

14. BÖLÜM



Harmonik Hareketler

14.1 Basit Harmonik Hareket

14.2 Salınımın Tanımı

14.3 Harmonik Hareket Uygulamaları

14.4 Basit Sarkaç

14.5 Fiziksel Sarkaç

14.6 Harmonik Harekette Enerji

14.7 Sönümlenmiş Salınımlar

14.8 Kuvvetlendirilmiş Salınım ve Rezonans

Bölüm Sonu Soruları



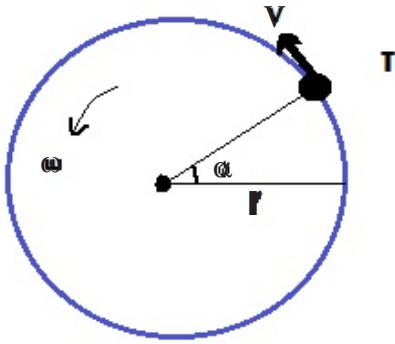
14.1 Basit Harmonik Hareket

Mekanik titreşimler, periyodik salınımlar ve tekrarlı hareketler fizikte **harmonik hareketler** adı altında incelenir. Harmonik harekete örnek olarak sarkaçlı duvar saati, yaya bağlı kütleli salınımı, krank miline bağlı motor pistonu, salıncak gibi daha birçok fiziksel örnekler hayatımızda mevcuttur. Basit harmonik harekete aynı zamanda **periyodik hareket** de denir. Çünkü belirli bir denge konumu etrafında yapılan hareket sürekli tekrarlanır.

Harmonik harekette enerji korunum kanunları ve kuvvetlerin denge şartları sıkça kullanılır. Eğer harmonik hareket süresince sürtünmeler önemsiz ve dış kuvvetler sisteme etki etmiyorsa enerji kaybı yoktur ve buna **sönümsüz harmonik hareket** denir. **Sönümlü harmonik harekette** ise dıştan sisteme etki eden bir sönümleyici etken vardır. Bu sürtünme kuvveti yada diğer dirençler olabilir. Sönümleyici etkenler her salınımda hareketin süresi ve cismin aldığı yol ile orantılı olarak sistemden enerji kaybına sebep olur.

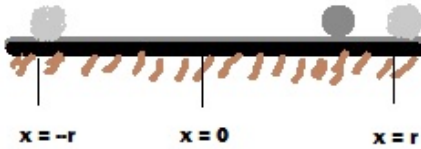
14.2 Salınımın Tanımı

Durgun haldeyken denge noktası etrafında dışardan verilen bir etki sonucu belirli bir frekansla yer değiştirmeye **salınım** denir. Salınımın periyodu, T , salınım aralığının tam bir tur alınması için geçen süredir. Salınım frekansı da bir saniyede yapılan salınım sayısıdır (s^{-1}) ve F ile gösterilir. Birimi Hertz' dir, Hz ile gösterilir.



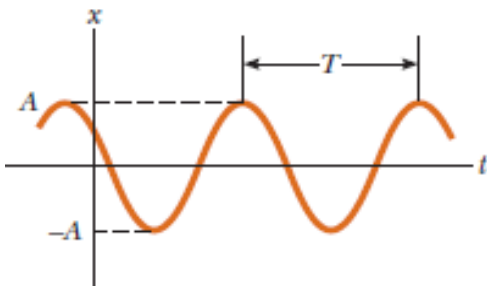
Harmonik hareket temel olarak düzgün dairesel hareketin yatay bileşenleri olarak da düşünülebilir. Yanda dairesel hareket yapan bir cismin çizgisel hızı sabit olduğu halde yatay düzlemdeki gölgenin hızı değişkendir.

Cisim dairesel pistin en üst ve en alt konumundayken yatay hız bileşenleri maximum olduğu için gölgenin hızı orta noktada V_{max} olmaktadır. En uçlarda ise hız sıfır olur ve hareketin genliği dairesel pistin yarıçapı r ye eşit olur.



Peki bu hareketi nasıl formüle dönüştürebiliriz?

Yarıçapı r olan düzgün dairesel hareketin taradığı belirli bir açı sonucunda x mesafesi üçgen eşitliğinden $r \cdot \cos(\alpha)$ olur. Değişken olarak girilen açı $\alpha = \omega \cdot t$ ve $\omega \cdot T = 2\pi$ olduğundan denklemin girdisi açısal hız, ω cinsinden yazılmalıdır. $\cos(\omega \cdot t)$ değeri +1 ile -1 arasında değişkenlik gösterdiği için x mesafesini zamana bağlı olarak $x(t) = r \cdot \cos(\omega \cdot t + \phi)$ diye tanımlayacağız.



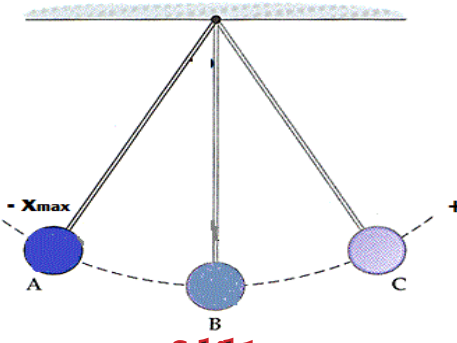
$$x(t) = r \cdot \cos(\omega \cdot t + \phi)$$

açıya bağlı
yatay konum

genlik

faz farkı
açısı

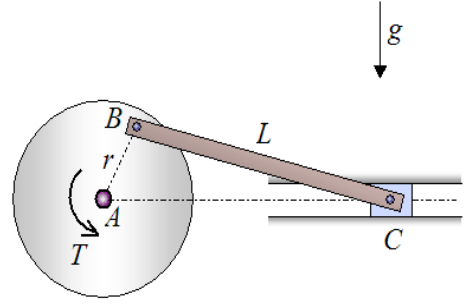
14.3 Harmonik Hareketin Uygulamaları



Şekil 1



Şekil 2



Şekil 3

Harmonik harekette zamana bağlı konum denklemini elde ettikten sonra günlük hayatımızdaki uygulamalarında sıkça kullandığımız cismin hızı ve ivmesi bizim için önemlidir. Örneğin şekil 3 teki diske bağlı kolun C noktasının yatak içindeki anlık hızı ve ivmesi elde edilirken bildiğimiz konum zaman deklemlerinden faydalanacağız.

