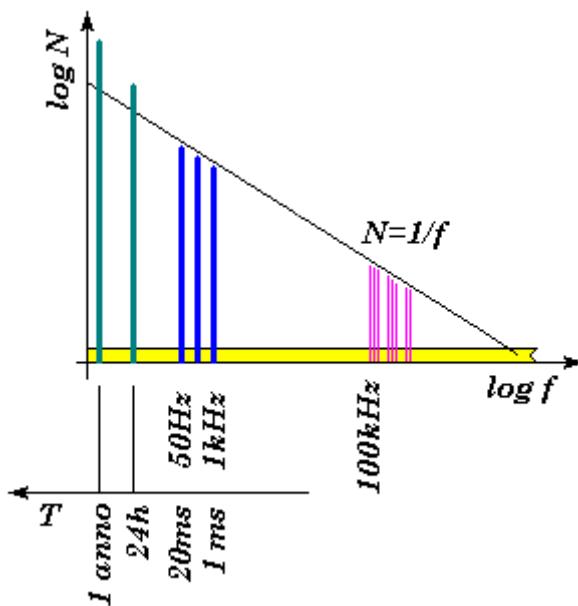
20

La rete elettrica ha un andamento (idealmente) sinusoidale di una frequenza nota.

In Europa, la rete elettrica distribuisce tensione a 50 Hz, quindi il periodo del disturbo è:

$$\begin{aligned}
 f_{rE} &= 50 \text{ Hz} \leftrightarrow T_{rE} = \frac{1}{f_{rE}} \\
 &= \frac{1}{50} \text{ s} \\
 &= 20 \text{ ms}
 \end{aligned} \tag{13.28}$$

Con l'aiuto della seguente figura:



e dal corso di Teoria dei Segnali (o Segnali Determinati Aleatori), sappiamo che le armoniche del segnale, in questo caso di rete, sono presenti ogni multipli interi della frequenza fondamentale, quindi nel tempo le armoniche sono più brevi della frequenza fondamentale.

Inoltre, se vogliamo misurare delle grandezze elettriche, quindi a frequenza bassa, i segnali a radio-frequenza, cioè quelli ad alta frequenza, non hanno un grosso impatto rispetto alla rete elettrica.

Quindi, per cancellare il rumore, in Europa, basterebbe misurare la tensione per ogni multiplo di 20 ms.

Invece in America, la distribuzione di rete è a 60 Hz, quindi il periodo del disturbo è:

$$\begin{aligned}
 f_{rA} &= 60 \text{ Hz} \leftrightarrow T_{rA} = \frac{1}{f_{rA}} \\
 &= \frac{1}{60} \text{ s} \\
 &= 16.66666666 \text{ ms}
 \end{aligned} \tag{13.29}$$

²⁰Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte III — pag 39
Appunti — 2025-04-29 — pag 7

Siccome le aziende produttrici vogliono costruire un unico strumento di misura che sia compatibile in tutto il mondo, sia Europa che America, si è deciso di adottare il minimo comune multiplo tra i due periodi per la scelta della finestra di misura:

$$t_1 - t_0 = 100 \text{ ms} \quad (13.30)$$

la quale è:

$$\begin{cases} t_1 - t_0 = 5 \cdot T_{rE} \\ t_1 - t_0 \approx 6 \cdot T_{rA} \end{cases} \quad (13.31)$$

Si può concludere che, con un tempo di integrazione di 100 ms, si possono cancellare tutti i disturbi alternati a frequenza multipla di 10 Hz.

$t_1 - t_0$ è anche il periodo di finestra dell'ADC.

Capitolo 14

Strumenti numerici indicatori - parte IV



14.1 Voltmetro numerico a valore medio

1

In questo capitolo ci concentreremo sull'architettura del voltmetro numerico a valore medio.



In particolare a:

- partitore di ingresso
- protezione contro le sovratensioni all'ingresso
- convertitore AD a valore medio

Il voltmetro numerico a valor medio che studieremo è uno strumento che misura una tensione in continua DC.

¹Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte IV — pag 2
Appunti — 2025-04-30 — pag 8 — 2025-05-06 — pag 2

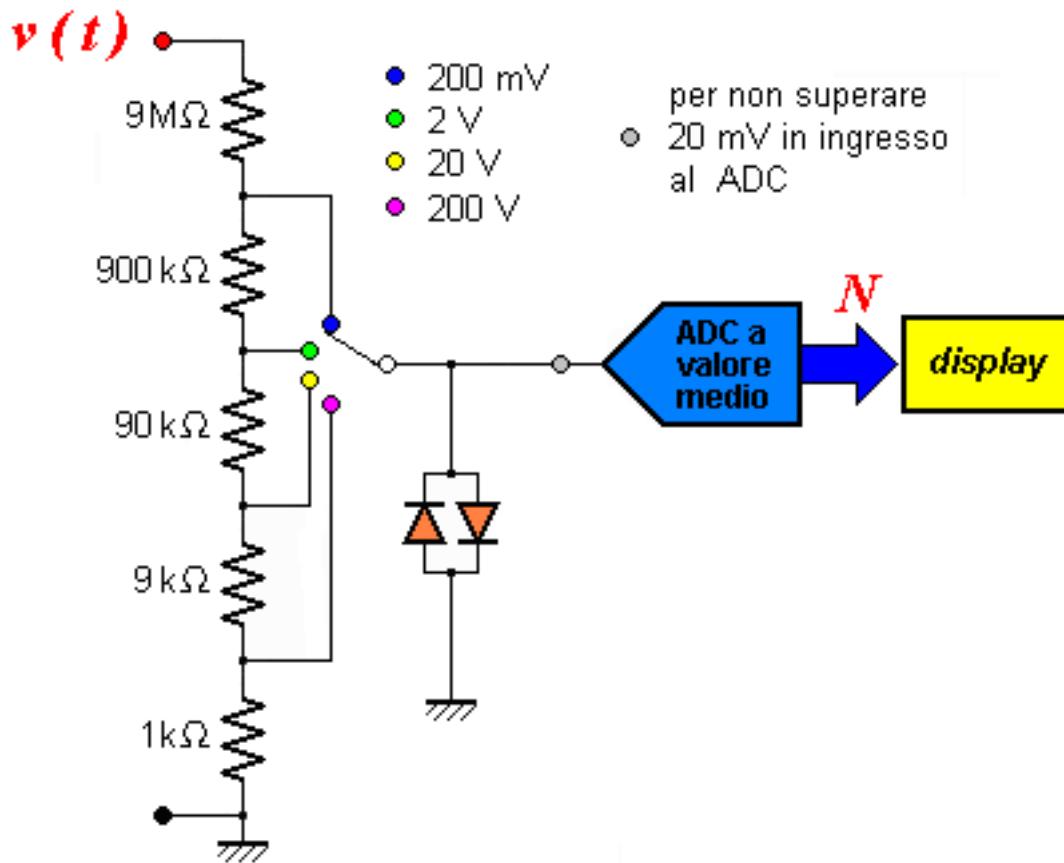
14.2 Voltmetro multi-portata per misurazioni in continua (valore medio) - schema di principio

2

L'architettura di un voltmetro da così:



passeremo a questa:



Quindi dal blocco adattatore di livello si passerà ad una rete resistiva, composta da 5 resistori.

Dalla figura, si può notare che questo tipo di architettura è di un voltmetro a 4 portate, rispettivamente 200 mV, 2 V, 20 V e 200 V, cioè si può impiegare lo stesso strumento, in questo caso il voltmetro, per tutti questi tipi di portate.

La portata del voltmetro va scelta in base all'intensità di picco del segnale $v(t)$: per questo motivo è buona scelta, per avere incertezza minore, iniziare la misura con la portata maggiore e poi scendere fino alla portata ideale.

In base a dove si trova il selettore, la portata massima sarà quella che collega il pallino bianco a uno dei seguenti pallini: pallino blu scuro, verde, giallo, fucsia.

La rete resistiva ha una resistenza di:

²Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte IV — pag 3
 Appunti — 2025-04-30 — pag 8 — 2025-05-06 — pag 2-3

$$\begin{aligned}
 R_{in} &= 9 \text{ } M\Omega + 900 \text{ } k\Omega + 90 \text{ } k\Omega + 9 \text{ } k\Omega + 1 \text{ } k\Omega \\
 &= 9 \cdot 10^6 + 900 \cdot 10^3 + 90 \cdot 10^3 + 9 \cdot 10^3 + 1 \cdot 10^3 [\Omega] \\
 &= 10 \cdot 10^6 [\Omega] \\
 &= 10 \text{ } M\Omega
 \end{aligned} \tag{14.1}$$

La resistenza di ingresso:

$$R_{in} = 10 \text{ M}\Omega \tag{14.2}$$

è un valore standard dei costruttori dei voltmetri.

Inoltre, come indicato nella figura dell'architettura, la tensione massima che deve andare all'ADC a valore medio (pallino grigio) non deve superare i 20 mV.

Per questo motivo, vengono scelti dei valori standard della rete resistiva e vengono posti due diodi in anti-parallelo per proteggere l'ADC da elevati correnti.

Idealmente l'ADC dovrebbe avere corrente nulla, in pratica può tollerare una corrente molto bassa.

Come ripetuto più volte in queste dispense, l'ADC è l'elemento più importante e costoso di uno strumento di misura: va trattato bene e con tante precauzioni.

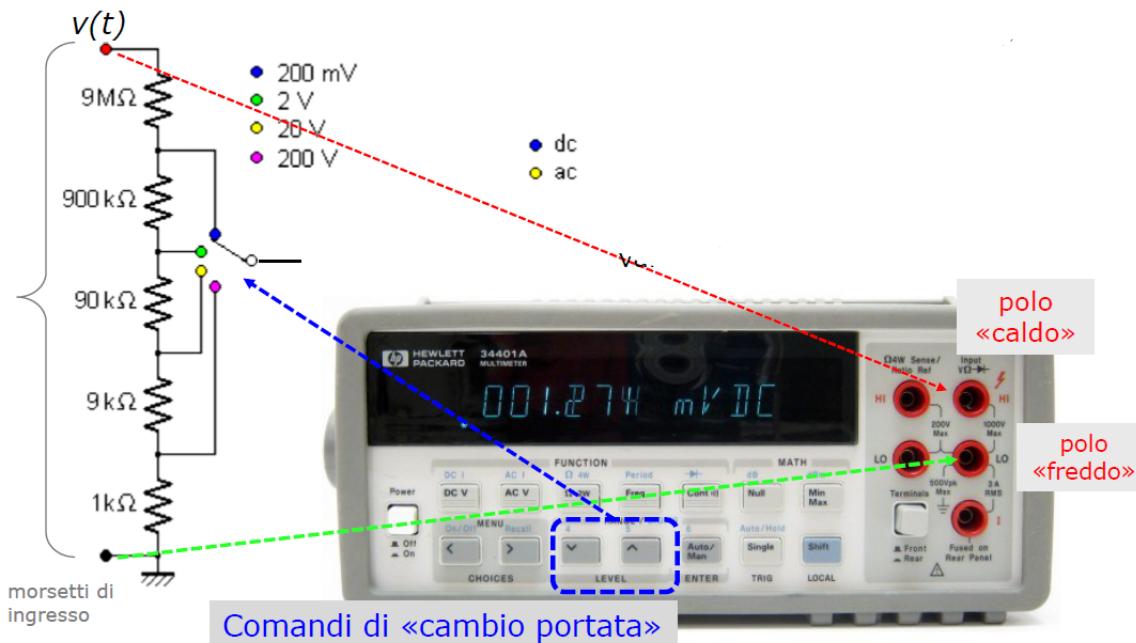
14.2.1 Adattatore di livello in ingresso (partitore di tensione)

3

Il partitore di ingresso permette di adattare l'ampiezza del segnale al campo di misura consentito dal convertitore AD, che è di 20 mV.

Per minimizzare l'effetto dell'incertezza di quantizzazione, si deve impostare la portata immediatamente superiore al valore dell'incognita: ad esempio se $v(t)$ è 1.5 V, è meglio impostare la portata del voltmetro a 2 V, non a 20 V.

Fisicamente, in un voltmetro, quello che si trova nello schema elettrico, lo possiamo visualizzare anche in questa maniera:



La figura ci dimostra come collegare i cavi per fare una misura e quali sono le implicazioni nell'adattatore di livello.

Il partitore è costituito da resistori di precisione e di elevata purezza, al fine di garantire la costanza dei rapporti di partizione, sia nel tempo che nella frequenza.

I resistori di precisione, essendo molto stabili in temperatura, in una rete resistiva, scelta una portata del voltmetro, manterranno stabile il rapporto di ripartizione della tensione di ingresso tra quella misurata ai capi del resistore rispetto alla rete resistiva totale.

Come scritto precedentemente, i resistori reali presentano una frequenza di taglio molto elevata rispetto alla frequenza dei segnali elettrici: ecco perchè in un voltmetro è anche indicato il range di frequenza in cui lo strumento opera.

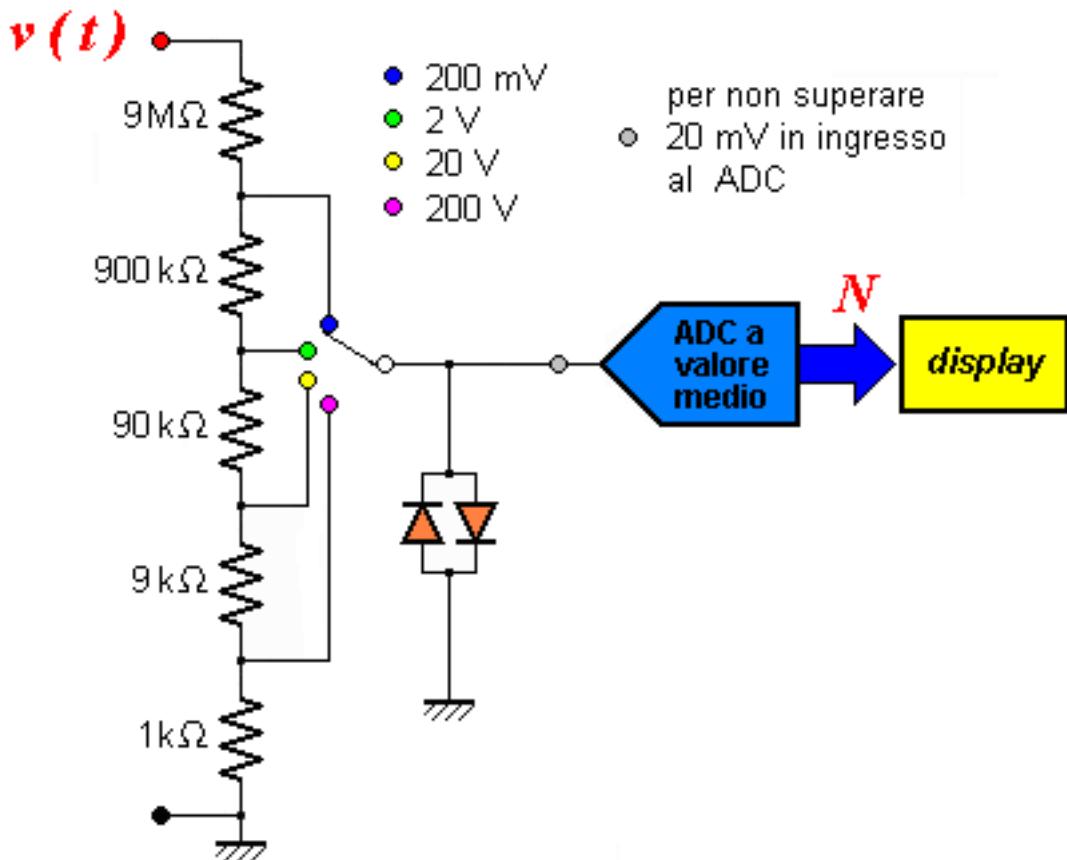
Per rapporto di ripartizione costante nel tempo, si intende che i resistori di precisione "non invecchiano" con il tempo (o cambiano valore in diversi anni di utilizzo), quindi dopo diversi anni, il rapporto di ripartizione in una rete resistiva rimane costante.

³Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte IV — pag 4
Appunti — 2025-05-06 — pag 5 — 2025-06-23 Ricevimento — pag 6 - 7

14.2.2 Dispositivi di protezione da sovraccarichi

4

Dallo schema del voltmetro, notiamo che:



(da sinistra verso destra), dopo la rete resistiva e il selettore della portata massima, sono presenti due diodi in antiparallelo (quei due diodi arancioni in figura).

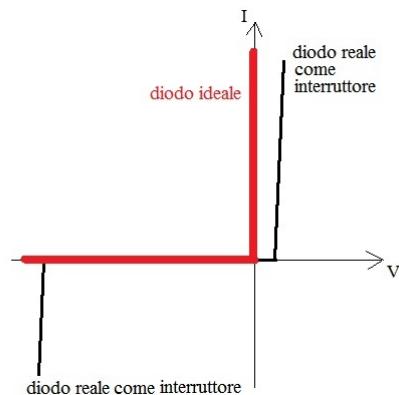
I due diodi in anti-parallelo proteggono i circuiti che seguono da tensioni troppo elevate; queste ultime potrebbero essere applicate per effetto di un uso errato dello strumento.

In questo caso, i due diodi in anti-parallelo proteggono l'ADC da tensioni maggiori di 20 mV, cioè abbassano la tensione elevata a 20 mV.

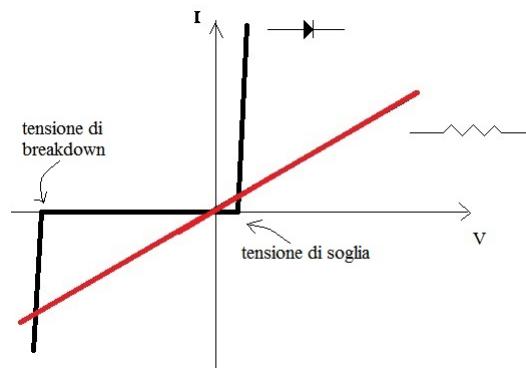
⁴Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte IV — pag 5
Appunti — 2025-05-06 — pag 3

14.2. VOLTMETRO MULTI-PORTATA PER MISURAZIONI IN CONTINUA (VALORE MEDIO) - SCHEMA DI PRINCIPIO

Idealmente, il diodo si comporta da interruttore dove, la relazione tra tensione ai capi del diodo e la corrente è la seguente:



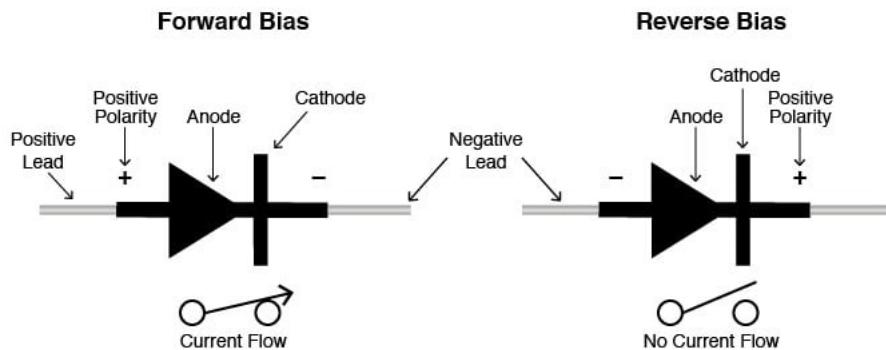
Come visualizzato dalla seguente figura:



si definisce tensione di soglia quando la curva di corrente del diodo diventa molto ripida.

Se la tensione ai capi del diodo è maggiore della tensione di bias, il diodo, idealmente, si comporta da interruttore chiuso.

Un'altra maniera di visualizzare il diodo:



Visualizzando le curve tra tensione e corrente del diodo, si può notare che tensione e corrente sul diodo non hanno una relazione lineare, cioè non è una curva con pendenza costante (non è una curva $y = m \cdot x$): per questo motivo il diodo è un dispositivo non lineare.

Ritornando alla rete del voltmetro, quando lo strumento viene correttamente usato, la tensione applicata al dispositivo, in questo caso all'ADC, risulta non superiore a 20 mV.

Quando la tensione di ingresso, proveniente dalla rete resistiva è maggiore di 20 mV, uno dei due diodi risulta "sotto soglia", mentre l'altro è polarizzato in inversa e la corrente derivata verso massa dai diodi è di valore trascurabile nei confronti della corrente che fluisce nel partitore di ingresso.

Il diodo in conduzione impone la tensione al nodo in comune con l'ADC la tensione massima di 20 mV e fa fluire tutte la corrente a massa.

Se la corrente è in direzione opposta, capiterà il caso opposto: sarà il diodo a sinistra in conduzione, quindi si comporterà da interruttore chiuso, mentre quello a destra non sarà in conduzione, quindi si comporterà da interruttore aperto.

Sapendo che i due diodi in antiparallelo impongono al nodo comune con il selettore e l'ADC la tensione massima di 20 mV, si può ritenere che il partitore di tensione (cioè la rete resistiva) operi a vuoto e che la tensione applicata ai circuiti di conversione sia una frazione nota dalla tensione incognita, cioè la tensione ai capi dei o del resistore scelto dal selettore.

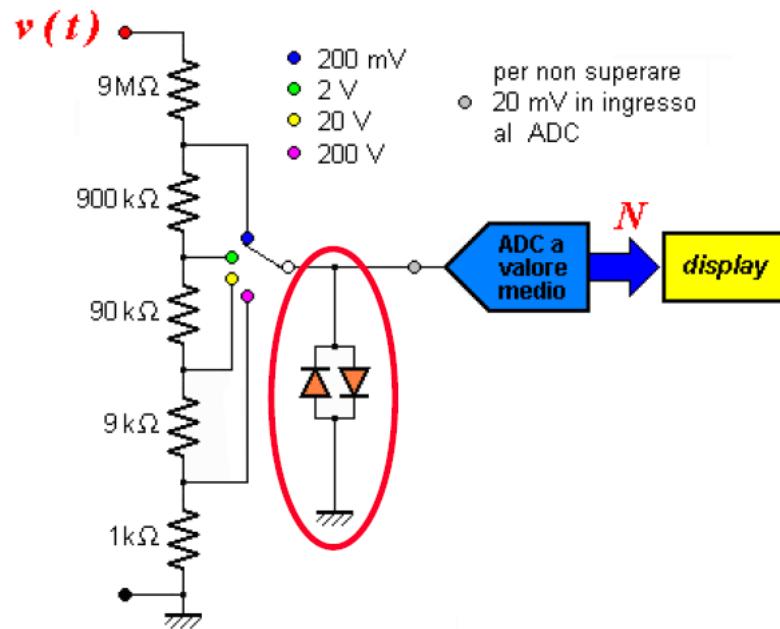
Nel caso di sovraccarico, la tensione applicata ai blocchi di conversione può salire, fino a quando uno dei due diodi passa in "conduzione di potenza".

Quindi i diodi sono in conduzione se qualcosa non dovrebbe andare come previsto.

14.2.3 Protezione contro sovratensioni

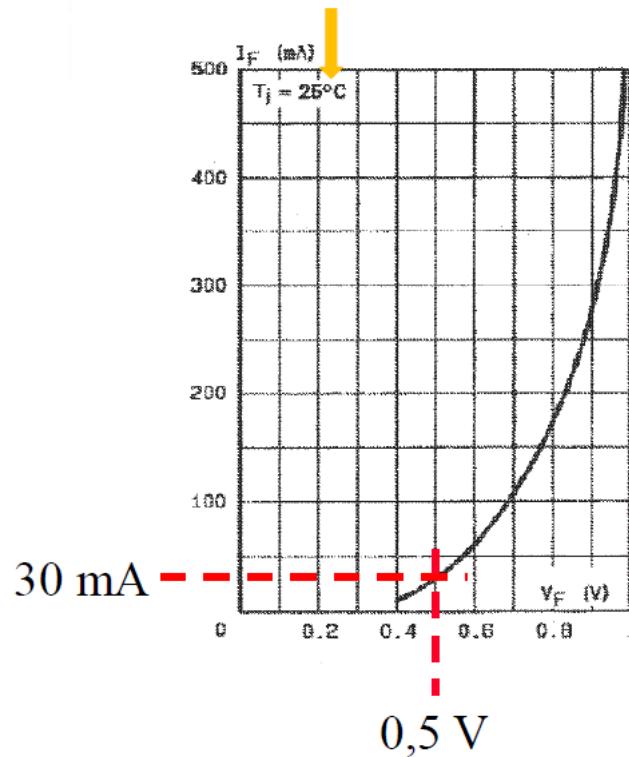
5

Riconsiderando il circuito del voltmetro, in particolare dei diodi in anti-parallelo:



poniamo come esempio una tensione di 500 mV e una temperatura della giunzione a 25° C.

Come visualizziamo dalla seguente figura di un diodo di esempio in cui viene mostrata la relazione tra tensione ai capi sul diodo e la corrente che ci passa:



questo diodo, con una tensione ai capi di 500 mV, cioè 0.5 V, porta una corrente di 30 mA in polarizzazione diretta.

Tale corrente è trascurabile o meno?

Non lo è, rispetto alla corrente che circola sul partitore di tensione.

I diodi devono operare a bassissima tensione per limitare la corrente da essi derivata e occorre anche garantire che ci sia sempre almeno una resistenza del partitore inserita (in questo caso $9 \text{ M}\Omega$) per limitare la corrente che può circolare sui diodi ed evitare che si brucino.

Una volta che i diodi si bruciano, vanno immediatamente sostituiti: i costruttori li posizionano in un luogo ben visibile all'operatore e sono facilmente sostituibili.

Meglio sostituire dei diodi di protezione, che hanno un costo economico bassissimo, che un ADC.

Se consideriamo il caso in cui la tensione massima del voltmetro è di 200 V, la corrente massima che può circolare nel partitore è di:

$$\begin{aligned}
 i_{\max \text{ partitore}} &= \frac{v(t)}{R_{in}} \\
 &= \frac{200 \text{ V}}{10 \text{ M}\Omega} \\
 &= 20 \mu\text{A}
 \end{aligned} \tag{14.3}$$

Sapendo che la corrente lungo la rete resistiva non è nulla, non si può considerare la misura svolta dal voltmetro una misura a vuoto, ma è bassissima rispetto alle grandezze da misurare, quindi si considera

14.2. VOLTMETRO MULTI-PORTATA PER MISURAZIONI IN CONTINUA (VALORE MEDIO) - SCHEMA DI PRINCIPIO

nulla.

Ricordiamo che i diodi in anti-parallelo vengono posti in anti-parallelo perchè non sappiamo a priori la polarità di $v(t)$.

Viene scelta come condizione la tensione massima di 20 mV all'ADC in modo che lo strumento non eroghi troppa corrente, perchè, idealmente, la corrente nel circuito dovrebbe essere nulla per svolgere una misura a vuoto.

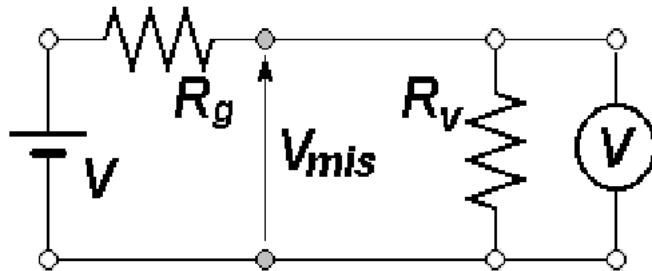
Una regola ingegneristica è quella che il diodo deve proteggere l'ADC da correnti inferiori almeno 3 ordini di grandezza rispetto alla corrente massima sul partitore di tensione: ecco perchè occorrono tensioni di uscita del partitore molto basse.

14.3 Resistenza di ingresso: perturbazione

6

Come scritto nei capitoli precedenti, purtroppo, nella realtà, quando si fa una misura si va a perturbare il circuito sotto misura.

