(PETROL) Bir petrol rafinerisi, iki kaynaktan (AA ve BB) ham petrol alarak üç tür ürün üretmektedir: benzin, jet yakıtı ve madeni yağ. İki kaynaktan gelen ham petrolün kalitesi farklıdır. AA ham petrolünün her bir varilinden 0.3 varil benzin, 0.4 varil jet yakıtı ve 0.2 varil madeni yağ üretilebiliyor. BB ham petrolünün her bir varilinden ise 0.4 varil benzin, 0.2 varil jet yakıtı ve 0.3 varil madeni yağ üretilebiliyor (her bir varilin kalan %10'u işlemler sırasında kaybediliyor). AA'dan varil başına 100 dolardan günde 9000 varile kadar ham petrol satın alabiliyor. BB'den ise varil başına 75 dolarlık maliyetle, günde 6000 varile kadar ham petrol alınabiliyor.

Bu rafinerinin yaptığı sözleşmeler nedeniyle, günde 2000 varil benzin, 1500 varil jet yakıtı ve 500 varil madeni yağ üretmesini gerekiyor. Problemi bir DP olarak modelleyin ve Optimal Çözümü bulun. Modelde kısıtlarınızı numaralandırın (1,2, ..) ve her bir kısıt için önce açıklamasını yazın.

Petrol kaynakları : AA ve BB
Ürün tipleri : Benzin, Jet Yakıtı, Madeni Yağ

- Petrolün varil fiyatı : [100 75]
- Satın alınabilecek maks petrol miktarı (varil) : [9000 6000]
- Petrolden üretilebilecek ürün oranları :
- Min üretim miktarları : [2000 1500 500]

	Benzin	Jet Y.	Madeni Y.
AA	0.3	0.4	0.2
BB	0.4	0.2	0.3

Karar değişkenleri : x_A : AA'dan alınacak petrol miktarı (varil)
x_B : BB'den alınacak petrol miktarı "

Amaç Fonk :

$$\text{Min } z = 100x_A + 75x_B$$

s.t.

$x_A \le 9000$ (1) AA'dan en fazla 9000 varil alınabilir

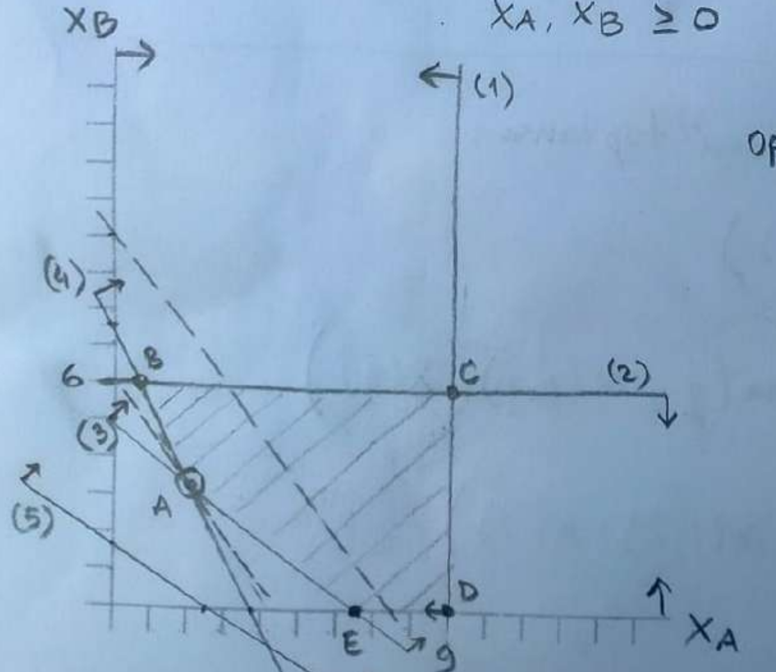
$x_B \le 6000$ (2) BB'den en fazla 6000 varil alınabilir

$0.3x_A + 0.4x_B \ge 2000$ (3) Üretilen benzin miktarı en az 2000

$0.4x_A + 0.2x_B \ge 1500$ (4) Üretilen Jet yakıtı en az 1500

$0.2x_A + 0.3x_B \ge 500$ (5) Üretilen Madeni yağ en az 500

$x_A, x_B \ge 0$ (6)(7) pozitiflik kısıtları.



Optimum : A temel olurlu çözümü (BFS)
Bu temel çözümde kısıt 3 ve 4 aktif

$$\left.\begin{array}{l} 0.3x_A + 0.4x_B = 2000 \\ 0.4x_A + 0.2x_B = 1500 \end{array}\right\} \begin{array}{l} x_A^* = 2 \\ x_B^* = 3.5 \end{array}$$

$$z^* = 100.(2) + 75(3.5) = 462.5$$

Parametrik Model

Sets $\quad i \in I = \{AA, BB\}$

i petrolün geldiği yer (petrol tipi) /AA , BB/

j ürün / benzin, jetyakıtı . motoryağı/ $j \in J = \{benz, jety, myağı\}$

Parameters

$c(i)$ i'den alınan petrolün varil fiyatı (TL/varil) [100 75]

$m(i)$ i'den alınabilecek maks petrol miktarı (varil) [9000 6000]

$a(i,j)$ i'den alınan petrolden j ürününü üretim oranı (birimsiz)

$r(j)$ gerekli min j miktarı (varil)

Karar Değişkenleri

$x(i)$ i'den alınacak petrol miktarı (varil) $\quad X = \begin{bmatrix} x_{AA} \\ x_{BB} \end{bmatrix}$

Amaç fonk:

$$\min z = \sum_{i \in I} c(i).x(i) \equiv C.X \equiv [100 \ \ 75] \begin{bmatrix} x_{AA} \\ x_{BB} \end{bmatrix}$$

Kısıtlar

üstlimit $\rightarrow \quad x(i) \le m(i) \ , \ \forall i \in I \quad$ (2 kısıt)

ürünler $\rightarrow \quad \sum_{i \in I} a(i,j).x(i) \ge r(j) \ , \ j \in J \quad$ (3 kısıt)

$$\searrow A^T X \equiv \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 4 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{AA} \\ x_{BB} \end{bmatrix}$$

Pozitiflik $\rightarrow x(i) \ge 0 \ \forall i \in I$

GAMS Programında $\sum_i$ yani toplama:

sum(i, a(i,j) .x(i))

$\sum_i \sum_j \rightarrow$ sum(i, sum(j, a(i,j) . x(i)))

veya

sum((i,j), a(i,j) · x(i))

SunAg adında bir tarım şirketi 10 000 dönümlük bir çiftlik işletmektedir. Firma, gelecek sezonda, dönüm başına 450 dolar kar getiren sebze yada dönüm başına 200 dolar kar getiren pamuk ekebilir. Kötü hava koşulları, böcek vd. faktörlere karşı önlem olarak bu seçeneklerden herhangi birine toplam arazisinin %70'inden fazlasını ekmeyecektir. Ayrıca sulama suyu sınırlıdır. Sebzeler dönüm başına 10 birim, pamuk ise dönüm başına 7 birim suya ihtiyaç duyuyor ve sezonda toplam 70 000 birime kadar su kullanmasına izin verilmektedir. SunAg kârı maksimuma çıkaracak bir ekim planı geliştirmek istiyor.