Zamana bağlı konum denkleminizi $x(t) = r \cdot \cos(\omega \cdot t + \phi)$ olarak elde etmiştik.

Denklemin türevini alırsak hız denklemini buluruz. $dx/dt = V(t)$

$$dx(t)/dt = V(t)$$

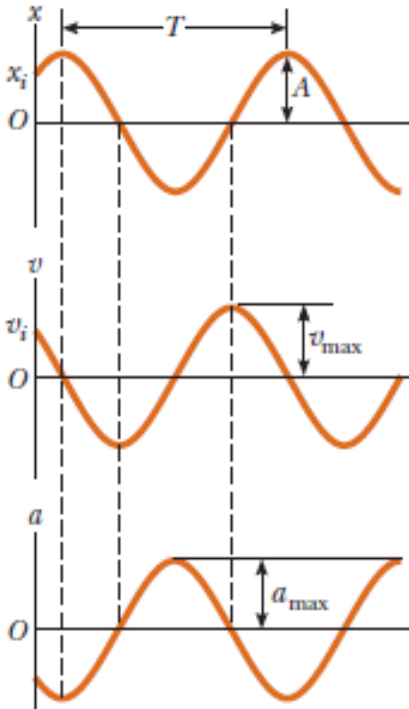
$$V(t) = -\omega r \cdot \sin(\omega \cdot t + \phi)$$

Denklemin bir daha türevini alırsak bu kez zamana bağlı ivmesini buluruz.

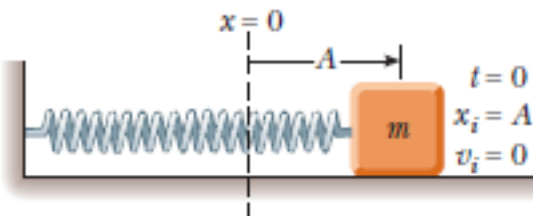
$$d^2x(t)/dt^2 = dV(t)/dt$$

$$dV(t)/dt = a(t)$$

$$a(t) = -\omega^2 r \cdot \cos(\omega \cdot t + \phi) \quad \text{olur.}$$



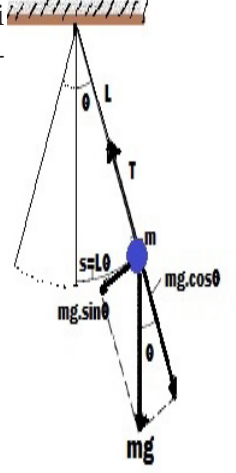
Konumun zamana göre değişimi trigonometrik bir fonksiyon olan $\cos(\theta)$ fonksiyonunun davranışı olduğundan bu fonksiyonun türevleri de aynı frekanstaki dalgalanın benzeri olacaktır. Yandaki şekilde de görüldüğü gibi konum, hız ve ivme grafikleri arasında $\phi = \pi/2$ kadar faz farkı mevcuttur. Bu faz farkı da uzanımın maximum olduğu yerde hızın sıfır olduğu uç noktalar, uzanımın sıfır olduğu yani denge konumunda hızın maximum olduğunu denklem matematiksel gösterir gösterir. Aynı şekilde ivmenin değeri de konum gibi $\cos(\theta)$ denkleminin bağlı olduğu için ivmenin maksimum olduğu nokta uç noktalar yani genliğin en fazla olduğu hızın da sıfır olduğu noktalardır. Bu ilişki $F=ma$ dan da anlaşılabilir. Çünkü kütle sabit olduğu için yaydaki geri çağırıcı kuvvet Δx in en fazla olduğu anda gerçekleşir ve ivme $a=F/m$ den bu noktada maksimumdur.



14.4 Basit Sarkaç

Genel bir tanımlama yaparsak yandaki şekilde görüldüğü gibi **sarkaç**, m kütleli bir cismin tavanda sabit bir noktaya bağlı kütlesi önemsiz esnemeyen bir ipin ucu-na bağlanarak denge konumu etrafındaki periyodik hareketidir.

Sarkacın açı verilenden sonra denge konumuna gelmesini sağlayan kuvvet cismin ağırlığının $mg\sin(\theta)$ bileşenidir. Bu bileşene aynı zamanda **geri çağırıcı kuvvet** de denir. Ağırlığın $mg\cos(\theta)$ da ipteki gerilme kuvveti oluşturan bileşenidir. Cisim denge konumuna gelmek istediği için zamanla açı küçülür ve $\sin(\theta)$ değeri de küçülür. Bu değer denge konumuna kadar küçülmesi sarkacın geri çağırıcı kuvvetinin de azalıp denge konumunda sıfıra eşit olduğu an olur.



- Burda önemli olan nokta sarkacın bir uçtan diğer uca gidince arada geçen sürenin bir tam periyot değil de periyodun yarısı, $T/2$ olduğudur. Yani cisim sağ uçtan hareket ettikten sonra tekrar aynı noktaya gelince tam bir tur atmış oluyor ve bu süre T ye eşit olur.