Se ci troviamo in questo banale esempio di misura della tensione di un generatore di tensione in DC:



Se si vuole misurare V , purtroppo si misurerà V_{mis} , che non è la tensione ai capi di V , bensì la tensione ai capi di R_V .

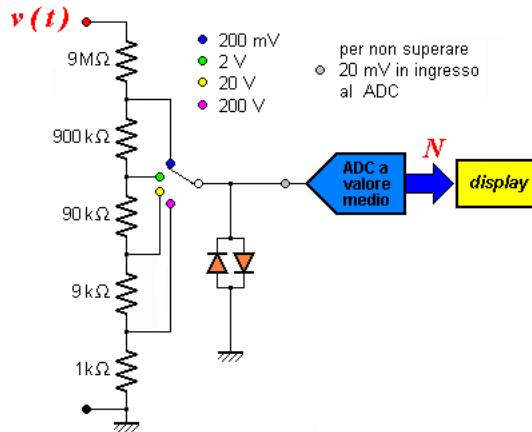
Possiamo considerare il seguente rapporto $\frac{\delta V}{V}$ la perturbazione, cioè il rapporto tra tensione misurata e tensione ai capi di V :

$$\frac{\delta V}{V} = -\frac{R_g}{R_g + R_v} \quad (14.4)$$

Il segno meno davanti al rapporto indica che la misura V_{mis} è minore rispetto a V , quindi si sottostimerà V .

Per far tendere la perturbazione a zero, R_g deve essere idealmente nulla, ma nella realtà molto piccola, invece R_v deve essere idealmente infinita, nella realtà molto più grande di R_g , se possibile di diversi ordini di grandezza rispetto a R_g .

Ritornando alla rete resistiva del voltmetro:



ecco perchè la somma dei resistori nell'adattatore di livello del voltmetro ha una resistenza pari a:

$$R_v = 10 M\Omega \quad (14.5)$$

perchè si considera R_g sotto misura molto bassa, quindi la perturbazione della tensione sotto misura molto bassa.

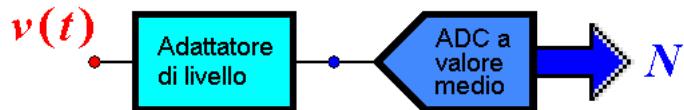
⁶Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte IV — pag 9
Appunti — 2025-05-06 — pag 5

14.4 Convertitore AD a valor medio "tensione - tempo a doppia rampa"

7

Questo è l'argomento che chiede la prof più spesso all'esame, quindi lo dovete sapere come l'Ave Maria

Di seguito l'architettura di un voltmetro:



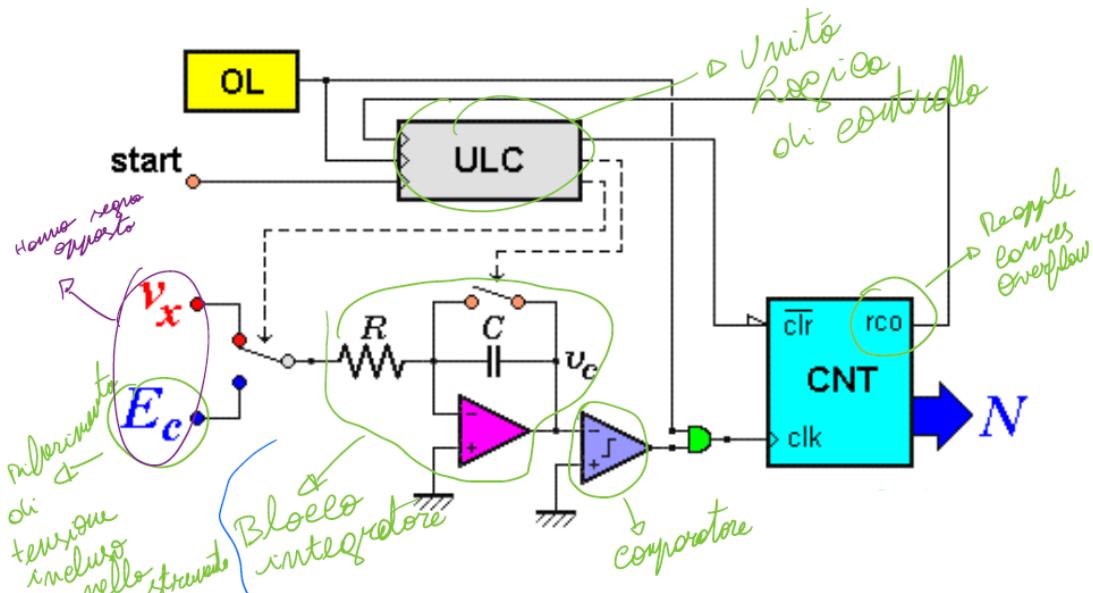
Ora che abbiamo studiato come è un adattatore di livello tipico all'interno di un voltmetro, passiamo all'altro elemento chiave: l'ADC a valor medio.

Ci possono essere e implementare diversi tipi di architetture di ADC: quello che andremo a spiegare sarà quello di un ADC a valor medio "tensione - tempo a doppia rampa".

Come è scritto nel nome dell'architettura, si fa ricorso al tempo perchè, come scritto precedentemente, il tempo è la grandezza fisica che si può misurare con minor incertezza.

Si considera un ADC con incluso un riferimento di tensione E_c .

Di seguito lo schema di un convertitore AD a valor medio "tensione - tempo a doppia rampa":



Come nel periodometro, intervalometro e frequenzimetro sono presenti l'oscillatore, il gate e il contatore (in figura OL rettangolo giallo, gate che è l'AND logico verde tra il comparatore e il contatore CNT, e il CNT contatore, il blocco azzurrino).

L'ULC (blocco grigio) governa il funzionamento dell'ADC.

V_x è la tensione sotto misura.

⁷Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte IV — pag 10
Appunti — 2025-05-06 — pag 6-7

E_c è il riferimento di tensione dello strumento, che è di polarità opposta rispetto a V_x .

Tra V_x e la resistenza R è presente un selettore, che sarà gestito dall'ULC.

La configurazione R resistore, C condensatore e Amplificatore operazione AmpOp (in figura triangolo di colore fucsia) possiamo considerarlo come blocco integratore.

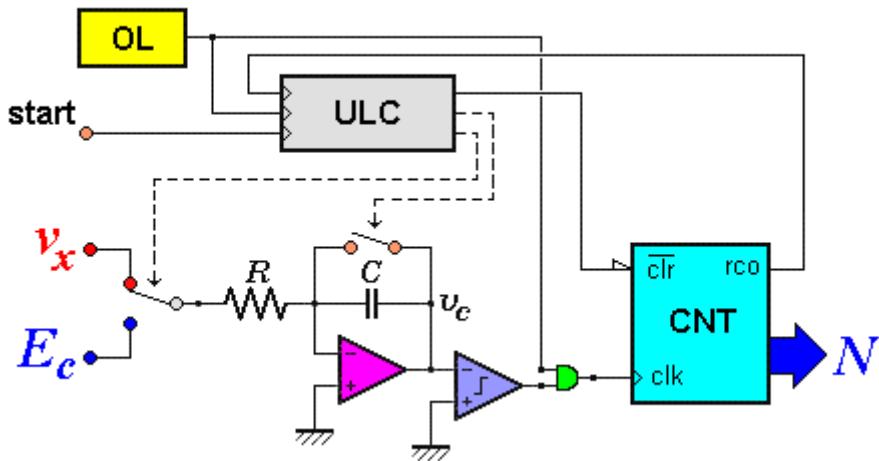
Per ripassare al volo perchè la configurazione RC con OpAmp è un blocco integratore, puoi visualizzare i seguenti link:

- Amplificatore operazionale integratore by Edutecnica
<https://www.edutecnica.it/elettronica/id/id.htm>
- Op-Amp Integrator (with Derivation and Solved Examples) by ALL ABOUT ELECTRONICS
<https://youtu.be/OPvs7A554Rw?si=26UEyYRwTgAwH3e9>

14.4.1 Funzionamento ideale

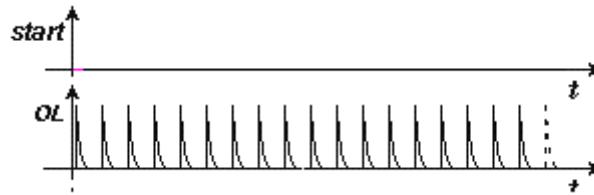
8

Di seguito lo schema di un convertitore AD a valor medio "tensione - tempo a doppia rampa":



Di seguito saranno mostrate le linee dei pin.

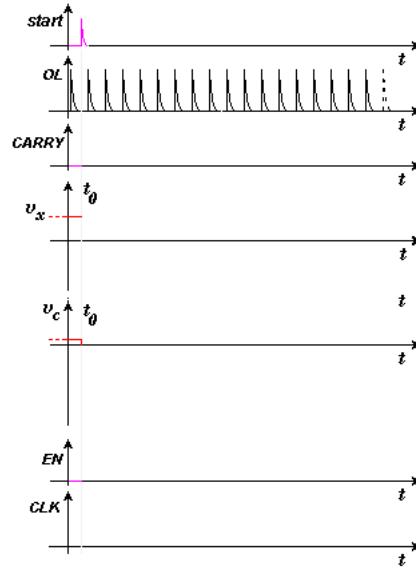
La misura non inizia se il livello logico della linea di start non è alto:



L'OL oscillatore locale manda i suoi segnali in modo continuo.

⁸Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte IV — pag 11 - 15
Appunti — 2025-05-06 — pag 7 - 9

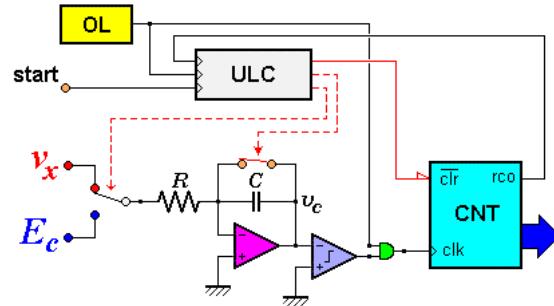
Al tempo t_0 , gli andamenti dei pin nel circuito sono i seguenti:



Al tempo t_0 , il segnale di start diventa alto.

Quindi si resetta il resto del contatore CNT (nell'andamento dei pin è indicato con la scritta CARRY, nella figura dell'architettura è il pin rco del CNT).

Inoltre, la tensione v_c , cioè la tensione in comune all'AmpOp e il condensatore C si riporta a zero perché l'ULC abbassa l'interruttore del circuito integratore:



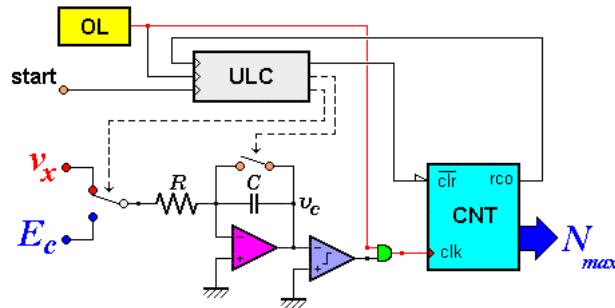
In questo modo, al tempo t_0 idealmente, il condensatore si scarica e si resetta istantaneamente.

In pin di EN (Enable) è il pin che si trova all'uscita del comparatore (triangolo violetto), uno dei pin di ingresso del gate AND.

Idealmente, tutti il CARRY e il condensatore C si resettano in modo istantaneo nel tempo t_0 .

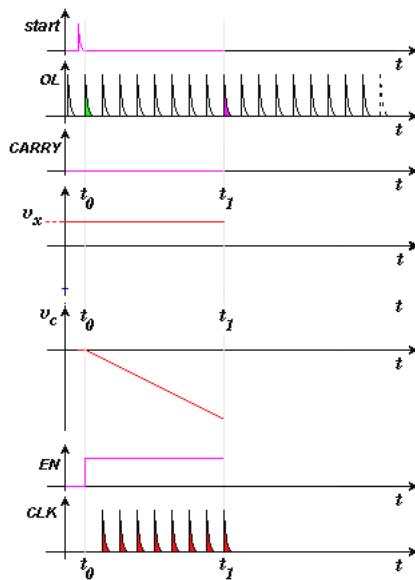
Ora che è tutto resettato, si procede alla misura della tensione di ingresso v_x .

L'interruttore viene subito riportato a livello alto:



Definiamo ora un altro di istante di tempo t_0 in cui si ha il primo fronte d'onda dell'oscillatore locale OL a seguito del segnale logico alto di start: l'istante t_0 è l'istante in cui inizia la misura.

L'andamento dei pin nel circuito sarà il seguente:



Come nel caso del periodometro, vengono contati quanti impulsi di clock dell'OL ci sono stati nel periodo tra t_0 e t_1 , cioè finché il bit di CARRY del CNT è basso.

Come si vede dall'andamento della tensione v_c , la tensione v_x , passando per il blocco integratore, viene invertita di polarità perché l'AmpOp è in configurazione invertente (il nodo positivo è collegato a massa, il nodo negativo è collegato al nodo con R e C).

Altro ripasso di elementi di elettronica al volo:

TENSIONE DI USCITA DI UN AMPLIFICATORE INVERTENTE by CorsiConsulenze NPR

<https://www.youtube.com/watch?v=npqMyVCP-4o>

Essendo un blocco integratore, l'integrale di una funzione costante è una retta con pendenza costante: in questo caso di pendenza negativa perché l'AmpOp è configurazione inversa.

Il comparatore ha nel pin negativo proprio la tensione v_c : la tensione nel pin positivo è collegato a massa (cioè tensione nulla), quindi, essendo la tensione di massa maggiore di v_c , il comparatore dà come uscita un livello alto logico (vedi andamento del pin EN).

Come si può visualizzare dall'andamento del pin di CLK, che è un pin di ingresso del contatore CNT, essendo il gate un AND logico, se il pin EN è alto e il pin OL è alto, allora il pin clk avrà un livello alto.

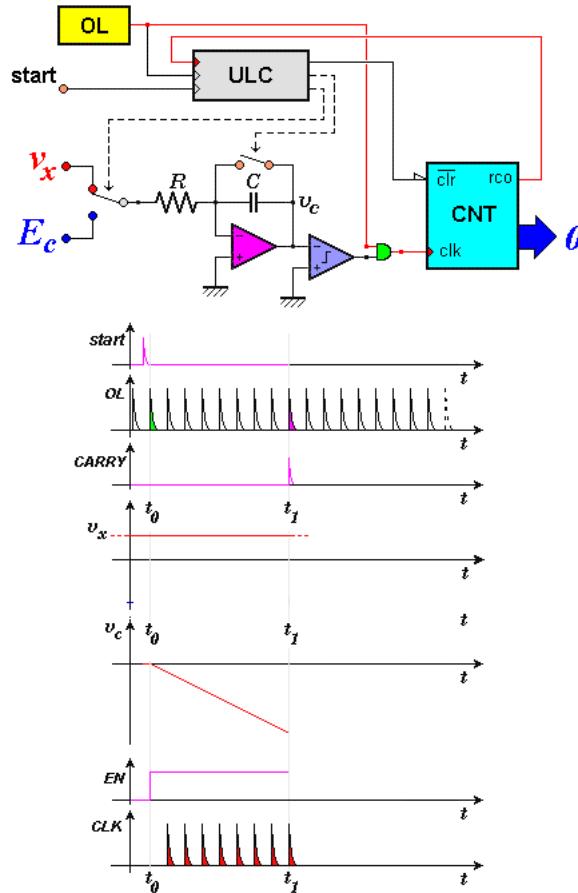
Tra il tempo t_0 e t_1 il CNT conterà i fronti di salita del clock in quel periodo.

Al tempo t_1 il CNT raggiunge la sua capienza massima ed eroga il suo N_{max} , che vale:

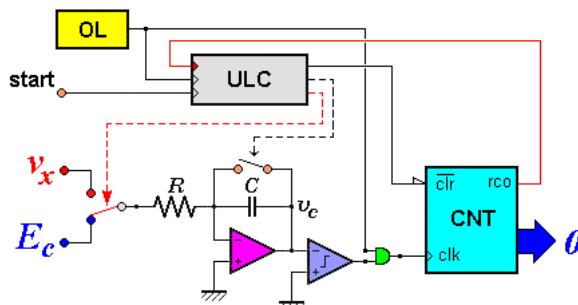
$$N_{max} = 2^n - 1 \quad (14.6)$$

dove n è il numero di bit del CNT.

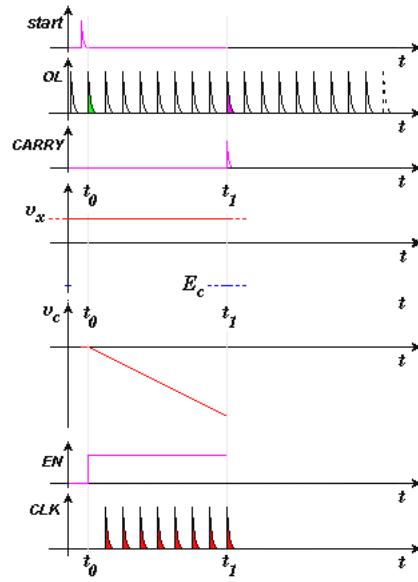
Per questo motivo, il CNT si resetta a zero e il pin di CARRY diventa alto, come visualizzato dalle seguenti figure:



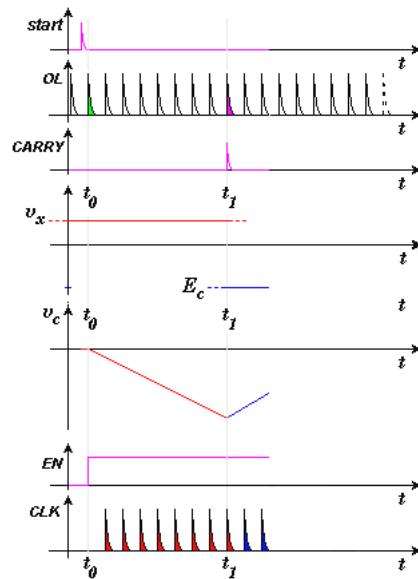
A questo punto l'ULC cambia il selettore, da v_x a E_c :



L'andamento dei pin, all'istante t_1 , sarà il seguente:

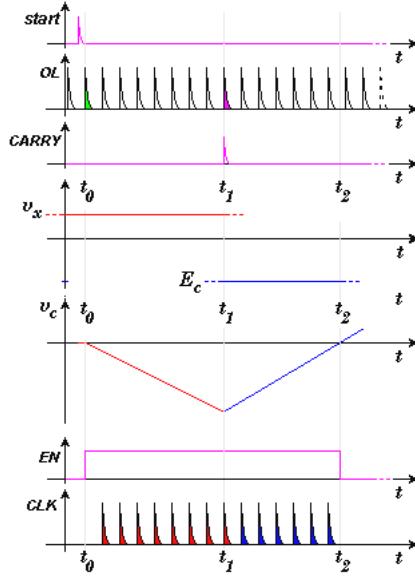


L'andamento dei pin, dall'istante t_1 in poi, sarà il seguente:



Visualizzando l'andamento della tensione v_c , la pendenza della curva di tensione è diversa prima e dopo l'istante t_1 (nella figura pendenza curva rossa e curva blu diversa).

Il circuito andrà avanti finché v_c sarà uguale a zero:



A questo punto, la misura di v_x è finita.

Quello che a noi interessa, sono gli impulsi di clock dell'OL dall'istante t_1 all'istante t_2 (gli impulsi di colore blu nell'andamento del pin CLK), cioè quando $v_c = 0$.

Con questo tipo di architettura, è possibile determinare la tensione media di v_x tra il tempo $[t_0, t_1]$ come:

$$\overline{v_x}|_{[t_0, t_1]} = -E_c \frac{N}{N_{max}} \quad (14.7)$$

L'intervallo di tempo tra $[t_0, t_1]$ è noto a priori, a differenza dell'intervallo $[t_1, t_2]$.

Sappiamo che:

$$|t_0 - t_1| = N_{max} \cdot \tau \quad (14.8)$$

dove τ è la durata dell'impulso dell'OL.

Invece non conosciamo a priori l'intervallo $|t_1 - t_2|$.

Ma sappiamo che, sicuramente:

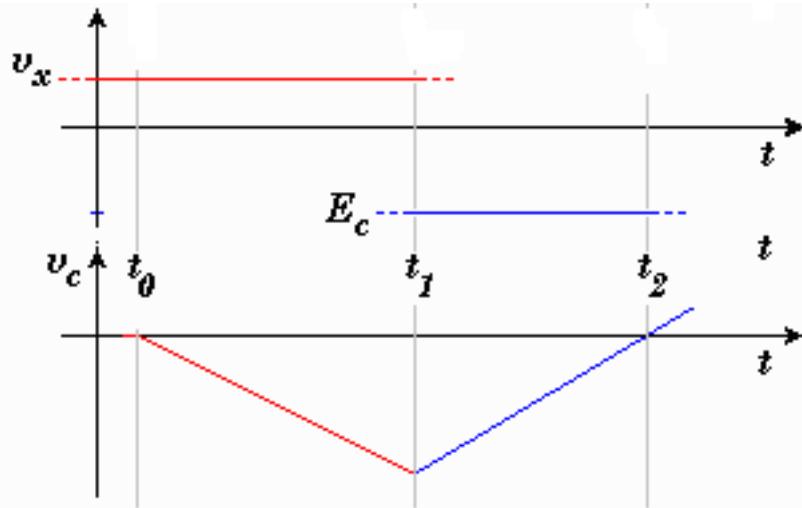
$$|t_0 - t_1| < |t_1 - t_2| \quad (14.9)$$

perchè il CNT, nel periodo $[t_1, t_2]$, non arriva a N_{max} .

14.4.2 Analisi funzionamento ideale

9

Adesso concentriamoci sull'analisi dell'andamento delle tensioni di v_x , la tensione sotto misura, e v_c , la tensione dopo il blocco integratore:



All'istante t_0 , la tensione v_c possiamo scriverla come:

$$v_c(t_0) = 0 \quad (14.10)$$

All'istante t_1 , la tensione v_c sarà:

$$v_c(t_1) = v_c(t_0) + \int_{t_0}^{t_1} \frac{v_x(t)}{-RC} dt \quad (14.11)$$

dove $\int_{t_0}^{t_1} \frac{v_x(t)}{-RC}$ è dovuto al blocco integratore RC con AmpOp invertente dell'ADC.

In analisi matematica 1 (mitico Montecchiari), abbiamo studiato che un'integrale definito possiamo scriverlo come:

$$\begin{aligned} \int_a^b f(x) dx &= F(x)|_a^b + c \\ &= F(b) - F(a) + c \end{aligned} \quad (14.12)$$

dove $F(a)$ è la primitiva di $f(x)$ nel punto a , $F(b)$ è la primitiva di $f(x)$ nel punto b e $+c$ è la costante di integrazione.

In questo caso gli estremi di integrazione sono t_1 e t_0 , la funzione è $\frac{v_x(t)}{-RC}$ e la costante di integrazione è $v_c(t_0)$.

All'istante t_2 la tensione v_c sarà uguale a:

$$v_c(t_2) = v_c(t_1) + \int_{t_1}^{t_2} \frac{E_c(t)}{-RC} dt \quad (14.13)$$

⁹Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte IV — pag 16 - 17
Appunti — 2025-05-07 — pag 2

Nella frazione dell'integrale è presente $E_c(t)$ al posto di $v_x(t)$ perchè all'istante t_1 , l'ULC ha cambiato il selettore da $v_x(t)$ a $E_c(t)$.

Sapendo che all'istante t_2 , v_c vale:

$$v_c(t_2) = 0 \quad (14.14)$$

possiamo scrivere:

$$\begin{aligned} v_c(t_2) &= v_c(t_1) + \int_{t_1}^{t_2} \frac{E_c(t)}{-RC} dt \\ &= v_c(t_0) + \int_{t_0}^{t_1} \frac{v_x(t)}{-RC} dt + \int_{t_1}^{t_2} \frac{E_c(t)}{-RC} dt \\ &= 0 \end{aligned} \quad (14.15)$$

Sapendo i valori di v_c agli instanti t_0 e t_2 e compiendo dei semplici passaggi algebrici, la scorsa equazione diventa:

$$\begin{aligned} v_c(t_2) &= v_c(t_0) + \int_{t_0}^{t_1} \frac{v_x(t)}{-RC} dt + \int_{t_1}^{t_2} \frac{E_c(t)}{-RC} dt \\ &\quad \downarrow \\ 0 &= 0 + \int_{t_0}^{t_1} \frac{v_x(t)}{-RC} dt + \int_{t_1}^{t_2} \frac{E_c(t)}{-RC} dt \\ - \int_{t_0}^{t_1} \frac{v_x(t)}{-RC} dt &= \int_{t_1}^{t_2} \frac{E_c(t)}{-RC} dt \\ \int_{t_0}^{t_1} \frac{v_x(t)}{RC} dt &= \int_{t_1}^{t_2} \frac{E_c(t)}{-RC} dt \end{aligned} \quad (14.16)$$

Quindi, l'equazione finale da risolvere e da analizzare è la seguente:

$$\int_{t_0}^{t_1} \frac{v_x(t)}{RC} dt = \int_{t_1}^{t_2} \frac{E_c(t)}{-RC} dt \quad (14.17)$$

14.4.3 Primo vincolo sulla stabilità

[10](#)

Come detto a lezione dalla prof, la matematica per un ingegnere non è il fine ma un mezzo: ecco perchè vanno fatte queste osservazioni riguardo alla stabilità.

La matematica descrive il mondo fisico, ma non è il mondo fisico.

L'equazione da analizzare è la seguente:

$$\int_{t_0}^{t_1} \frac{v_x(t)}{RC} dt = \int_{t_1}^{t_2} \frac{E_c(t)}{-RC} dt \quad (14.18)$$

Se i valori del resistore R e del condensatore C sono stabili, quindi mantengono il loro valore noto nell'intervallo $[t_0, t_2]$ perchè la temperatura è costante, i componenti fisici sono componenti di precisione e l'intervallo $[t_0, t_2]$ non è così elevato da modificare i valori di R e C, allora possiamo portare fuori dagli integrali la costante $\frac{1}{RC}$ e semplificare l'equazione come:

$$\begin{aligned} \int_{t_0}^{t_1} \frac{v_x(t)}{RC} dt &= \int_{t_1}^{t_2} \frac{E_c(t)}{-RC} dt \\ &\downarrow \\ \frac{1}{RC} \int_{t_0}^{t_1} v_x(t) dt &= \frac{-1}{RC} \int_{t_1}^{t_2} E_c(t) dt \\ \int_{t_0}^{t_1} v_x(t) dt &= - \int_{t_1}^{t_2} E_c(t) dt \end{aligned} \quad (14.19)$$

Il valore del condensatore C, generalmente, non varia in base alla temperatura, bensì ciò che influisce di più nell'ambiente è l'umidità, perchè quest'ultima, varia la costante dielettrica ϵ_r del condensatore C.