a) Karar değişkenleri x = sebze ekilecek dönüm miktarı y=pamuk ekilecek dönüm miktarı olacak şekilde bir DP modeli kurun. Modelde kısıtlarınızı numaralandırın (1,2, ..) ve her bir kısıt için önce açıklamasını yazın.

$$\text{Max } z = 450x + 200y$$

$x \le 7000$ (1) Sebze en fazla %70 olabilir

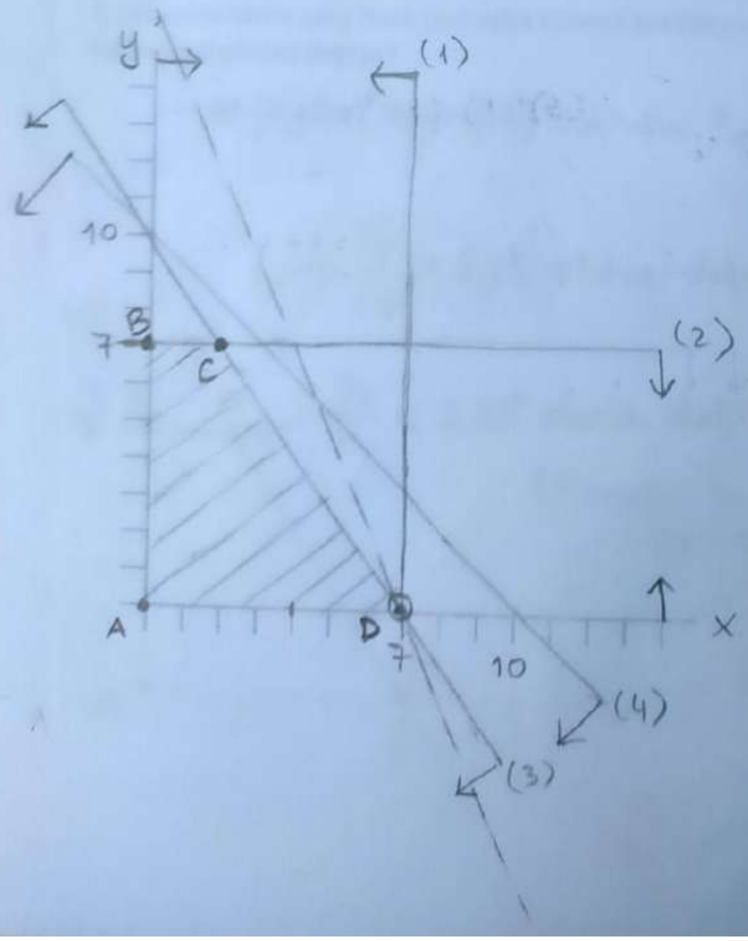
$y \le 7000$ (2) Pamuk en fazla %70 olabilir

$10x + 7y \le 70\,000$ (3) Toplam su tüketimi kısıtı

$x + y \le 10\,000$ (4) Sebze ve pamuk alanı toplamı çiftlik arazisini geçemez

$x, y \ge 0$

b) Grafik Yöntem ile modeli çözün. Tüm temel çözümleri grafik üzerinde gösterin.



$x^* = 7000$

$y^* = 0$

$z^* = 3150000$

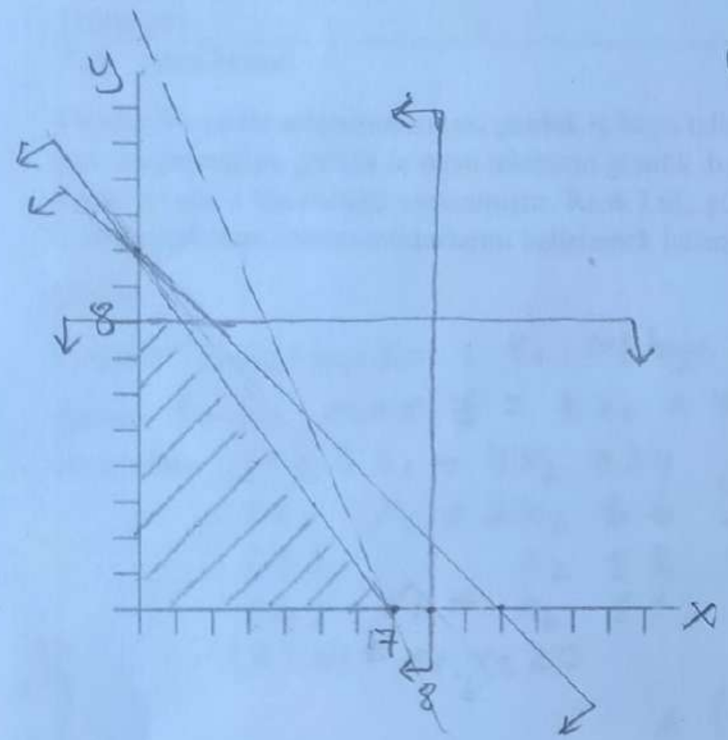
c) Hangi kısıtı çıkarırsak olurlu bölge ve çözüm değişmez ?

(1), (4)

d) Hangi kısıtı çıkarırsak olurlu bölge değişir ama çözüm değişmez ?

(2)

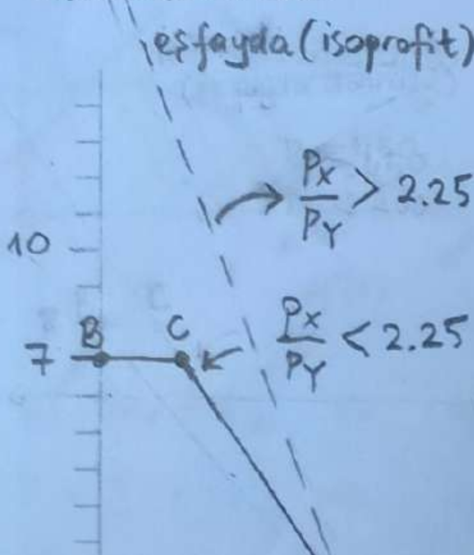
e) %70'lik kısıt %80'e çıkarılırsa olurlu bölge ve çözüm değişir mi?



Olurlu bölge değişir
Çözüm değişmez.

f) Sebzenin birim satış fiyatı (px) sabit kalacak şekilde pamuk birim satış fiyatı (py) kaç olursa çözüm değişmez, kaç olursa çözüm değişir?

eşfayda (isoprofit) doğrusu $P_X = 450$ $P_Y = 200$ $\frac{P_X}{P_Y} = 2.25$



$\frac{P_X}{P_Y} > 2.25$ olursa doğru daha fazla dikleşir. (optimum çözüm değişmez)

$\frac{P_X}{P_Y} < 2.25$ olursa doğru sola doğru eğilir.

(3) nolu kısıtın doğrusuna paralel olana kadar optimum çözüm değişmez.

