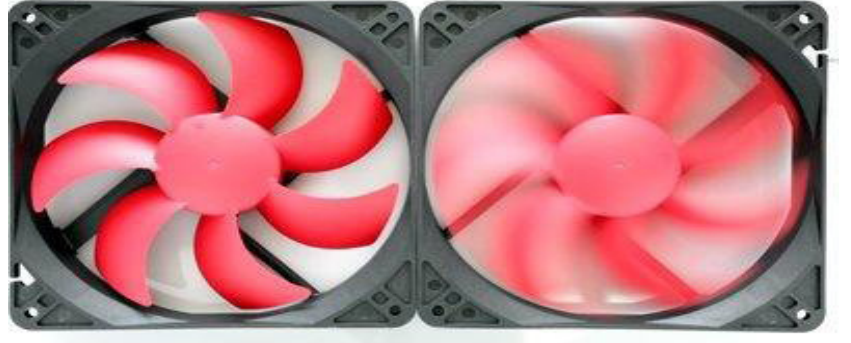


# 9. BÖLÜM



## Katı Cisimlerin Dönme Hareketi

9.1 Açısal Hız ve Açısal İvme

9.2 Sabit Açısal İvme ile Dönen Cisimler

9.3 Açısal ve Teğetsel Değişkenler

9.4 Dönme Enerjisi

9.5 Eylemsizlik Momentinin Hesabı

9.6 Paralel Eksenler Teoremi

9.7 Farklı Geometrideki Cisimlerin Eylemsizlik Momentleri

9.8 Tork

9.9 Tork ve Açısal İvme Arasındaki Bağını

9.10 Dönme Hareketinin İş, Güç-Enerji

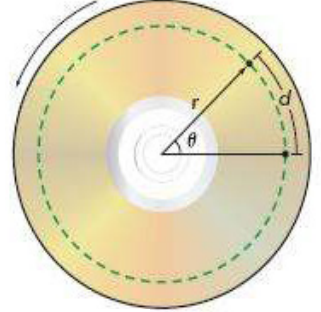
Bölüm Sonu Soruları

Bu bölümde sabit bir eksen etrafında dönen cisimleri inceleyeceğiz. Ele aldığımız cisimlerin katı olması gerekir. Maddenin katı hali dönme hareketi sonucu şeklinin bozulmamasına olanak verir.

**Katı cisim:** Cismi oluşturan moleküller sabit konumlarda ve zamanla cismin şekli bozulmadan içindeki parçacıkların sadece titreşim hareketi yaptığı maddede fazıdır.

## 9.1 Açısal Hız-Çizgisel Hız ve İvme

Katı cisimler öteleme hareketi yapmadan sabit bir eksen etrafında sabit hızla dönünce düzgün **dönme hareketi** yaparlar. Eşit zaman aralıklarla eşit açı tarama hızına sabit açısal hız denir ve ' $\omega$ ' ile gösterilir. Açısal hızın birimi 360 dereceyi  $2\pi$  radyana çevirince 'rad/s' (radyan/saniye) yada 'rpm' (devir/dakıda) alınır. Açısal hızı sabit olan bir cisim üzerinde dönme merkezinden kenarlara kadar olan tüm parçacıkların açısal hızı aynıdır. Çünkü cisim bir devir attıktan sonra cismi oluşturan bütün parçalarının birbirlerine göre konumları değişmez. Parçacıklar dışa doğru savrulmak isteseler bile madde katı olduğu için birbirinden ayrılamazlar.



$$\omega = \frac{d\theta}{dt}$$

$$d = r \cdot d\theta$$

$$V = r \cdot \omega$$

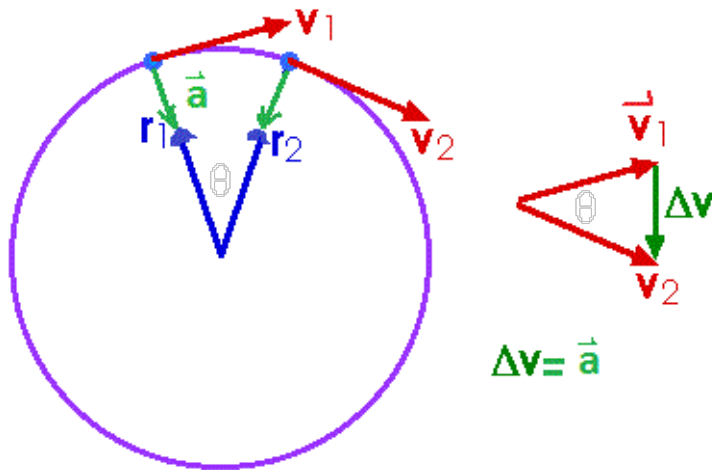
**Çizgisel hız:** Herhangi bir cismin aldığı mesafenin uzunluk ölçüsü cinsinden geçen süreye oranıdır. Hızın tanımı zamanla yerdeğiştirme olduğuna göre dönen cisim üzerindeki bir noktanın çizgisel hızı süre içinde aldığı mesafedir. Dairesel harekette çizgisel hız yarıçap ve açısal hız ile doğru orantılıdır. Çizgisel hıza aynı zamanda teğetsel hız da denir.  $[V = \omega \cdot r]$  formülü ile bulunan çizgisel hızın birimi normal hız gibi 'm/s' (metre/saniye) dir. Dönen cismin merkezindeki noktanın çizgisel hızı sıfırdır. Yani bu nokta sadece kendi etrafında döner zamanla yol almaz. Ama merkezden uzaklaştıkça tüm parçalar aynı süre içinde aynı tur attıklarına göre yarıçapı dolayısıyla çevresi fazla olan halka üzerindeki parçacık daha çok yol alır ve daha büyük çizgisel hıza sahiptir. Demek çizgisel hız hem açısal hıza hem de yarıpa bağlıdır ( $V = r \cdot \omega$ ).