Quindi, dopo il primo vincolo sulla stabilità, l'equazione nell'ADC tensione a valor medio tempo a doppia rampa diventa:

$$\int_{t_0}^{t_1} v_x(t) dt = - \int_{t_1}^{t_2} E_c(t) dt \quad (14.20)$$

¹⁰Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte IV — pag 18
Appunti — 2025-05-07 — pag 2

14.4.4 Secondo vincolo sulla stabilità

¹¹

Dopo il primo vincolo sulla stabilità, l'equazione da analizzare è:

$$\int_{t_0}^{t_1} v_x(t) dt = - \int_{t_1}^{t_2} E_c(t) dt \quad (14.21)$$

Sapendo che $E_c(t)$ è il riferimento di tensione nell'ADC e che è costante nell'intervallo $[t_1, t_2]$ e che quindi E_c non dipende dal tempo t , allora l'equazione diventa:

$$\begin{aligned} \int_{t_0}^{t_1} v_x(t) dt &= - \int_{t_1}^{t_2} E_c(t) dt \\ &\downarrow \\ \int_{t_0}^{t_1} v_x(t) dt &= - \int_{t_1}^{t_2} E_c dt \\ \int_{t_0}^{t_1} v_x(t) dt &= -E_c \int_{t_1}^{t_2} dt \\ &= -E_c(t_2 - t_1) \end{aligned} \quad (14.22)$$

Siccome il nostro obiettivo è calcolare la media di $v_x(t)$ nell'intervallo $[t_0, t_1]$, grazie al teorema della media integrale studiato ad Analisi Matematica 1, l'equazione diventerà:

$$\begin{aligned} \int_{t_0}^{t_1} v_x(t) dt &= -E_c(t_2 - t_1) \\ &\downarrow \\ \frac{1}{t_1 - t_0} \int_{t_0}^{t_1} v_x(t) dt &= \frac{1}{t_1 - t_0} [-E_c(t_2 - t_1)] \\ &= -E_c \frac{t_2 - t_1}{t_1 - t_0} \end{aligned} \quad (14.23)$$

Quindi, dopo il secondo vincolo sulla stabilità, l'equazione nell'ADC a valor medio tensione tempo a doppia rampa diventa:

$$\frac{1}{t_1 - t_0} \int_{t_0}^{t_1} v_x(t) dt = -E_c \frac{t_2 - t_1}{t_1 - t_0} \quad (14.24)$$

¹¹Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte IV — pag 19
Appunti — 2025-05-07 — pag 3

14.4.5 Espressione finale

12

L'equazione da analizzare è la seguente:

$$\frac{1}{t_1 - t_0} \int_{t_0}^{t_1} v_x(t) dt = -E_c \frac{t_2 - t_1}{t_1 - t_0} \quad (14.25)$$

Dopo aver spiegato il funzionamento dell'ADC e sapendo che è presente nell'architettura un OL-GATE-CNT, sappiamo che gli intervalli $t_1 - t_0$ e $t_2 - t_1$ sono uguali a:

$$\begin{cases} t_1 - t_0 = N_{max} \cdot \tau \\ t_2 - t_1 = N \cdot \tau \end{cases} \quad (14.26)$$

dove τ è il tempo di un OL, N_{max} è la capienza massima del CNT, e N sono il numero di impulsi dell'OL che vogliamo contare per misurare $\overline{v_x}|_{[t_0, t_1]}$.

Grazie a queste considerazioni, possiamo semplificare l'equazione dell'ADC a valor medio tensione tempo a doppia rampa così:

$$\begin{aligned} \frac{1}{t_1 - t_0} \int_{t_0}^{t_1} v_x(t) dt &= -E_c \frac{t_2 - t_1}{t_1 - t_0} \\ &\downarrow \\ \overline{v_x}|_{[t_0, t_1]} &\approx -E_c \frac{N\tau}{N_{max}\tau} \end{aligned} \quad (14.27)$$

Questa ultima espressione ci dice che, per calcolare il valore di $\overline{v_x}|_{[t_0, t_1]}$ abbiamo due gradi di libertà:

- o avere un τ molto breve, quindi un OL molto veloce
- o avere un CNT molto grande, quindi un registro del contatore molto elevato

Continuando con le semplificazioni:

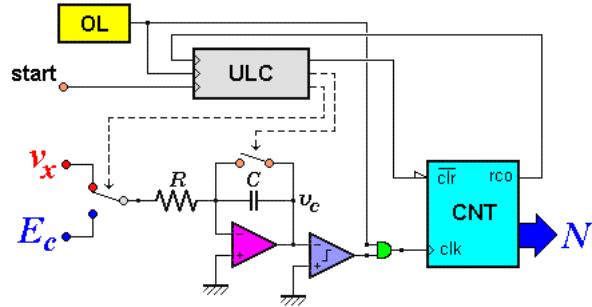
$$\begin{aligned} \overline{v_x}|_{[t_0, t_1]} &\approx -E_c \frac{N\tau}{N_{max}\tau} \\ &= -E_c \frac{N}{N_{max}} \\ &= \frac{-E_c}{N_{max}} N \end{aligned} \quad (14.28)$$

Si è semplificato il τ nella espressione perchè il tempo di τ è lo stesso (l'OL nell'ADC di N e N_{max} è lo stesso).

Si è posto nell'espressione il segno circa \approx per i problemi di sincronizzazione che abbiamo precedentemente descritto nell'intervallometro, frequenzimetro e periodometro.

¹²Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte IV — pag 20
Appunti — 2025-05-07 — pag 4-5

Per concludere, dall'architettura dell'ADC a valor medio tensione - tempo doppia-rampa



la tensione media di v_x nell'intervallo $[t_0, t_1]$ sarà uguale a:

$$\overline{v_x}|_{[t_0, t_1]} \approx \frac{-E_c}{N_{max}} N \quad (14.29)$$

Ricordiamo che la misura non inizia dal segnale alto di start, bensì dal segnale alto del pin EN del gate, che coincide con un fronte di salita dell'OL dopo l'istante del segnale alto di start.

14.4.6 Scelta dell'intervallo $[t_0, t_1]$ di integrazione

¹³

Anche la scelta dell'intervallo di tempo è molto importante.

Come descritto nei capitoli precedenti, sapendo che, a causa del residuo di rete della rete di distribuzione elettrica in Europa e in America, si sceglie una finestra di misurazione di 100 ms perchè è 5 volte il tempo di disturbo della rete europea e circa 6 volte il tempo di disturbo della rete Americana.

Per evitare i disturbi dalla rete di distribuzione, nell'ADC a valor medio della tensione a doppia rampa, viene scelto:

$$\begin{cases} [t_0, t_1] = 100 \text{ ms} \\ [t_1, t_2] = 0 \doteq 100 \text{ ms} \end{cases} \quad (14.30)$$

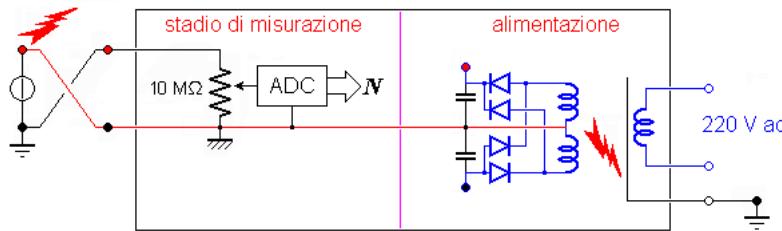
Quindi la misura sarà effettuata al di sotto dei 200 ms.

¹³Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte IV — pag 21
Appunti — 2025-05-07 — pag 5

14.5 Misure verso terra

14

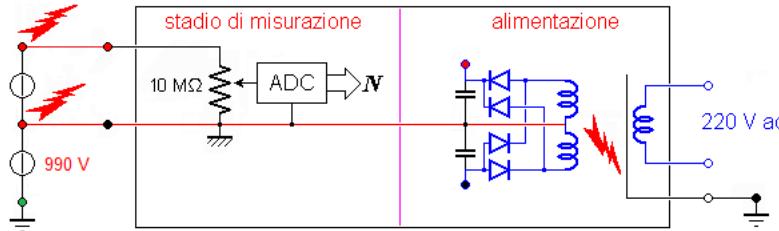
Consideriamo il caso in cui, accidentalmente, si è collegato il polo caldo di un generatore di tensione (cioè un polo in cui la tensione è maggiore di 0) al polo freddo dello strumento di misura che è alimentato dalla rete di distribuzione casalinga:



Come si nota dalla riga rossa che collega polo caldo del generatore di tensione, polo freddo dello strumento di misura, massa dello stadio di misurazione e massa dovuto alla posizione a metà del secondario nello stadio di alimentazione, ci può essere una scarica di corrente molto elevata perché il riferimento, che dovrebbe essere a 0 V, è uguale alla tensione del polo caldo del generatore di tensione.

Grazie allo schermo elettrostatico (riga nera che divide primario e secondario nello stadio di alimentazione) in teoria l'operatore che svolge la misura, e che quindi è a contatto sia con i poli del generatore di tensione sia ai poli dello strumento di misura, dovrebbe essere tranquillo perché lo schermo elettrostatico permette di dividere primario e secondario dello stadio di alimentazione dello strumento.

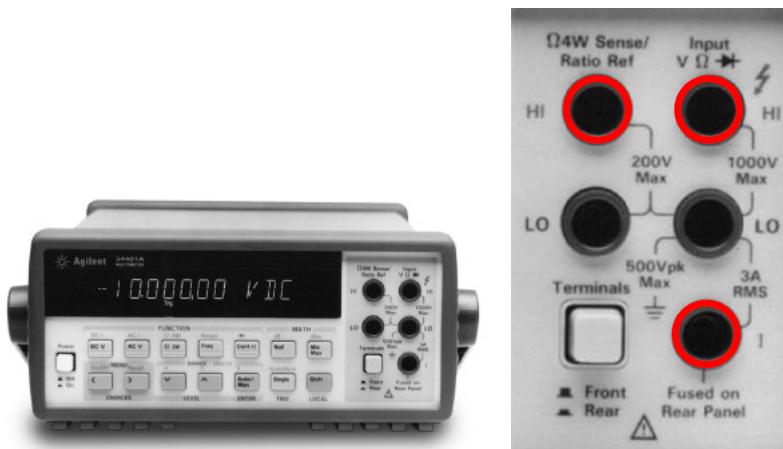
Ma, anche se la misura viene svolta in modo corretto come nel seguente caso:



il polo freddo dello strumento di misura, che idealmente dovrebbe essere uguale a 0, assume la tensione del polo caldo del secondo generatore di tensione, che, in questo esempio, ha una tensione molto elevata di 900 V e ci sono le stesse problematiche dovuto ad una non corretta misurazione.

¹⁴Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte IV — pag 22 - 25
Appunti — 2025-05-07 — pag 5 - 7

Per questi motivi, specialmente soprattutto riguardo alla costruzione fisica dello schermo elettrostatico, negli strumenti da banco possiamo trovare la seguente dicitura:



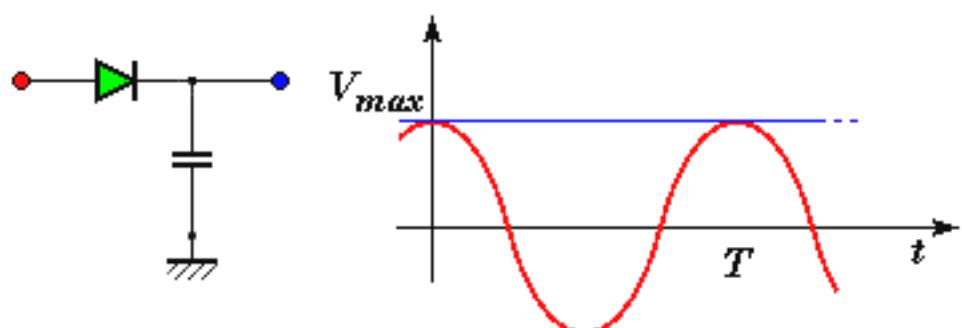
Questo strumento misura massimo 1000 V ma con massimo 500 V di picco nel morsetto freddo (scrittura $500 V_{pk}$ MAX).

Per evitare questi problemi, se bisogna svolgere una misura verso terra, si predilige di non utilizzare un voltmetro da banco collegato alla rete di distribuzione, bensì un tester collegato a batteria come il mitico Fluke 112:



Capitolo 15

Strumenti numerici indicatori - parte V



15.1 Voltmetro numerico in AC

¹

In questo capitolo studieremo ed analizzeremo il voltmetro in AC (Accoppiato in alternata).

In particolare, il nostro focus sarà sui seguenti argomenti del voltmetro in AC:

- il valore efficace, in particolare il fattore di cresta
- la misurazione del valore efficace

¹Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte V — pag 3
Appunti — 2025-05-07 — pag 8

È letteralmente la stessa slide del capitolo 13, quindi l'ho copiata

15.2 Valore efficace

²

Un altro parametro molto importante è il valore efficace.

In un tempo pari ad un periodo T, una corrente alternata con valore efficace di 1 A che circola su di un resistore dissipà la stessa energia che sarebbe dissipata nello stesso tempo, da una corrente costante con intensità di 1 A.

Per dare questa definizione, la corrente alternata è periodica ed ha valore medio nullo.

In formule:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} i^2(t) dt} \quad (15.1)$$

Anche se fisicamente non esiste, si è data anche la definizione di tensione efficace come:

$$V = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} v^2(t) dt} \quad (15.2)$$

Stare attenti alla nomenclatura: I e V con le lettere maiuscole intendono rispettivamente la corrente efficace e la tensione efficace

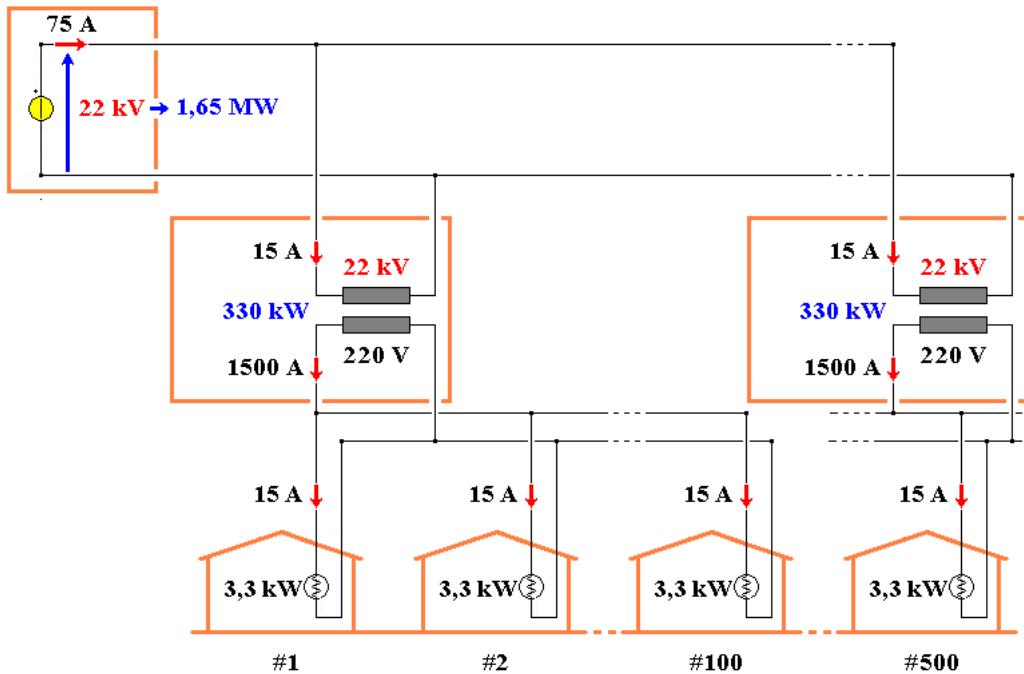
²Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte III — pag 15, 23
Appunti — 2025-04-29 — pag 10

15.3 La distribuzione in alternata

3

L'introduzione della definizione di corrente efficace (e poi di conseguenza quella di tensione efficace) è stata dettata dalla necessità di passare dalla distribuzione in continua di energia elettrica alla distribuzione in alternata.

Come visualizzato dal seguente schema dell'architettura di una rete di distribuzione di energia in alternata:



(partendo dal rettangolo arancione posto in alto a sinistra) una rete di distribuzione di energia in alternata consente di uscire dalla centrale con linee elettriche in alta tensione, e quindi, correnti relativamente ridotte e abbassare la tensione in vicinanza delle utenze finali mediante l'uso di trasformatori, per migliorare la sicurezza dell'impianto.

L'uso dei trasformatori richiede, inevitabilmente, il passaggio al regime alternato, perchè, come studiato nel corso di elementi di elettromagnetismo con il mitico Zappelli, le bobine dei primari e secondari di un trasformatore sono dei solenoidi, in cui legge caratteristica vale per una corrente alternata.

L'introduzione del valore efficace consente di esprimere la similitudine tra gli effetti energetici della corrente continua agli effetti energetici di quella alternata.

³Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte V — pag 5
Appunti — 2025-05-07 — pag 8

15.3.1 La distribuzione in regime sinusoidale

⁴

Perché, tra tutte le forme possibili di regime alternato, è stato scelto quello sinusoidale?

I trasformatori lavorano producendo in uscita una grandezza ottenuta come derivata temporale della grandezza in ingresso.

La legge di Faraday:

$$\begin{cases} f_{em\text{indotta}} = -\frac{\partial \Phi(t)}{\partial t} \\ i_{indotta} = -\frac{1}{R} \cdot \frac{\partial \Phi(t)}{\partial t} \end{cases} \quad (15.3)$$

lega la tensione che si produce in una spira alla derivata nel tempo del flusso magnetico, che si concatena con la spira stessa.

Le uniche funzioni la cui propria derivata ha la stessa forma della funzione che viene derivata sono la sinusoidale e l'esponenziale.

Consideriamo $g(t)$ una funzione di una tensione data al primario di un trasformatore con rapporto 1:1 tra primario e secondario:

$$g(t) = G_{max} \sin(\omega t) \quad (15.4)$$

dove G_{max} è la tensione di picco di $g(t)$ e ω è la pulsazione di $g(t)$.

Derivando $g(t)$ e applicando una uguaglianza trigonometrica:

$$\begin{aligned} \frac{\partial g(t)}{\partial t} &= \omega G_{max} \cos(\omega t) \\ &= \omega G_{max} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \end{aligned} \quad (15.5)$$

Queste equazioni mostrano che, attraverso un trasformatore alimentato con un'onda sinusoidale, si ottiene ancora un'onda sinusoidale (a meno di uno sfasamento di $\frac{\pi}{2}$).

Questo concetto è ancora più importante pensando che nella rete di distribuzione si ha una "cascata" di trasformatori.

⁴Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte V — pag 6 - 7
Appunti — 2025-05-07 — pag 8 - 9 — 2025-06-23 Ricevimento — pag 6 - 7

I trasformatori di grandi potenze, in uscita delle cabine primarie, riducono la tensione a kV (MT o MV):



Un esempio di trasformatore di grande potenza è quello presente alla Baraccola in Via Achille Grandi 44 in Ancona

<https://maps.app.goo.gl/EAHYg4zSwEkYsJy27>

L'energia passa dai trasformatori di grandi potenze alle cabine secondarie (da palo o in muratura):



con trasformatori (in resina o in olio per mantenere la temperatura costante e dissipare più facilmente il calore dei trasformatori, quindi delle bobine), che riducono ancora la tensione da valore efficace 30 kV a 230 V, con cui si alimentano le nostre utenze.

Esempio di una cabina secondaria a media tensione è quella del McDonald's di Torrette di Ancona vicino al Coal in Via Tenna 24

<https://maps.app.goo.gl/YvFRXkAVv1JjhkRdA>

A casa sono presenti altri trasformatori di diverse dimensioni, dimensioni che dipendono dal carico da sostenere: possono essere grandi se devono alimentare una serie di frigoriferi, o possono essere di dimensioni ridotte se devono alimentare gli smartphone.

In generale, possiamo dire che la rete di distribuzione di energia è alquanto complessa, quindi se si possono semplificare i conti a monte è cosa buona e giusta.

15.4 Misurazione del valore efficace (G) di una grandezza sinusoidale

5

Per calcolare il valore efficace di una grandezza sinusoidale si possono implementare tre tipi di convertitori:

- convertitori e metodi di misura utilizzando la termometria (TRMS) a valore efficace
- convertitori basati su misurazione indiretta (RMS) a quasi valore efficace
- convertitori basati sul calcolo del valore medio del quadrato del segnale (TRMS)

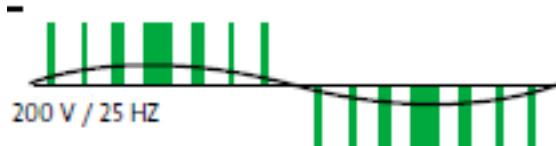
15.5 Carichi non lineari e regimi non sinusoidali

⁶

Grazie alla forte diffusione dei dispositivi digitali, un problema che ha comportato alla rete di distribuzione di energia è quello di "sporcarla", cioè aggiungere un rumore non lineare e non sinusoidale dovuto agli alimentatori switching.

Gli alimentatori switching sono composti da FET, che hanno il vantaggio di essere fisicamente di dimensioni compatte rispetto alle grosse bobine dei trasformatori tradizionali, ma i FET si comportano da interruttori aperti e chiusi in modo quasi istantaneo.

Quindi, da una tensione di distribuzione della rete tendenzialmente sinusoidale, questa ultima sarà sporcata dai rumori dei dispositivi non lineari, non sinusoidali, dei dispositivi che utilizziamo ogni giorno in casa:



Se vuoi approfondire l'argomento:

Come funzionano gli alimentatori switching AC/DC? - Risposte da cani by Video da cani

<https://youtu.be/Qz2MioZEiBE?si=BkaENSF6yWXhJxeM>

A causa di queste, e molte altre forme di onde, il gold standard è quello di misurare il valore efficace attraverso la termometria.

⁶Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte V — pag 9
Appunti — 2025-05-07 — pag 9

15.6 Valore efficace e la misura per termometria

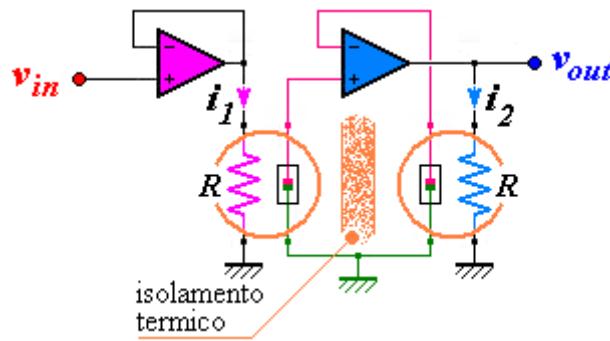
7

Riportiamo la definizione di valore efficace della corrente I:

"In un tempo pari ad un periodo T, una corrente alternata con valore efficace di 1 A che circola su di un resistore dissipia la stessa energia che sarebbe dissipata nello stesso tempo, da una corrente costante con intensità di 1 A."

Su questa definizione, sono basati gli strumenti ed i metodi di misura per termometria.

Come si può visualizzare dal seguente circuito:



(partendo da sinistra della figura) si fa circolare una corrente costante su una resistenza:

$$i_1(t) = \frac{v_{in}(t)}{R} \quad (15.6)$$

in modo da provocare, sull'altra resistenza (quella a destra) lo stesso riscaldamento che si ha su una resistenza identica percorsa dalla corrente i_2 :

$$\begin{aligned} v_{out} &= R \cdot i_2 \\ &\Downarrow \\ i_2 &= \frac{v_{out}}{R} \end{aligned} \quad (15.7)$$

il cui valore efficace deve essere misurato.

In questa maniera si è applicata una conversione da TRMS a DC utilizzando la temperatura.

⁷Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte V — pag 10
Appunti — 2025-05-07 — pag 9 - 10

15.6.1 Fluke 792A Transfer Standard

⁸

Uno strumento che applica la definizione di valore efficace è il Fluke 792A Transfer Standard:



Questo dispositivo è molto versatile perchè è utilizzabile sia con tensione in AC che in DC, ha un range di tensioni che va dai 2 mV a 1000V, per segnali da 10 Hz a 1 MHz e, nonostante tutta questa enorme versatilità, presenta solo ± 10 ppm di incertezza.

Essendo uno strumento che sfrutta le proprietà della temperatura tra i due resistori uguali, ha bisogno di un warm up time, che in questo caso è di 15 minuti (in gergo misuristico, si va a prendere un caffè poi si ritorna in laboratorio).

Il warm up time è necessario affinché i componenti possano superare i transitori termici.

⁸Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte V — pag 11
Appunti — 2025-05-07 — pag 10

15.7 Fattore di cresta

⁹

Cambiando prospettiva e andando a considerare strumenti nettamente molto più economici del Transfer Standard per la misura del valore efficace, dobbiamo introdurre un nuovo parametro.

Esso ci consente di stimare il valore efficace mediante una misura indiretta, che va a valutare il fattore di cresta.

Il fattore di cresta di un segnale periodico è il rapporto fra il massimo valore istantaneo (o anche detto valore di picco) ed il valore efficace.

Come scritto nel capitolo 13, il valore di corrente efficace I partendo da una corrente puramente sinusoidale e con sfasamento nullo:

$$I = \frac{I_{pk}}{\sqrt{2}} \quad (15.8)$$

dove I_{pk} è il valore di picco di $i(t)$.

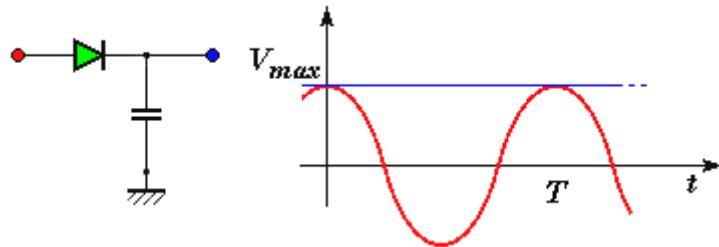
Il fattore di cresta è proprio $\sqrt{2}$.

⁹Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte V — pag 12
Appunti — 2025-05-07 — pag 10 — 2025-05-09 — pag 2

15.8 Convertitore RMS / DC a misura indiretta (tensione di picco)

10

Idealmente, dato un segnale di ingresso sinusoidale e periodico, possiamo rivelare la tensione massima del segnale di ingresso con il seguente circuito:



Con questo semplice circuito (figura a sinistra), la tensione massima (V_{max} di colore blu nella figura a destra e pin blu nella figura del circuito) rimane costante nel tempo, rispetto al segnale sinusoidale periodico di ingresso (nella figura a destra di colore rosso e pin rosso nella figura del circuito).

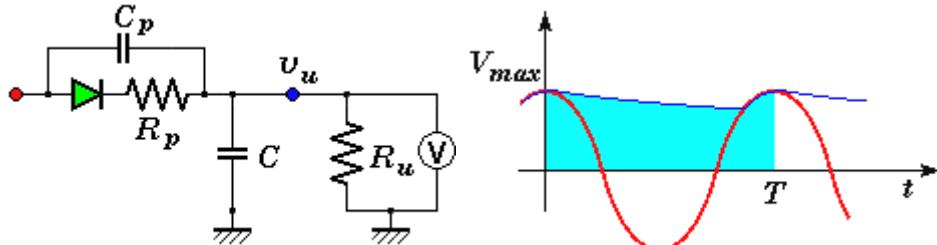
¹⁰Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte V — pag 13
Appunti — 2025-05-07 — pag 11 — 2025-05-09 — pag 3

15.8.1 RMS / DC a valore di picco: modello completo

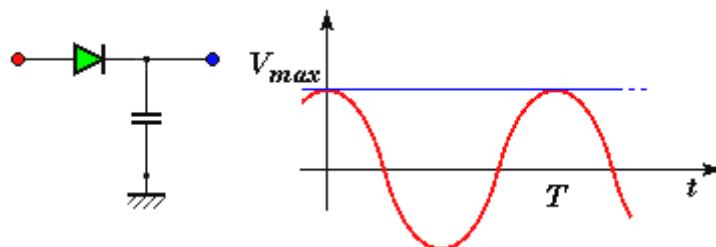
¹¹

Passando dal modello ideale visualizzato nella sezione precedente al modello reale, dovremo considerare le resistenze parassite dei componenti.

Quindi, da una tensione V_{max} costante in uscita con ingresso una tensione sinusoidale periodica, avremo questo andamento:



Confrontando il circuito reale con quello ideale:



notiamo che sono presenti in più:

- una resistenza resistenza parassita R_p in serie a al diodo
- un capacità parassita C_p in parallelo al diodo e alla resistenza parassita R_p
- un'altra resistenza R_u parassita in parallelo allo strumento di misura V

La tensione di uscita \bar{v}_u è circa uguale a:

$$\bar{v}_u \approx V_{max} \left[\frac{R_u}{R_u + R_p} \left(1 - \frac{T}{2R_u C} \right) \right] \quad (15.9)$$

dove T è il periodo della sinusoide.