$\frac{P_X}{P_Y} = \frac{10}{7} = \sim 1.4285$ olursa, alternatif çözüm olur

$\frac{P_X}{P_Y} < \frac{10}{7}$ olursa C temel çözümü optimum olur.

$C \rightarrow (X_1, X_2) = (2100, 7000)$

TAHA Örnek 2.2-1 (RENK LTD. ŞTİ.)

Renk Ltd. Şirketi, M1 ve M2 ham maddelerinin karışımından elde edilen iç ve dış duvar boyaları üretmektedir. Aşağıdaki tabloda, problemin verileri bulunmaktadır.

	Ton başına hammadde miktarı (kg)		Günlük Maksimum Kullanılabilirlik (kg)
	Dış Boyada	İç boyada	
M1 Hammaddesi	6	4	24
M2 Hammaddesi	1	2	6
Ton başına kar (1000 pb)	5	4	

* *pb : para birimi*

Yapılan bir pazar araştırmasından, günlük iç boya talebinin en çok 2 ton olduğu belirlenmiştir. Yine aynı araştırmadan, günlük iç boya talebinin günlük dış boya talebinden fazla olduğu ve bu fazlalığın günde en çok 1 ton olduğu saptanmıştır. Renk Ltd., günlük kârını maksimize edecek şekilde, dış ve iç boya optimum üretim miktarlarını belirlemek istemektedir.

Çözüm:

Karar Değişkenleri : x_1 : dış boya üretim mik. x_2 : iç boya üretim mik.

Amaç Fonk: $\text{Max } z = 5x_1 + 4x_2$

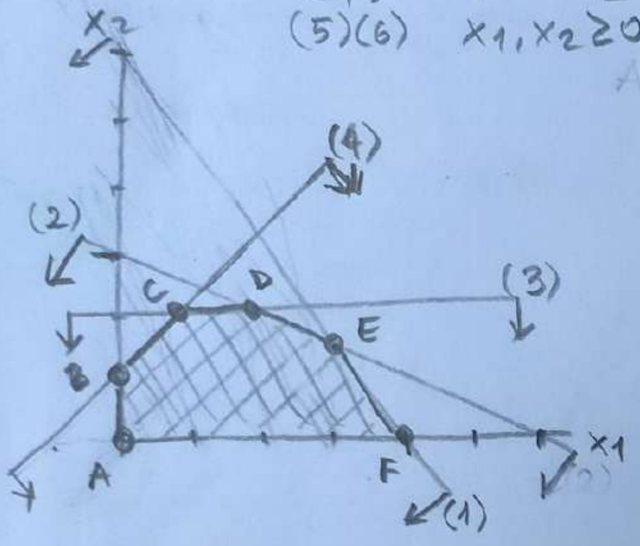
Kısıtlar : (1) $6x_1 + 4x_2 \leq 24$ $\xrightarrow[\text{form}]{\text{standart}}$ $6x_1 + 4x_2 + s_1 = 24$

(2) $x_1 + 2x_2 \leq 6$ — $x_1 + 2x_2 + s_2 = 6$

(3) $x_2 \leq 2$ — $x_2 + s_3 = 2$

(4) $-x_1 + x_2 \leq 1$ — $-x_1 + x_2 + s_4 = 1$

(5)(6) $x_1, x_2 \geq 0$



A (0,0) $z = 0$

B (0,1) $z = 4$

C (1,2) $z = 13$

D (2,2) $z = 18$

E (2, 8/3) $z^* = 20,66$

F (4,0) $z = 20$

$z = 3x_1 + x_2 \Rightarrow$ optimum F $z^* = 12$ [E,F] dogru parçasi : Alternatif Çözüm

$z = x_1 + x_2 \Rightarrow$ optimum E $z^* = 4,66$ (Tekil Çözüm)

$z = 6x_1 + 4x_2 \Rightarrow$ optimum F $z^* = 24$ [E,F] dogru parçasi: Alternatif Çözüm

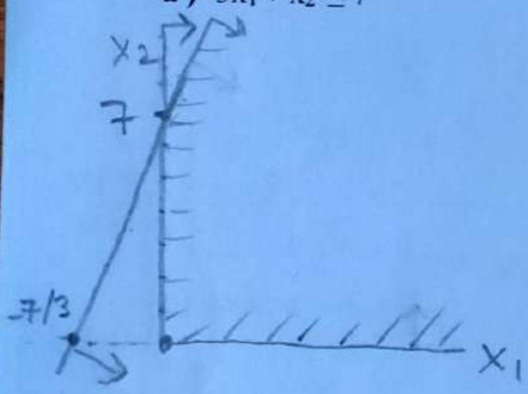
z = X1 + 3X2 için optimum D noktasi z* = 18 (Tekil Çözüm)

$x_1 = 3$ ve $x_2 = 1$ için M1 dolgu değişkeni $s_1 = 2$

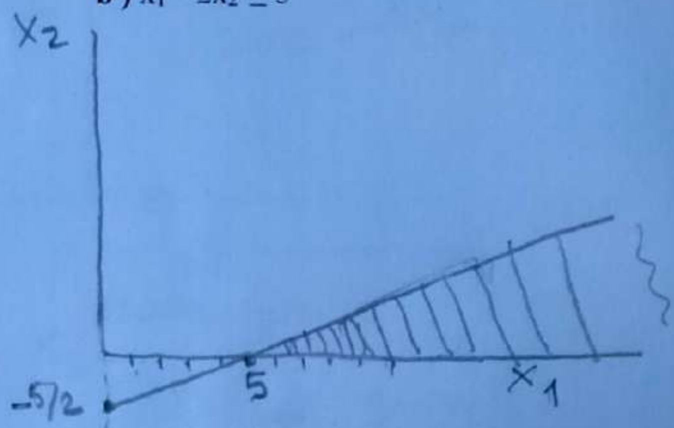
M2 dolgu değişkeni $s_2 = 1$

TAHA Prb. 2.3a – Soru 1) Aşağıdaki kısıtları ($x_1, x_2 \geq 0$) ele alarak her biri için uygun çözüm uzayını belirleyin.