14.5 Fiziksel Sarkaç

Fiziksel sarkaç doğadaki herhangi asılı bir cismin salınımı sonucu yaptığı hareket olabilir. Buna örnek duvar saatinin sarkacı yada arabanın dikiz aynasına asılı nazar boncuğu olarak verilebilir. Salınım yapan cismin ağırlık merkezi tespit edilir ve dönme noktasına olan uzaklığı hesaplanır. Cismin ağırlığı mg nin dönme noktasına göre torku aynı zamanda eylemsizlik momentinin merkezci ivmesiyle oluşturduğu torka eşit olur.

$$mg.\sin(\theta)L = I.\alpha$$

Sistemin ivmesi, α , açı değişiminin $d\theta$ zamana göre ikinci türevi alınarak bulunur.

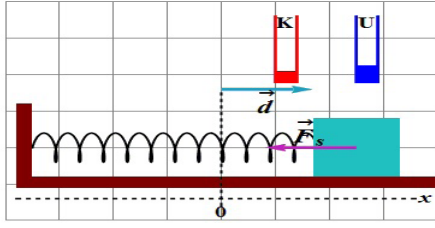
$$\begin{aligned} -(mgd)\theta &= I\alpha_z = I\frac{d^2\theta}{dt^2} \\ \frac{d^2\theta}{dt^2} &= -\frac{mgd}{I}\theta \end{aligned}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{mgd}{I}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgd}}$$

Düzenleme sonucu fiziksel sarkacın küçük açılar için temel frekans ve periyot formülleri elde edilir.

14.6 Harmonik Harekette Enerji



K=Kinetik enerji **U**=Potansiyel enerji

Bölümün başında da denildiği gibi basit harmonik harekette enerji korunumu önemlidir. Sönümsüz sistemlerde **enerji** her zaman korunur ve sistem kararlıdır. Yandaki şekilde yaya bağlı m kütleli cismin yaptığı periyodik harekette hız değiştiği için **kinetik enerjisi** de değişir. Hızın maximum olduğu denge konumunda sistemin bütün enerjisi kinetik enerjiye dönüşür. Genliğin en fazla olduğu uçlarda da yay gerildiği için enerji yayda **potansiyel enerji** olarak depolanmıştır.



Newton kanununa göre sisteme etkiyen net kuvvetin toplam kütle ile sistemin ivmesi çarpımı $F=m.a=-(m\omega^2).x$ ve $F=k.x$ den

$$k=m\omega^2$$

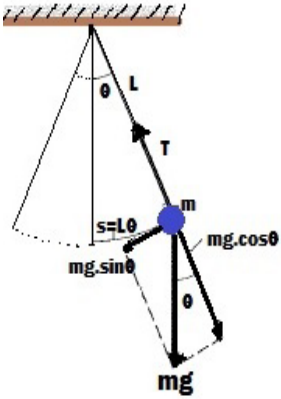
$$\omega=(k/m)^{1/2} \text{ den}$$

Hareketin periyodu saniye cinsinden bulunur

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

Yayda depolanan potansiyel enerji cismin hızının olmadığı uçlarda en fazladır ve $E = (1/2)k.x^2$ kadardır. Bu enerji cisim denge konumundan yayın ne gergin nede sıkışmış olduğu durumdan geçerkenki toplam kinetik enerjiye dönüşür.

$$(1/2)k.x^2=(1/2)m.V^2 \text{ denlemi yayın temel enerji eşitliği olur.}$$



Basit sarkaç süzeneğindeki denklemler salınımın gerçekleştiği noktaya göre torkların eşitliği ile bulunur.

Geri çağırıcı kuvvet $mgsin(\theta)$ kadardır ve oluşturduğu $\tau=mgsin(\theta)$ torkunu $I.\theta$ ya eşitlersek $mgsin(\theta)L=I.\alpha$ olur. burdaki I ($I=mL^2$): cismin eylemsizlik momenti, α : sistemdeki merkezci ivmedir. Bu eşitlik sonucunda denklemler düzeltilince

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

sarkacın periyodu elde edilir.

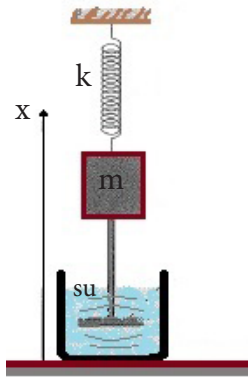
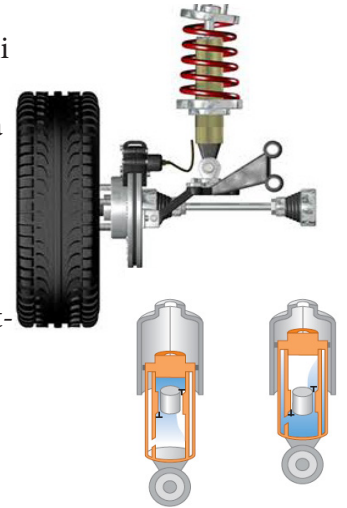
Sarkaç düzeneğindeki enerji korunumu m kütleli cismin yükseklik potansiyel enerjisinin denge konumundaki kinetik enerjiye dönüşmesiyle sağlanır.

Cisim en uçtayken yükseklik farkı $h=L-Lcos(\theta)$ kadar olur. Bu konumdaki potansiyel enerjiyi kinetik enerjiye dönüştürürsek

$$mg(L-Lcos\theta_{\max})=(1/2)m.V_{\max}^2 \text{ basit sarkacın temel enerji denklemi olur.}$$

14.7 Sönümlenmiş Salınımlar

Titreşimlerin sönümlenmesi, gürültünün azaltılması güvenli bir sürüş için önemli etkenlerdir. Seyahat halindeyken aracın kasıslı yollarda nasıl sallandığını, bu salınımın kazaya sebep olabileceğini uzmanlar bilimsel çalışmalarla belirlemiş ve buna göre çözümler üretmiştir. Araba rotlarına takılan süspansiyonlar bu titreşimleri azaltmak için üretilmiştir. İdeal sistemlerde sürtünme olmadığı için enerjinin korunduğunu söylemiştik. Sürtünmenin sebep olduğu enerji kaybı hareketin sönümlenmesine sebep olur ve sistem zamanla denge konumuna yaklaşır. Dışardan bir kuvvet etkisiyle genliğin alarak hareketsiz hale gelmesiyle oluşan harmonik hareketlere **sönümlü harmonik hareket** denir. Hareketi sönümleyen kuvvete **sönümleyici kuvvet (F)** ve sisteme olan etkisine **sönümleme katsayısı (b)** denir.