Perché la tensione dipende dal periodo della sinusoide?

Come abbiamo studiato ad elettrotecnica, la capacità parassita C_p ha una sua impedenza, che dipende dalla frequenza della sinusoide in ingresso:

$$Z_c = \frac{1}{j\omega C_p} \quad (15.10)$$

Un piccolo ripasso al volo da elettrotecnica:
L'impedenza Z dei bipoli lineari R, C, L
<https://elisabettavannucchi.com/course/view.php?id=44>

Se la frequenza del segnale periodico ω è molto elevata, la capacità parassita tende a zero e la corrente passa nel ramo di C_p piuttosto che passare nel ramo del diodo.

¹¹ Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte V — pag 14
Appunti — 2025-05-09 — pag 3 - 4

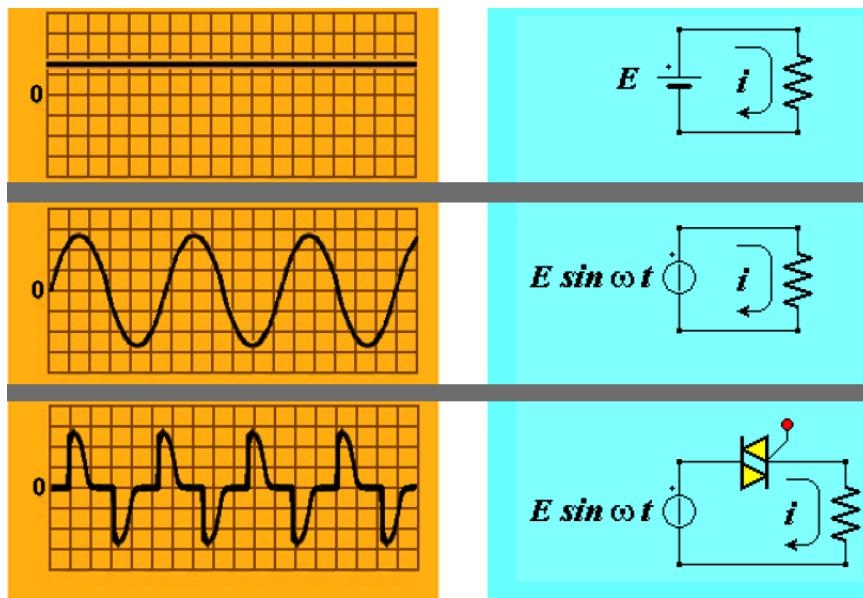
Ma, sapendo che, in questo corso, abbiamo a che fare con segnali che sono di qualche Hz, tipicamente 50 Hz, l'impedenza Z_c rimane elevata, anche perché il valore C_p è generalmente molto basso.

Quindi, nonostante le considerazioni svolte del mondo reale e delle impedenze parassite, si può considerare il circuito ideale perché, a basse frequenze, le impedenze parassite hanno poco effetto sulla tensione periodica sinusoidale.

15.9 Segnali costanti, sinusoidali e distorti

12

Confrontiamo diversi circuiti e l'andamento della tensione ai capi di una generica resistenza:



Nel primo circuito, dato un generatore di tensione costante, in uscita (cioè ai capi del resistore) avremo una tensione costante, e che quindi rimane piatta.

In questo circuito, il valore efficace è la tensione costante.

Nel secondo circuito, dato un generatore di tensione periodico e sinusoidale, in uscita avremo una tensione che rimane periodica e sinusoidale.

In questo circuito, per calcolare il valore efficace, basta applicare il fattore di cresta $\sqrt{2}$.

Nel terzo circuito, dato un generatore periodico e sinusoidale, avremo questa forma d'onda non meglio nota.

In questo circuito, non possiamo applicare il fattore di cresta $\sqrt{2}$, bensì dovremo utilizzare degli strumenti *TRMS*, e che quindi calcolano o circuitalmente o digitalmente il valore efficace:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} i^2(t) dt} \quad (15.11)$$

¹²Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte V — pag 15
Appunti — 2025-05-09 — pag 4

15.10 Strumenti RMS e TRMS

13

Pratica da svolgere prima di utilizzare uno strumento di misura, è quello di visualizzare il segnale sull'oscilloscopio.

Per segnali che hanno andamento sinusoidale periodico, per calcolare il loro valore efficace possiamo utilizzare strumenti RMS, e che quindi calcolano, dal valore di picco della sinusoide, il valore efficace moltiplicando per $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Un esempio di tester RMS:



Fluke 83 III
AC RMS

Invece, se il segnale presenta comportamenti non sinusoidali, per calcolare il valore efficace è meglio applicare il calcolo di valore efficace: questo si può fare utilizzando strumenti TRMS.

Esempi di tester TRMS:



Fluke 85 III
AC TRMS **Fluke 87 III**
AC TRMS

Gli strumenti TRMS sono più costosi, economicamente parlando, rispetto agli strumenti RMS perché devono fare più conti e sono più complessi.

Si può utilizzare uno strumento TRMS per un segnale sinusoidale periodico, ma non avrebbe tanto senso (è come andare a fare la spesa con una Ferrari, meglio andarci in Pandino).

¹³Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte V — pag 16
Appunti — 2025-05-09 — pag 4

15.11 RMS - TRMS

¹⁴

Gli strumenti TRMS applicano circuitalmente il seguente calcolo:

$$G = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} g^2(t) dt} \quad (15.12)$$

dove $g(t)$ è il valore istantaneo di una grandezza fisica, T il suo periodo, t_0 l'istante in cui si inizia la misura e G è il valore efficace.

Oppure, scritto in un'altra maniera, gli strumenti TRMS calcolano il valore efficace G di una grandezza periodica $g(t)$ ed è la radice quadrata del valore medio sul periodo della grandezza al quadrato.

Gli strumenti che applicano questa formula sono strumenti a vero valore efficace: dall'inglese TRMS True Root Mean Square.

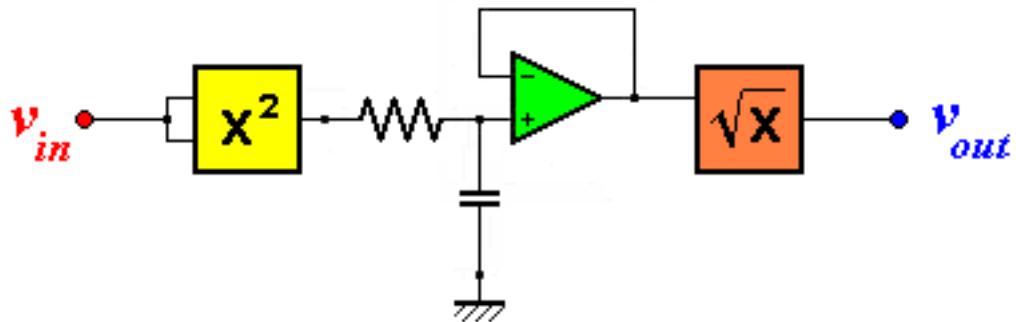
Gli strumenti che moltiplicano il valore massimo per $\frac{1}{\sqrt{2}}$ sono strumenti a quasi valore efficace: dall'inglese RMS Root Mean Square.

¹⁴Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte V — pag 17
Appunti — 2025-05-09 — pag 5

15.12 TRMS / DC con calcolo del valore medio del quadrato del misurando

15

Una possibile architettura di un circuito TRMS / DC è la seguente:



Riportando nuovamente il calcolo matematico da svolgere per il calcolo del valore efficace di una grandezza G:

$$G = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} g^2(t) dt} \quad (15.13)$$

Per una tensione V, diventa:

$$V = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} v^2(t) dt} \quad (15.14)$$

Se v_{in} non ha un andamento periodico ogni tempo T, il valore efficace calcolato dalla seguente architettura sarà differente ogni tempo T.

Iniziamo l'analisi del circuito (in figura partendo da sinistra verso destra).

Il blocco giallo x^2 eleva alla seconda v_{in} : quindi implementa il $v^2(t)$ matematico.

Dopo il blocco x^2 , è presente un resistore e un condensatore, che in Fourier, sono un filtro passa basso; se il filtro presenta una frequenza di taglio f_c molto bassa che tende a $\omega = 0$, nel tempo implementano il calcolo del valore medio, quindi l'integrale $\int_{t_0}^{t_0+T} v^2(t) dt$ e la divisione per T.

L'amplificatore operazionale (triangolo verde) è presente in configurazione seguitore perchè ha guadagno 1 rispetto al segnale dopo il filtro passa basso , permette anche di pulire il segnale e dividere il circuito in due grazie al concetto di massa virtuale dell'amplificatore operazionale.

Dopo l'amplificatore operazionale, nel segnale viene calcolata la radice quadrata (blocchetto arancione con \sqrt{x}).

Alla fine in v_{out} sarà calcolato il valore efficace V partendo da v_{in} .

Con questo tipo di architettura, il segnale v_{in} può essere qualsiasi, e non per forza deve essere sinusoidale, ma deve essere periodico perchè il calcolo del valore medio dipende da T periodo del segnale di ingresso.

¹⁵Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte V — pag 18
Appunti — 2025-05-09 — pag 5 — 2025-06-23 Ricevimento — pag 6, 8

15.12.1 Amplificatore logaritmico con OpAmp

16

Dall'analisi matematica 1, sappiamo che, grazie alle proprietà dei logaritmi:

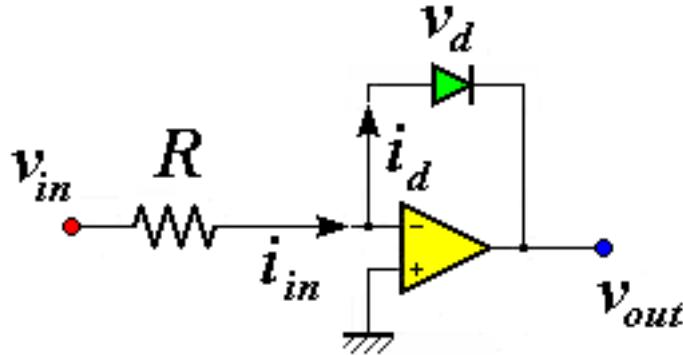
$$\begin{aligned} y &= \ln(x^k) \\ &\Downarrow \\ y &= k \cdot \ln(x) \end{aligned} \quad (15.15)$$

e poi, per calcolare x^k applichiamo l'operazione opposta, cioè quella dell'anti-logaritmo.

Un piccolo ripasso di analisi matematica 1 sui logaritmi che non fa mai male, ricordando che \ln è il logaritmo in base e:

<https://www.youmath.it/lezioni/analisi-matematica/le-funzioni-elementari-e-le-loro-proprietà/84-proprietà-dei-logaritmi.html>

Partendo dal segnale v_{in} , da un punto di vista circuituale $y = \ln(x^k)$ può essere implementato con il seguente circuito:



Grazie al concetto di massa virtuale dell'AmpOp:

$$i_{in} = i_d \quad (15.16)$$

in cui:

$$i_{in} = \frac{v_{in}}{R} \quad (15.17)$$

Nel ramo tra la massa virtuale e v_{out} , siccome è presente un diodo, componente che ha un comportamento esponenziale, avremo che:

$$i_d = i_0 \cdot e^{\frac{V_d}{k}} \quad (15.18)$$

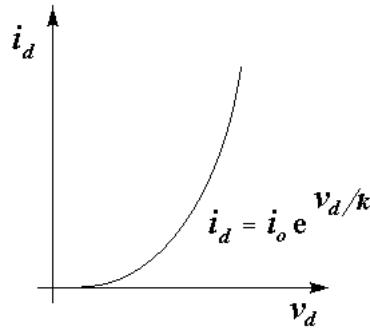
dove V_d è la tensione ai capi del diodo, k è il fattore scala del diodo e i_0 è la corrente di bias del diodo.

Per corrente di bias i_0 si intende una corrente che passa nel diodo anche se v_d è nulla: quindi anche se il diodo non è polarizzato, passa una corrente di valore i_0 .

Per questo motivo, nelle varie architetture, si cerca di diminuire se possibile la tensione ai capi di un diodo.

¹⁶Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte V — pag 19 - 20
Appunti — 2025-05-09 — pag 6 - 8, 9 — 2025-06-23 Ricevimento — pag 9 - 10

Da un punto di vista grafico:



Possiamo scrivere:

$$\frac{i_d}{i_0} = e^{\frac{v_d}{k}} \quad (15.19)$$

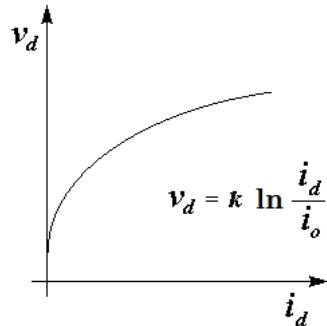
Applicando l'operatore inverso dell'esponenziale, cioè il logaritmo, ambo e due le parti, l'equazione diventerà:

$$\ln\left(\frac{i_d}{i_0}\right) = \frac{v_d}{k} \quad (15.20)$$

Isolando v_d :

$$v_d = k \cdot \ln\left(\frac{i_d}{i_0}\right) \quad (15.21)$$

Da un punto di vista grafico:



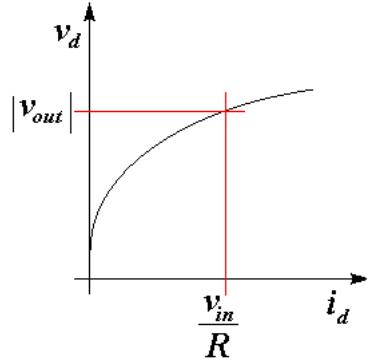
Sapendo la relazione tra i_d e i_{in} , possiamo semplificare v_d come:

$$\begin{aligned} v_d &= k \cdot \ln\left(\frac{i_d}{i_0}\right) \\ &\downarrow \\ v_d &= k \cdot \ln\left(\frac{v_{in}}{R} \cdot \frac{1}{i_0}\right) \\ &= k \cdot \ln\left(\frac{v_{in}}{R \cdot i_0}\right) \end{aligned} \quad (15.22)$$

Quindi, alla fine di tutti questi conti, avremo che, sapendo che v_d è uguale a v_{out} :

$$|v_{out}| = k \cdot \ln\left(\frac{v_{in}}{i_0 \cdot R}\right) \quad (15.23)$$

Per calcolarsi l'elevamento alla seconda x^k non sono necessari tutti i punti della funzione logaritmo, bensì solo quella in cui $i_d = \frac{v_{in}}{R}$:



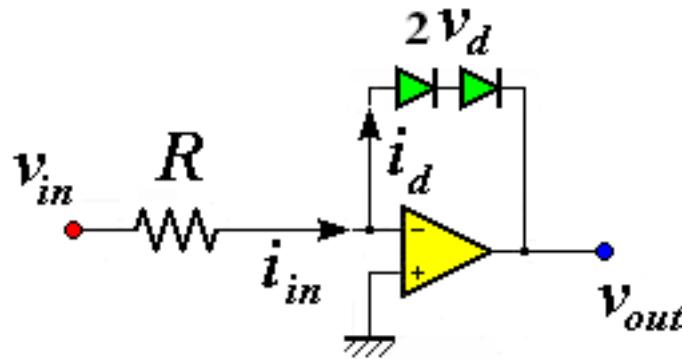
Si considera $|v_{out}|$, quindi il modulo di v_{out} perché non sappiamo il verso di v_{in} .

Se volgiamo calcolare l'elevamento alla seconda di $\frac{v_{in}}{R \cdot i_0}$, grazie alle proprietà del logaritmo, possiamo scrivere:

$$\begin{aligned} |v_{out}| &= 2 \cdot k \cdot \ln\left(\frac{v_{in}}{i_0 \cdot R}\right) \\ &= k \cdot \ln\left(\frac{v_{in}}{i_0 \cdot R}\right)^2 \end{aligned} \quad (15.24)$$

e poi isolare l'argomento $(\frac{v_{in}}{i_0 \cdot R})^2$ da \ln , così da avere solo $(\frac{v_{in}}{i_0 \cdot R})^2$.

Per implementare questa nuova funzione di $|v_{out}|$, dal circuito iniziale con un diodo, aggiungiamo un altro diodo al ramo tra massa virtuale e v_{out} :



Siccome il nostro obiettivo è calcolarci l'elevamento alla seconda di $\frac{v_{in}}{R \cdot i_0}$ scegliamo:

$$k = 1 \quad (15.25)$$

Quindi $|v_{out}|$ diventerà:

$$\begin{aligned} |v_{out}| &= 2 \cdot k \cdot \ln\left(\frac{v_{in}}{i_0 \cdot R}\right) \\ &\downarrow \\ |v_{out}| &= 2 \cdot 1 \cdot \ln\left(\frac{v_{in}}{i_0 \cdot R}\right) \quad (15.26) \\ &= 2 \cdot \ln\left(\frac{v_{in}}{i_0 \cdot R}\right) \\ &= \ln\left(\frac{v_{in}}{i_0 \cdot R}\right)^2 \end{aligned}$$

Per calcolarsi il blocco \sqrt{x} del TRMS / DC, possiamo utilizzare lo stesso circuito con resistore, un diodo e AmpOp ponendo:

$$\begin{aligned} k &= \frac{1}{2} \\ &\downarrow \\ v_d &= k \cdot \ln\left(\frac{v_{in}}{i_0 \cdot R}\right) \\ &= \frac{1}{2} \cdot \ln\left(\frac{v_{in}}{i_0 \cdot R}\right) \quad (15.27) \\ &= \ln\left(\frac{v_{in}}{i_0 \cdot R}\right)^{\frac{1}{2}} \\ &= \ln \sqrt{\frac{v_{in}}{i_0 \cdot R}} \end{aligned}$$

e poi calcolarci l'anti-logaritmo, come stiamo facendo con l'elevamento alla seconda.

15.12.2 Amplificatore anti-logaritmico con OpAmp

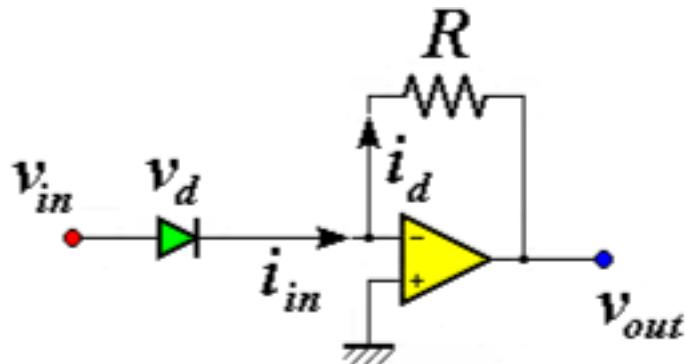
¹⁷

Da:

$$|v_{out}| = \ln\left(\frac{v_{in}}{i_0 \cdot R}\right)^2 \quad (15.28)$$

vogliamo isolare $(\frac{v_{in}}{i_0 \cdot R})^2$, quindi abbiamo bisogno di un circuito anti-logaritmo.

Una implementazione di circuito anti-logaritmo è la seguente:



che è lo stesso del circuito logaritmico ma in cui la posizione tra diodo e resistore è scambiata.

Se consideriamo $|v_{out}|$ dall'amplificatore logaritmico il v_{in} del circuito anti-logaritmico, v_{out} sarà:

$$\begin{aligned} |v_{out}| &= e^{v_{in}} \\ &\downarrow \\ |v_{out}| &= e^{\ln\left(\frac{v_{in}}{i_0 \cdot R}\right)^2} \\ &= \left(\frac{v_{in}}{i_0 \cdot R}\right)^2 \end{aligned} \quad (15.29)$$

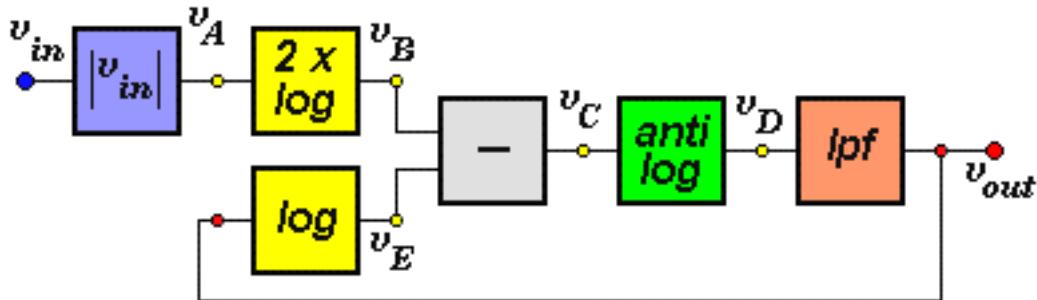
Ora che abbiamo visto una implementazione di x^2 possiamo visualizzare altri tipi di architetture per migliorare l'incertezza di misura ed essere più efficienti.

¹⁷Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte V — pag 21
Appunti — 2025-05-09 — pag 9

15.13 TRMS/DC log-antilog

18

Un'altra architettura per applicare il calcolo del TRMS è la seguente:



Questo circuito implementa il calcolo del TRMS, quindi:

$$v_{out}(t) = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} [v_{in}(t)]^2 dt} \quad (15.30)$$

Nella realtà, nei multimetri tradizionali, viene implementato questo tipo di architettura piuttosto che quella precedente che abbiamo studiato, proprio perchè (anche se inizialmente sembra una cosa complicata) il ramo di retroazione permette di abbassare l'incertezza di misura.

Analizziamo bene il circuito.

Il blocco:

$$v_A(t) = |v_{in}| \quad (15.31)$$

viene implementato perchè, come sappiamo dall'analisi matematica 1, il logaritmo non accetta argomenti minori di zero.

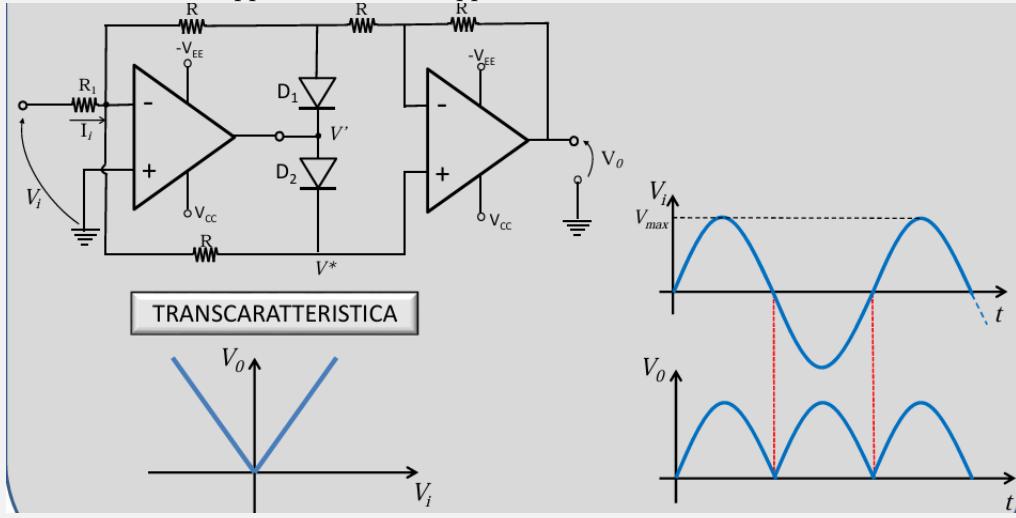
Dal punto di vista circuitale, il blocco $|v_{in}|$ viene implementato con dei circuiti in cui sono presenti gli operazionali.

¹⁸Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte V — pag 22 - 27
Appunti — 2025-05-09 — pag 9 - 11

Da:

<https://www.dinfo.unifi.it/upload/sub/laboratori/uscnd/courses/applied-electronics/course-handouts/non-linear-applications-of-operational-amplifiers.pdf> pag 12

si può applicare questo circuito per svolgere il modulo di un segnale di ingresso:
Raddrizzatore a Doppia semi-onda - Applicazione del Diodo di Precisione



Passando al prossimo blocco dopo \$v_A\$, abbiamo \$v_B\$, in cui, partendo da \$v_{in}\$ e applicando le proprietà dei logaritmi:

$$\begin{aligned} v_B &= 2 \cdot \ln(v_A) \\ &= 2 \cdot \ln[v_{in}(t)] \\ &= \ln[v_{in}(t)]^2 \end{aligned} \quad (15.32)$$

Per notazione matematica, il modulo, che è indispensabile per la funzione logaritmo che ha dominio positivo, può essere tolto quando elevo l'argomento al quadrato, per le proprietà dei logaritmi.

Dalla tensione \$v_B\$ passiamo a \$v_E\$ dove:

$$v_E = \ln[v_{out}(t)] \quad (15.33)$$

Grazie al ramo di retroazione che collega \$v_{out}(t)\$, \$v_E\$ può essere calcolato in questa maniera.

Ancora non sappiamo quanto vale \$v_{out}\$, ma simbolicamente possiamo annotarla con questa notazione.

Ora passiamo al nodo \$v_c\$ dove, applicando le proprietà dei logaritmi, avremo che la differenza diventa una divisione:

$$\begin{aligned} v_c(t) &= v_B(t) - v_E(t) \\ &= \ln[v_{in}(t)]^2 - \ln[v_{out}(t)] \\ &= \ln \frac{[v_{in}(t)]^2}{v_{out}(t)} \end{aligned} \quad (15.34)$$

Da \$v_C\$ passiamo al nodo \$v_D\$ dove è presente un blocco anti-log, quindi:

$$\begin{aligned}
 v_D(t) &= e^{v_C} \\
 &= e^{\ln \frac{[v_{in}(t)]^2}{v_{out}(t)}} \\
 &= \frac{[v_{in}(t)]^2}{v_{out}(t)}
 \end{aligned} \tag{15.35}$$

$v_D(t)$ passa poi in un filtro passa basso (dall'inglese lpf Low Pass Filter), il quale ha frequenza di taglio talmente bassa da eliminare tutte le componenti alternate e mantenere solo la continua, che è la costante $\omega = 0$ ed è pari al valore medio di $v_D(t)$.

Quindi, dopo che è passato dall'lpf, avremo $v_{out}(t)$ che è al valore medio di $v_D(t)$, che, applicando la definizione di valore medio di $v_D(t)$ in un periodo T:

$$\begin{aligned}
 v_{out}(t) &= \overline{v_D(t)} \\
 &= \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} \frac{[v_{in}(t)]^2}{v_{out}(t)} dt
 \end{aligned} \tag{15.36}$$

Se $v_{out}(t)$ è costante in $[t_0, t_0+T]$ allora, si può portarlo dall'integrale, e svolgendo altri passi algebrici:

$$\begin{aligned}
 v_{out}(t) &= \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} \frac{[v_{in}(t)]^2}{v_{out}(t)} dt \\
 &\downarrow \\
 v_{out}(t) &= \frac{1}{T} \frac{1}{v_{out}(t)} \int_{t_0}^{t_0+T} [v_{in}(t)]^2 dt \\
 [v_{out}(t)]^2 &= \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} [v_{in}(t)]^2 dt \\
 \sqrt{[v_{out}(t)]^2} &= \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} [v_{in}(t)]^2 dt} \\
 v_{out}(t) &= \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} [v_{in}(t)]^2 dt}
 \end{aligned} \tag{15.37}$$

Per giustificare l'estrazione di $v_{out}(t)$ dal segno dell'integrale, operata nel passaggio precedente, deve essere valida l'ipotesi che il valore efficace della grandezza di ingresso si mantenga costante all'interno di un periodo.

La $v_{out}(t)$ ottenuta è proporzionale al valore efficace di $v_{in}(t)$, qualunque sia la sua forma d'onda, nell'ipotesi che il suo spettro sia contenuto nella banda passante di tutti i blocchi presenti nella catena circuitale.

Per questo ultimo motivo, ecco perchè negli strumenti dove viene calcolato il TRMS del segnale di ingresso viene indicato il range di frequenza della grandezza da misurare.