Çizgisel hız vektörel bir büyüklük olduğu için zamanla şiddeti değişmezken yönü çember üzerinde sürekli değişir. İvme hızın zamana göre değişimi olduğundan dairesel harekette hızı sürekli merkeze çeken bir kuvvet vardır ve bu kuvvet ivmeyi oluşturur. Bu ivmeye merkezci (radyal) ivme denir.

\* Merkezci ivme ile çizgisel hız vektörü her zaman birbirine dik yönlüdür.

$$a = \frac{V^2}{r}$$

$$a = \omega^2 \cdot r$$



Sabit bir eksen etrafında dönerken katı cisim üzerindeki her parçacığın açısal hızı aynı olur. Diğer yandan çizgisel ivme çizgisel hızın zamana göre değişimine eşit olan bir vektörel büyüklüktür.

$$a = \frac{dV}{dt} = \frac{d\omega \cdot r}{dt} = \frac{d\left(\frac{d\theta}{dt} \cdot r\right)}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2} \cdot r$$

olur ki buna çizgisel ivme denir.

\* Bu ivme her zaman çizgisel hız ile aynı doğrultudadır ve yarıçap vektörüne diktir

## 9.2 Sabit Açısıl İvme ile Dönme Kinematiki

Doğrusal harekette olduğu gibi düzgün dairesel harekette de sabit ivme ile dönme hareketi incelenecektir. Yani cisim ilkin durgun iken dönmeye başlayacak ve ivme ile giderek hızlı dönecektir.

$$\frac{d\omega}{dt} = a \Rightarrow \int_{\omega_{ilk}}^{\omega_{son}} d\omega = a \int dt \Rightarrow \boxed{\omega_{son} = \omega_{ilk} + a \cdot t}$$

$$\boxed{\theta_s = \theta_i + \omega_i \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2}$$

$$\boxed{\omega_{son}^2 = \omega_{ilk}^2 + 2a(\theta_s - \theta_i)}$$

## 9.3 Açısıl ve Teğetsel Değişkenler

$$\boxed{\vec{a}_t = \frac{dV}{dt}}$$

teğetsel ivme

Dairesel harekette cismin anlık ivme ve hız bileşenlerini incelersek, ismin çizgisel hızının miktarını değiştiren ve sürekli hareketin olduğu çembere teğet olan ivmeye çizgisel (teğetsel) ivme denir. Teğetsel ivme her zaman çizgisel hızın doğrultusundadır.

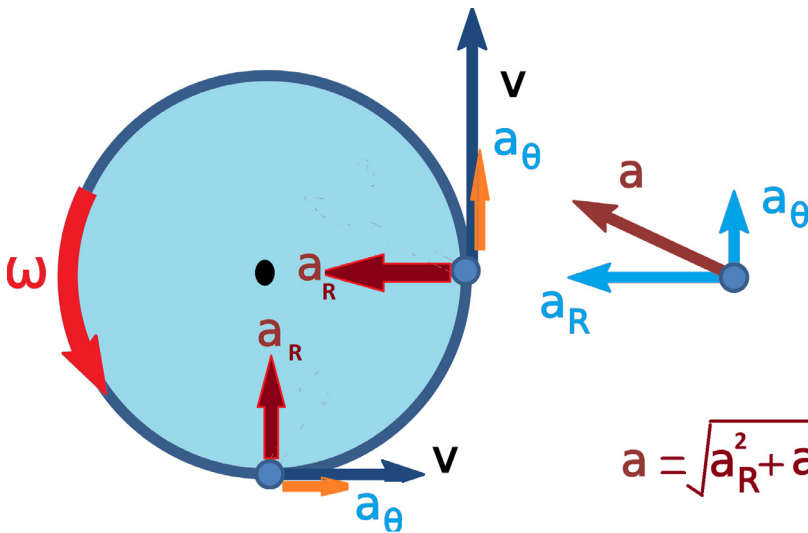
$$\boxed{\vec{a}_r = \frac{V^2}{r}}$$

merkezcil ivme

Cismin çizgi üzerinde ve hareket yönündeki hızı teğetsel (çizgisel) hız demiştik. Şimdi de bu hızı değiştiren ivmeleri ele alalım. Cismin çizgisel hızının yönünü değiştiren ivmeye merkezcil(radyal) ivme denir. Bu ivme her zaman hız vektörüne diktir.

★

Cismin toplam ivmesi teğetsel ivme ile merkezcil ivmenin vektörel toplamıdır.



$a_\theta$  = teğetsel ivme

★ cismin hareketinin çizgisel hızındaki değişmeyi sağlar

$a_r$  = radyal ivme

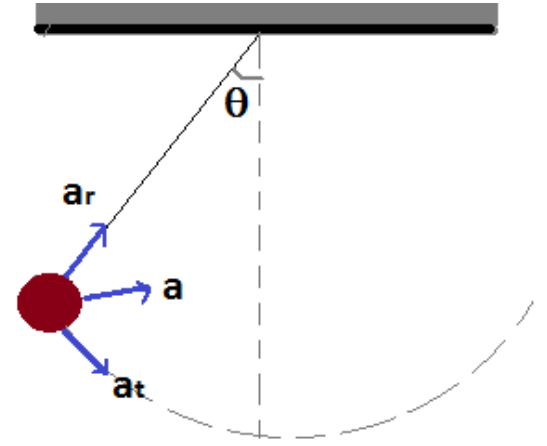
★ cismin hareketinin yönündeki değişmeyi sağlar

$$a = \sqrt{a_R^2 + a_\theta^2}$$

### ÖRNEK 9.1

Şekildeki gibi, 0.5 m uzunluğunda bir ipin ucuna bağlanan bir top, yerçekiminin etkisi altında düşey bir daire çerçevesinde salınmaktadır. Cisim, düşeyle  $\theta=20^\circ$ ’lik açı yaptığı zaman top 1.5 m/s’lik hıza sahiptir.