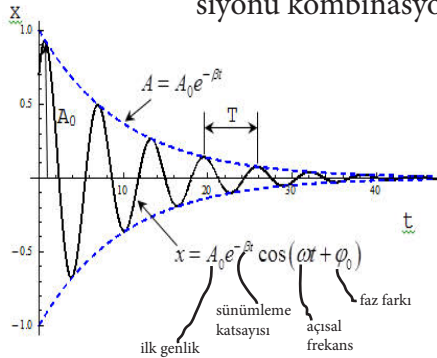


Sönümleyici kuvvetler genelde sürtünme kuvvetidir. Havada salınım yapan bir cisim ile suda salınan bir cisme aynı oranda sürtünme etki etmez. Suyun viskozitesi havanınkinden fazla olduğu için sudaki sürtünme daha fazla olur. Sürtünme kuvvetinin formülünü ($F_s = 0.5k.A.V^2$) hatırlarsak ortamın katsayısı (k), hareket eden cismin kesit alanı (A) ve hızın karesiyle (V^2) doğru orantılı olduğu görülür. Yandaki şekilde salınım yapan sistemin sönümleme etkisi suyun sönümleme katsayısı (b), sistemin hızının karesi ($V = dx/dt$)² ve su içindeki kısmın alanı (A) ile doğru orantılıdır. Sürtünme kuvveti sistemin hareketine ters etki ettiği için negatif işaretlerle işleme katacağız.

$$\sum F_x = -kx - bv_x = ma_x$$

$$-kx - b \frac{dx}{dt} = m \frac{d^2x}{dt^2}$$

Bu denklem bir differamsiyel denklem olduğundan çözümü trigonometrik ve üstel bir fonksiyonu kombinasyonu olur.



$$x = A e^{-(b/2m)t} \cos(\omega t + \phi)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{b}{2m}\right)^2}$$

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \left(\frac{b}{2m}\right)^2}$$

Şeklinde sönümleme frekansları elde edilir.

Burdaki ω_0 sistemin sönümleme olmadığı durumdaki açısal frekansıdır.

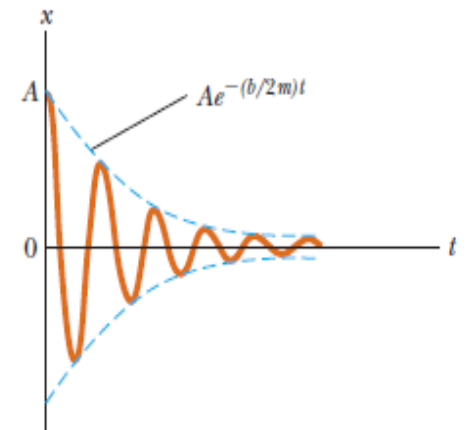
Sönümlü Harekette Enerji

Sönümlü hareketlerde mekanik enerji zamanla sürtünmeye dönüşerek sıfırlanır. Sistemin toplam mekanik enerjisi $E = \frac{1}{2}mv_x^2 + \frac{1}{2}kx^2$ formülü ile ifade edilir.

Birim zamanda kaybolan enerji bulunurken $dx/dt = V$ ve $dv/dt = a$ dönüşümü yapılır ve $\frac{dE}{dt} = mv_x \frac{dv_x}{dt} + kx \frac{dx}{dt}$, $\frac{dE}{dt} = v_x(ma_x + kx)$ formülleri elde edilir.

Böylece ivme yerine $ma_x + kx = -bdx/dt = -bv_x$, yazarak

$$\frac{dE}{dt} = v_x(-bv_x) = -bv_x^2 \text{ temel denklemi şeklinde ifade ederiz.}$$



14.8 Kuvvetlendirilmiş Salınım ve Rezonans

Salıncakta sallanan kardeşinizin daha çok sallanması için vermeniz gereken enerji salınımın yönüne ve salınım frekansına bağlı olduğunu bu bölümü okuyunca daha iyi anlayacaksınız. Sisteme dışardan verilen ve sistemin salınımını arttırıcı etkenlere **itici kuvvetler** denir. Bu kuvvetin frekansı salınımın doğal frekansı(ω) ile özdeş olmalıdır. Yani dışardan verdiğimiz enerjiyi arttırıcı etki sistemin denge konumunun $T/4$ ve $3T/4$ anlarında verilmelidir. Bu kuvvetlendirici etkenler denklemde genliğin artışına sebep olur yada sürtünmeli sistemlerde sistemin başlangıç genliğinde sabit kalmasını sağlarlar. Demekki kuvvetlendirici kuvvet zamana bağlı sürekli olarak $F(t) = F_{\max} \cos \omega_d t$ şeklinde periyodik ya da $T/4$ ve $3T/4$ anlarında anlık kuvvetler olmalıdır.

$$\sum F = ma \rightarrow F_0 \sin \omega t - b \frac{dx}{dt} - kx = m \frac{d^2 x}{dt^2}$$

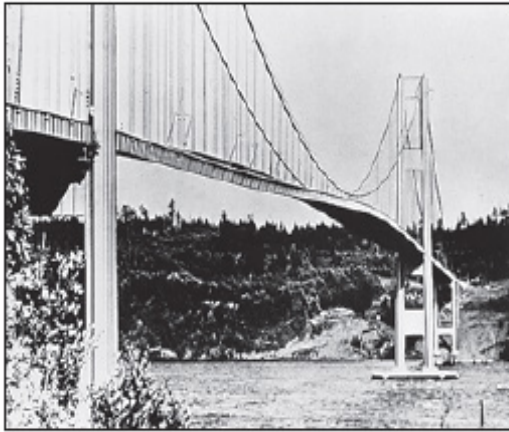
diffreansiyel denklemin çözümüyle $x = A \cos (\omega t + \phi)$ kuvvetlendiricinin genliğini

$$A = \frac{F_0/m}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \left(\frac{b\omega}{m}\right)^2}}$$

olarak elde ederiz.