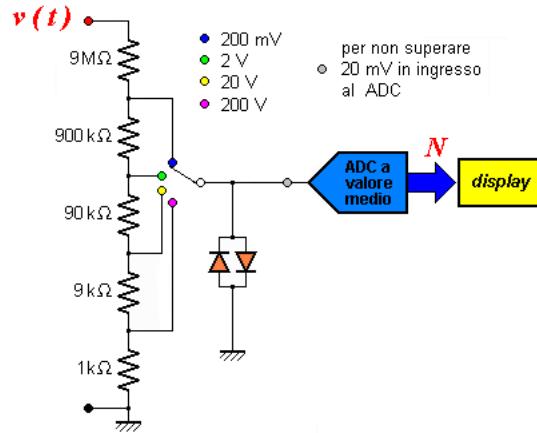
Nelle pagine della presentazione della prof da 28 a 30 sono indicati dei modelli disponibili in commercio di integrati che calcolano il TRMS e RMS, le diverse architetture, ma soprattutto, la relazione tra minore incertezza e aumento dei costi economici dell'integrato

15.14 Voltmetro per DC e AC

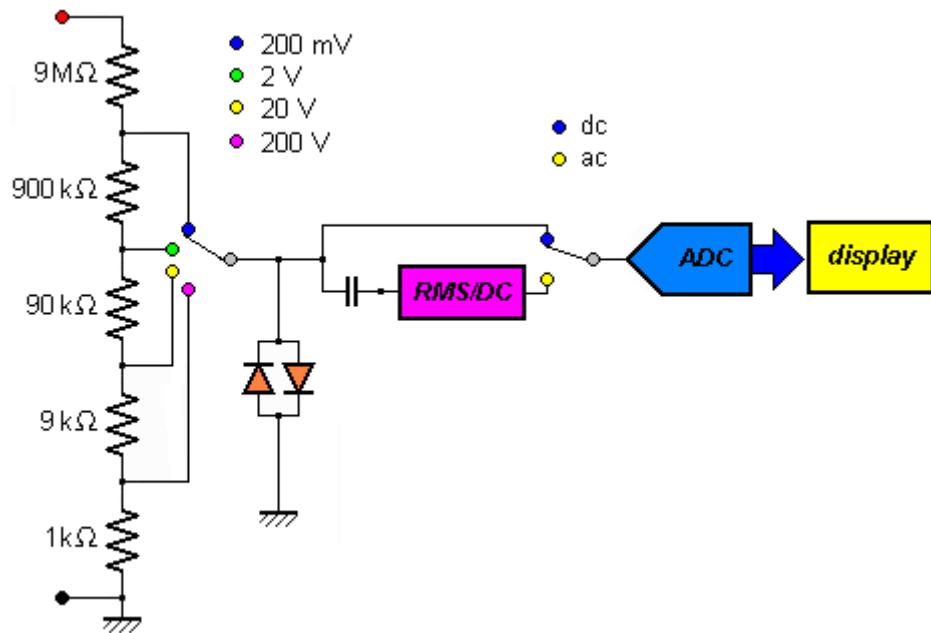
19

Come accennato negli scorsi capitoli, il tester, o altri strumenti numerici odierni, fisicamente sono lo stesso strumento, ma svolgono funzioni molteplici.

Riportando l'architettura di un voltmetro in DC a quattro portate:



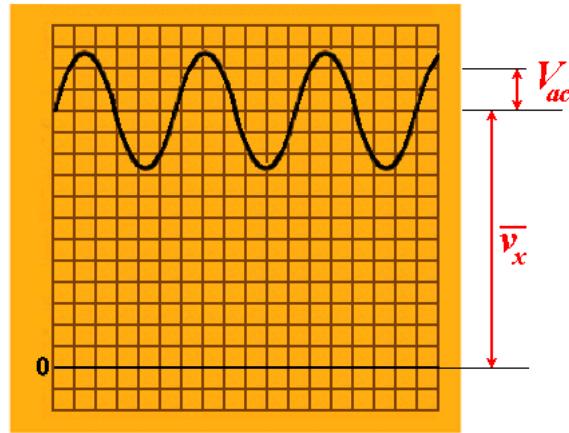
possiamo adattarlo a voltmetro sia in AC che per DC utilizzando un nuovo selettore e un convertitore RMS/DC (o TRMS/DC in base al segnale da misurare):



Il condensatore prima del blocco RMS/DC toglie la componente continua del segnale, cioè quella a $\omega = 0$.

¹⁹Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte V — pag 31 - 35
Appunti — 2025-05-09 — pag 12 - 13

Se il segnale sotto misura presente sia una componente continua, che una componente in AC come il seguente segnale:



per il calcolare il valore efficace V_x :

1. mettere il selettore del voltmetro in DC per calcolare \bar{v}_x che è il valore in continua del segnale a $\omega = 0$
2. cambiare il selettore del voltmetro in AC, e avremo il valore efficace V_{ac} di tutte le altre componenti del segnale tranne la continua

Se è presente un blocco RMS/DC si presuppone che il segnale abbia solo una componente e sia sinusoidale periodica.

Se è presente un blocco TRMS/DC si presuppone che il segnale può avere qualsiasi forma, anche non lineare, per il calcolo del valore efficace V_{ac} .

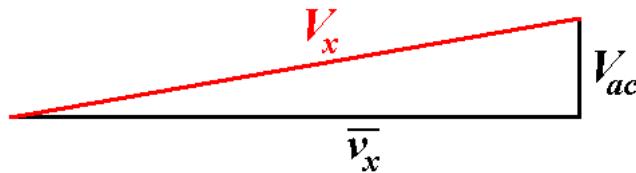
Il valore del segnale:

$$v_x(t) = \bar{v}_x + v_{p,x} \sin(\omega t) \quad (15.38)$$

Il valore efficace di v_x è:

$$V_x = \sqrt{\bar{v}_x^2 + V_{ac}^2} \quad (15.39)$$

Da un punto di vista grafico V_x possiamo vederlo come l'ipotenusa di un triangolo rettangolo:



Calcolando l'incertezza alla formula V_x , essendo una grandezza calcolata indirettamente, dobbiamo calcolare la propagazione delle incertezze di v_x e V_{ac} su V_x .

Avremo che l'incertezza ΔV_x di V_x è:

$$\Delta V_x = \frac{V_{ac} \cdot \Delta V_{ac} + \bar{v}_x \cdot \Delta \bar{v}_x}{V_x} \quad (15.40)$$

Sapendo come è fatto il segnale, V_{ac} è molto basso rispetto a V_x , quindi anche se ΔV_{ac} è molto grande, un numero molto grande moltiplicato per un numero molto piccolo, da un fattore molto piccolo.

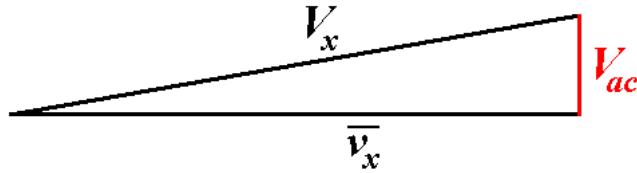
Invece, \bar{v}_x è molto alto, ma sapendo che lo strumento è stato progettato per lavorare in DC ed opera nelle migliori condizioni, $\Delta\bar{v}_x$ sarà molto basso: come prima, un valore molto grande, moltiplicato per un valore molto piccolo, da un valore molto piccolo.

Di conseguenza, in ΔV_x , un denominatore piccolo, diviso per un numeratore grande, avrà un contributo piccolo.

Se invece con questo strumento volessimo misurare il valore efficace della tensione alternata v_{ac} , cioè V_{ac} :

$$V_{ac} = \sqrt{V_x^2 - \bar{v}_x^2} \quad (15.41)$$

o in figura:



L'incertezza ΔV_{ac} sarà uguale a:

$$\Delta V_{ac} = \frac{V_x \cdot \Delta V_x + \bar{v}_x \cdot \Delta \bar{v}_x}{V_{ac}} \quad (15.42)$$

V_x e ΔV_x sono fattori molto alti, \bar{v}_x e $\Delta \bar{v}_x$ sono generalmente molto bassi, quindi avremo un nominatore molto grande diviso per un fattore V_{ac} molto piccolo.

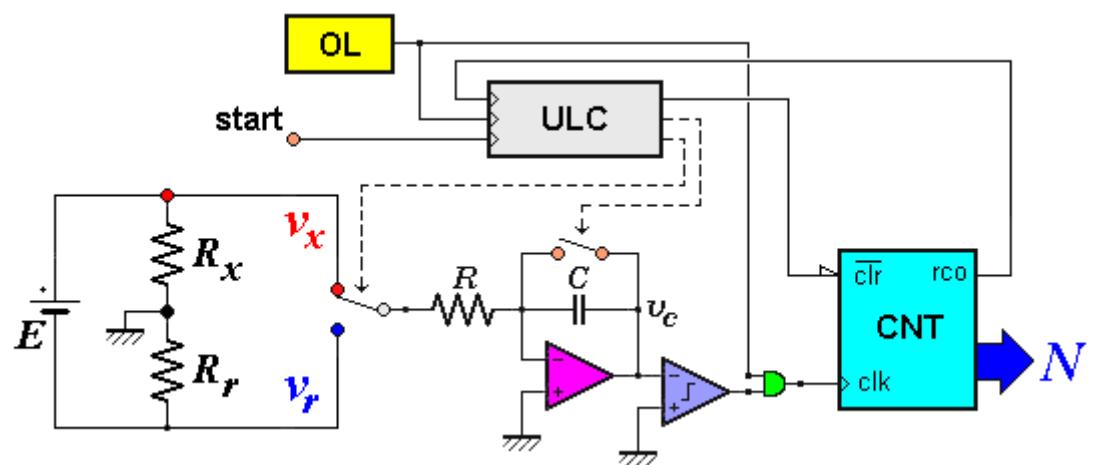
Quindi ΔV_{ac} sarà un fattore molto grande.

Grazie a queste spiegazioni è possibile dire perchè il condensatore serve a farci misurare il valore efficace della sola componente alternata.

Lo strumento si chiama AC perchè funziona sfruttando l'accoppiamento in alternata dello stadio di ingresso e di quello di misura (Alternate Coupling).

Capitolo 16

Strumenti numerici indicatori - parte VI

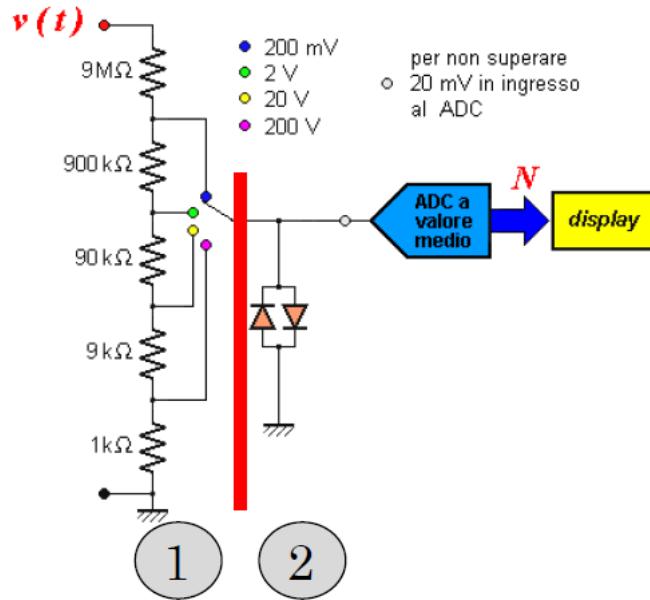


16.1 Dal voltmetro all'amperometro per DC

1

L'obiettivo di questo capitolo è quello di costruire un'architettura per un amperometro, partendo dall'architettura di un voltmetro e sfruttando la legge di Ohm.

Ritornando all'architettura del voltmetro, possiamo dividerla in due parti:



La parte a sinistra, scritta con il numero 1, viene definita come stadio d'ingresso di un voltmetro.

La parte a destra, scritta con il numero 2, viene definita come circuito digitale.

Dalla legge di Ohm, sappiamo che la corrente i dipende v e da R come:

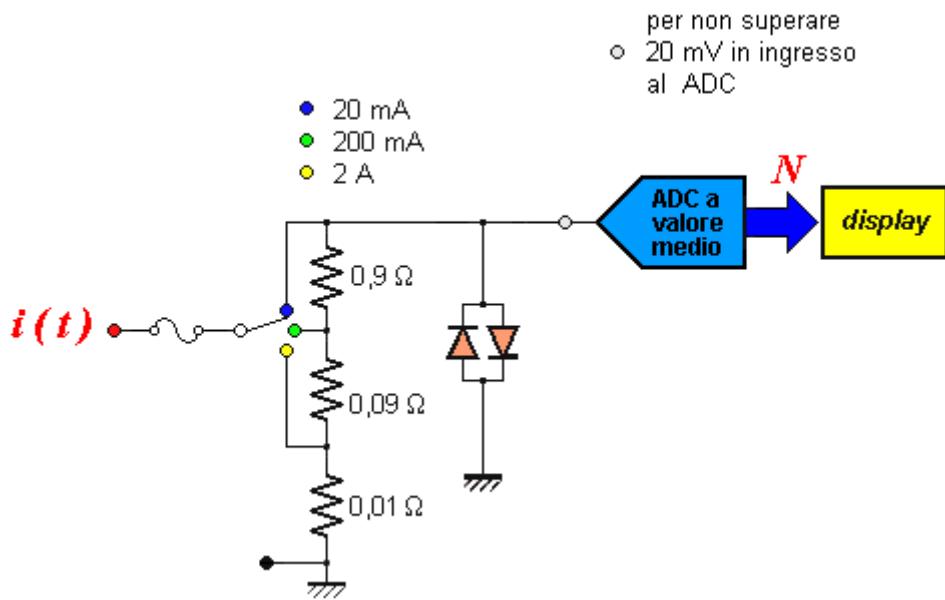
$$v = R \cdot i$$

$$\uparrow$$

$$i = \frac{v}{R} \quad (16.1)$$

¹Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte VI — pag 3
Appunti — 2025-05-13 — pag 2 - 3 — 2025-06-23 Ricevimento — pag 9, 11

Sapendo che la corrente verrà determinata in modo indiretta utilizzando questa relazione, possiamo cambiare lo stadio di ingresso del voltmetro e adattarlo come amperometro:



Lo stadio di ingresso, partendo dalla boccola calda dello strumento di misura (pallino rosso nel circuito), prima della rete resistiva, è presente un fusibile.

Il fusibile è una resistenza di valore idealmente nullo, nella realtà avrà un valore nominale molto basso, che ha la proprietà di bruciarsi in caso ci sia una corrente molto elevata nel ramo.

Nell'architettura dell'amperometro viene posizionato un fusibile nello stadio di ingresso dello strumento per proteggere la rete resistiva, ma in particolare l'ADC a valor medio, da tensione e/o correnti molto elevate.

In caso di malfunzionamento, il fusibile si brucia e va immediatamente sostituito.

Notando il selettore delle portate, in questo tipo di architetture le portate passano da 4 a 3.

Se il selettore è posizionato in una portata diversa da quella di 20 mA (pallino blu), ci sono dei resistori (o resistore) che non sono percorsi dalla corrente $i(t)$, e quindi non avranno una caduta di tensione nel nodo in comune con l'ADC a valor medio.

Rispetto al valore standard della rete resistiva dei voltmetri di $10 M\Omega$, in questo caso, la rete resistiva ha resistenza pari a 1Ω , perchè, nell'amperometro ideale, la sua resistenza dovrebbe essere nulla.

Siccome complessivamente la rete resistiva deve massimo generare 20 mV di tensione per proteggere l'ADC, la corrente massima che può circolare nell'amperometro è di:

$$\begin{aligned}
 i_{max} &= \frac{v_{max}}{R} \\
 &= \frac{20 [mV]}{0.01 [\Omega]} \\
 &= 2 [A]
 \end{aligned} \tag{16.2}$$

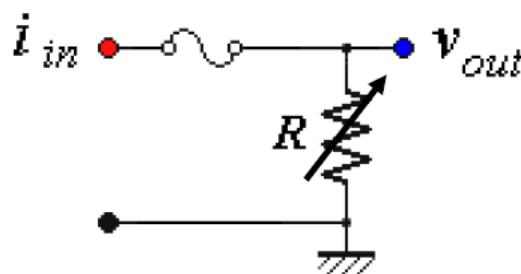
Si prende la R minima perchè passerà una corrente maggiore nel circuito.

Ultima considerazione da svolgere riguardo l'architettura sotto un punto di vista metrologico: non è possibile quantificare la resistenza del fusibile perchè essa varia in base alla corrente di ingresso e ciò porterà dei problemi nel calcolo della tensione per l'ADC.

16.2 Schemi per il convertitore i-v

2

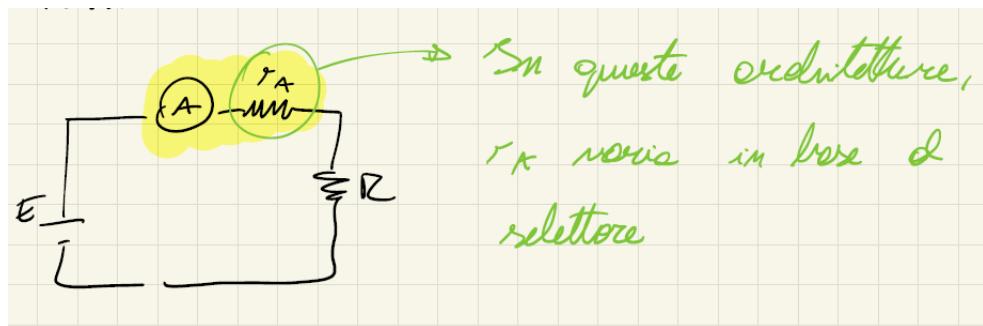
Idealmente, il convertitore corrente-tensione è il seguente:



dove R è una resistenza variabile che cambia in base alla portata dell'amperometro scelta.

Dal punto di vista metrologico, è meglio posizionare il fusibile prima o dopo la resistenza variabile?

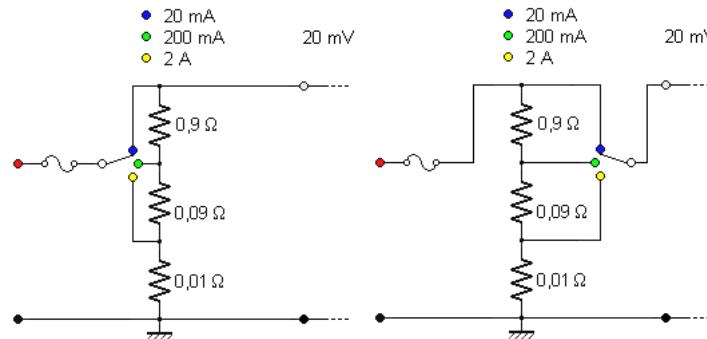
Per misurare la corrente in un circuito reale, avremo il seguente schema:



Come scritto nelle note, r_A , cioè la resistenza dell'amperometro varia in base alla portata dell'amperometro stesso, e, in un circuito ideale, r_A è nulla.

Quindi, ritornando al convertitore corrente-tensione, il convertitore deve avere una resistenza che tende a zero con l'aumentare della portata.

Confrontando le seguenti architetture:



dove, la figura a sinistra viene chiamata architettura (A), la figura a destra viene chiamata architettura (B).

²Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte VI — pag 4 - 7
Appunti — 2025-05-13 — pag 3 - 8

Calcoliamo la resistenza dell'amperometro r_A in base alla portata scelta:

Portata	r_A architettura (A)	r_A architettura (B)
20 mA	152	152
200 mA	0.152	152
2 A	0.0152	152

Dalla seguente tabella si nota che, all'aumentare della portata, la resistenza r_A diminuisce nell'architettura (A), ed ecco perchè è uno tra i motivi per cui è stato scelto questo tipo di architettura rispetto alle (B).

La resistenza r_A , nell'architettura (B), rimane costante perchè la corrente sotto misura percorre sempre tutti i resistori, anche se la portata dell'amperometro varia.

Un altro motivo per cui si sceglie l'architettura (A) rispetto alla (B) è dovuto all'effetto Joule sui resistori.

Nell'architettura (B) si dissipa più energia rispetto all'architettura (A).

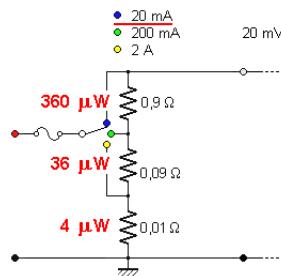
Dall'elettrotecnica, sappiamo che la potenza P dissipata su un resistore si può esprimere come:

$$\begin{aligned} P &= v \cdot i \\ &= (R \cdot i) \cdot i \\ &= R \cdot i^2 \end{aligned} \tag{16.3}$$

Consideriamo l'architettura (A) e la portata di 20 mA:

$$\begin{aligned} P &= R \cdot i^2 \\ &= 1 [\Omega] \cdot (20 [mA])^2 \\ &= 0.4 [mW] \end{aligned} \tag{16.4}$$

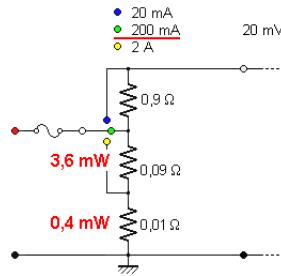
Sui singoli resistori è dissipata la seguente potenza:



Consideriamo l'architettura (A) e la portata di 200 mA:

$$\begin{aligned} P &= R \cdot i^2 \\ &= 0.1 [\Omega] \cdot (200 [mA])^2 \\ &= 4 [mW] \end{aligned} \tag{16.5}$$

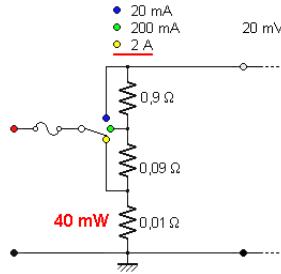
Sui singoli resistori è dissipata la seguente potenza:



Consideriamo l'architettura (A) e la portata di 2 A:

$$\begin{aligned}
 P &= R \cdot i^2 \\
 &= 1 [m\Omega] \cdot (2 [A])^2 \\
 &= 40 [mW]
 \end{aligned} \tag{16.6}$$

Sui singoli resistori è dissipata la seguente potenza:



Consideriamo l'architettura (B) e la portata di 20 mA:

$$\begin{aligned}
 P &= R \cdot i^2 \\
 &= 1 [\Omega] \cdot (20 [mA])^2 \\
 &= 0.4 [mW]
 \end{aligned} \tag{16.7}$$

Consideriamo l'architettura (B) e la portata di 200 mA:

$$\begin{aligned}
 P &= R \cdot i^2 \\
 &= 1 [\Omega] \cdot (200 [mA])^2 \\
 &= 40 [mW]
 \end{aligned} \tag{16.8}$$

Consideriamo l'architettura (B) e la portata di 2 A:

$$\begin{aligned}
 P &= R \cdot i^2 \\
 &= 1 [\Omega] \cdot (2 [A])^2 \\
 &= 4 [W]
 \end{aligned} \tag{16.9}$$

Nell'architettura (A), dalla portata più piccola alla portata più grande, si dissipano due ordini di grandezza: si passa dai 0.4 mW dei 20 mA ai 40 mW dei 2 A.

A differenza dell'architettura (B) che, dalla portata più piccola alla portata più grande, si dissipano quattro ordini di grandezza: si passa dai 0.4 mW dei 20 mA ai 4 W dei 2 A.

4 W da dissipare sono tanti per uno strumento, come un tester, che non ha una ventola.

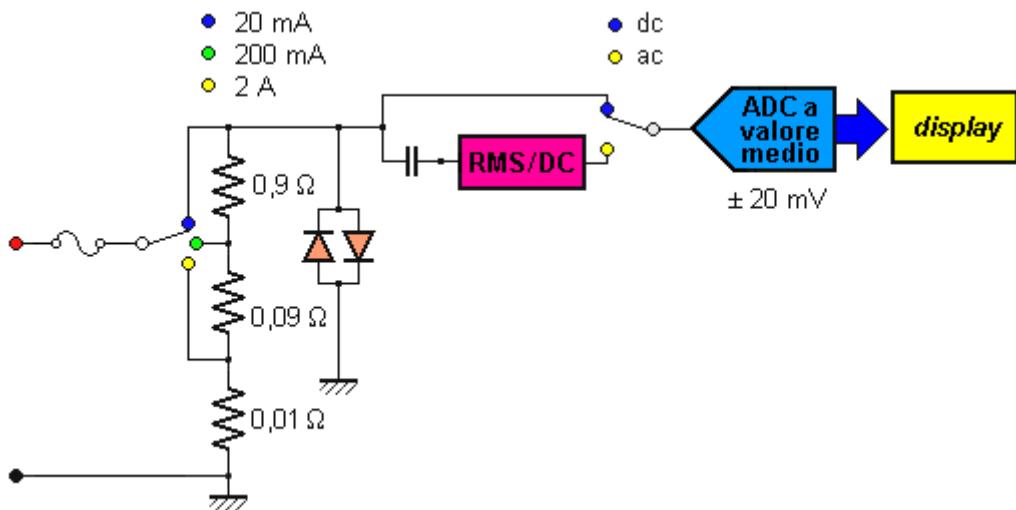
Anche per questo motivo è meglio l'architettura (A) perchè, dal punto di vista energetico, è più efficiente e, all'aumentare della portata, dissipava meno energia rispetto l'architettura (B).

Una regola che possiamo trarre da questi calcoli è che più è alta la potenza da smaltire, più deve essere grande fisicamente lo strumento, quindi, se possibile, meglio efficientare il processo di misura.

16.3 L'amperometro per DC e AC

3

Un esempio di architettura di amperometro per DC e AC è la seguente:



Si può posizionare nell'architettura al posto del blocco RMS/DC un blocco TRMS/DC: dipende sempre se lo strumento di cui si fa l'architettura ne è provvisto.

L'architettura dell'amperometro DC/AC è la stessa del voltmetro DC/AC, ma lo stadio di ingresso è diverso.

I resistori della rete resistiva sono resistori di shunt perché sono resistori che mantengono il loro valore di resistenza vicino a quello nominale e lo mantengono in modo stabile.

Dopo lo stadio di ingresso, anche nell'amperometro si possono fare le stesse conclusioni e osservazioni del voltmetro DC/AC.

La tensione che va all'ADC non è calcolata in base ad un rapporto con la tensione di ingresso, bensì, grazie alla legge di ohm, è calcolata come un prodotto tra la corrente di ingresso ed i resistori in cui si ha una caduta di tensione.

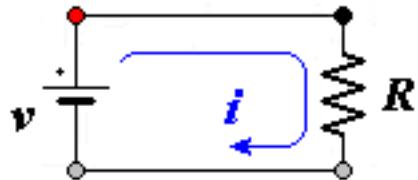
³Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte VI — pag 8
Appunti — 2025-05-13 — pag 9 — 2025-06-23 Ricevimento — pag 9, 11

16.3.1 L'amperometro e la perturbazione

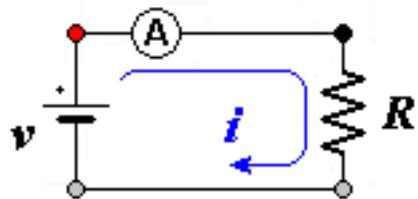
4

Come scritto più volte in queste pagine, purtroppo svolgere una misura comporta una perturbazione rispetto al circuito da misurare.

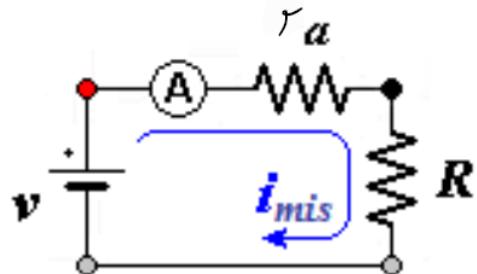
Dato il circuito ideale:



Idealmente, se si volesse misurare la corrente, basterebbe posizionare un amperometro:



Ma nella realtà, l'amperometro presenterà una resistenza interna r_A :



che perturberà, e quindi cambierà, la corrente nel circuito.