- İvmenin bu andaki radyal ( $a_r$ ) bileşenini bulunuz
- $\theta=20^\circ$  olduğu zaman teğetsel ivmenin ( $a_t$ ) büyüklüğü nedir?
- $\theta=20^\circ$ ’de toplam ivmenin ( $a$ ) büyüklüğünü ve doğrultusu nedir?

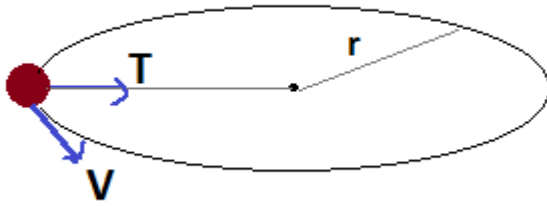


### ÇÖZÜM:

$$\theta=20^\circ \quad V=1.5 \text{ m/s}$$

- Merkezcil ivme:  $a_r = V^2/r = (1.5 \text{ m/s})^2 / (0.5 \text{ m}) = 4.5 \text{ m/s}^2$
- Teğetsel ivme:  $a_t = g \cdot \sin \theta = (9.8 \text{ m/s}^2) \cdot \sin(20^\circ) = 3.4 \text{ m/s}^2$
- $a = a_r + a_t$  İvmenin büyüklüğü:  $|a| = (a_r^2 + a_t^2)^{1/2} = [(4.5 \text{ m/s}^2)^2 + (3.4 \text{ m/s}^2)^2]^{1/2} = 5.6 \text{ m/s}^2$   
yönü:  $\phi = \arctan(a_t/a_r) = \arctan[(3.4 \text{ m/s}^2)/(4.5 \text{ m/s}^2)] = 37^\circ$  bulunur.

### ÖRNEK 9.2



Şekilde görüldüğü gibi 0.5 kg kütleli bir top, 1.5 m uzunluğunda kablunun ucuna bağlanmıştır. Top, yatay düzlemde dairesel yörüngede sabit hızla döndürülüyor. Kablo 50 N’luk maksimum gerilmeye dayanabiliyor. Kablo kopmadan önce topun sahip olabileceği maksimum çizgisel hız nedir?

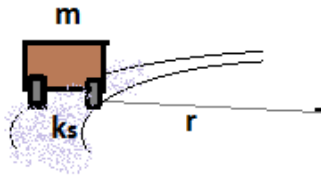
### ÇÖZÜM:

$$\Sigma T = m \cdot a_r = m \cdot V^2/r$$

$$T = m \cdot V^2/r \Rightarrow V = (r \cdot T/m)^{1/2}$$

$$V_{\max} = (r \cdot T_{\max}/m)^{1/2} \quad V_{\max} = [(1.5 \text{ m}) \cdot (50 \text{ N}) / (0.5 \text{ kg})]^{1/2} = 12.2 \text{ m/s}$$

### ÖRNEK 9.3



Şekilde görüldüğü gibi 1500 kg kütleli bir araba düz bir yolda 35 m yarıçaplı bir virajda hareket etmektedir. Kuru zemin için yol ile tekerlekler arasındaki statik sürtünme katsayısı  $k_s = 0.5$  ise arabanın emniyetli olarak dönebilmesi için sahip olabileceği maksimum hızı kaç m/s dir?

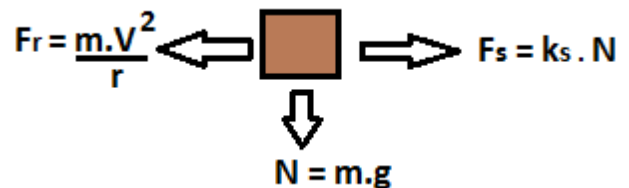
### ÇÖZÜM:

$$F_r = m \cdot a_r = m \cdot V^2/r,$$

$$F_{s,\max} = k_s \cdot N, \quad N = m \cdot g$$

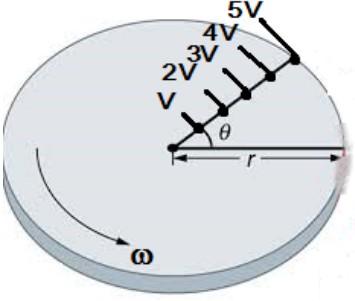
$$V_{\max} = (r \cdot F_{s,\max}/m)^{1/2} = (k_s \cdot m \cdot g \cdot r/m)^{1/2} = (k_s \cdot g \cdot r)^{1/2}$$

$$V_{\max} = [(35 \text{ m}) \cdot (0.5) \cdot (9.8 \text{ m/s}^2)]^{1/2} = 13.1 \text{ m/s}$$



## 9.4 Dönme Enerjisi

Doğrusal yolda hareket eden cisimlerin kinetik enerjiye sahip oldukları gibi bir eksen etrafında dönen cisimler de dönme kinetik enerjisine sahiptirler. Bu enerji aslında cismi oluşturan alt parçacıkların sahip olduğu çizgisel hızlarından oluşan doğrusal kinetik enerjileri toplamıdır.