Rezonans ve Sonuçları

Rezonans günlük hayatımızda çoğu zaman karşılaştığımız bir olaydır. Müzik aletlerindeki ses sistemlerin görüntüsünü ayarlarken, dinlemek istediğimiz radyonun frekansını girerken, elektrik devrelerinde akımı düzenlerken vb. olaylarda rezonansın fiziksel uygulamasını yani kuvvetlendiricinin frekansını salınımın yada dalgaların doğal frekansına eşitliyoruz. Tanımolarak, genliği salınımın genliği(A_0) seviyesinde tutarken kuvvetlendiricinin frekansını doğal frekansa eşitlemeye **rezonans** denir.



(a)

1940 ta rüzgarın türbülanslı frekansı ve Tacoma Narrows Küprüsü'nün salınım frekansı rezonansa girer.



(b)

Rüzgarın kuvvetlendirici etkisi yüzünden küprü yıkılır.

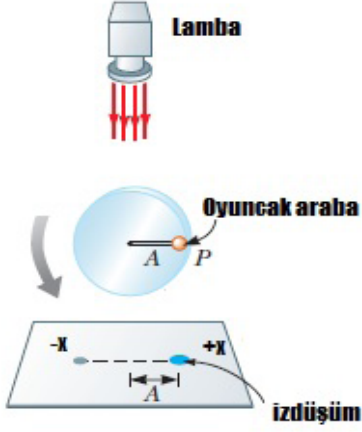
1. Yarıçapı 3 m olan dairesel bir pistte 8 rad/s açısal hızla saat yönünün tersine hareket eden bir oyuncak arabanın yatay (x-koordinatı) konumunu veren denklemi türetiniz. Bulduğunuz denklemde t=0 anında araba P(3, 0) noktasında ve kuzeye gidiyorsa arabanın t=8 saniyesindeki ivmesi kaç m/s² dir?

ÇÖZÜM

Dairesel bir pistte sabit açısal hızla hareket eden cisim aynı zamanda sabit çizgisel hızla da hareket ediyordur.

Çizgisel hız: $V = r \times \omega$ formülünden bulunacaktır. $V = (3 \text{ m}) \times (8 \text{ rad/s})$, $V=24 \text{ m/s}$

Dairesel hareketin yatay eksenindeki izdüşümü de basit harmonik hareket olacaktır.



$x(t) = r \cdot \cos(\omega \cdot t)$ formülünden t=0 iken x=3 oluyorsa r=3 bulunur. Buradan konumunu veren denklem $x(t) = 3 \cos(8 \cdot t)$ olur. [cvp]

İvmeyi veren denklem ise konum denkleminin iki defa zamana (t) göre türev alınmasıyla bulunur. İlk türev alındığında cismin hız denklemi sonra bir kez daha türev alındığında ivme denklemi bulunur.

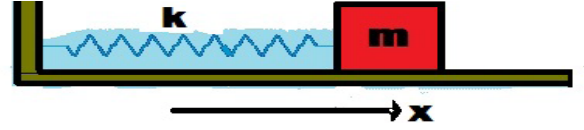
$dx/dt = V(t) = -24 \cdot t \cdot \sin(8 \cdot t)$ $dV/dt = a(t) = -192 \cdot t^2 \cdot \cos(8 \cdot t)$ ivme denklemi bulunur.

t=8 denkleme yazılırsa $a(8) = -192 \cdot 8^2 \cdot \cos(8 \cdot 8) = -4815 \text{ m/s}^2$. [cvp]

2. Yatay konumdaki sürtünmesiz bir düzlemde yayın ucuna bağlı 2 kg kütleli bir cisim genliği A=10cm olacak şekilde basit harmonik hareket yapıyor. Başlangıç, t=0 , anında hızı maximum ve sağa doğru V=+2 m/s dir.

a- Yayın salınım frekansı kaç Hz' dir?

b- Yay sabiti, k , kaç N/m dir?



ÇÖZÜM

Yaya bağlı cisimlerin basit harmonik hareketlerini incelerken yayın salınım periyodunu veren $T = 2 \pi (m/k)^{1/2}$ ve konumunu veren $x(t) = A \cdot \cos(\omega \cdot t)$ formüllerini kullanacağız. Buradan $F = 1/T$ ve $\omega = 2 \pi f$ den frekansı buluruz.

$A = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}$, $x(t) = 0.1 \cos(\omega \cdot t + a)$ ve t=0 için x=0 başlangıç koşuluyla faz farkı $a = \pi/2$ bulunur.

$(dx/dt) = V(t) = -0.1 \omega \cdot \sin(\omega \cdot t + \pi/2)$ formülünden de $V(t=0) = +2 \text{ m/s}$ başlangıç koşuluyla $\omega = 20 \text{ rad/s}$ bulunur.