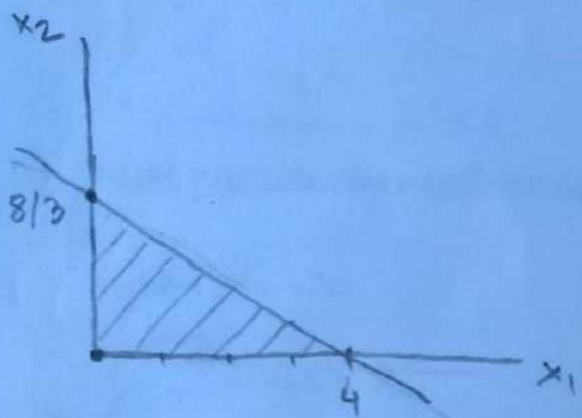
a) $-3x_1 + x_2 \leq 7$



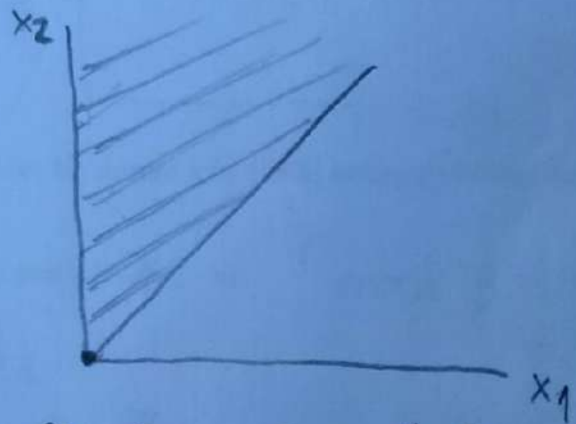
b) $x_1 - 2x_2 \geq 5$



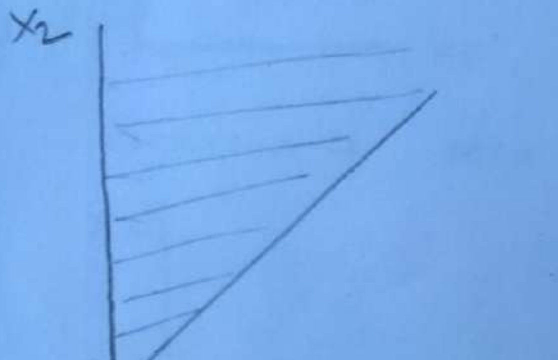
c) $2x_1 + 3x_2 \leq 8$



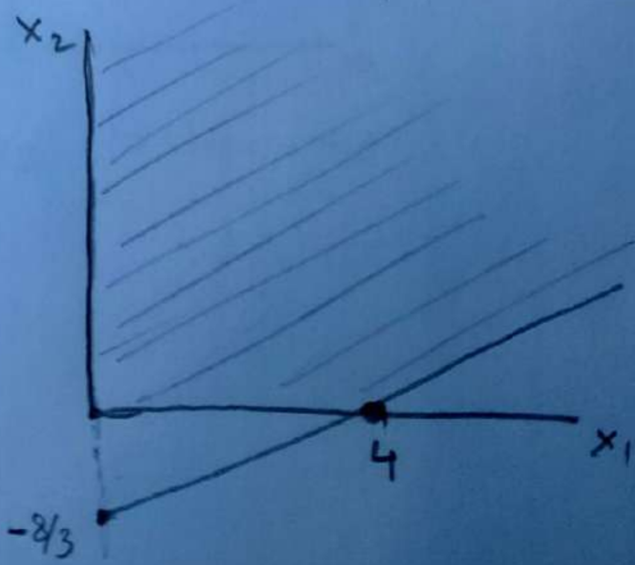
d) $x_1 - x_2 \leq 0$



e) $-x_1 + x_2 \geq 0$

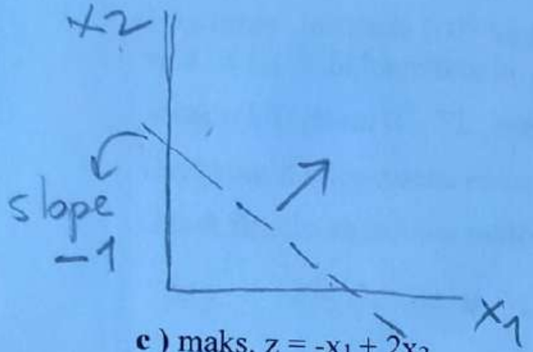


f) $2x_1 - 3x_2 \leq 8$

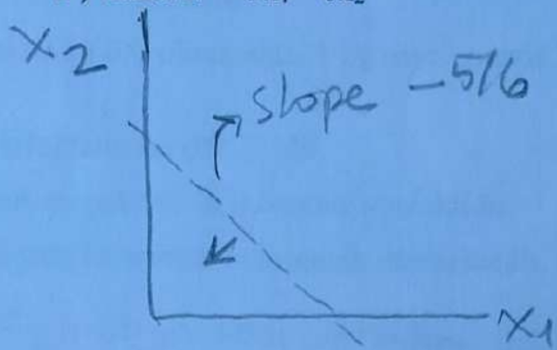


TAHA Prb. 2.3a – Soru 2) Aşağıdaki amaç fonksiyonlarının her biri için z'deki artışın yönünü belirleyin.

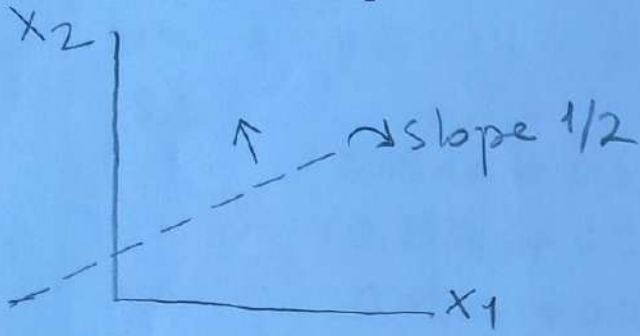
a) maks. $z = x_1 + x_2$



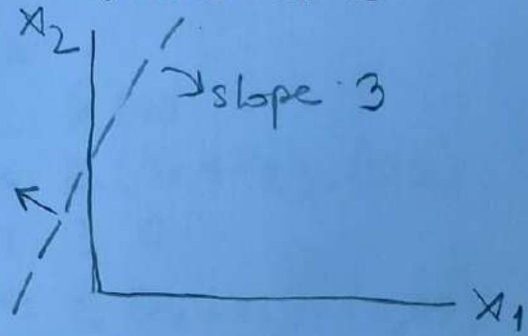
b) maks. $z = -5x_1 - 6x_2$



c) maks. $z = -x_1 + 2x_2$

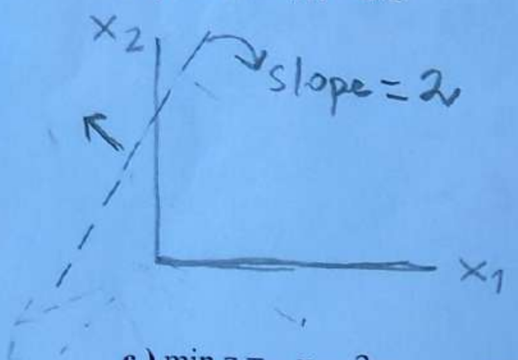


d) maks. $z = -3x_1 + x_2$



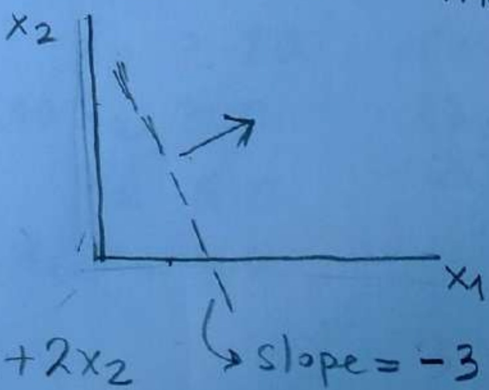
TAHA Prb. 2.3b – Soru 1) (Ödev) Aşağıdaki her bir durum için z'deki azalışın yönünü belirleyin.