$$K_i = \frac{1}{2} m_i v_i^2$$

$$K_D = \sum \frac{1}{2} m_i v_i^2$$

$$= \frac{1}{2} \sum m_i r_i^2 \omega^2$$

$$I = \sum m_i r_i^2$$

Cismin atalet (tembellik) momentidir. Harekete karşı koyduğu eylemsizlik momentidir. Birimi [kg.m<sup>2</sup>]

$$K_D = \frac{1}{2} I \omega^2$$

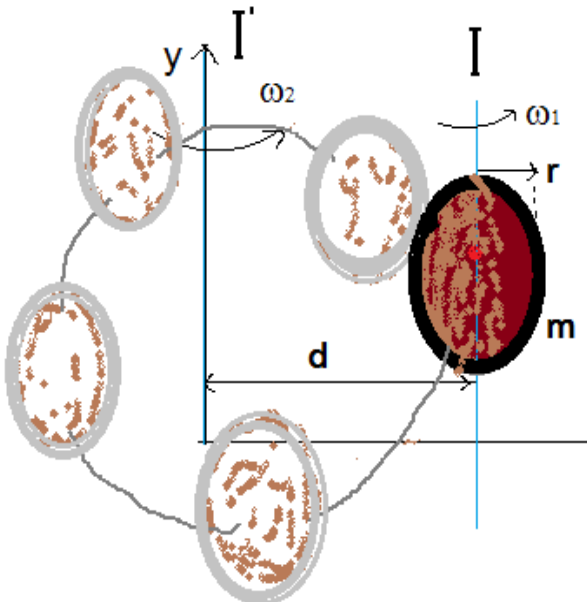
★ Cismin dönme kinetik enerjisi dönme (açısal) hızına bağlı olduğu gibi cismin şekline de bağlıdır. Dönmede açısal hız sabit iken parçacıkların dönme eksenine göre konumu önemli bir kriterdir. Atalet momenti merkezden uzaklığın karesiyle doğru orantılı olduğuna göre kütleli parçacıklar merkezden uzaklaştıkça eylemsizliği artar ve hareketi sırasında dönme kinetik enerjisi büyük olur.

## 9.5 Eylemsizlik Momentinin Hesabı

Eylemsizlik momenti (I) ne cismi dönmeye karşı olan direnci ya da dönmeme ataleti demiştik. Bu atalet cismi oluşturan bütün parçacıkların kütlesi ile konumlarının karesiyle çarpımıdır. Yani kütle cismi dönme merkezine ne kadar uzak ise dönmeye karşı direnci de o kadar fazladır. Cisim homojen olursa kütle hesabını birim yoğunluk ile hacmin çarpımı şeklinde yazılabilir. Burda eylemsizlik momentinin hacimsel olarak hesaplanmasının vereceği kolaylık hacim hesaplanırken konum değerleri yani cismin boyutlarını kullanabilmektir.

$$I = \sum m_i r_i^2 = \rho \cdot V \cdot r^2 = \rho \int r^2 \cdot dV$$

## 9.6 Paralel Eksenler Teoremi



Yandaki şekilde cismin kütle merkezinden geçen eksene göre eylemsizlik momenti  $I_{KM}$  olsun. Bucisim x-y koordinat düzleminde şekildeki gibi yerleştirilmiş ise cismin y' eksenine göre dönmesi sonucu daha büyük bir eylemsizliğe sahip olası beklenir. Çünkü biz dönme eksenini y den y' eksenine taşıdık. Böylece tüm parçacıkların konumu dönme eksenine göre daha uzakta kaldı. Yeni eylemsizlik momenti I' olsun; ilk durumdaki eylemsizlik momenti ile yeni durumdaki uzaklık katkıları toplamı I' yı verecektir.