Dalla legge di Ohm, sappiamo che il valore della corrente nel circuito ideale è:

$$i = \frac{v}{R} \quad (16.10)$$

Invece, nel circuito reale, essendo r_A in serie con R, la corrente misurata sarà:

$$i_{mis} = \frac{v}{R + r_A} \quad (16.11)$$

Quindi, considerando che i valori dei resistori sono positivi e la tensione la consideriamo anche essa positiva, avremo questa relazione tra i e i_{mis} :

$$i < i_{mis} \quad (16.12)$$

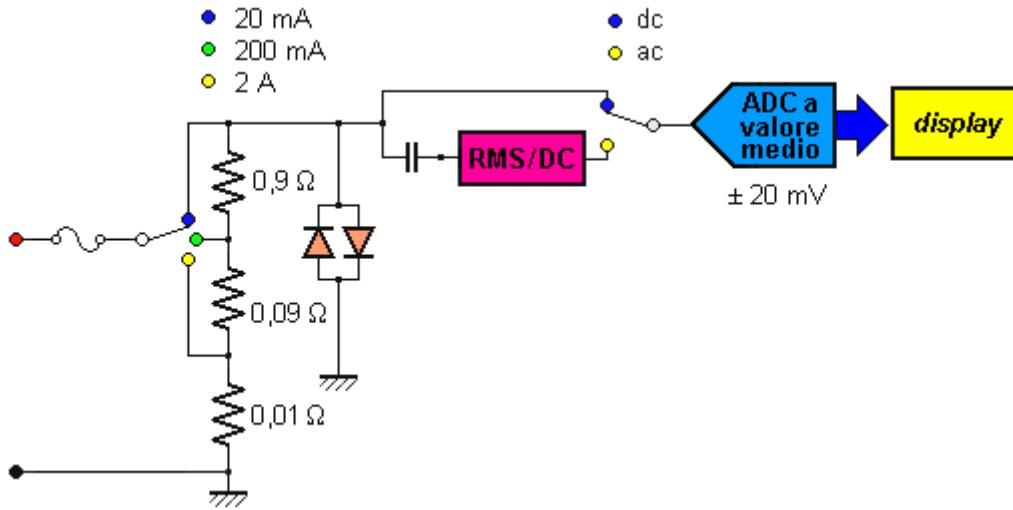
Inoltre, la perturbazione di i rispetto a i_{mis} vale:

⁴Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte VI — pag 9 - 10
Appunti — 2025-05-13 — pag 9 - 10

$$\frac{\delta i}{i} = -\frac{r_A}{r_A + R} \quad (16.13)$$

Dalla formula di $\frac{\delta i}{i}$, non solo i_{mis} è minore, ma è anche una sottostima di i perché la perturbazione è di segno negativo.

Per quanto riguarda l'architettura dell'amperometro AC/DC:



è difficile determinare e calcolare a priori la r_A dell'amperometro perché, ad esempio, il fusibile e il commutatore possono avere un valore nominale di qualche decina di $m\Omega$.

Sommate le resistenze parassite, queste ultime possono essere paragonabili alla rete resistiva degli shunt.

Siccome non è possibile quantificare il valore di r_A a priori, per avere una perturbazione bassa della corrente, cioè far tendere a zero $\frac{\delta i}{i}$, quando si fa una misura della corrente reale con un amperometro reale, bisogna mettere in serie all'amperometro un resistore che sia di diversi ordini di grandezza più grande di r_A .

In formule:

$$\frac{\delta i}{i} \rightarrow 0 \text{ se } R \gg r_A \quad (16.14)$$

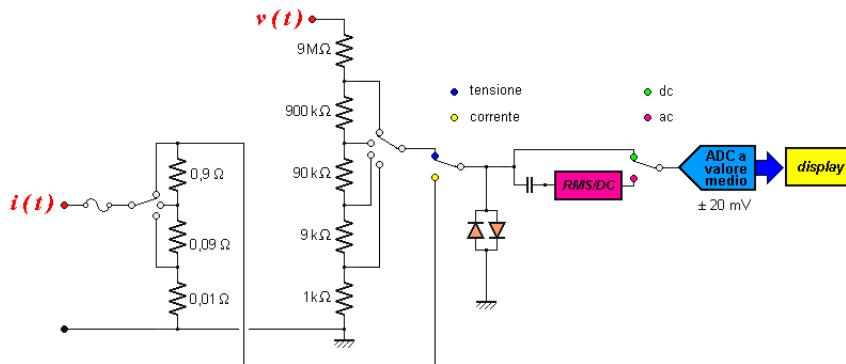
La correzione in tensione è sempre più facile che una correzione fatta in corrente.

Non potendo correggere con precisione la perturbazione della misura dell'amperometro, è preferibile fare misure di tensione invece che di corrente.

16.4 Voltmetro + Amperometro

5

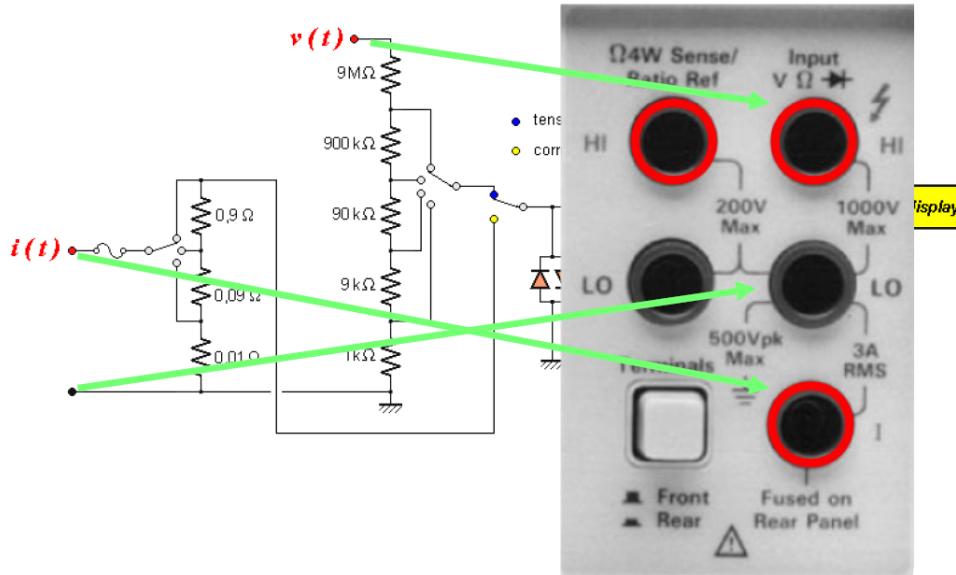
Sapendo che lo stadio di elaborazione è lo stesso, si possono unire le architetture dell'amperometro e del voltmetro con questo tipo di architettura:



Dato un multimetro come il seguente:



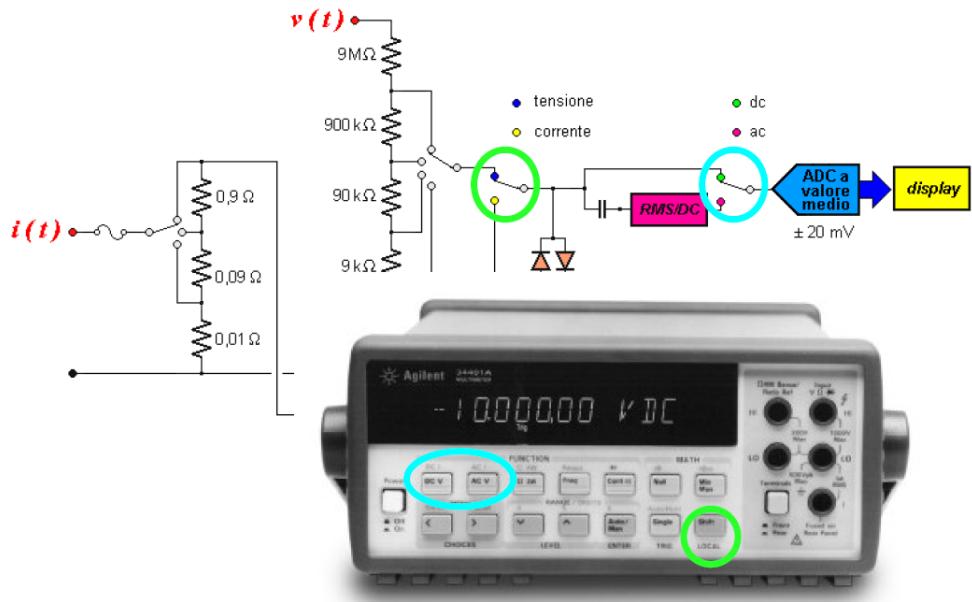
Il corrispettivo tra boccole dello strumento e l'architettura è la seguente:



Dalla figura delle boccole, si può notare la scritta "Fused on Rear Panel"; come scritto precedentemente, il costruttore del multimeter indica sullo strumento dove si trova il fusibile, in modo da individuarlo e sostituirlo facilmente in caso di guasto.

⁵Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte VI — pag 11 - 13
Appunti — 2025-05-13 — pag 10

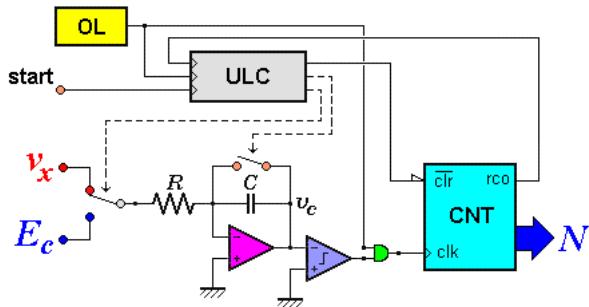
Per quanto riguarda i selettori, nel multimetro reale possono essere cambiati con i seguenti pulsanti:



16.5 Dal voltmetro all'ohmmetro

6

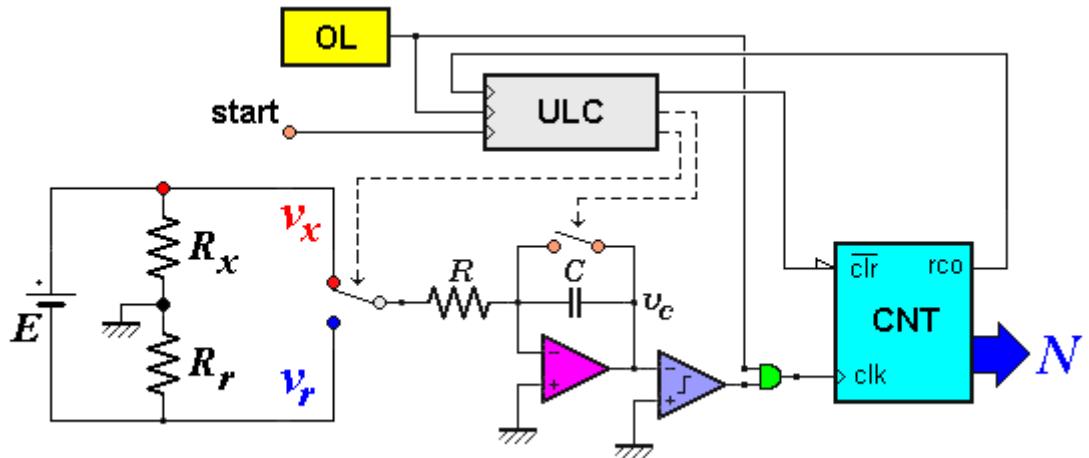
Sapendo il principio di funzionamento dell'architettura dell'AD a valor medio tensione - tempo doppia rampa studiata nel voltmetro:



e che la tensione misurata media \bar{v}_x nell'intervallo $[t_0, t_1]$ vale:

$$\bar{v}_x|_{[t_0, t_1]} = \frac{-E_c}{N_{max}} N \quad (16.15)$$

Possiamo modificare un pochino l'architettura per adattarla ad un ohmmetro, quindi ad una architettura che misura la resistenza di un bipolo R_x :



R_x , con questo tipo di architettura, equivale a:

$$R_x = \frac{R_r}{N_{max}} N \quad (16.16)$$

Rispetto al voltmetro, sono presenti dei componenti in più: un riferimento di f.e.m. E e un partitore di tensione tra R_x e R_r , dove R_r è una resistenza di riferimento e che quindi deve avere un valore noto stabile.

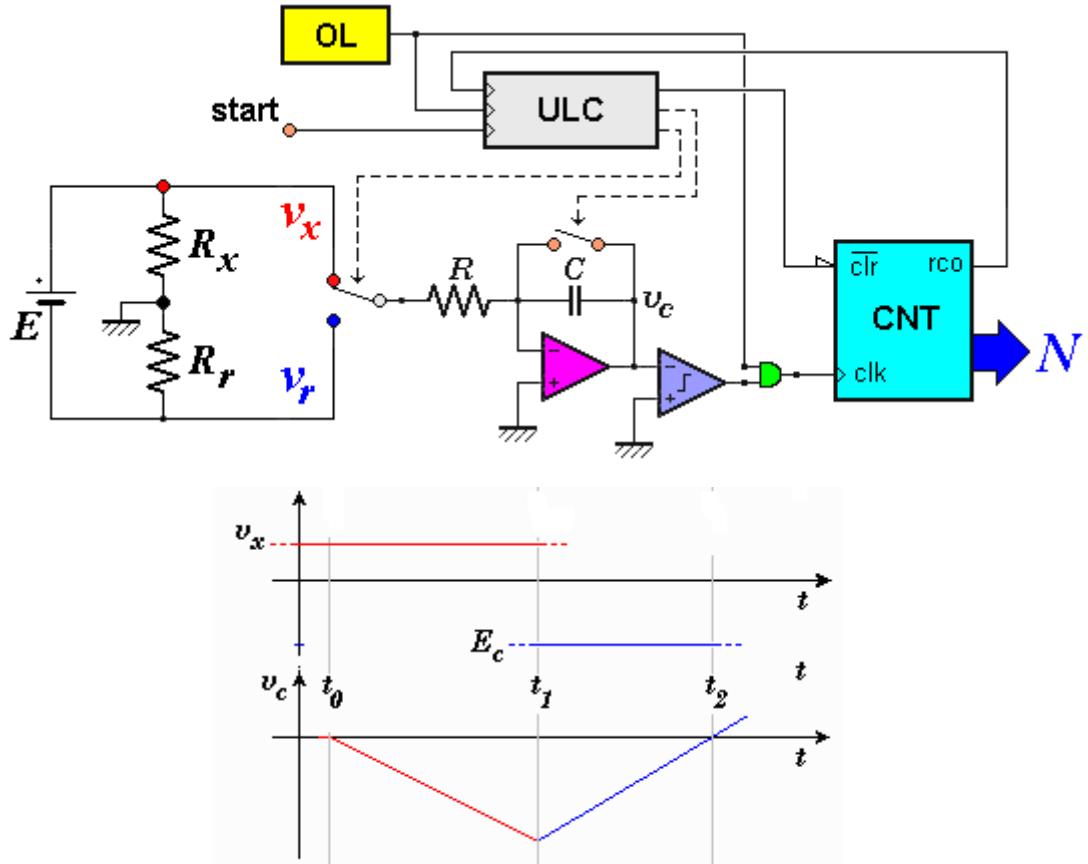
Come il voltmetro, v_r è minore di zero, invece v_x è maggiore di zero.

⁶Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte VI — pag 14 - 15
Appunti — 2025-05-13 — pag 10 - 11

16.5.1 Analisi funzionamento ideale

7

Come nel voltmetro, le tensioni nel tempo sono le seguenti:



(Nella figura E_c è uguale a v_r nell'architettura dell'ohmmetro)

Le tensioni vengono ricavate con le seguenti operazioni matematiche:

$$\begin{cases} v_c(t_0) = 0 \\ v_c(t_1) = v_c(t_0) + \int_{t_0}^{t_1} \frac{v_x(t)}{-RC} dt \\ v_c(t_2) = v_c(t_1) + \int_{t_1}^{t_2} \frac{v_r(t)}{-RC} dt \\ v_c(t_2) = 0 \end{cases} \quad (16.17)$$

Sostituendo i valori noti e facendo dei semplici passi algebrici, $v_c(t_2)$ diventa:

⁷Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte VI — pag 16 - 17
No Appunti

$$\begin{aligned}
 v_c(t_2) &= v_c(t_1) + \int_{t_1}^{t_2} \frac{v_r(t)}{-RC} dt \\
 &= v_c(t_0) + \int_{t_0}^{t_1} \frac{v_x(t)}{-RC} dt + \int_{t_1}^{t_2} \frac{v_r(t)}{-RC} dt \\
 &\quad \downarrow \\
 0 &= 0 + \int_{t_0}^{t_1} \frac{v_x(t)}{-RC} dt + \int_{t_1}^{t_2} \frac{v_r(t)}{-RC} dt \tag{16.18} \\
 - \int_{t_0}^{t_1} \frac{v_x(t)}{-RC} dt &= \int_{t_1}^{t_2} \frac{v_r(t)}{-RC} dt \\
 \int_{t_0}^{t_1} \frac{v_x(t)}{RC} dt &=
 \end{aligned}$$

Quindi alla fine, come il caso del voltmetro, bisogna valutare la stabilità dell'equazione:

$$\int_{t_0}^{t_1} \frac{v_x(t)}{RC} dt = \int_{t_1}^{t_2} \frac{v_r(t)}{-RC} dt \tag{16.19}$$

16.5.2 Primo vincolo sulla stabilità

⁸

Come il caso del voltmetro, dobbiamo valutare il primo vincolo sulla stabilità dei parametri che compongono l'equazione nel periodo $[t_0, t_2]$:

$$\int_{t_0}^{t_1} \frac{v_x(t)}{RC} dt = \int_{t_1}^{t_2} \frac{v_r(t)}{-RC} dt \quad (16.20)$$

$R \cdot C$ è un parametro costante nell'intervallo $[t_0, t_2]$, quindi possiamo mandare fuori dall'integrale in entrambi i membri dell'equazione, e con diversi passi algebrici, l'equazione diventa:

$$\begin{aligned} \int_{t_0}^{t_1} \frac{v_x(t)}{RC} dt &= \int_{t_1}^{t_2} \frac{v_r(t)}{-RC} dt \\ \frac{1}{RC} \int_{t_0}^{t_1} v_x(t) dt &= -\frac{1}{RC} \int_{t_1}^{t_2} v_r(t) dt \\ \int_{t_0}^{t_1} v_x(t) dt &= - \int_{t_1}^{t_2} v_r(t) dt \end{aligned} \quad (16.21)$$

Quindi alla fine dovremo valutare la stabilità di $v_x(t)$ e $v_r(t)$ nel periodo $[t_0, t_2]$ nell'equazione:

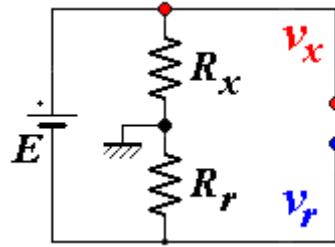
$$\int_{t_0}^{t_1} v_x(t) dt = - \int_{t_1}^{t_2} v_r(t) dt \quad (16.22)$$

⁸Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte VI — pag 18
No Appunti

16.5.3 Il convertitore R - v

9

Sapendo che nell'ohmmetro le tensioni di $v_x(t)$ e $v_r(t)$ sono ricavate da questo circuito:



Risolvendo questo semplice problema di elettrotecnica, avremo che $v_x(t)$ e $v_r(t)$ sono esprimibili come:

$$\begin{cases} v_x(t) = E \cdot \frac{R_x}{R_x + R_r}(t) \\ v_r(t) = -E \cdot \frac{R_r}{R_x + R_r}(t) \end{cases} \quad (16.23)$$

Per adesso scriviamo che v_x e v_r sono funzioni che variano nel tempo (ma poi vedremo come semplificare i conti)

Quindi, possiamo esprimere l'equazione dopo il primo vincolo sulla stabilità:

$$\begin{aligned} \int_{t_0}^{t_1} v_x(t) dt &= - \int_{t_1}^{t_2} v_r(t) dt \\ \downarrow \\ \int_{t_0}^{t_1} E \cdot \frac{R_x}{R_x + R_r}(t) dt &= - \int_{t_1}^{t_2} -E \cdot \frac{R_r}{R_x + R_r}(t) dt \end{aligned} \quad (16.24)$$

⁹Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte VI — pag 19
No Appunti

16.5.4 Secondo vincolo sulla stabilità

¹⁰

Dopo il primo vincolo sulla stabilità, e aver espresso le tensioni $v_x(t)$ e $v_r(t)$ in funzione di E, R_r e R_x :

$$\int_{t_0}^{t_1} E \cdot \frac{R_x}{R_x + R_r}(t) dt = - \int_{t_1}^{t_2} -E \cdot \frac{R_r}{R_x + R_r}(t) dt \quad (16.25)$$

dobbiamo valutare se questi componenti sono stabili nel periodo $[t_0, t_2]$.

Se E, R_x e R_r sono costanti lungo il periodo $[t_0, t_2]$, la funzione non dipende più dal tempo t, quindi, con diversi passaggi algebrici, diventa:

$$\begin{aligned} \int_{t_0}^{t_1} E \cdot \frac{R_x}{R_x + R_r}(t) dt &= - \int_{t_1}^{t_2} -E \cdot \frac{R_r}{R_x + R_r}(t) dt \\ &\quad \downarrow \\ \int_{t_0}^{t_1} E \cdot \frac{R_x}{R_x + R_r} dt &= - \int_{t_1}^{t_2} -E \cdot \frac{R_r}{R_x + R_r} dt \\ E \cdot \frac{R_x}{R_x + R_r} \int_{t_0}^{t_1} dt &= E \cdot \frac{R_r}{R_x + R_r} \int_{t_1}^{t_2} dt \\ R_x \int_{t_0}^{t_1} dt &= R_r \int_{t_1}^{t_2} dt \\ R_x(t_1 - t_0) &= R_r(t_2 - t_1) \end{aligned} \quad (16.26)$$

¹⁰Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte VI — pag 20
No Appunti

16.5.5 Espressione finale

¹¹

Sapendo che, il principio di funzionamento dell'architettura dell'ohmetro è come quella del voltmetro, e che quindi è presente anche un OL-GATE-CNT, i periodi $[t_0, t_1]$ e $[t_1, t_2]$ possono espressi come:

$$\begin{cases} t_1 - t_0 = N_{max} \cdot \tau \\ t_2 - t_1 = N \cdot \tau \end{cases} \quad (16.27)$$

dove N_{max} è la capienza massima del CNT e τ è il tempo di un clock dell'OL.

Sostituendo questi valori all'equazione dopo il secondo vincolo sulla stabilità e con dei semplici passaggi algebrici:

$$\begin{aligned} R_x(t_1 - t_0) &= R_r(t_2 - t_1) \\ &\downarrow \\ R_x \cdot [N_{max} \cdot \tau] &\approx R_r \cdot [N \cdot \tau] \\ R_x &\approx R_r \cdot \frac{N \cdot \tau}{N_{max} \cdot \tau} \end{aligned} \quad (16.28)$$

Prima di semplificare il τ nel rapporto di R_x , facciamo una piccola osservazione.

Rispetto al voltmetro, nell'ohmetro l'OL Oscillatore Locale non deve per forza essere un OL veloce quarzato perchè basta che la stabilità di τ sia garantita nel periodo $[t_0, t_2]$, periodo che sarà molto lungo e sarà di qualche frazione di secondo.

Nell'ohmmetro, l'OL può essere realizzato, al posto del quarzo, con una rete RC e un OpAmp.

L'intervallo $[t_0, t_2]$, minore di 200 ms, permette di considerare stabili e costanti i valori di RC nell'OL con rete RC e un OpAmp.

Nell'intervallo di tempo $[t_0, t_2]$ si considera RC costanti anche nell'OL.

Ora continuiamo le semplificazioni.

Visto che τ è lo stesso perchè gli intervalli vengono calcolati con lo stesso oscillatore locale OL, possiamo scrivere:

$$\begin{aligned} R_x &\approx R_r \cdot \frac{N \cdot \tau}{N_{max} \cdot \tau} \\ &\downarrow \\ R_x &\approx R_r \cdot \frac{N}{N_{max}} \end{aligned} \quad (16.29)$$

Si scrive che:

$$R_x \approx R_r \cdot \frac{N}{N_{max}} \quad (16.30)$$

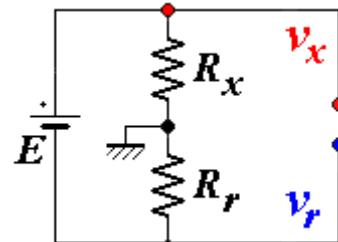
è circa uguale \approx per i problemi di sincronizzazione dell'architettura.

¹¹Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte VI — pag 21
Appunti — 2025-06-23 Ricevimento — pag 9, 11

16.6 Buffer di ingresso ADC

12

Sapendo che nell'ohmetro le tensioni di $v_x(t)$ e $v_r(t)$ sono ricavate da questo circuito:



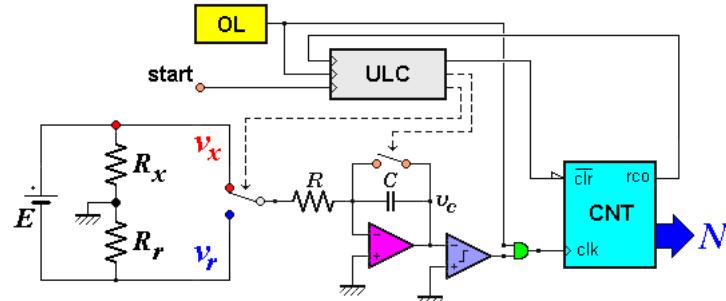
Risolvendo questo semplice problema di elettrotecnica, avremo che $v_x(t)$ e $v_r(t)$ sono esprimibili come:

$$\begin{cases} v_x = E \cdot \frac{R_x}{R_x + R_r} \\ v_r = -E \cdot \frac{R_r}{R_x + R_r} \end{cases} \quad (16.31)$$

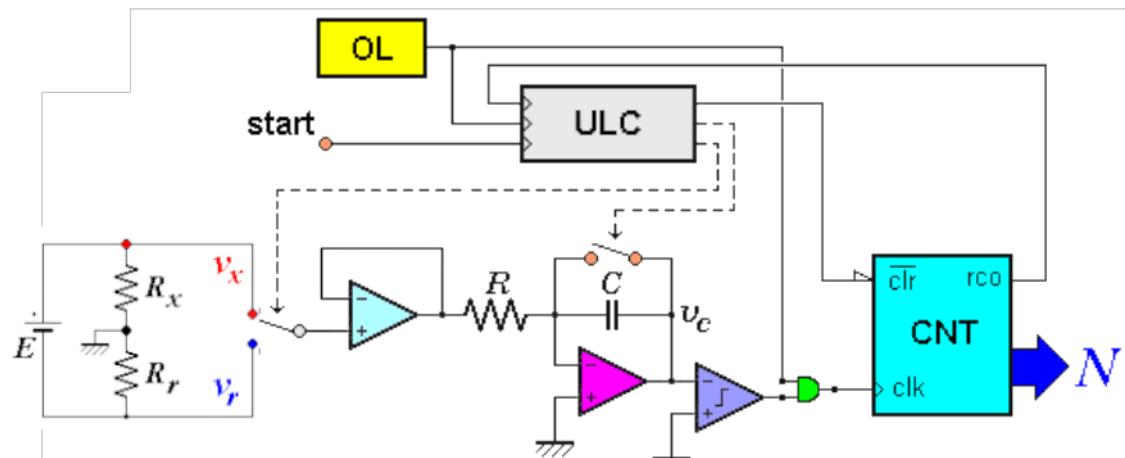
Queste relazioni valgono solo se il circuito è a vuoto, cioè se nei nodi di v_x e v_r non è presente nessun componente.