a) min $z = 4x_1 - 2x_2$



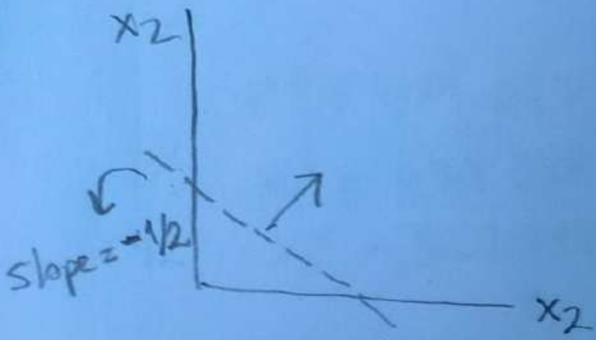
b) min $z = -3x_1 - x_2$

max $3x_1 + x_2$



c) min $z = -x_1 - 2x_2$

max $x_1 + 2x_2$



TAHA Örnek 2.3-2 (DİYET PROBLEMİ)

Özark Çiftliklerinde günde en az 800 kg özel bir yem kullanılmaktadır. Bu özel yem, mısır ve soya ununun karışımından aşağıdaki bileşime elde edilmektedir.

1 kg mısır içerisinde 0.09 kg protein ve 0.02 kg lif bulunmakta, 1 kg soya ununda ise, 0.6 kg protein ve 0.06 kg lif bulunmaktadır.

Mısırın kilogramı 0.3 TL , soya ununun kilogramı ise 0.9 TL'dir.

Özel yemin bileşiminde en az %30 protein, en çok %5 lif bulunması gereklidir.

Özark firması minimum maliyetli günlük yem karışımını belirlemek istemektedir.

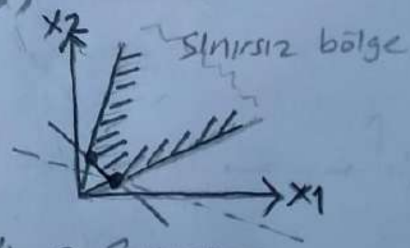
x_1 : Mısır miktarı x_2 : Soya unu miktarı

$$\text{Min } z = 0.3x_1 + 0.9x_2$$

$$\begin{aligned}
\text{s.t.} \quad x_1 + x_2 &\geq 800 \\
0.09x_1 + 0.6x_2 &\geq (x_1 + x_2)\cdot(0,3) \\
-0.21x_1 + 0.3x_2 &\geq 0 \\
0.02x_1 + 0.06x_2 &\leq (x_1 + x_2)\cdot(0,05) \\
-0.03x_1 + 0.01x_2 &\leq 0
\end{aligned}$$

$$\text{Min } z = 0.3x_1 + 0.9x_2$$

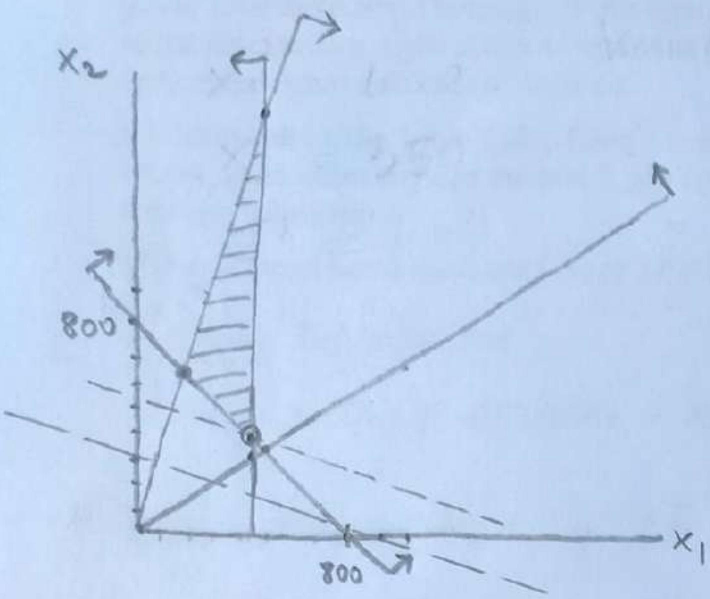
$$\begin{aligned}
x_1 + x_2 &\geq 800 && (1) \\
-7x_1 + 10x_2 &\geq 0 && (2) \\
-3x_1 + x_2 &\leq 0 && (3) \\
x_1, x_2 &\geq 0
\end{aligned}$$



Olurlu Bölge Sınırsız, Ama tekil optimum çözüm (unique) Mevcut.

$$z^* = 437.647$$
$$x_1^* = 470.588$$
$$x_2^* = 329.412$$

TAHA Prb. 2.3b – Soru 2) (Ödev) Diyet probleminde mısırın günlük kullanımının 450 kg ile sınırlandırıldığını varsayalım. Yeni çözüm uzayını ve yeni optimum çözümü belirleyin.



Yeni kısıt : $x_1 \le 450$

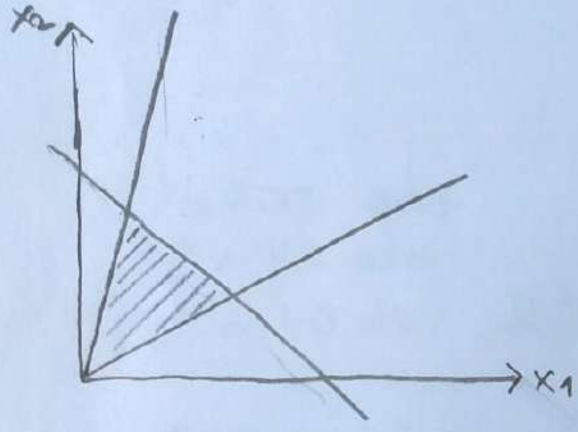
Olurlu Bölge (çözüm uzayı) değişti

Yeni optimum :

$x_1^* = 450 \quad x_2^* = 350 \quad z^* = 450$

Daha kötü sonuç
(Çünkü bu bir min prb)

TAHA Prb. 2.3b – Soru 3) Diyet probleminde, yem karışımının günde 800 kilogramı aşmaması koşulu halinde optimum çözüm hangi tip olacaktır? Bu çözüm duyarlı mıdır?



$x_1 + x_2 \le 800$
Diğer kısıtlar aynı.

Bu durumda, optimum çözüm
$x_1^* = 0 \quad x_2^* \quad z^* = 0$
(hiç karışım yapma, masraf sıfır!)
Bu da mantıklı değil.

Bu çözüm duyarlı değildir.
Amaç fonk. katsayılarını değiştirsek de kısıtların sağ taraf sabitlerini değiştirsek de çözüm değişmeyecek.

TAHA Prb. 2.3c – Soru 2) (Ödev) Diyet modelinde 500 kg mısır ve 600 kg soya unundan ibaret olan yemin artan miktarını belirleyin.

