

6. BÖLÜM



İş-Güç-Enerji

6.1 İş-Enerji

6.2 Fizik için Matematik: İntegral

6.3 Kinetik Enerji ve İş-Enerji İlişkisi

6.4 Değişken Kuvvetlerle İş-Enerji

6.5 Güç, Verim

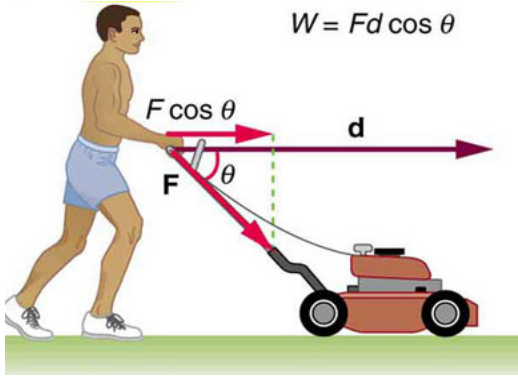
Bölüm Sonu Soruları

6.1 İş-Enerji

Etrafımıza baktığımızda görürüz ki her şey iş-enerji dediğimiz iki kavram etrafında dönmektedir. Bu iki kavram birbiriyle doğrudan ilişkilidir. İşçiler çalıştığı işlerde enerji harcarlar ve patronlar aslında insanlara harcadığı enerjinin parasını öderler. Çalışanlar yerine makineler kullanıldığında onlara iş yaptırmak için enerji kaynağı sağlamak gerekir. Bu enerji için insanlar birbiriyle savaşa girmekte, birbirlerini öldürmekte. Çünkü ne kadar çok enerji o kadar çok güç demektir. **Enerji** fizikte iş yapabilme yetisi olarak bilinse de günlük hayatta farklı tanımlayabiliyoruz. Ama fizikteki karşılığı bir işi oluşu gerçekleştirmek için gerekli yetidir. İş **“W”(work)** sembolü ile gösterilir. Yapılan iş aslında tüketilen enerjidir. Ne kadar iş yapıldıysa o kadar enerji harcanır. Bu yüzden birimi de **J'dür(W=E)**.



Duran bir cismi bir miktar itsek o cisim üzerine bir iş yapmış oluruz. Bir hamal yükleri bir yerden başka bir yere taşıyarak yine bir iş yapmış olur ve bu işin karşılığı olarak bir ücret alır. Eğer hamal yükleri alıp biraz doluşturıp aynı yerine geri getirirse bu hamala kimse ücret vermez. Çünkü hamalın yaptığı işin fizikteki karşılığı iş değildir. Fizikte iş yapabilmek için cismin yer değiştirmesi gerekir. Eğer net yer değiştirmesi yoksa o cisim üzerine yapılan net bir iş de yok deriz. Bu durumda iş yer değiştirmesi ile doğru orantılıdır. Ayrıca bir cisim üzerinde iş yapmak için bildiğiniz gibi o cismi harekete geçirecek bir kuvvet de gereklidir. Bu yüzden iş kuvvetle de orantılıdır. **W=F.Δx** şeklinde ifade edilir.



Burada dikkat edilmesi gereken F ve Δx'in aynı doğrultuda olması gerektiğidir. Çünkü buradaki W, F kuvvetinin yaptığı iştir. F kuvveti de anca kendi doğrultusunda iş yapabilir. Eğer hareket 3 boyuttaysa yapılan işi bulmak için F ve Δx'i skaler çarpmalıyız. Çünkü skaler çarpımda aynı yönlü çarpım vardır (vektörler konusunda daha ayrıntılı incelenebilir). Peki ya F yoldan bağımsız değilse, yani F x'e bağlı bir denkleme göre değişiyorsa işi nasıl bulacağız. Bunu yapmadan önce biraz integrali inceleyelim.

Burada önemli bir ayrıntıya daha değinmek istiyorum. Hatırlarsanız kuvvet ile yolu çarpınca aynı zamanda döndürme etkisi olan momenti de buluyorduk. Burda da kuvvet ile mesafeyi çarpınca yapılan işi ya harcanan enerjiyi elde ediyoruz. Peki iş ve momenti nasıl birbirinden ayırt edeceğiz? Cevabı şöyle:

* Üç boyutlu olarak düşündüğünüzde, kuvveti cismin hareket doğrultusunda etki ettiğinizde ve cisim ile kuvvet aynı doğrultuda ise iş yapılmış olur. Eğer üzerinde kuvvet uygulanan cisim yer değiştirmeyip dönme hareketi yapıyorsa elde edilen türetilmiş büyüklük moment olur. Yani en etkili iş kuvvet ile hareket yönü arasındaki açı sıfır olduğu durum (skaler çarpım), en etkili moment de kuvvet ile kuvvet kolu arasındaki açının dik olduğu (vektörel çarpım) durumudur.