Utilizzando il concetto della massa virtuale degli AmpOp e la loro possibilità di isolare due circuiti, possiamo aggiungere all'architettura dell'ohmetro un AmpOp in modalità inseguitore.

Cioè si passa da:



a questo tipo di architettura:



L'AmpOp, in questo caso, in modalità inseguitore, è un buffer inseguitore perché applica una tensione immediata al resistore R, in modo da far circolare una corrente e caricare la capacità C in modo

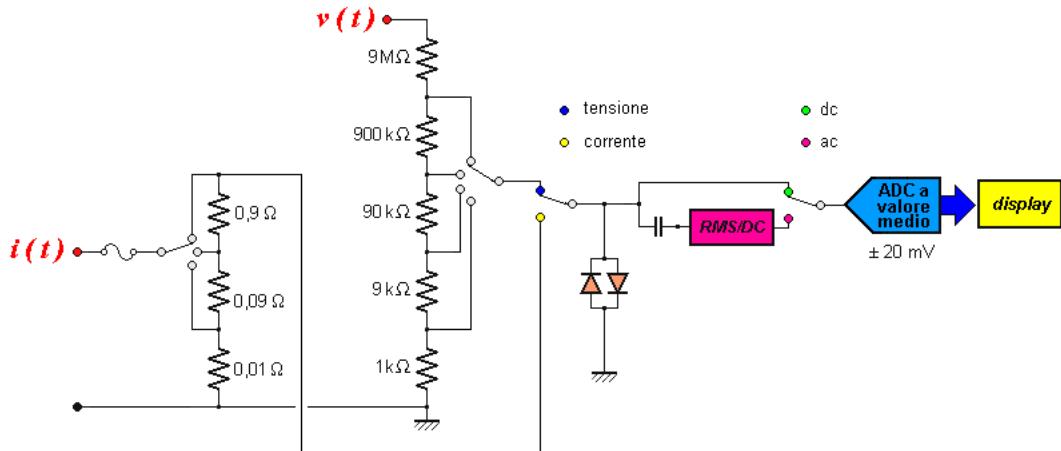
¹²Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte VI — pag 22 - 23
No Appunti

istantaneo.

16.7 Caratteristiche metrologiche: risoluzione

13

Data l'architettura del voltmetro + amperometro:



si vuole analizzare la risoluzione dello strumento, risoluzione che dipende da:

- dalla quantizzazione con cui opera il convertitore AD
- dalla portata selezionata perchè ciò che viene quantizzato è una frazione del misurando

Si utilizza fisicamente lo stesso multimetro per le diverse portate del voltmetro e dell'amperometro.

Dal punto di vista misuristico, la risoluzione dell'ADC è la stessa per tutte le portate: ecco perchè l'ADC ha un ruolo fondamentale nella misura in un multimetro.

La risoluzione dello strumento finale è diversa dalla risoluzione dell'ADC.

¹³Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte VI — pag 24
Appunti — 2025-05-20 — pag 1

16.8 Caratteristiche metrologiche: incertezza

¹⁴

Dato un multmetro, dobbiamo calcolarci la sua incertezza.

Se è espressa in forma binomiale, data una grandezza g , l'incertezza dello strumento Δg equivale a:

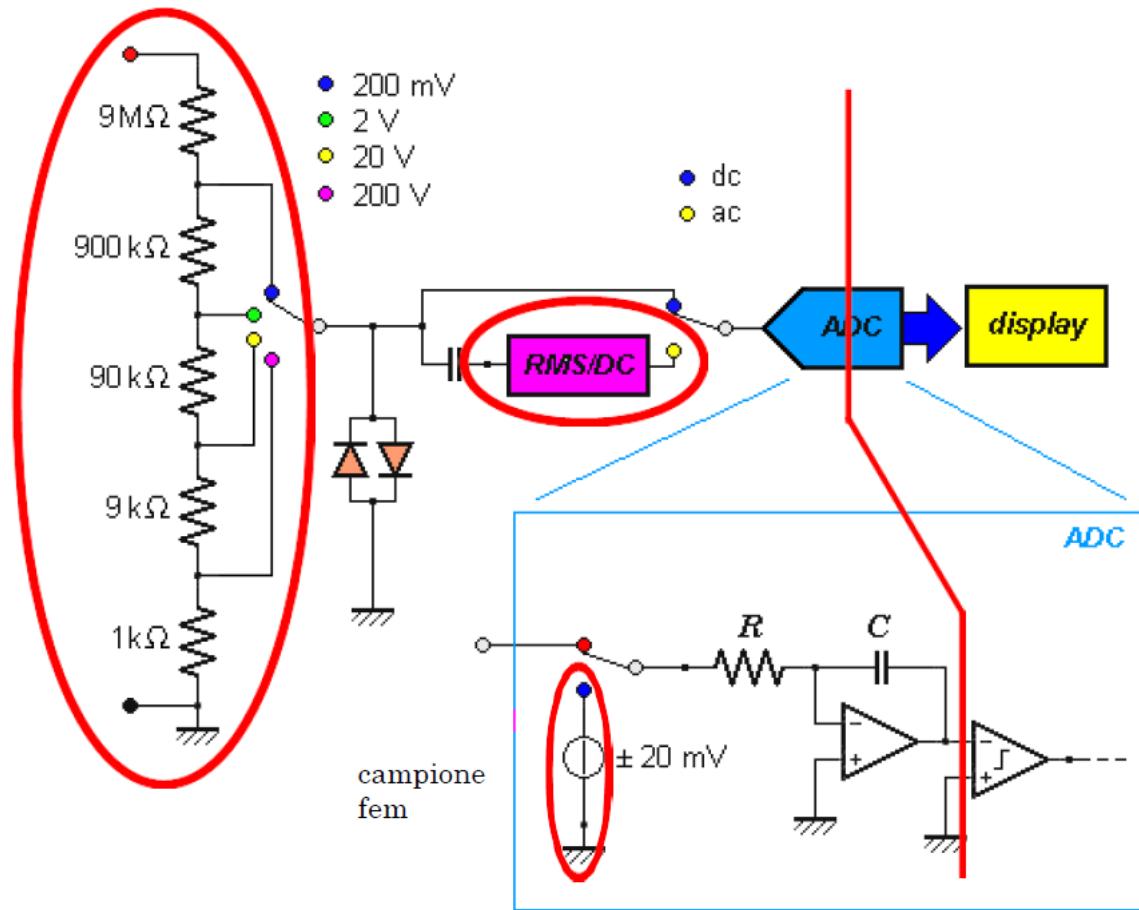
$$\Delta g = \pm(a\% \text{ lettura} + b \text{ digit}) \quad (16.32)$$

¹⁴Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte VI — pag 25
Appunti — 2025-05-20 — pag 1

16.9 Incertezza del multmetro

15

Data una architettura di un voltmetro, i componenti fisici che causano incertezza sono (quelli cerchiati in rosso):



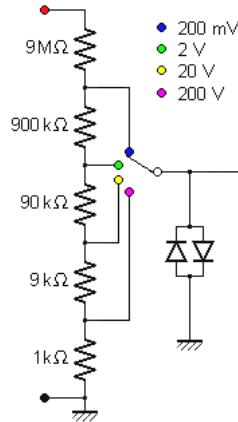
In particolare, gli elementi che causano più incertezza negli strumenti sono i resistori, che, anche se sono di precisione e sono costruiti "a regola d'arte" e il loro valore nominale è stabile, sono i componenti, in un multmetro, più dipendenti dalla temperatura.

¹⁵Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte VI — pag 26
Appunti — 2025-05-20 — pag 1

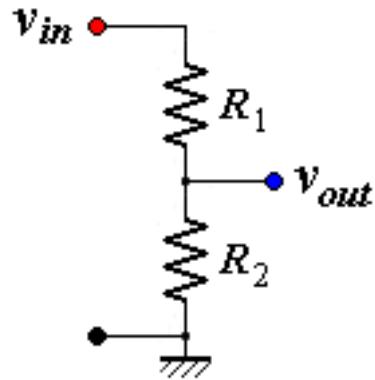
16.9.1 Deriva termica dei resistori: partitore del voltmetro

16

Data la rete resistiva di un voltmetro:



andiamo a modellare i calcoli in modo che siano due resistori R_1 e R_2 che l'ADC vedrebbe nel suo nodo di ingresso:



Dato un resistore, il suo valore di resistenza R può essere modellato con questa relazione lineare:

$$R = R_0[1 + \alpha(\theta - \theta_0)] \quad (16.33)$$

dove:

- α è il TCR (Temperature Coefficient Ratio) che si misura in $[\frac{\Omega}{K}]$ oppure in $[\frac{\Omega}{^{\circ}C}]$, generalmente è maggiore di zero
- θ_0 è la temperatura di riferimento con il quale è stato tarato il resistore (generalmente è $25^{\circ}C$)
- θ è la temperatura in cui si trova il resistore
- R_0 è il valore nominale del resistore, cioè il valore con il quale è stato tarato a temperatura θ_0

Ritornando al partitore di tensione di R_1 e R_2 , dato un semplice esercizio di elettrotecnica, possiamo definire la tensione v_{out} come:

$$v_{out} = v_{in} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad (16.34)$$

Sostituendo all'equazione di v_{out} i modelli lineari dei due resistori:

¹⁶Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte VI — pag 27 - 28
Appunti — 2025-05-20 — pag 1 - 2

$$\begin{aligned}
 v_{out} &= v_{in} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} \\
 &\downarrow \\
 v_{out} &= v_{in} \cdot \frac{R_{20}[1 + \alpha_2(\theta - \theta_0)]}{R_{10}[1 + \alpha_1(\theta - \theta_0)] + R_{20}[1 + \alpha_2(\theta - \theta_0)]}
 \end{aligned} \tag{16.35}$$

dove:

- R_{10} e R_{20} sono i valori nominali di, rispettivamente, R_1 e R_2
- α_1 e α_2 sono i TCR di, rispettivamente, R_1 e R_2

Se consideriamo:

$$\alpha = \alpha_1 = \alpha_2 \tag{16.36}$$

allora, possiamo semplificare i calcoli e facendo qualche passaggio algebrico:

$$\begin{aligned}
 v_{out} &= v_{in} \cdot \frac{R_{20}[1 + \alpha_2(\theta - \theta_0)]}{R_{10}[1 + \alpha_1(\theta - \theta_0)] + R_{20}[1 + \alpha_2(\theta - \theta_0)]} \\
 &\downarrow \\
 v_{out} &= v_{in} \cdot \frac{R_{20}[1 + \alpha(\theta - \theta_0)]}{R_{10}[1 + \alpha(\theta - \theta_0)] + R_{20}[1 + \alpha(\theta - \theta_0)]} \\
 &= v_{in} \cdot \frac{R_{20}[1 + \alpha(\theta - \theta_0)]}{(R_{10} + R_{20}) \cdot [1 + \alpha(\theta - \theta_0)]} \\
 &= v_{in} \cdot \frac{R_{20}}{R_{10} + R_{20}} \\
 &= v_{out_0}
 \end{aligned} \tag{16.37}$$

Quindi, da questi semplici conti, abbiamo visto che, se tutti i resistori della rete resistiva del voltmetro hanno lo stesso TCR e si trovano alla stessa temperatura:

$$v_{out} = v_{out_0} \tag{16.38}$$

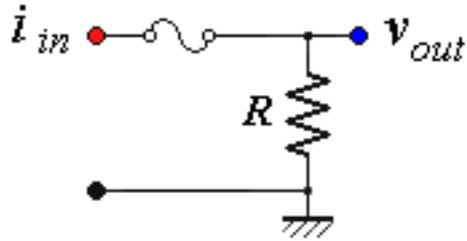
cioè il valore nominale calcolato "carta e penna" del modello teorico è uguale alla tensione che avremo realmente all'ADC.

Inoltre, si può dire che la temperatura non influisce (o influisce poco) nel risultato di misura, e che la misura di tensione è robusta al variare della temperatura.

16.9.2 Deriva termica dei resistori: shunt dell'amperometro

¹⁷

Stabilita una portata, possiamo modellizzare il circuito dello stadio di ingresso di un amperometro con un fusibile e un resistore a resistenza fissa R :



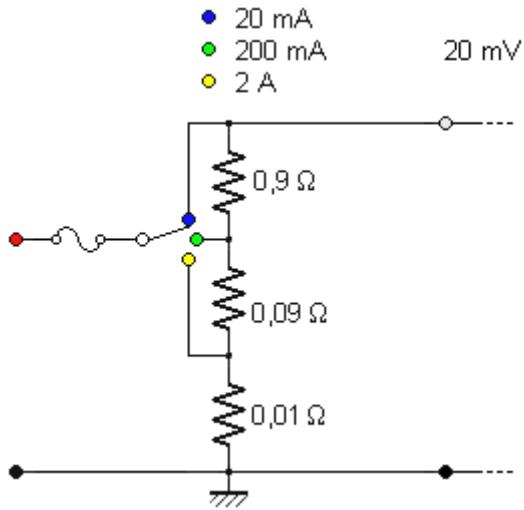
Sapendo il modello lineare del resistore:

$$R = R_0[1 + \alpha(\theta - \theta_0)] \quad (16.39)$$

e sapendo che, idealmente, nell'amperometro la tensione che va nell'ADC v_{out_0} vale:

$$v_{out_0} = i_{in} \cdot R_0 \quad (16.40)$$

Nella realtà, in uno stadio di ingresso di un amperometro:



Ponendo il modello lineare del resistore R , la tensione che va all'ADC reale v_{out} vale:

$$\begin{aligned} v_{out} &= i_{in} \cdot R \\ &= i_{in} \cdot R_0[1 + \alpha(\theta - \theta_0)] \\ &= v_{out_0} \cdot [1 + \alpha(\theta - \theta_0)] \end{aligned} \quad (16.41)$$

L'equazione:

$$v_{out} = v_{out_0} \cdot [1 + \alpha(\theta - \theta_0)] \quad (16.42)$$

dimostra che, purtroppo, a differenza del voltmetro, la misura di v_{out} per l'ADC è una misura che dipende dalla temperatura in cui si trovano i resistori all'interno dell'amperometro.

¹⁷Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte VI — pag 29
Appunti — 2025-05-20 — pag 2 — 2025-06-23 Ricevimento — pag 12 - 13

La misura svolta nello stadio di ingresso di un amperometro non è una misura potenziometrica.

Per misura potenziometrica si intende che tutta la potenza di ingresso ricade su tutta la rete resistiva.

Nel volmentro ciò accade, nell'amperometro no perchè, a meno che non si scelga la portata a 20 mA, tutta la potenza di ingresso non ricade su tutta la rete resistiva, solo una parte.

16.10 Resistori di precisione

18

Per precisione si intende che, nelle misure ripetute, la deviazione standard è minore, cioè la differenza tra le varie misure ripetute e il valore centrale è piccola.

Un resistore di precisione utilizzato tipicamente nei voltmetri è quello in filo metallico avvolto:



Le caratteristiche di un resistore di precisione in filo metallico avvolto sono le seguenti:

- tolleranza resistenza ± 50 ppm
- coefficiente di temperatura ± 10 ppm / $^{\circ}C$
- potenza dissipata 0.25 W a 125 $^{\circ}C$

In commercio, i resistori di precisione in filo metallico presentano un coefficiente di temperatura ± 10 ppm / $^{\circ}C$, ma, sono disponibili nel mercato altri resistori di precisione in filo metallico con TCR fino a ± 1 ppm / $^{\circ}C$.

Un resistore di precisione utilizzato tipicamente nel convertitore i-v per amperometro e che viene anche utilizzato come resistore di riferimento per l'ohmmetro è il resistore di precisione in metallo massiccio:



Le caratteristiche di un resistore di precisione in metallo massiccio sono le seguenti:

- tolleranza resistenza ± 100 ppm
- coefficiente di temperatura ± 5 ppm / $^{\circ}C$ con accordo fino a ± 1 ppm / $^{\circ}C$
- potenza dissipata 0.6 W a 70 $^{\circ}C$

Quindi, negli ohmmetri e nei convertitori i-v si accetta una tolleranza di resistenza maggiore rispetto ai resistori nei voltmetri.

¹⁸Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte VI — pag 30
Appunti — 2025-05-20 — pag 2

Siccome abbiamo visto nelle scorse sezioni che la corrente di ingresso allo strumento è calcolata in base alla tensione ai capi dei resistori e, quest'ultima, dipende dalla differenza tra la temperatura del resistore e la temperatura con cui è stato tarato, allora è richiesto un coefficiente di temperatura minore rispetto ai resistori nei voltmetri, nonostante si abbia una tolleranza resistiva maggiore.

Capitolo 17

Strumenti numerici indicatori - parte VII

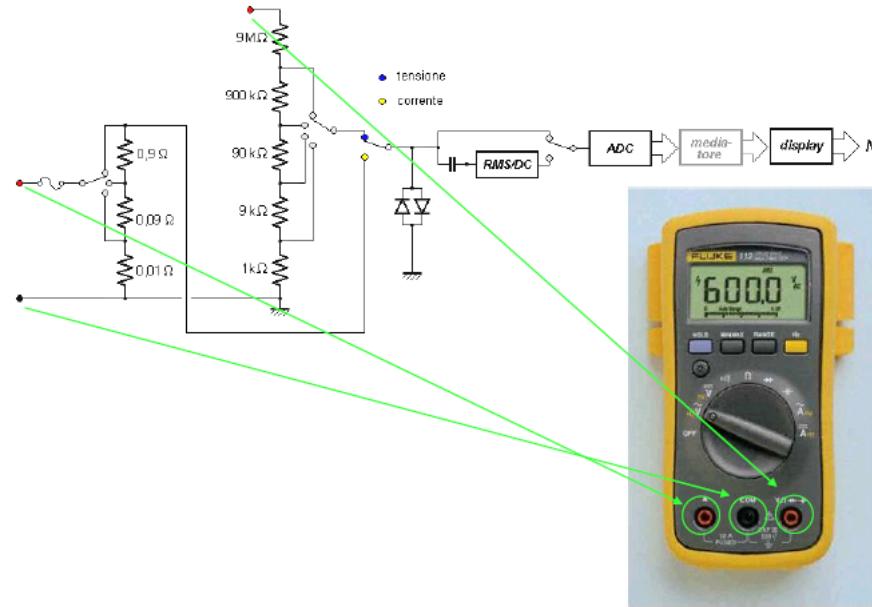


17.1 Voltmetro + Amperometro

1

Dai capitoli precedenti, sappiamo la struttura dell'architettura interna di un voltmetro + amperometro.

Rispetto alle boccole dello strumento reale, i collegamenti sono i seguenti:



¹Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte VII — pag 3
Appunti — 2025-05-20 — pag 3

17.1.1 Portate massime tipiche di voltmetro e amperometro

²

Come abbiamo studiato dai capitoli precedenti, per gli usi comuni, i tester hanno portate molto elevate.

Di seguito le caratteristiche di un Fluke 112:

funzioni	portata	incertezza
Tensione DC	600 V	$\pm(0,7\%+2)$
Tensione AC	600 V	$\pm(1,0\%+3)$
Corrente DC	10 A	$\pm(1,0\%+3)$
Corrente AC	10 A	$\pm(1,5\%+3)$
Resistenza	40 M Ω	$\pm(0,9\%+1)$
Capacità	10000 μ F	$\pm(1,9\%+2)$
Frequenza	50 kHz	$\pm(0,1\%+2)$

Ma, per quanto riguarda gli usi industriali, i tester operano con tensioni, correnti e potenze limitate, soprattutto perché si vuole garantire la sicurezza dell'operatore che utilizza lo strumento.

Anche per uno strumento da banco come l'Agilent 34401A, le caratteristiche indicate nei boccoli per tensione e corrente sono le seguenti:

- V_{max} in DC: 1000 V
- V_{max} in AC: 700 V
- I_{max} in DC: 3 A
- I_{max} in AC: 3 A

²Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte VII — pag 4 - 5
Appunti — 2025-05-20 — pag 3

17.2 Accoppiamento diretto (DC - Direct Coupling): Sonde per Alta Tensione e resistori Shunt

³

Se abbiamo necessità di misurare tensioni elevate, ci vengono in aiuto le sonde per l'alta tensione come le seguenti:



oppure i resistori di shunt come il seguente:



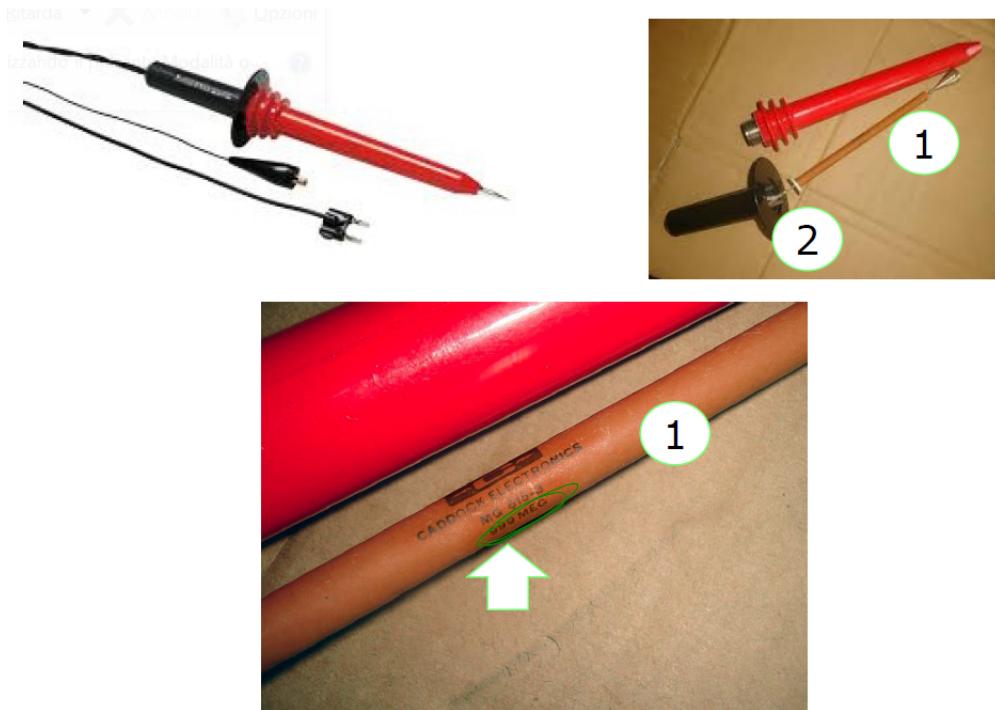
Come si denota dalla descrizione dello Shunt dell'HP, uno shunt di corrente supporta correnti molto elevate (in questo modello fino a 30 A).

³Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte VII — pag 6
Appunti — 2025-05-20 — pag 3

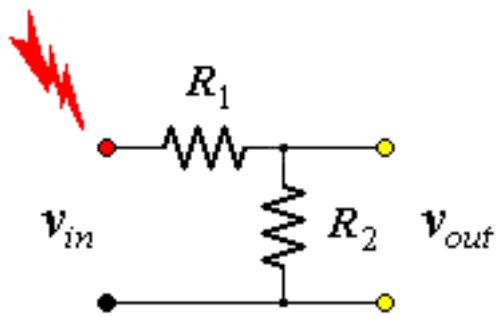
17.3 Sonde per Alta Tensione

4

Prendendo un espreso della sonda per alta tensione, il Fluke 80k-40:



e confrontando il circuito ideale della sonda:



R_1 è la guaina esterna dalla sonda (indicato in figura con il numero 1), con valore nominale di $999\text{ M}\Omega$, invece il filo interno (indicato in figura con il numero 2), è la resistenza R_2 con valore nominale di $1\text{ M}\Omega$.

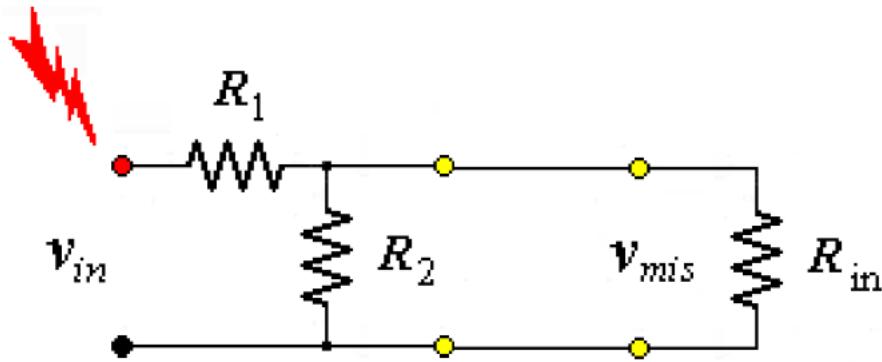
Se consideriamo la sonda a vuoto, quindi senza un carico in parallelo a R_2 , il circuito è un banale partitore di tensione dove, sostituendo i valori nominali della sonda:

$$\begin{aligned}
 v_{out} &= \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot v_{in} \\
 &= \frac{1\text{ M}\Omega}{999\text{ M}\Omega + 1\text{ M}\Omega} \cdot v_{in} \\
 &= \frac{1}{1000} \cdot v_{in}
 \end{aligned} \tag{17.1}$$

⁴Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte VII — pag 7 - 9
Appunti — 2025-05-20 — pag 3

Ma, se dobbiamo fare una misura della tensione v_{out} , come abbiamo studiato precedente, la resistenza R_{in} di ingresso di un voltmetro è di $10 \text{ M}\Omega$.

Quindi non vale la espressione di v_{out} a vuoto perchè il nuovo circuito di misura sarà il seguente:



v_{out} non sarà quella ai capi di R_2 , ma sarà la tensione ai capi di R_2 in parallelo a R_{in} .

v_{mis} sarà uguale a:

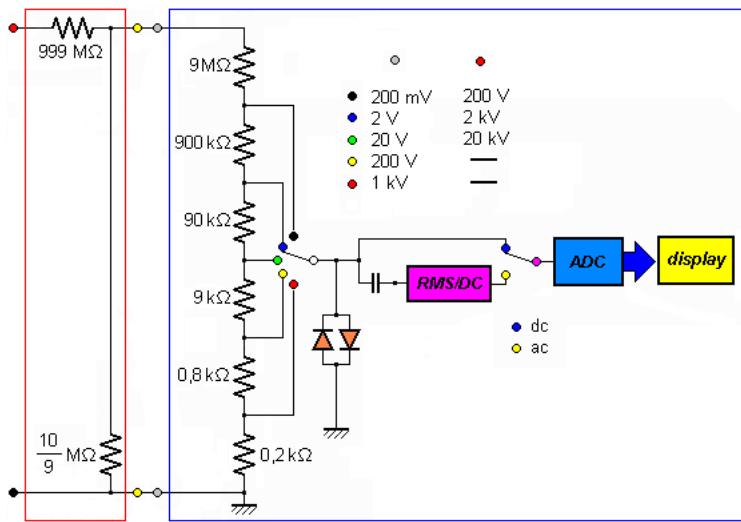
$$\begin{aligned} v_{mis} &= \frac{R_2//R_{in}}{R_1 + (R_2//R_{in})} \cdot v_{in} \\ &= \frac{\frac{R_2 \cdot R_{in}}{R_2 + R_{in}}}{R_1 + \frac{R_2 \cdot R_{in}}{R_2 + R_{in}}} \cdot v_{in} \end{aligned} \quad (17.2)$$

Dal mitico corso dei RadioAmatori (questa è una chicca solo per pochi eletti), sappiamo che sicuramente la resistenza $R_2//R_{in}$ sarà minore della resistenza più piccola tra i due resistori in parallelo, in questo caso $R_2//R_{in}$ sarà più piccola di R_2 .