$$I' = I_{KM} + m \cdot d^2$$

yeni eksene göre eylemsizlik momenti

kütle merkezinin eylemsizlik momenti

cismin toplam kütlesi

eksene olan uzaklık

## 9.7 Farklı Geometrideki Cisimlerin Eylemsizlik Momentleri

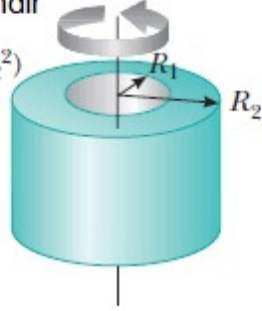
silindirik kabuk

$$I_{CM} = MR^2$$



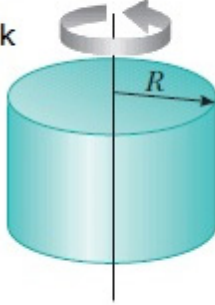
içi oyulmuş silindir

$$I_{CM} = \frac{1}{2} M(R_1^2 + R_2^2)$$



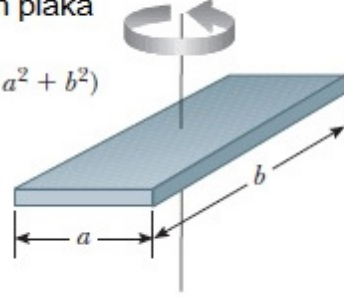
silindir veya disk

$$I_{CM} = \frac{1}{2} MR^2$$



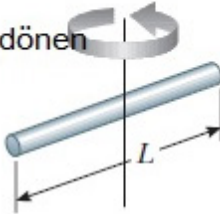
dikdörtgen plaka

$$I_{CM} = \frac{1}{12} M(a^2 + b^2)$$



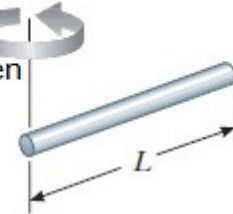
merkezinden dönen  
çubuk

$$I_{CM} = \frac{1}{12} ML^2$$



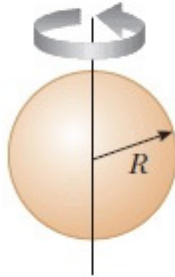
kenarından dönen  
çubuk

$$I = \frac{1}{3} ML^2$$



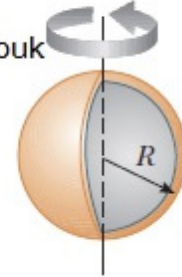
içi dolu küre

$$I_{CM} = \frac{2}{5} MR^2$$



içi boş küresel kabuk

$$I_{CM} = \frac{2}{3} MR^2$$

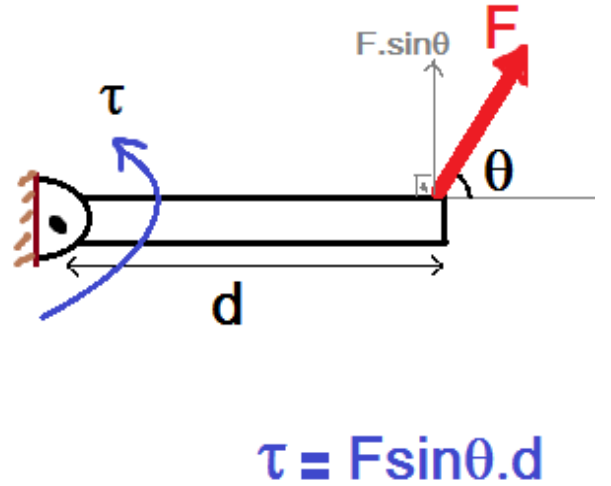
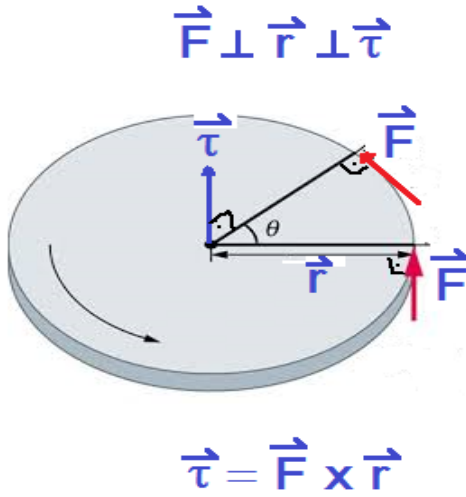


## 9.8 Tork

Konumuz dönme hareketi ve dönmenin mekanik incelenmesi olduğundan anlık dönmeye sebep olan etkiye değinmeden geçmek olmaz. durgun bir cismi doğrusal bir yolda hareket ettiren ve hız değişimine sebep olan kuvvet nasıl önemli ise, dönme hareketinde dönmeye sebep olan etkiye de **tork** denir.

\* **Tork:** Kuvvetin bir eksen etrafında dönebilen bir cisim üzerindeki döndürme etkisidir. Kapı kolları kapının menteşelendiği kenara en uzak olacak şekilde yapılmasının sebebi küçük kuvvetlerle kapıyı rahatlıkla açabilmektir. Buradan bir cismi döndürme etkisinde yani torkta döndüren kuvvet önemli olduğu kadar kuvvetin etki ettiği yerin dönme noktasına olan uzaklığı da önemlidir.

\* Tork döndürücü kuvvet ile dönme noktası uzaklıklarının vektörel çarpımıdır.



\* Kuvvet cismi saat yönünün tersine döndürürse tork pozitif(+), saat yönünde döndürürse negatif(-) işaretli olur.

Tork en iyi sağ el kuralı ile açıklanır. Dört parmak kuvvetin yönünü göstermek için doğrultulunca dönme eksenini avuç içinde kalır ve baş parmak torkun yönünü gösterir. Yani cisim saat yönünün tersine döner ve tork pozitif yönlü yukarı doğru olur.



## 9.9 Tork ve Açısal İvme Arasındaki Bağntı

Doğrusal harekette cismin ivmeli hareketine neden olan net kuvvet olduğu gibi dönme hareketinde de tork cismin ivmeli dönmesine sebep olur. Tork kuvvet ile kuvvetin döndürme ekenine olan uzaklığı çarpımı olduğundan ( $\tau = F \cdot d$ ) cismin hareketi açısal bir ivmeye sahip olacaktır. Cismin dögüsel hareketi torktan dolayı ivmeli hareket olacak ve bu ivme tork ile doğru orantılı artacaktır.

$$\tau = I \cdot a$$

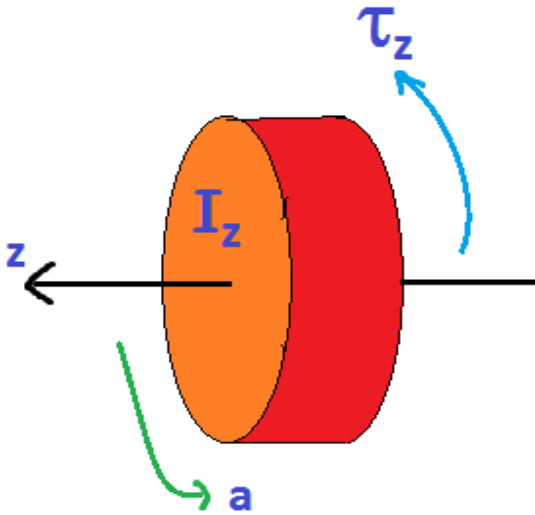
net tork      eylemsizlik momenti      sistemin ivmesi