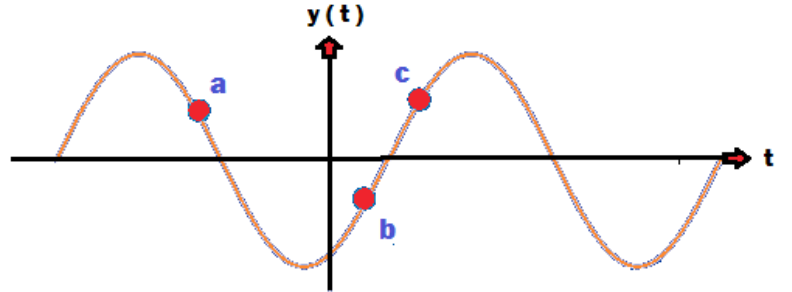
$\omega = 2 \pi F$ den de $F = 3.18 \text{ Hz}$ bulunur.

[cvp.a]

$T = 1/F$ den $T = 0.31418 \text{ s}$ bulunur $T = 2 \pi (m/k)^{1/2}$ dan da $k = 800 \text{ N/m}$ bulunur.

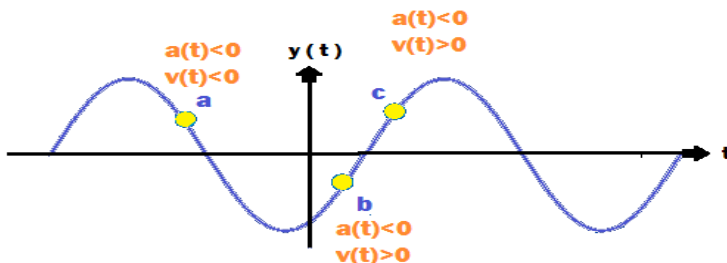
[cvp.b]

3. Bir yay üzerindeki bir kütle aşağı yukarı titreşim hareketler yapmaktadır. Kütle konumu zamanın bir fonksiyonu olarak aşağıda verilmiştir. Verilen noktardan hangisinde hız pozitif ve ivme negatiftir?



Çözüm

Grafik konumun zaman bağlı fonksiyonu olduğuna için $dx/dt = V(t)$ ve $d^2x/dt^2 = dV/dt = a(t)$ kriterlerine bakalacağız.

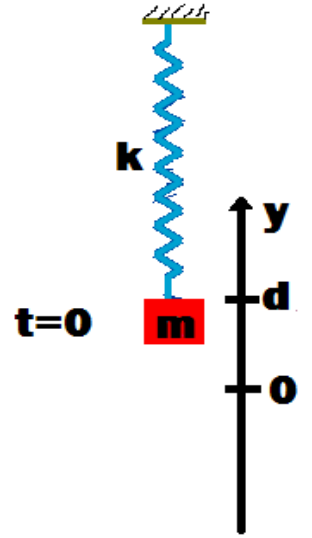


cevap = C

4. Düşey doğrultudaki k sabitli bir yaya asılı m kütleli cisim denge konumundan d kadar yukarı kaldırılıp t=0 anında serbest bırakılıyor.

a- Hız denkleminin zamana göre fonksiyonu k, m ve d cinsinden yazınız.

b- İvme denkleminin zamana göre fonksiyonunu yazarak $t = 2\pi (m/k)^{0.5}$ anındaki ivmeyi bulunuz.



(cvp.a)

ÇÖZÜM

Öncelikle cismin düşey konumunun zamana göre fonksiyonu ve salınım frekansını bulalım.

$T = 1/F = 2\pi \cdot (m/k)^{0.5}$, $y(t) = A \sin(2\pi \cdot F \cdot t + a)$ $y(t=0) = d$ başlangıç koşuluyla $d = d \cdot \sin(2\pi \cdot F \cdot 0 + a)$, $a = \pi/2$ faz farkı olarak bulunur. Düşey konum denklemimiz $y(t) = d \cdot \sin((k/m)^{0.5} \cdot t + \pi/2)$ olur. Hız denklemimiz bu denklemin zamana göre türevi alınmış halidir. $(dy/dt) = V(t) = d \cdot (k/m)^{0.5} \cos((k/m)^{0.5} \cdot t + \pi/2)$.

İvme denlemi de hız denkleminin zamana göre türevi olduğu için $(dV/dt) = a(t) = -d \cdot (k/m) \cdot \sin((k/m)^{0.5} \cdot t + \pi/2)$ olur ve $t = 2\pi (m/k)^{0.5}$ değeri için $a(t = 2\pi (m/k)^{0.5}) = -d \cdot (k/m) \cdot \sin(2\pi + \pi/2) = -dk/m$ olur.

(cvp.b)

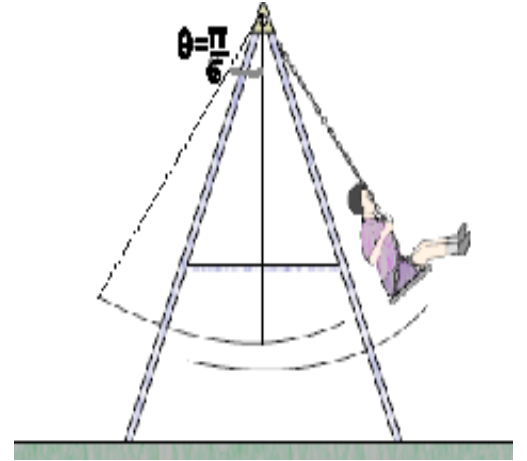
5. İp uzunluğu 3m olan bir salıncakta oturan çocuğun salıncakla birlikte kütlesi 48 kg dır. Denge konumuna göre salıncak ipi düşeyle $\pi/6$ açı yapacak şekilde annesi tarafından çekilip serbes bırakılıyor.

a- Salıncığın salınım periyodunu, T' yi, bulunuz.

b- $t = T/3$ saniye sonra salıncak ipi denge konumuna göre kaç derece açı yapar?

c- Salıncığın denge konumundan geçerken ki çizgisel hızı kaç m/s dir?

d- Çocuk ayağa kalkınca toplam kütle merkezi 0.3m yukarı kaydığına göre yeni durumdaki salınım periyodunu bulunuz.