Artan mısır = 500 − 470.588 = 29.412
soya = 600 − 329.412 = 270.588
+
300 kg

TAHA Prb. 2.3c – Soru 3) (Ödev *BONUS*) Bir atölyede iki ürün üretilmektedir. Ürün 1 için üretim zamanı 10 dakika, Ürün 2'nin üretim zamanı ise 12 dakikadır. Toplam ürün işleme zamanı günde 2500 dakikadır. Herhangi bir gün içerisinde Ürün 1'den 150 ile 200 birim arasında satılabilmekteyken, Ürün 2'den 45 birimden fazla satılamamaktadır. Mesai yapılması durumunda, fazla mesai ücreti dakikada 0.50 pb'dir.

a) Birim karın Ürün 1 için 6 pb , Ürün 2 için de 7.50 pb olduğu varsayımıyla modeli formüle ederek, gereksinim duyulan mesaiyi de dikkate almak suretiyle her bir ürün için optimum üretim düzeyini belirleyin.

b) Fazla mesai ücreti dakikada 1.50 pb'ye yükselecek olursa firma mesai yapmalı mıdır ?

Karar Değişkenleri :

x_1 : ürün-1 miktarı x_2 : ürün-2 miktarı y : fazla mesai süresi (dk)

a) $\text{Max } z = 6x_1 + 7.5x_2 - 0.5y$

$$\begin{aligned} \text{s.t.} \quad 10x_1 + 12x_2 - y &\le 2500 \\ x_1 &\le 200 \\ x_2 &\le 45 \\ x_1, x_2, y &\ge 0 \end{aligned}$$

$x_1^* = 200$ adet
$x_2^* = 45$ adet
$y^* = 40$ dk $\quad z^* = 1517.5$

b) $\text{Max } z = 6x_1 + 7.5x_2 - 1.5y$ olursa

$x_1^* = 196 \quad x_2^* = 45 \quad y^* = 0 \quad z^* = 1513.5$

fazla mesai yapılmasın

Bu problemi 2-boyutlu grafik düzleminde çözemeyiz.
3 karar değişkenimiz var ! Simpleks yöntem uygulanabilir.

Standart Form

$\max\ z = 6x_1 + 7.5x_2 - 0.5y$

s.t. $10x_1 + 12x_2 - y + s_1 = 2500$

$x_1 + s_2 = 200$

$x_2 + s_3 = 45$

$x_1, x_2, y, s_1, s_2, s_3 \geq 0$

	z	x_1	x_2	y	s_1	s_2	s_3		Oran
	1	-6	-7.5	0.5	0	0	0	0	
s_1		10	12	-1	1	0	0	2500	208,33
s_2		1	0	0	0	1	0	200	Geçersiz
← s_3		0	1	0	0	0	1	45	45*

	x_1	x_2	y	s_1	s_2	s_3		Oran
	-6	0	0.5	0	0	7.5	337,5	
← s_1	10	0	-1	1	0	-12	1960	196*
s_2	1	0	0	0	1	0	200	200
x_2	0	1	0	0	0	1	45	Geçersiz

	x_1	x_2	y	s_1	s_2	s_3		Oran
	0	0	-0.1	0.6	0	0.3	1513,5	
x_1	1	0	-0.1	0.1	0	-1.2	196	Geçersiz
← s_2	0	0	0.1	-0.1	1	1.2	4	0.3*
x_2	0	1	0	0	0	1	45	45

	x_1	x_2	y	s_1	s_2	s_3	
	0	0	0	0.5	1	1.5	1517.5
x_1	1	0	0	0	1	0	200
y	0	0	1	-1	10	12	40
x_2	0	1	0	0	0	1	45

Tablo optimum!

$$\begin{bmatrix} x_1^* \\ x_2^* \\ y^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 200 \\ 45 \\ 40 \end{bmatrix} \begin{matrix} \text{adet} \\ \text{adet} \\ \text{dk.} \end{matrix}$$

Eğer fazla mesai ücreti 1.5 pb/dk olsaydı 3. iterasyonda y'nin amaç fonk. satırındaki katsayısı -0.1 yerine 0.9 olacaktı. Bu durumda bu tablo optimum olacak ve algoritma sona erecekti. Bu tabloda; $x_1^* = 196$ $x_2^* = 45$ $y^* = 0$ $Z^* = 1513.5$

TAHA Prb. 2.4b – Soru 7) Altın Giyim Sanayii, Ucuz Giyim Sanayii'ne erkek gömleği ve kadın bluzu üreten bir işletmedir. Ucuz Giyim Sanayii, Altın Giyim'in ürettiği tüm malları almaktadır. Altın Giyim Sanayiindeki üretim süreci kesme, dikme ve paketleme olmak üzere üç aşamalı olup, kesme bölümünde 25 işçi, dikim bölümünde 35 işçi, paketleme bölümünde 5 işçi çalışmaktadır. Fabrika günde 8 saatlik tek vardiya halinde haftada 5 gün çalışmaktadır. Aşağıdaki tabloda söz konusu iki tip giyim eşyasına ait birim karlar ve zaman gereksinimleri verilmiştir:

	Birim başına harcanan süre (dak)			
Ürün	Kesme	Dikme	Paketleme	Birim Kar (pb)
Gömlek	20	70	12	2.50
Bluz	60	60	4	3.20

a) (Ödev) Altın Giyim'in haftalık üretim programını belirleyin.

Parametreler :

• İşgücü kapasiteleri

Kesme işlemi kapasitesi = 25 işçi . 40 saat = 1000 işçi.saat = 60000 işçi.dk

Dikme = 35 . 40 = 1400 = 84000 işçi.dk

Paketleme = 5 . 40 = 200 = 12000 işçi.dk

• Gerekli işlem süreleri

	Kesme	Dikme	Paketleme
Gömlek için →	20 dk	70 dk	12 dk
Bluz için →	60 dk	60 dk	4 dk

• Birim kâr :

Gömlek → 2.5 TL

Bluz → 3.2 TL

Karar Değişkenleri :

x_1 : Üretilecek gömlek sayısı

x_2 : Üretilecek bluz sayısı

Amaç Fonksiyonu :

$$\text{Max } z = 2.5x_1 + 3.2x_2$$

Kısıtlar :

(1) $20x_1 + 60x_2 \leq 60000$ (Kesme işlemi kapasite kısıtı)

$x_1 + 3x_2 \leq 3000$

(2) $70x_1 + 60x_2 \leq 84000$ (Dikme işlemi kapasite kısıtı)

$7x_1 + 6x_2 \leq 8400$

(3) $12x_1 + 4x_2 \leq 12000$ (Paketleme işlemi kapasite kısıtı)

$3x_1 + x_2 \leq 3000$

(4)(5) $x_1, x_2 \geq 0$ (Pozitiflik kısıtları)

Standart Form

$$\max z = 2.5x_1 + 3.2x_2$$

s.t.

