

# 18AKSOA/19AKSPG – CONTROLLI AUTOMATICI

(esame del 15/07/2016)

1) Date le matrici A e B di un modello in variabili di stato a tempo continuo,

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -7 & -9 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \text{ calcolare se possibile il vettore } K \text{ dei guadagni di retroazione degli stati}$$

che permette di posizionare gli autovalori della catena chiusa in  $-1, -1, -1$ .

- A)  $K = [1, -4, -8]$                       B)  $K = [72, 54, 9]$   
C)  $K = [-8, -4, 1]$                       D) sistema non completamente controllabile

2) Dato un sistema lineare SISO, a tempo continuo, con funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{(s-1)(s+5)}{(s+1)(s+2)}$$

e considerando un ingresso sinusoidale  $u(t) = 5 \sin(t)$ , la risposta a regime permanente  $y_\infty$  a tale ingresso è:



- A)  $y_\infty(t) = \sin(11.40 t + 1.30)$       B) non ammette risposta a regime permanente  
C)  $y_\infty(t) = 11.40 \sin(t + 1.30)$       D)  $y_\infty(t) = 1.30 \sin(t + 11.40)$

3) Un sistema dinamico tempo invariante a tempo discreto in variabili di stato, è descritto dalle seguenti matrici:

$$A = \begin{bmatrix} -0.3 & 2 & -1 \\ 0 & -0.1 & 3 \\ 0 & 0 & -0.2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, C = [1 \quad 1 \quad 1], D = 0$$

Dire se il sistema è:

- A) marginalmente stabile                      B) asintoticamente stabile  
C) instabile                                      D) non si può dire nulla sulla stabilità del sistema

4) Dato il sistema a tempo discreto descritto dalle seguenti equazioni

$$\begin{aligned} x_1(k+1) &= 3x_2(k) + 2u_1(k) \\ x_2(k+1) &= 0.7x_1(k) + 2u_2(k) \\ y(k) &= 3x_2(k)u_2(k) \end{aligned}$$

dire se il sistema si può classificare come:

- A) lineare, tempo invariante, SISO                      B) non lineare, tempo invariante, MISO  
C) non lineare, tempo invariante, MIMO      D) lineare, tempo variante, MISO

**5)** Dato il sistema lineare tempo continuo, espresso dalle seguenti equazioni in variabili di stato, e dove  $p$  è un parametro costante, determinare la funzione di trasferimento  $y(s)/u(s)$

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -p x_1 - x_2 + u \\ y &= x_1\end{aligned}$$

- A)  $G(s) = \frac{1}{s^2+s+p}$       B)  $G(s) = \frac{s+p}{s^2+s+p}$   
 C)  $G(s) = \frac{1}{s^2+s-p}$       D)  $G(s) = \frac{p}{s+p}$

**6)** Dato un sistema dinamico, lineare e tempo invariante a tempo discreto, descritto in variabili di stato tramite le seguenti equazioni

$$\begin{aligned}x_1(k+1) &= x_1(k) + u(k) \\ x_2(k+1) &= x_1(k) \\ y(k) &= x_1(k)\end{aligned}$$

i suoi stati di equilibrio per un ingresso  $\bar{u}(k)$  costante  $\forall k$  sono:

- A) il sistema non ammette stati di equilibrio      B)  $\bar{x} = [2\bar{u} \ 0.5\bar{u}]^T$  per  $\forall \bar{u}(k)$   
 C)  $\bar{x} = [c \ c]^T$  per  $\bar{u}(k) = 0$  e nessun  $\bar{x}$  per  $\bar{u}(k) \neq 0$       D)  $\bar{x} = [1 \ 2]^T$  per  $\forall \bar{u}(k)$

**7)** Un sistema dinamico, lineare e tempo invariante a tempo discreto ha come polinomio caratteristico

$$p(\lambda) = 2\lambda^3 + \lambda^2 + \lambda + 0.5k,$$

dove  $k$  è un parametro reale. I valori di  $k$  per cui il sistema è asintoticamente stabile sono

- A) per  $-2 < k < 4$       B) per nessun valore di  $k$   
 C) per tutti i valori di  $k$       D) per  $-4 < k < 2$

**8)** Un sistema dinamico, lineare e tempo invariante a tempo continuo ha come funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{s-2}{s^4 - 3s^3 + 11s^2 + (p-10)s + 10p}$$

dove  $p$  è un parametro reale, costante nel tempo. Il sistema risulta asintoticamente stabile

- A) per tutti i valori di  $p$       B) per  $p > 10$   
 C) per nessun valore di  $p$       D) per  $|p| < 10$

**9)** Un sistema dinamico, non lineare e tempo invariante ha come equazioni di stato

$$\dot{x}_1 = -x_1^3 + x_1 + x_2 + u + 1$$

$$\dot{x}_2 = x_1 + x_2 + u$$

$$y = x_1 + x_2$$

Tale sistema, in corrispondenza dell'ingresso costante  $u(t) = -1 \quad \forall t$ , ha come stato di equilibrio  $\bar{x} = [1 \ 0]^T$ . La matrice di stato del sistema linearizzato intorno al punto di equilibrio specificato in precedenza è:

A)  $A = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

B)  $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$

C)  $A = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

D) la matrice di stato è indefinita

**10)** Un punto materiale di massa costante  $m$ , vincolato a muoversi su una retta, viene sollecitato con una forza  $F(t)$ . Conseguentemente, assume un'accelerazione  $a(t)$ . Com'è noto, la legge della dinamica fornisce per tale sistema l'equazione del moto  $F(t) = m a(t)$ . Denotando con  $x_1(t)$  la posizione del punto e con  $x_2(t)$  la sua velocità, le matrici  $A$  e  $B$  delle equazioni di stato del sistema sono:

A)  $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ F/m \end{bmatrix}$

B)  $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ F/m \end{bmatrix}$

C)  $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ F/m \end{bmatrix}$

D) il sistema non è lineare e non ammette matrici di stato

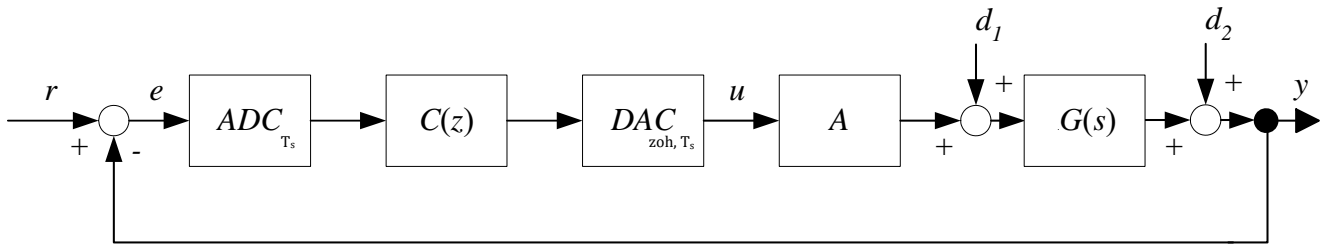
**11)** Dato un sistema descritto dalla funzione di trasferimento

$$F(s) = 400 \frac{3-s}{(s+1)^2 (s+4)^2 (s+10)}$$

progettare un controllore PID “*reale*” con il metodo di Ziegler-Nichols in catena chiusa (si scelga  $N=20$  nella realizzazione del polo di chiusura). Si realizzi il controllo con il PID nella struttura “*modificata*”. Della catena chiusa così ottenuta valutare:

- il tempo di salita  $10\% \div 90\%$ ,  $t_r$ , della risposta al gradino unitario
- la sovraelongazione  $\hat{s}_{\%}$
- la banda passante  $\omega_B$
- OPZIONALE: i margini di stabilità,  $m_G$  e  $m_\phi$ , della catena aperta.

12)



Con riferimento al sistema di controllo schematizzato in figura<sup>1</sup> e ai dati e alle specifiche sotto riportati, progettare il compensatore  $C(z)$ .

### Dati

$$A = +0.1; \quad G(s) = \frac{s-20}{s(s+10)}; \quad d_1(t) = \text{disturbo costante} = 0.1; \quad d_2(t) = \text{disturbo costante} = 0.2;$$

ADC e DAC: caratterizzati dal medesimo numero di bit e dalla medesima dinamica in tensione.

### Specifiche relative alla catena chiusa (da verificare con il compensatore $C(z)$ a tempo discreto!)

1. errore stazionario indotto dal disturbo  $d_1(t)$ ,  $|e_1| = 0$ ;
2. errore stazionario indotto dal disturbo  $d_2(t)$ ,  $|e_2| = 0$ ;
3. errore stazionario di inseguimento al gradino,  $|e_g| = 0$ ;
4. errore stazionario di inseguimento alla parabola unitaria,  $|e_p| \leq 5$ ;
5. banda passante,  $\omega_B \cong 2.5 (\pm 10\%) \text{ rad/s}$ ;
6. picco di risonanza,  $M_r \leq 3.5 \text{ dB}$ .

Riportare la fdt del compensatore  $C(s)$  nella seguente forma:  $C(s) = \frac{K_c}{s^h} \cdot \frac{(1 + \tau_{z1}s) \cdots}{(1 + \tau_{p1}s) \cdots}$

Riportare inoltre il metodo di discretizzazione utilizzato per derivare  $C(z)$  da  $C(s)$  e il passo di campionamento  $T_s$  scelto.

Scrivere una breve relazione relativa al progetto (spiegare per esempio come si è arrivati al  $C(s)$ , al  $T_s$  e al  $C(z)$ ).  
Riportare infine i valori effettivamente ottenuti – con  $C(z)$ ! – per le grandezze elencate nella tabella.

<sup>1</sup> Tutti i segnali analogici sono espressi in V.

# PAGINA DELLE RISPOSTE

cognome (in stampatello)	nome

problema	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
risposta										

problema 11	$\bar{K}_p$	$\bar{T}$	$K_p$	$T_I$	$T_D$	$t_r$ (10%-90%)	$\hat{S}_{\%}$	$\omega_B$	$m_G$	$m_{\varphi}$

problema 12									
Breve relazione:									
$C(s)$							metodo di discretizzaz. di $C(s)$		$T_s$
_____ · _____									
puls. di cross. $\omega_c$	margine/i di fase $m_{\varphi}$	margine/i di guad. $m_G$	tempo di salita $t_s$	sovraelon-gazione $\hat{S}$	banda passante $\omega_B$	picco di risonanza $M_{r,dB}$	errore staz. ins. rampa unit. $ e_r $	errore staz. $ e_p $	$ u_{\max} $

**Valori effettivamente ottenuti con  $C(z)$**

N.B:  $|u_{\max}|$  rappresenta il valore massimo in modulo del comando  $u(\cdot)$  indotto da un riferimento  $r$  a gradino unitario.