Salıncığın hareketi basit sarkacın harmonik hareketi olarak incelenecektir. Öncelikle sarlacın periyodu salınım yapan cismin kütlesine bağlı olmadığı unutulmamalıdır. Ayrıca bir salınımında taranan açı 2π değil de $2\pi/3$ alınmalıdır. $T = (2\pi/3) \cdot (L/g)^{0.5}$ ve $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ alınmalıdır.

$T = 2\pi \cdot (3/9.81)^{0.5} = 1.16 \text{ s}$ bulunur.

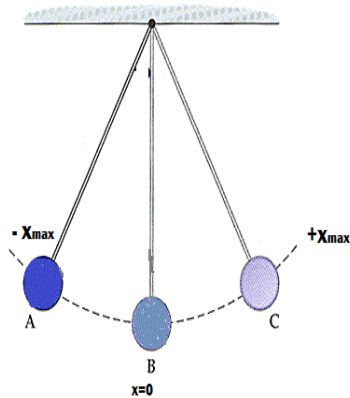
(cvp. a)

$\omega = 2\pi/T$ $\omega = 5.424 \text{ rad/s}$, $\theta_0 = \pi/6$, $\theta = \theta_0 \cdot \cos(\omega t)$ $\theta = (\pi/6) \cdot \cos(5.424 \times (1.16/3)) = 2\pi/9 = 40^\circ$ (cvp.b)

Denge konumuna gelince toplam kütlelenin kaybettiği potansiyel enerji kinetik enerjiye dönüşür. $mgh = 0.5 m V^2$, $V = (2 \times 9.81 \times 0.4)^{0.5} = 2.8 \text{ m/s}$ (cvp.c)

Çocuk ayağa kalkınca kütle merkezi 0.3m yukarı kaydığına göre sarkacın yeni ip uzunluğu $3\text{m} - 0.3\text{m} = 2.7\text{m}$ olur.

Yeni durumdaki salınım periyodu $T_2 = (2\pi/3) \cdot (L/g)^{0.5}$, $T_2 = (2\pi/3) \cdot (2.7/9.81)^{0.5}$ $T_2 = 1.1 \text{ s}$ olur. (cvp.d)

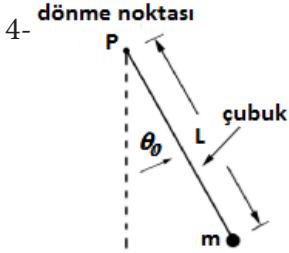
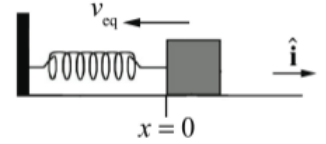


Bölüm Sonu Soruları

1- Rijit bir cisme ait harmonik hareket denkleminde konumun zamanla değişim fonksiyonu $x(t)=C.\cos(\omega_0 t)+D.\sin(\omega_0 t)$ şekline iki trigonometrik cebirsel ifadeyi tek fonksiyon olan $x(t)=A\cos(\omega_0 t+\varphi)$ şekline dönüştürülüyor. A başkatsayısı ve φ faz farkı açısı C ve D cinsinden bulunuz.

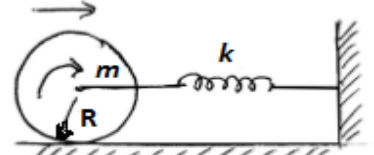
2- Kütlesi m olan rijit bir cisim yay sabiti k olan yayın ucuna bağlanarak sürtünmesiz yatay düzlemde hareket ediyor. Yayın çekildiği $t=0$ anında denge konumundan yay maksimum $x_0>0$ kadar çıldığına göre cismin hareket periyodunu ve denge konumundan geçerken sahip olduğu hızı m, k ve x_0 cinsinden bulunuz.

3- Şekildeki gibi $k=250$ N/m rijitli yayın ucunda tutulan $m=5$ kg'lık cisim denge konumundan itibaren 20cm sıkıştırılarak serbest bırakılıyor. Sürtünmesiz yatay düzlemde cisim geri dönerken yayın itki kuvveti ile +i yönünde atılırken sahip olacağı hız kaç m/s olur?

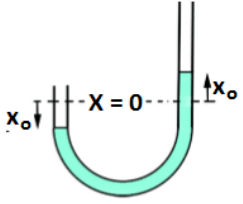


4- P noktası çevresinde serbestçe dönebilen $m=0.9$ kg kütleli cisim $L=0.75$ m uzunluğuna sahip ip ile düşeyde $\theta_0=30^\circ$ açı yapacak şekilde çekilip bırakılıyor. ($g=9.81$ m/s²)
a) Cismin salınım frekansını ve salınım periyodunu bulunuz.
b) Cisim denge konumundan geçerken sahip olduğu kinetik enerjiyi bulunuz.
c) P noktasının 0.25m aşağısına ipin takılacağı şekilde bir çivi çakılmasıyla yeni dönme noktası Ç olacağını varsayarak düşeyle yapılan maksimum açığı bulunuz.