$$\vec{F}_{\text{net}} = m_{\text{toplam}} \cdot \vec{a}_{\text{sistem}}$$

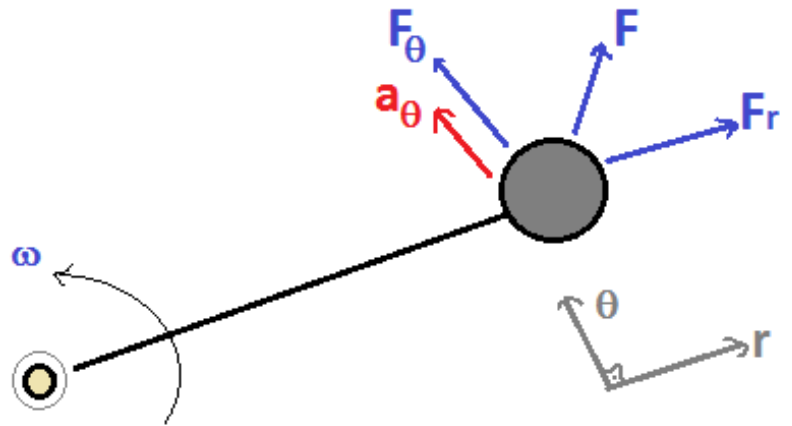
Açısal ivme ile tork arasındaki ilişki doğrusal harekette olduğu gibi bir orantı sabitine bağlıdır. doğrusal harekette kuvvet ile ivme oranı cismin kütesne eşit idi. Dönme hareketinde bu sabit cismin eylemsizlik momentidir. Cismin eylemsizlik momenti cismin kütesinin dönme eksenine göre dağılımını ifade ediyordu ve dönmeye karşı gösterdiği eylemsizlik idi.

$$\sum r \cdot F = \sum m \cdot r^2 \cdot a$$

$\tau$        $I$



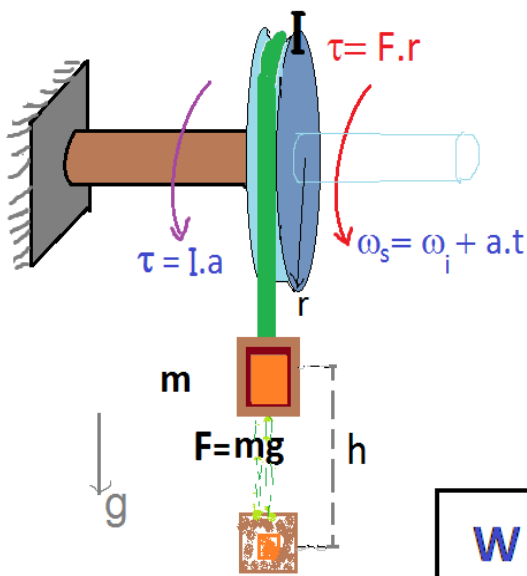
$$\tau_z = I_z \cdot a_z$$





## 9.10 Dönme Hareketinme İş, Güç-Enerji

Fizikteki işin kuvvetle alınan yolun çarpımı olduğunu biliyoruz. Net kuvvetin oluşturduğu tork da dönen cisimlere dönme enerjisi kazandırır. Doğrusal yolda kuvvetin yol ile çarpımı yerine burda kuvvet zaten yarıçapla çarpılınca torku vermiş oluyor. Ama fizikteki işin kuvvet doğrultusunda alınması gerektiği yani kuvvet ile alınan yolun paralel olması gerektiği unutulmamalıdır. Dönme hareketinde ise kuvvet ve yarıçap vektörü birbirine dik olduğu için çarpımları işi vermeyecektir. Bunun yerine farklı bir boyutta yapılan işlemler bize işi verecektir. Farklı bir boyut derken neyi kastettiğimizi açıklayalım. Tork nedeniyle cisim öteleme hareketiyle yol almaz ama açısal olarak döndüğünden burda alınan yol yerine taranan açı bizim için önemli olur. Yarıçap ne kadar açı tararsa kuvvet dalayısıyla tork okadar iş yapmış olur. Yani tork ile açısal hızın çarpımı ( $\tau \cdot \omega$ ) bize dönme hareketinde birim zamanda yapılan işi ( $\Delta W / \Delta t$ ) verecektir. Bu da güce eşittir ( $P = \tau \cdot \omega$ ).



$$F = mg$$

$$W = F \cdot h$$

$$\tau = F \cdot r$$

$$\tau = I \cdot a$$

$$a = \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$$

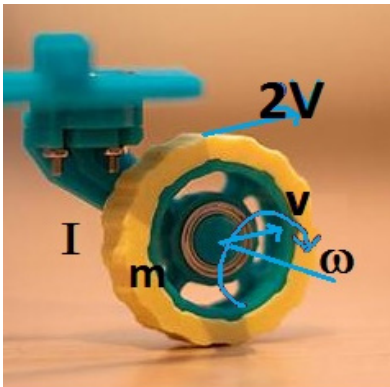
$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \tau \cdot \omega$$

$$W = \frac{1}{2} I (\omega_{\text{son}}^2 - \omega_{\text{ilk}}^2)$$

$$P = \tau \cdot \omega$$

Bir cisim dönerken cismi oluşturan tüm parçacıklar aslında hareket halindedir. Herbir parçacığın çizgisel hızından dolayı sahip olduğu kinetik enerjileri cismin toplam dönme kinetik enerjisine eşittir. Dönme kinetik enerjisi cismin açısal hızına ve toplam kütesine bağlıdır. Doğrusal hareketteki kinetik enerji formölüne oldukça benzerdir. Dönme kinetik enerjisi:

$$E = \frac{1}{2} I \omega^2$$



$$E_{\text{toplam}} = E_{\text{kinetik}} + E_{\text{dönme}}$$

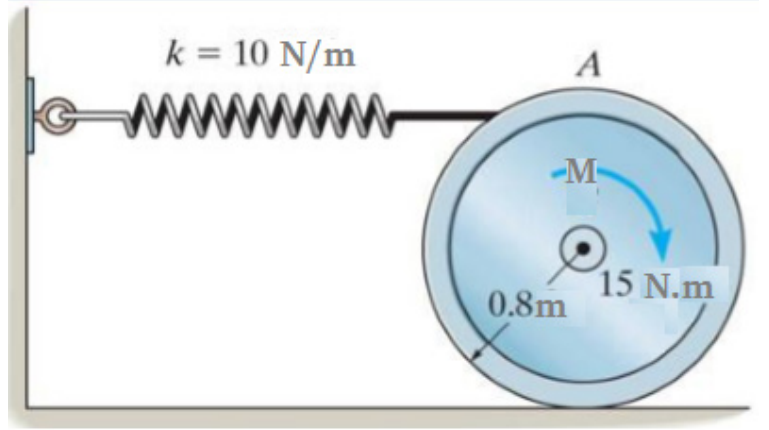
$$E_{\text{kinetik}} = \frac{1}{2} m v^2$$

$$E_{\text{dönme}} = \frac{1}{2} I \omega^2$$

$$E_{\text{toplam}} = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} I \omega^2$$

### ÖRNEK 9.4

Yandaki şekilde verilen diskin kütlesi 1.24 kg ve yarıçapı ise 0.8 m' dir. 15 N.m şiddetinde bir moment cisme etkimektedir ve yayın rijitliği  $k=10 \text{ N.m}$  dir. Yay başlangıçta uzamamış durumda iken tekerlek durağan halden harekete geçiyor ve kaymadan yuvarlanıyor. Silindirin merkezi 0.5 m ilerledikten sonra, tekerleğin açısal hızını bulunuz.



### ÇÖZÜM :

Yapılan iş:  $U_{1-2} = -1/2k[(x_2)^2 - (x_1)^2] + M.(\theta_2 - \theta_1)$   $\Delta x = x_2 - x_1 = 1 \text{ m}$  (M noktası 0.5m ilerlerken A noktası iki katı yani 1m yol alır.)  
 $x_1 = 0$  ,  $x_2 = 2(0.5)$

$$U_{1-2} = -1/2(10)(1^2 - 0) + 15(0.5/0.8) = 4.375 \text{ N.m} \quad \Delta\theta = \Delta x / r$$

Kinematik İlişki:  $V_M = r \omega = 0.8\omega$

Kinetik Enerji:  $T_1 = 0$  (durağan halde)

$$T_2 = 1/2m (V_M)^2 + 1/2I_M \omega^2$$

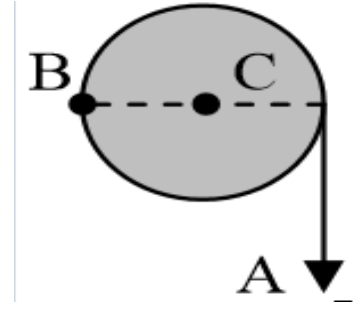
$$T_2 = 1/2(1.24\text{kg})(0.8\omega)^2 + 1/2(1.24\text{kg})(0.8)^2\omega^2$$

$$T_2 = 0.7936 \omega^2$$

İş ve Enerji Prensibi:  $T_1 + U_{1-2} = T_2$   
 $= 0 + 4.375 = 0.7936 \omega^2$   
 $\omega = 2.35 \text{ rad/s}$

### ÖRNEK 9.5

Makaraya sarılı ipin A ucu sabit ivme ile çekilirken  $t = 0$  anında B noktasının toplam ivmesi  $5 \text{ m/s}^2$  ve hızı  $2 \text{ m/s}$  olduğuna göre ipin A ucunun ivmesi kaç  $\text{m/s}^2$  dir? Yarıçap  $r = 1 \text{ m}$ .



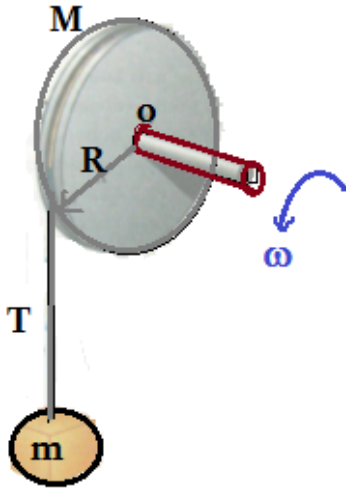
ÇÖZÜM :

$$a_B^2 = a_t^2 + a_n^2 = a_t^2 + \left(\frac{v^2}{r}\right)^2$$

$$5^2 = a_t^2 + \left(\frac{2^2}{1}\right)^2 \rightarrow a_t^2 = 9$$

$$a_{ip} = a_t = 3 \text{ m/s}^2$$

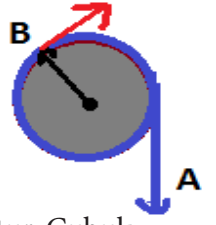
### ÖRNEK 9.6



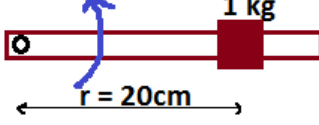
Yarıçapı  $R$ , kütlesi  $M$  ve eylemsizlik momenti  $I$  olan bir tekerlek sürtünmesiz yatay bir mil üzerine monte edilmiştir. Tekerlek etrafına sarılı hafif bir ipin ucunda  $m$  kütleli bir cisim vardır. Tekerleğin açısal ivmesini , asılı cismin çizgisel ivmesini ve ipteki gerilmeyi bulunuz.

## Bölüm Sonu Soruları

1- Yarıçap  $r$  olan makaraya sarılı ipin A ucu  $7 \text{ m/s}^2$  sabit ivme ile çekilirken  $t = 0$  anında B noktasının toplam ivmesi  $a_B = 15 \text{ m/s}^2$  dir. Yarıçapı hesapladıktan sonra bulacağınız B noktasının hızı  $V_B$  kaç  $\text{m/s}$  dir?