$x_1 + 3x_2 + s_1 = 3000$ (1)

$7x_1 + 6x_2 + s_2 = 8400$ (2)

$3x_1 + x_2 + s_3 = 3000$ (3)

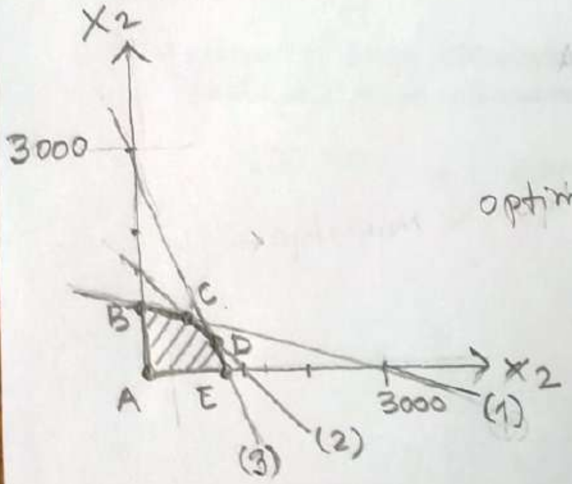
$x_1, x_2, s_1, s_2, s_3 \geq 0$ (4)(5)(6)(7)(8)

	Z	x_1	x_2 ↓	s_1	s_2	s_3		oran
	10	-25	-32	0	0	0	0	oran
← s_1		1	3	1	0	0	3000	1000*
s_2		7	6	0	1	0	8400	1400
s_3		3	1	0	0	1	3000	3000
	10	-43/3 ↓	0	32/3	0	0	32000	oran
x_2		1/3	1	1/3	0	0	1000	3000
← s_2		5	0	-2	1	0	2400	480*
s_3		8/3	0	-1/3	0	1	2000	18000/8
	10	0	0	2/3	43/15	0	38880	
x_2		0	1	1/5	-1/15	0	840	
x_1		1	0	-2/5	1/5	0	480	
s_3		0	0	1/15	-8/15	1	720	

Tablo optimum!

$$\begin{bmatrix} x_1^* \\ x_2^* \\ s_1^* \\ s_2^* \\ s_3^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 480 \\ 840 \\ 0 \\ 0 \\ 720 \end{bmatrix} \quad z^* = 3888$$

Grafik Çözüm:



Köşe	BV	NBV	Z
A	$s_1=3000$ $s_2=8400$ $s_3=3000$	$x_1=x_2=0$	0
B	$x_2=1000$ $s_2=2400$ $s_3=2000$	$x_1=s_1=0$	3200
optimum C	$x_1=480$ $x_2=840$ $s_3=720$	$s_1=s_2=0$	3888
D	$x_1=873$ $x_2=382$ $s_1=981$	$s_2=s_3=0$	3404
E	$x_1=1000$ $s_1=2000$ $s_2=1400$	$x_2=s_3=0$	2500

Bir temel çözümde (köşe noktasında), hangi kısıtlar aktif ise (kesişen doğrular) o kısıtlara ait dolgu/artık değişken sıfırdır, yani temel olmayan (NBV) değişkendir.

b) (Ödev) Ucuz Giyim Sanayii'nin haftalık minimum gereksiniminin 2000 gömlek ve 3000 bluz olması halinde, bu miktarların Altın Giyim'in haftada 5 iş günlük çalışmasıyla üretilmesi mümkün olabilecek midir? Eğer üretilemeyecekse, Altın Giyim'in bu üretimi gerçekleştirebilmesi için neler önerirsiniz? Bu durumda optimum üretim programı nasıl olacaktır?

haftalık en az 2000 gömlek, yani $(x_1 \geq 2000)$ yeni kısıtı ve
haftalık en az 3000 bluz, yani $(x_2 \geq 3000)$ yeni kısıtı
eklenirse problem olursuz (infeasible) olur.

- Yeni işçi işe almak (Hangi işleme kaç adet?)
- Günlük çalışmayı artırmak (fazla mesai)
  veya
  haftalık çalışma gününü artırmak (fazla mesai)
- Paketleme işlemindeki kullanılmayan kapasiteyi diğer işlere kaydırmak (Ama kullanılmayan kapasitenin hepsini değil!)

c) Kesme , dikme ve paketlemenin saat başına değerini belirleyin.

Optimum simplex tablosunda; temel olmayan değişkenlerin Z satırı katsayılarına bakılabilir.

$S_1 \rightarrow$ kesme işlemi kısıtının dolgu değişkeni
$(2/3) \cdot 60 = 40$ TL/sa.

$S_2 \rightarrow$ dikme işlemi kısıtı dolgu değişkeni
$(43/15) \cdot 60 = 172$ TL/sa.

$S_3 \rightarrow$ paketleme işlemi kısıtı dolgu değişkeni $\quad 0 \rightarrow$ kısıt aktif değil

d) Kesme ve dikme bölümlerinin her ikisinde de fazla mesai yapıldığını varsayarsak, Altın Giyim'in fazla mesai için saat başına ödeyeceği ücret ne kadar olacaktır?

c) şıkkına göre en az ücret belirlenebilir. Daha fazlası kârlı olmaz

TAHA Prb. 2.4b – Soru 9) (Ödev *BONUS*) Bir montaj hattında birbirini takip eden üç iş istasyonu bulunmakta ve bu iş istasyonlarında HiFi-1 ve HiFi-2 radyoları üretilmektedir. Aşağıdaki tabloda bu üretimler için gerekli montaj süreleri verilmiştir.

	Birim başına harcanan süre (dak)	
İş İstasyonu	**HiFi-1**	**HiFi-2**
1	6	4
2	5	5
3	4	6

1, 2 ve 3 numaralı iş istasyonlarının bakım işlemleri, her gün her istasyon için maksimum kullanılabilir süre olan 480 dakikanın sırasıyla %10, %14 ve %12'sini almaktadır.

a) Şirket, üç iş istasyonundaki kullanılmayan süreleri minimum yapacak optimum ürün karışımını belirlemek istemektedir.

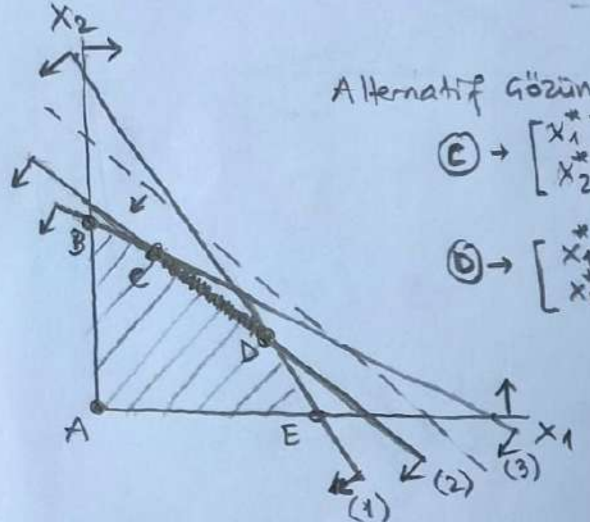
x_1 : HiFi-1 üretim adedi x_2 : HIFI-2 üretim adedi

kısıtlar:

$$6x_1 + 4x_2 \le (0{,}9) \cdot 480 \qquad 6x_1 + 4x_2 + S_1 = 432$$
$$5x_1 + 5x_2 \le (0{,}86) \cdot 480 \quad \rightarrow \quad 5x_1 + 5x_2 + S_2 = 412.8$$
$$4x_1 + 6x_2 \le (0{,}88) \cdot 480 \qquad 4x_1 + 6x_2 + S_3 = 422.4$$
$$x_1, x_2 \ge 0$$