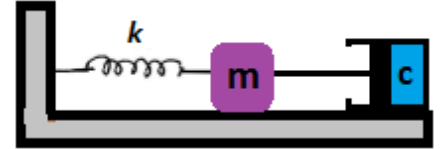
5- Sürtünmesiz yatay düzlemde $m=7$ kg kütleli, $R=10$ cm yarıçaplı bir silindir $k=450$ N/m lik yaya merkezinden bağlanarak kaymadan dönüyor. Silindir denge konumundan 8cm çekilip bırakılıyor. Silindirin denge konumundan geçerken sahip olduğu açısal hızını bulunuz. ($I=0.5mR^2$)



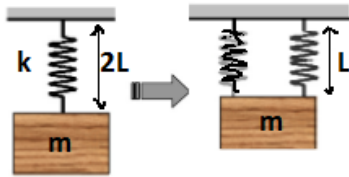
6- İki tarafından atmosfer basıncına açık olan $A=6$ cm² kesit alanına sahip U borusunda $d=1.5$ g/cm³ özkütleli sıvı bulunmaktadır. Sıvı, borunun sol kolunda piston yardımıyla denge konumundan $x_0=20$ cm kadar itilip serbest bırakılarak harmonik hareket yapması sağlanıyor. Sürtünme ve viskoz kuvvetlerini ihmal ederek sıvının boru içindeki salınım frekansını bulunuz. ($g=9.81$ m/s²)



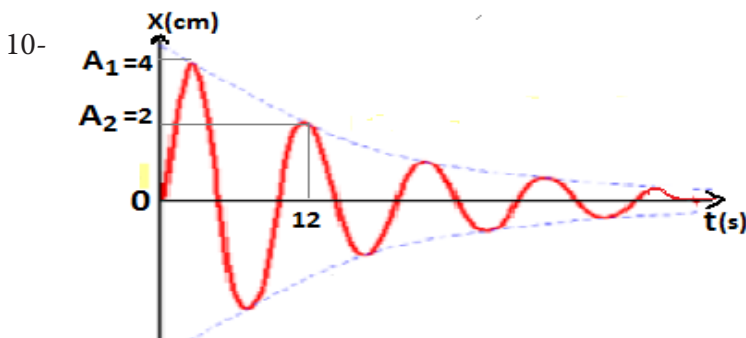
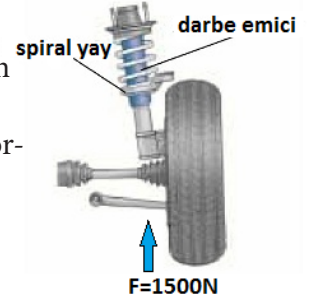
7- Yandaki sistemde $m=3$ kg kütleli cisim $k=300$ N/m sabitli yaya bağlanmıştır. Cisim sönümlü harmonik hareket yaparak durgun hale gelecektir. Sistemin sönümleme katsayısı $c=0.3$ ve yavaşlatıcı sürtünme kuvveti $F_s=-c.V^2$ cinsinden verildiğine göre yay denge konumundan 10cm sıkıştırılarak serbest bırakılınca kaç saniye sonra cisim durgun hale gelir?



8- İlk boyu $2L$ ve rijitliği k olan yayın ucundaki m kütleli cisim T periyotluk harmonik hareket yapmaktadır. Yay ortadan ikiye ayrılıp paralel olarak şekildeki gibi bağlanınca cismin yeni salınım periyodu kaç T olur?



9- Lastiğindeki amortisörün sönümleme katsayısı $c=0.7$ olan bir otomobil tümsekten geçerken tekerleği $F=1500$ N'luk bir tepki kuvvetine maruz kalıyor. Lastiğin salınım denklemi $x(t)=30e^{-0.7t}\cos(12t)$ olduğuna göre spiral yayın katsayısını, k, ve amortisördeki darbe emici sıvının sürtünmeden dolayı kazanacağı enerjiyi bulunuz.



Yandaki grafiğe bakarak sistemin hareket denklemini elde ediniz. Denklemi bulurken sönümleme katsayısını, c, salınım frekansını, ω_d ve denge konumuna gelme süresini, t_s 'yi kullanarak elde edileceğini unutmayınız.

KAYNAKÇA

1. R. A. Serway & J. W. Jewett, Physics for Scientists and Engineers 7th Ed. , Thomson Learning, Belmont USA, 2008
2. H. D. Young & R. A. Freedman, çev. Prof. Dr. Hilmi Ünlü, Üniversite Fiziği, Pearson, 2012
3. Halliday & Resnick, Fundamentals of Physics 9th Ed. , John Willey & Sons Inc. , 2011
4. Prof. Dr. Hilmi ÜNLÜ, Fizik 101, 101E ders notları.

Bir kitabı yazmak için ne kadar zaman ve birikim gerekir?
Kimlerin kitap yazması gerektiğini, kimlerin kitap yazamayacağını araştırdınız mı?
Siz daha öğrencisiniz, işiniz göcünüz yok mu?
Gidin derslerinize çalışın, size ne milletin fizikte zorlandığına?

...

Şeklindeki algıları bir kenara bırakarak bu yola girdik. Samimiyetle söylüyoruz ki diğer derslere binaen fiziğin yeterince anlaşılmadığı ve bir çok mühendis adayı arkadaşlarımızdan da gözlemlediğimize göre fiziği çok zor bir ders olarak gördükleri, dönem sonu fizik derslerinde dersi geçemeyenlerin okulunun uzadığı gibi bir çok sebep bu kitabı yazmamıza etkindir. Belki de kendimize fazla güvenip daha güzel bir kitap yazacağımıza inanarak başladık ama sonuç olarak elde edilen son halini görünce buna da 'şükürler olsun' diyor sizlere faydalı bir ürün çıkardığımıza inanıyoruz.

Ayrıca kitap ile ilgili fikir, görüş ve tavsiyelerinizi bekleyerek geri dönüşünüzün bizim için oldukça önemli olduğunu belirtmek istiyoruz ve derslerinizde başarılar diliyoruz.

İletişim için kayayurt@itu.edu.tr/cicekib@itu.edu.tr adreslerine mail atabilirsiniz.