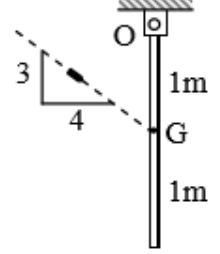


2-  $\omega = 3 \text{ rad/s}$

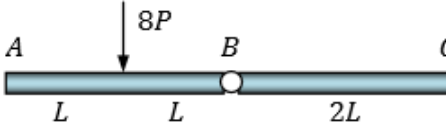


Şekildeki gibi O noktasında menteşelenmiş sistem kurulmuştur. Çubuk üzerinde serbestçe kayabilen  $1 \text{ kg}$  kütleli cisim başta O noktasındadır. Çubuk sabit  $\omega = 3 \text{ rad/s}$  açısal hız ile dönmeye başlayınca cisim O noktasından  $0.2 \text{ m}$  uzaktayken sahip olacağı toplam hız kaç  $\text{m/s}$  olur?

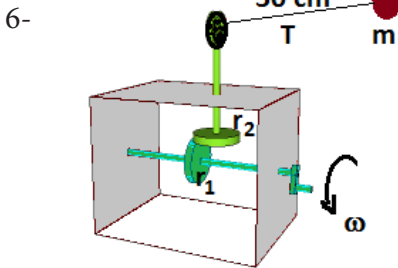
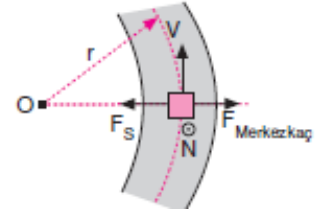
3- Kütlesi  $50 \text{ gram}$  olan bir mermi şekildeki gibi  $20 \text{ kg}$  loik  $2 \text{ m}$  uzunluğundaki çubuğun ortasına  $400 \text{ m/s}$  hızla saplanıyor. Mermi ve çubuk birlikte O noktası etrafında döndüklerine göre merminin saplamasından hemen sonraki açısal hız kaç  $\text{rad/s}$  olur? ( $I = mL^2/12$  ve  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$  alınır. )



4- Şekildeki gibi herbrinin uzunluğu  $2L$  ve kütleleri  $m$  iki çubuktan oluşmuş sistem B noktası etrafında serbestçe dönebilmektedir. Başlangıçta durgun olan bu sisteme görüldüğü gibi AB nin tam ortasına  $8P$  lik kuvvet yukardan uygulanırsa çubukların açısal ivmeleri oranı  $a_1/a_2$  kaç olur?



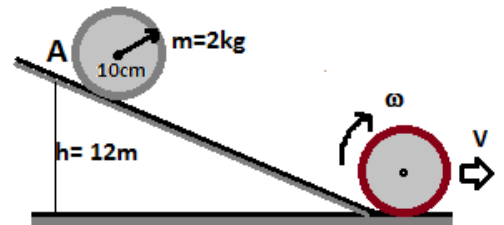
5-  $1200 \text{ kg}$  kütleli bir araba düz bir yolda,  $45 \text{ m}$  yarıçaplı bir virajda hareket etmektedir. Yol ile tekerlekler arasındaki statik sürtünme katsayısı kuru zemin için  $0,70$  ise, arabanın emniyetli olarak dönebileceği maksimum hızı bulunuz.



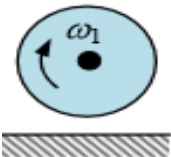
Şekildeki düzenekte  $\omega = 12 \text{ rad/s}$  açısal hızla döndürülen kol yardımıyla  $30 \text{ cm}$  uzunluktaki ipe bağlı  $m = 2 \text{ kg}$  kütleli cisim döndürülüyor. Sürtünmesiz olan bu sistemde  $r_1/r_2 = 1.5$  olduğuna göre T ip gerilmesi kaç Newton dur?

7- Bir mühendis, arabaların sürtünmeye güvenmeksizin savrulmadan dönebilecekleri eğimli bir otoyol virajı yapmak istiyor. Başka bir deyişle, yol buzlu olsa bile araba belirlenen hızla kaymadan virajı dönebilmelidir. Bir arabanın böyle bir virajı  $15 \text{ m/s}$  lik hızla dönebileceğini varsayınız. Virajın yarıçapı da  $60 \text{ m}$  olduğuna göre yolun eğimi kaç derece olmalıdır?

8- Sürtünmesiz eğik düzlemin  $12 \text{ m}$  yüksekliğinde serbest bırakılan  $2 \text{ kg}$ 'lık,  $10 \text{ cm}$  yarıçaplı disk serbest bırakılıyor. Disk yatay zeminde  $V$  öteleme hızı ile  $\omega$  açısal hızlarla hareket edince sahip olduğu toplam kinetik enerji kaç Joule'dur?



9- Yarıçapı  $0.5 \text{ m}$  olan diskin ağırlığı  $2 \text{ N}$  dur. Disk  $\omega = 10 \text{ rad/s}$  açısal hızla döndürülerek yatay zemine düşürülüyor. Disk ile zemin arasındaki sürtünme katsayısı  $\mu = 0.3$  olduğuna göre diskin zemine değdiği andan itibaren alacağı yol kaç metredir? ( $g = 9.81 \text{ m/s}^2$  )



10- Yandaki şekilde görüldüğü gibi kütleleri  $3 \text{ kg}$  olan iki cisim  $1 \text{ m}$  uzunluktaki ağırlıksız çubuklarla G noktası etrafında döndürülünce toplam atalet momenti kaç  $\text{kg.m}^2$  olur?