Amaç Fonk:

$$\min\ S_1 + S_2 + S_3 \equiv \min\ 432 - 6x_1 - 4x_2 + 412.8 - 5x_1 - 5x_2 + 422.4 - 4x_1 - 6x_2$$
$$= \min\ 1267.2 - 15x_1 - 15x_2$$



Alternatif Çözüm var. C, D

$$C \rightarrow \begin{bmatrix} x_1^* \\ x_2^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 36.48 \\ 46.08 \end{bmatrix} \qquad D \rightarrow \begin{bmatrix} x_1^* \\ x_2^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 50{,}88 \\ 31.68 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_1^* \\ x_2^* \end{bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} 36{,}48 \\ 46{,}08 \end{bmatrix} + (1-\lambda) \begin{bmatrix} 50{,}88 \\ 31{,}68 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 50{,}88 - 14{,}4\lambda \\ 31.68 - 14.4\lambda \end{bmatrix}$$

$$z^* = 1267.2 - 15.(50{,}88) - 15.(31.68) = 28.8 \text{ dk.}$$

Üç istasyonda kullanılmayan süreler toplamı

b) Günlük bakım süresinde her istasyon için yapılacak %1'lik azaltmanın getireceği katkıyı belirleyin.

Bakım sürelerinde azalma, kullanılabilir süreleri, yani kısıtların sağ taraf sabiti değerlerini artıracaktır. Bu durumda, olurlu bölge genişleyecektir.
Kısıtlara ait doğruların eğimi değişmediği için eş fayda doğrusu olurlu bölgeyi en son [C, D] doğru parçasından terkeder (aynı şekilde alternatif çözüm)
Değişen → C ve D temel çözümlerine ait x_1, x_2 değerleridir.

C → 2 ve 3. kısıtlar aktif

$$\left.\begin{aligned} 5x_1 + 5x_2 &= (0{,}87) \cdot 480 = 417.6 \\ 4x_1 + 6x_2 &= (0{,}89) \cdot 480 = 427.2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{bmatrix} x_1^* \\ x_2^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 36{,}96 \\ 46{,}56 \end{bmatrix}$$

$$z^* = 1267.2 - 15(36{,}96) - 15(46.56) = 14{,}4 \text{ dk}$$

Bakım sürelerinde -%1 azaltma, kullanılmayan süreleri de yarıyarıya azalttı.

TAHA 2.4b. Soru 2

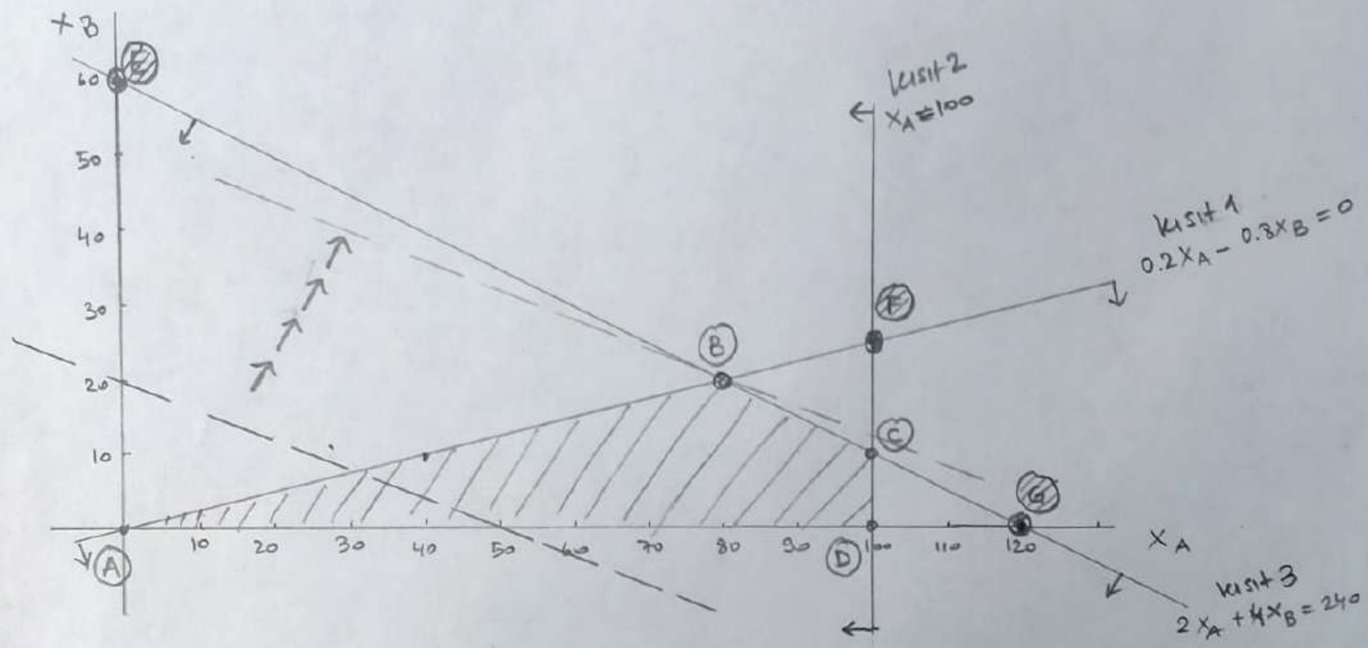
Kısıt1.. $X_A \geq 0.8(X_A + X_B) \Rightarrow 0.2X_A - 0.8X_B \geq 0$

Kısıt2.. $X_A \leq 100$

Kısıt3.. $2X_A + 4X_B \leq 240$

Amaç.. Max $20X_A + 50X_B$

$X_A^* = 80 \quad X_B^* = 20 \quad Z^* = 2600$



Ⓐ (0,0) $Z = 0$

Ⓑ $2X_A + 4X_B = 240$
$0.2X_A - 0.8X_B = 0$ $\Rightarrow$ (80,20) $Z = 2600$ ✓ (En iyi) !

Ⓒ $2X_A + 4X_B = 240$
$X_A = 100$ $\Rightarrow$ (100,10) $Z = 2000 + 500 = 2500$

Ⓓ (100,0) $Z = 2000$

Ⓔ (0,60) olurlu değil

Ⓕ (100,25) olurlu değil.

Ⓖ (120,0) olurlu değil

Optimum çözümde
kısıtlardaki dolgu/artık değişkenler

Kısıt 1 : artık sıfır (Aktif)
Kısıt 2 : dolgu değ. $s = 20$
Kısıt 3 : dolgu sıfır (Aktif)

X_B'nin birim kârı 50 → 40 olursa
Alternatif çözüm olur.
[B, C] arası doğru.