17.3.1 Sonde per Alta Tensione e voltmetro

5

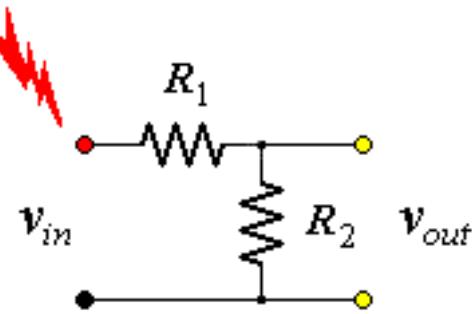
Il circuito finale in cui la sonda ad alta tensione è collegata al voltmetro è la seguente:



dove, fisicamente, la porzione di circuito tratteggiata in rosso è la sonda, invece quella porzione di circuito tratteggiata in blu è il voltmetro.

Notiamo però una cosa anomala: il valore della resistenza in parallelo alla resistenza della guaina non è più 1 MΩ, bensì $\frac{10}{9}$ MΩ, perchè?

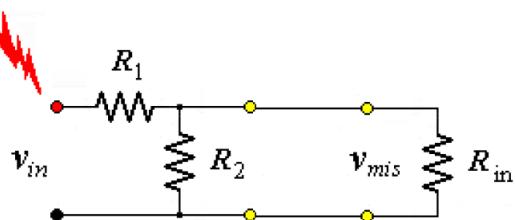
Ritornando al circuito della sonda a vuoto:



sappiamo che:

$$v_{out} = \frac{1}{1000} \cdot v_{in} \quad (17.3)$$

Invece la misura con il voltmetro collegato alla sonda:



⁵Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte VII — pag 10
Appunti — 2025-05-20 — pag 4

sappiamo che:

$$v_{out} = \frac{\frac{R_2 \cdot R_{in}}{R_2 + R_{in}}}{R_1 + \frac{R_2 \cdot R_{in}}{R_2 + R_{in}}} \cdot v_{in} \quad (17.4)$$

Facendo equagliare le due equazioni e ponendo il valore nominale di R_{in} di 10 MΩ:

$$\begin{cases} v_{out} = \frac{1}{1000} \cdot v_{in} \\ v_{out} = \frac{\frac{R_2 \cdot R_{in}}{R_2 + R_{in}}}{R_1 + \frac{R_2 \cdot R_{in}}{R_2 + R_{in}}} \cdot v_{in} \rightarrow R_2 = \frac{10}{9} M\Omega \\ R_{in} = 10 M\Omega \end{cases} \quad (17.5)$$

data una v_{in} qualsiasi, ricaviamo proprio $\frac{10}{9}$ MΩ.

17.3.2 Cautele e limitazioni d'uso

⁶

Le sonde che abbiamo descritto nelle sezioni precedenti come la sonda per alta tensione Fluke 80k-40, sono sonde in bassa potenza.

Da una semplice dimostrazione di elettrotecnica, sappiamo che:

$$\begin{aligned} P &= V \cdot I \\ &= R \cdot I^2 \end{aligned} \quad (17.6)$$

Questa equazione ci da 3 gradi di libertà: P, R, I.

Se vogliamo che la potenza P sia molto bassa, avendo una tensione V molto alta, dobbiamo avere una corrente I molto bassa, che, per l'architettura del voltmetro che abbiamo studiato, avere una corrente bassa è cosa buona e giusta per il suo funzionamento.

Se invece ragioniamo in corrente I, per avere P basso, ma avendo I molto alto, dobbiamo avere R che sia molto basso.

Inoltre il valore della resistenza degli stadi ingressi di tutti i voltmetri non è detto che siano uguali, quindi non possiamo fare le stesse considerazioni svolte precedentemente sulla sonda in alta tensione per i voltmetri.

Ad esempio in un voltmetro da banco come l'Agilent 34401A, la resistenza di ingresso cambia se si fa una misura in AC o in DC:

- R_{in} in DC: 10 MΩ

- R_{in} in AC: 1 MΩ

e non $\frac{10}{9}$ MΩ scritti precedentemente.

Se vogliamo misurare correnti I molto elevate, mantenendo la stessa architettura dello strumento di misura e quindi una P potenza molto bassa sullo stadio di ingresso dello strumento di misura, abbiamo bisogno di un resistore in parallelo allo strumento di misura che abbia valore nominale nettamente più piccolo rispetto al valore dello stadio di ingresso dello strumento di misura.

Ecco spiegato il motivo dell'uso dei resistori di shunt.

⁶Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte VII — pag 12
Appunti — 2025-05-20 — pag 4

17.4 Resistore Shunt

7

Un modello disponibile sul mercato di resistore di shunt è il seguente:



Come scritto nelle annotazioni in figura, il resistore di shunt va messo in serie al carico in cui si vuole misurare una corrente molto elevata, la elevata corrente scorre tra i due blocchi di input del resistore di shunt, invece nei pin di output, si avrà una tensione che rappresenta la corrente in ingresso ma scalata del coefficiente di scalatura.

Facendo dei semplici conti con la corrente massima I_{max} che supporta questo modello di shunt, cioè 30 A, e sapendo che il coefficiente di scalatura k è di $1 \left[\frac{mV}{A} \right]$, la tensione v_{out} che avremo in uscita ad esso è di:

$$\begin{aligned}
 v_{out} &= k \cdot I_{in} \\
 &= 1 \left[\frac{mV}{A} \right] \cdot 30[A] \\
 &= 30[mV]
 \end{aligned} \tag{17.7}$$

v_{out} è una tensione molto bassa, che può essere misurata da un normale tester o da un voltmetro da banco.

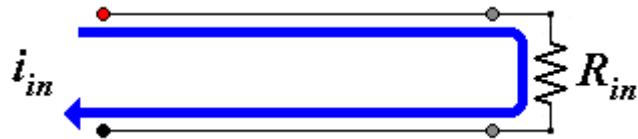
⁷Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte VII — pag 13
Appunti — 2025-05-20 — pag 4

17.5 Partitore di corrente

8

I ragionamenti sono gli stessi per il partitore di tensione svolto precedentemente sulle sonde ad alta tensione, ma in questo caso ragioneremo usando la corrente.

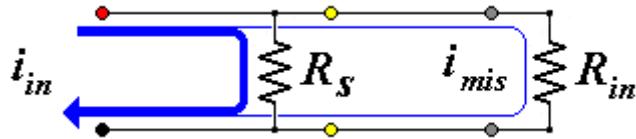
Se si volesse misurare solo la corrente in un ramo, possiamo porre in serie al ramo l'amperometro, il cui valore noto del suo stadio di ingresso è di $1\ \Omega$:



Ma, in questo caso, essendo la corrente i_{in} molto elevata, l'amperometro dovrebbe essere progettato per funzionare anche a queste correnti elevati.

L'amperometro non è stato progettato per funzionare a correnti molto elevate, soprattutto perché si vuole proteggere l'operatore quando si utilizza lo strumento: l'uomo può sopportare fino a 10 mA.

Per questo motivo che, in parallelo all'amperometro, viene posizionato un resistore di shunt:



in modo tale (vedi spessore delle frecce) che la maggior parte della corrente fluisca nella resistenza di shunt R_s e non sulla resistenza dell'amperometro R_{in} .

La maggior parte della corrente scorre sulla resistenza di shunt R_s perchè il suo valore nominale è di diversi gradi d'ordine inferiore rispetto a R_{in} .

In formule:

$$R_s \ll R_{in} \quad (17.8)$$

Facendo i conti "carta e penna" e sapendo i valori noti di R_s e R_{in} tipici, rispettivamente, di un resistore di shunt e di uno stadio di ingresso di un amperometro, avremo che:

$$\begin{aligned} i_{mis} &= \frac{R_s}{R_s + R_{in}} \cdot i_{in} \\ &= \frac{0.001[\Omega]}{0.001[\Omega] + 1[\Omega]} \cdot i_{in} \\ &= \frac{0.001}{1.001} \cdot i_{in} \\ &\approx \frac{1}{1000} \cdot i_{in} \end{aligned} \quad (17.9)$$

Grazie alle osservazioni svolte sull'architettura dell'amperometro, sappiamo che R_{in} varia in base alla portata dello strumento, inoltre è difficile quantificarla a causa di tutte le resistenze parassite dovuti ai

⁸Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte VII — pag 14 - 17
Appunti — 2025-05-20 — pag 4 - 5

fusibili, commutatori, boccole di ingresso e molti altri fattori che non stiamo qui ad elencare.

Sapendo che:

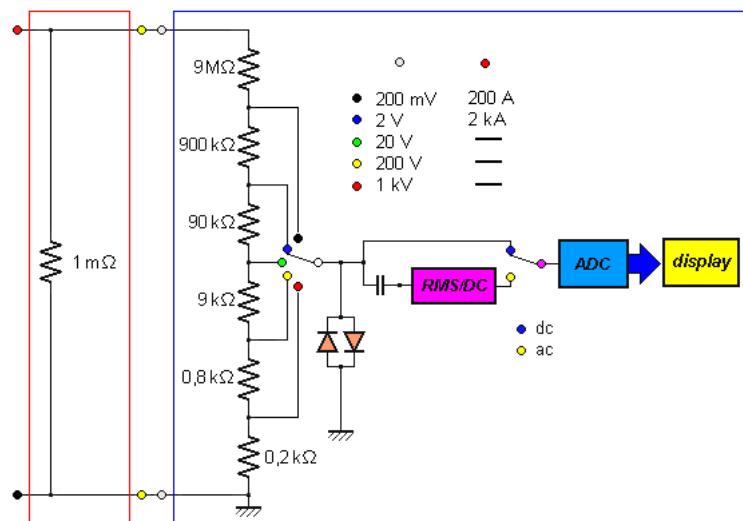
$$i_{mis} = \frac{1}{1000} \cdot i_{in} \quad (17.10)$$

questa relazione non è sempre valida negli amperometri, quindi si sceglie di utilizzare in parallelo al resistore di shunt un voltmetro.

17.6 Resistore "shunt" e voltmetro

9

Come visualizzato dalla seguente architettura:

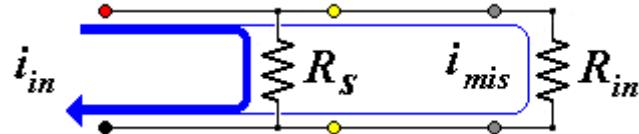


questa è l'architettura di uno shunt a 4 morsetti collegato in parallelo ad un voltmetro.

In figura, lo shunt a quattro morsetti è tratteggiato in rosso, invece il voltmetro è tratteggiato in blu.

Come si nota dalla figura, la resistenza di shunt ha un valore nominale di $1 \text{ m}\Omega$, che è di diversi gradi d'ordine più piccola della resistenza del voltmetro, che sappiamo ha un valore nominale costante, qualsiasi sia la portata scelta dello strumento, di $10 M\Omega$.

La relazione fatta nella sezione precedente:



$$\begin{aligned}
 R_s &<< R_{in} \\
 &\downarrow \\
 1[m\Omega] &<< 10[M\Omega]
 \end{aligned} \tag{17.11}$$

è valida, quindi la misura svolta sarà di buona qualità.

Diremo che la misura è di pessima qualità quando R_{in} è simile a R_s , quindi R_s , in quel caso, sarebbe una resistenza parassita che peggiora la qualità della misura.

L'obbiettivo di questa architettura shunt + voltmetro è quello di far circolare la corrente incognita su un resistore noto di valore piccolo e poi misurare la caduta di tensione.

⁹Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte VII — pag 19
Appunti — 2025-05-20 — pag 5

17.7 "Shunt" esterno per voltmetro

10

Come si vede dalle specifiche tecniche dello shunt reale di esempio:



essendo un componente reale, il suo comportamento varierà in base al grandezza da misurare.

Il campo di misura è da DC (cioè Hz = 0) fino a correnti AC fino a 5 kHz, dove, in base alla frequenza, lo shunt darà una sua incertezza:

- DC - 1 kHz, l'incertezza della tensione in uscita è di $\pm 0.3\%$
- 1 kHz - 5 kHz, l'incertezza della tensione in uscita è di $\pm 5\%$

Questi valori di incertezza sono buoni per correnti elettriche perchè andremo a lavorare con correnti a 50 Hz.

Inoltre, la portata può variare:

- 15 A continui, cioè sempre
- 30 A solo per 15 minuti, sennò lo shunt emette troppo calore e/o si brucia il componente e/o non riesce a garantire l'incertezza indicata

Si svolge una misura a quattro morsetti per evitare gli effetti delle resistenze parassite dei cavi e dei connettori.

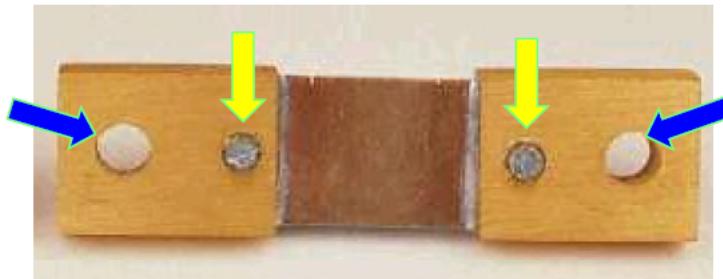
¹⁰Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte VII — pag 20
Appunti — 2025-05-20 — pag 5

17.8 "Shunt" esterno per elevate correnti

¹¹

Se si vuole misurare delle correnti molto elevate, fisicamente lo shunt deve essere differente rispetto all'HP 34330A.

Un esempio fisico di uno shunt per elevate correnti:



dove, nella figura, le frecce indicato indicano i 4 morsetti dello shunt (si è passato dalle boccole ai punti come questi).

Le caratteristiche di questo tipo di shunt sono le seguenti:

- $R_s = 0.25 \text{ [m}\Omega\text{]}$
- costante di lettura = $0.25 \text{ [}\frac{\text{mV}}{\text{A}}\text{]}$
- portata: 300 A continui

Questo tipo di realizzazione è molto più grossolana, ma per correnti molto elevate va benissimo.

Generalmente questo tipo di shunt si monta all'interno di un quadro elettrico.

¹¹ Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte VII — pag 21
Appunti — 2025-05-20 — pag 5

17.9 Accoppiamento in alternata (AC - Alternated Coupling): trasformatori di misura - TV e TA

¹²

In AC, o in alternata, per portate elevate, si sfruttano i principi dei trasformatori, in particolare dei loro rapporti di conversione, cioè il rapporto tra il numero di spire del primario e il numero di spire del secondario.

Un piccolo ripasso al volo del principio di funzionamento dei trasformatori:

<https://www.edutecnica.it/eletrotecnica/trasformatore/trasformatore.htm>

Si utilizzano dei Trasformatori Voltmetrici (o abbreviato TV) per misurare le tensioni elevate, oppure si utilizzano dei Trasformatori Amperometrici (o abbreviato TA) per misurare le correnti elevate.

Di seguito dei modelli acquistabili di TV e TA di misura per media tensione (10 - 30 kV):



Dal corso di fondamenti di elettromagnetismo, sappiamo che nei trasformatori il modulo e la fase delle grandezze sono diversi tra primario e secondario, quindi i TA ed i TV produrranno degli errori di fase e di modulo.

¹²Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte VII — pag 22
Appunti — 2025-05-20 — pag 5 - 6 — 2025-05-26 — pag 1

17.9.1 Traformatori di misura per alta tensione 60 - 132 kV

13

Altri esempi fisici di TA e TV, in questo caso per l'alta tensione:



TV



TA

Un esempio in commercio di TA per alta tensione:

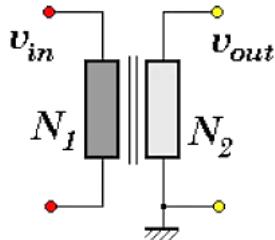
[https://www.hitachienergy.com/it/it/products-and-solutions/
instrument-transformers/current-transformers-and-sensors/tg-72-5-800-kv](https://www.hitachienergy.com/it/it/products-and-solutions/instrument-transformers/current-transformers-and-sensors/tg-72-5-800-kv)

¹³Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte VII — pag 23
Appunti — 2025-05-26 — pag 1

17.9.2 Trasformatore Voltmetrico TV

¹⁴

Dal corso di fondamenti di elettromagnetismo, sappiamo che possiamo rappresentare un trasformatore ideale in questa maniera:



di cui possiamo scrivere la seguente relazione:

$$v_{out} \approx \frac{N_2}{N_1} \cdot v_{in} \quad (17.12)$$

dove:

- N_1 e N_2 sono, rispettivamente, il numero di spire del primario e del secondario
- v_{in} è la tensione di ingresso, cioè la tensione ai capi del primario
- v_{out} è la tensione in uscita, cioè la tensione ai capi del secondario

Inoltre, dalla figura notiamo che ci sono due barrette parallele tra N_1 e N_2 perché le linee di campo sono parallele.

Nella relazione tra v_{out} e v_{in} scriviamo \approx perchè non tutte le linee di campo si concentrano tra primario e secondario: ci sarà più intensità di campo tra primario e secondario, ma parte verrà dispersa.

Inoltre, dalla relazione tra v_{out} e v_{in} si può notare che, se $N_1 > N_2$, la tensione v_{in} viene scalata di un fattore $\frac{N_2}{N_1}$, quindi v_{out} sarà minore di v_{in} .

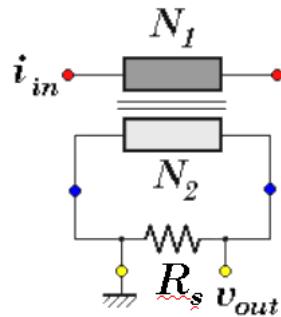
Per quanto riguarda le tensioni molto elevate, dal circuito del trasformatore, notiamo che v_{in} non è una tensione con la messa a terra, rispetto a v_{out} dove è presente la terra dello strumento: questa caratteristica è molto comoda quando si vanno a fare misure in impianti ad alta tensione perchè è difficile svolgere una misura con la terra.

¹⁴Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte VII — pag 24
Appunti — 2025-05-26 — pag 1

17.9.3 Trasformatore Amperometrico TA

15

Per quanto riguarda il Trasformatore Amperometrico TA, abbiamo anche lì un trasformatore dove:



Ponendo un piccolo resistore di shunt R_s nel secondario, è possibile far circolare una piccola corrente i_2 del valore di:

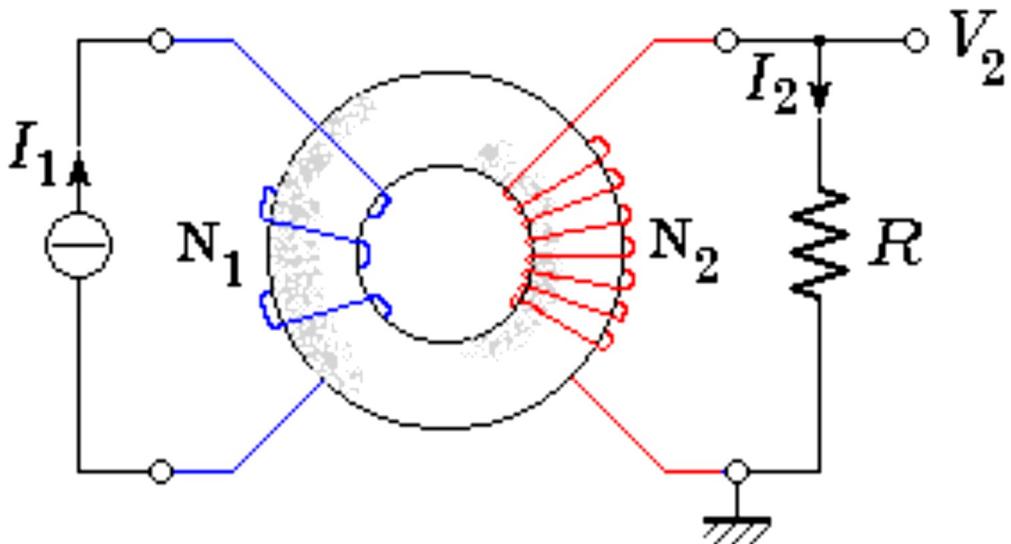
$$i_2 \approx \frac{N_1}{N_2} \cdot i_{in} \quad (17.13)$$

Inoltre, nel TA, possiamo misurare la tensione ai capi di R_s , che vale:

$$\begin{aligned} v_{out} &\approx R_s \cdot i_2 \\ &\approx R_s \cdot \left(\frac{N_1}{N_2} \cdot i_{in} \right) \end{aligned} \quad (17.14)$$

Dalla seguente relazione, v_{out} è proporzionale a i_{in} .

Visualizzando il circuito di misura del TA:



il numero delle spire può essere causa di incertezza.

Per questo motivo, i trasformatori di misura sono ben realizzati e utilizzati come da manuale.

¹⁵Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte VII — pag 25, 27
Appunti — 2025-05-26 — pag 1

17.9.4 Il TA non deve operare con il secondario aperto

[16](#)

Come scritto nel titolo, il TA non deve operare con il secondario aperto: bisogna avere sempre un resistore per far circolare una corrente i_2 nel secondario.

Se non si predispone di una resistenza, i TA predispongono di questo interruttore a coltello (cerchiato in giallo in figura):



che se abbassato, impone una piccola resistenza, chiude il circuito del secondario quindi fa circolare una corrente anche nel secondario.

¹⁶Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte VII — pag 26
Appunti — 2025-05-26 — pag 1 - 2

17.10 Il TA con una sola spira

17

Dalla fisica, dall'elettromagnetismo e dall'elettrotecnica, il numero N_1 di spire del primario e il numero N_2 di spire del secondario può essere qualsiasi, basta che il loro rapporto $\frac{N_2}{N_1}$ rimanga costante.

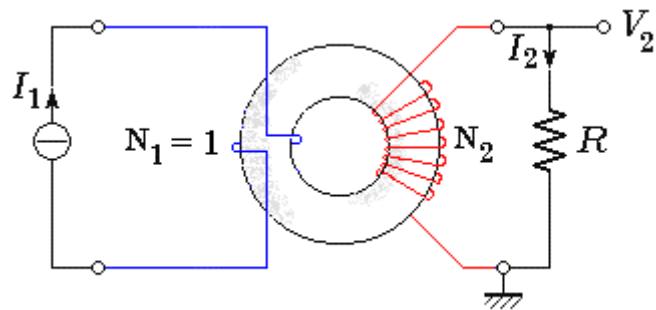
Siccome, con un trasformatore TA si interrompe il circuito sotto misura e negli stadi successivi ci saranno altre cause di incertezza, si sceglie, per semplicità e per abbassare l'incertezza, di fare solo 1 spira nel primario, e nel secondo N spire che servono per mantenere costante il rapporto $\frac{N_2}{N_1}$.

Questo semplice concetto, permette di realizzare fisicamente dei TA di diversa geometria.

Utilizzando questo concetto, si possono realizzare dei TA a barra passante per i cavi unipolari, che fisicamente circondano il cavo sotto misura:



e si può schematizzare il circuito così:

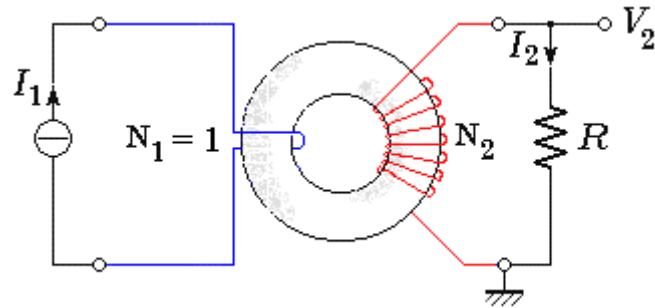


Oppure, in campi industriali, si impiegano questi TA "a barra passante":

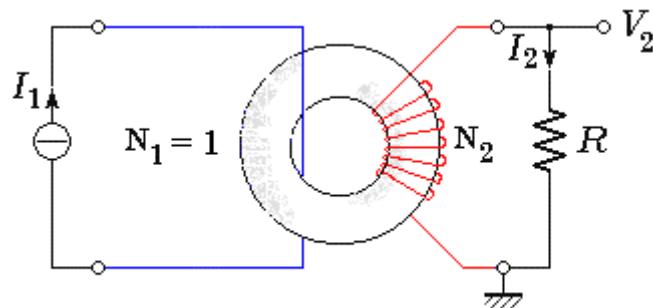


¹⁷Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte VII — pag 28
Appunti — 2025-05-26 — pag 2

e si può schematizzare il circuito così:



oppure:



Vengono impiegati questi tipi di TA perchè i cavi, negli impianti industriali, sono di grosse dimensioni e standardizzati, quindi non possiamo interrompere il circuito come si farebbe a casa con due cavi jumper, un led e un Arduino.

17.10.1 TA "a pinza" (nucleo apribile)

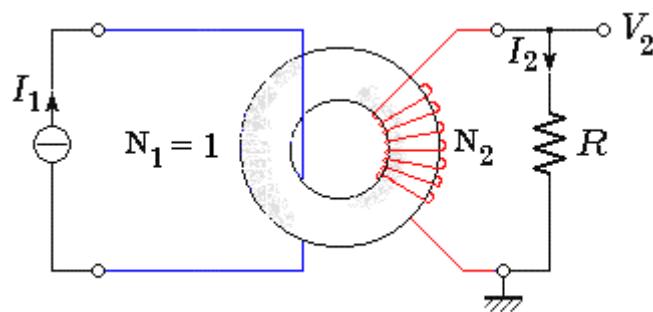
¹⁸

Sempre con lo stesso principio, sono disponibili in commercio i TA "a pinza" apribili:



dove in uscita abbiamo dei connettori a banana che devono essere collegati ad un amperometro.

Il circuito schematizzato è:



Altri tipi di TA a pinza sono questi:



in cui è già incluso un circuito di voltmetro.

Oppure semplici TA a pinza di diverse dimensioni, a seconda del cavo da misurare:

¹⁸Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte VII — pag 30 - 33
Appunti — 2025-05-26 — pag 2 - 3



Le caratteristiche di un tipico TA a pinza sono le seguenti:

- da 1 A a 400 A in valore efficace con picchi di 1 kA
- da 5 Hz a 20 kHz
- sensibilità $1 \frac{mA}{A}$
- incertezza di modulo $\pm 2\%$ da 45 Hz a 400 Hz (frequenze in ambito industriale)

L'incertezza del modulo è molto elevata perché la pinza è apribile, quindi il secondario non riesce a raccogliere e a concentrare tutte le linee di campo magnetico.

17.10.2 TA flessibile "a bobina di Rogowski"

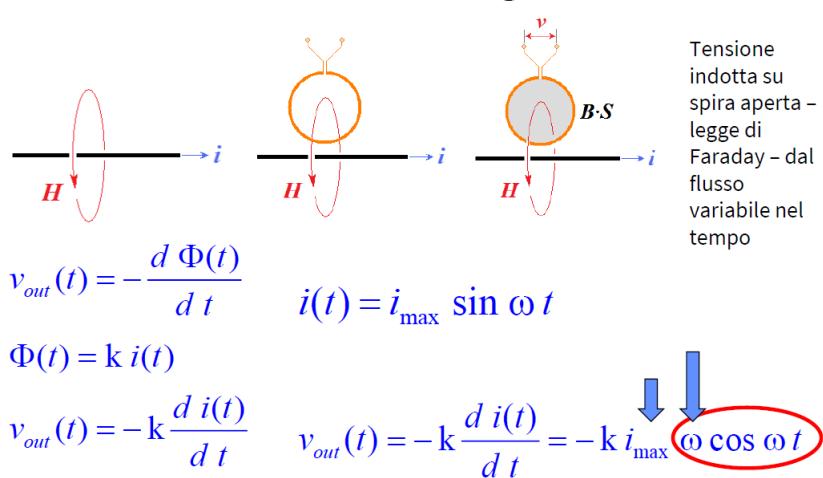
19

Stesso principio di TA a pinza, ma in cui il nucleo è flessibile:



Vengono anche essi utilizzati in ambito industriale, in cui non è possibile interrompere il circuito perché i cavi sono grossi e standardizzati.

Sfrutta il principio di Faraday:



¹⁹Slide della prof — SDME 4 Strumenti numerici indicatori - parte VII — pag 34 - 36
Appunti — 2025-05-26 — pag 3

FINE PROGRAMMA A.A. 2024/2025

BUON ESAME !!!