ÖRNEK 6.1

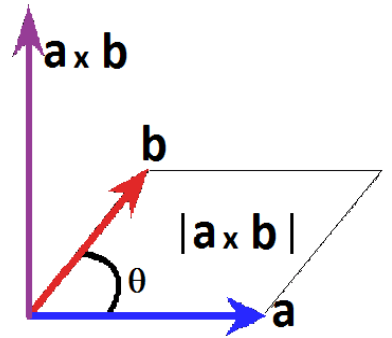


Bir nakliye işçisi 50 kg'lık bir sandığı düz bir zeminde, bir sabit hızla, üzerinde yatay bir kuvvet kullanarak sandığı 7m itiyor. Sandık ile zemin arasındaki kinetik sürtünme katsayısı $\mu_k=0.3$ 'e eşittir. Bu kuvvet sandık üzerinde ne kadar iş yapar? ($g=9.81\text{m/s}^2$)

ÇÖZÜM

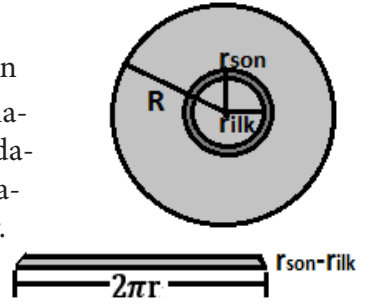
Sandık üzerine etkiyen toplam kuvvetler nakliyecinin uyguladığı ve sandığın ağırlığının oluşturduğu zemindeki sürtünme kuvvetleridir. Cisim sabit hızla ilerlediğine göre ivme yoktur ve net kuvvet sıfırdır. Demekki nakliyecinin uyguladığı kuvvet sürtünme kuvvetine eşittir. $F_n = -f_s = \mu_k \cdot mg = (0,3) \cdot (50\text{kg}) \cdot (9,81\text{m/s}^2)$
 $F_n = 147,15\text{N}$

Yapılan iş kuvvet ile yer değiştirmenin skaler çarpımı olduğu için $W = F_n \cdot \Delta x = (147,15\text{N}) \cdot (7\text{m}) = 1030,05 \text{ Joule}$



6.2 Fizik için Matematik: İntegral

Dilimize İngilizce ya da Fransızcadan geçmiş olan integral sözcüğü tümlemek anlamına gelmektedir. İntegral Latince toplam(Summa) kelimesinin baş harfi olan S'nin biraz değiştirilmiş hali \int ile sembolize edilir. Geldiği kökenden de anlaşılacağı üzere integral, entegre etmek birleştirmek, tüme varmak, toplamak anlamındadır. Ama normal toplama işleminden farklı olarak çok küçük olan şeyleri toplamada kullanılır. Ayrıca nasıl toplama çıkarmanın tersi ise integral de türevin tersidir. Şimdi türevde verdiğimiz çember-daire örneğini tersten inceleyelim.



Büyük dairenin içindeki seçtiğimiz dilimin alanını bulmak için dilimi açtığımızı düşünelim

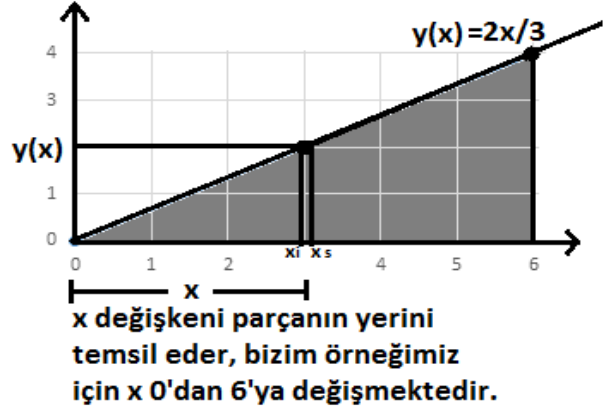
Bu seçtiğimiz dilim daire üzerinde her yerde olabileceğinden dolayı r değişkendir ve 0'dan R'ye kadar değişebilir. Seçtiğimiz dilimin alanı yaklaşık olarak $2\pi r \Delta r$ olur. Türevde de söylediğimiz gibi Δr çok küçük olduğunda dr şeklinde ifade etmemiz daha doğru olacaktır. Şimdi r'nin artışına göre seçilen bu dilimlerin $r=0$ 'dan $r=R$ 'ye kadar sonsuz tane olduğunu söyleyebiliriz. Bu şekilde sonsuz küçüklerin toplanması integrali devreye sokacaktır. Toplam 0'dan R'ye sonsuz tane $2\pi r dr$ nin matematiksel ifadesi:

$$\int_0^R 2\pi r dr = 2\pi r^2/2 = [\pi r^2]_0^R = \pi R^2 - \pi 0^2 = \pi R^2$$

>> demek ki sonsuz tane sıralı çemberi yarıçapı 0'dan R'ye değişmek üzere birleştirirsek yarıçapı R olan bir daire elde ediyoruz.

Başka bir örnek olarak üçgenin alanını bulalım:

Şimdi bunu integralle nasıl hesaplarız onu düşünelim. Öncelikle toplamını bulmak istediğimiz şeyin içinde küçük bir parça almalıyız ve bu aldığımız parçanın belli bir değerden yine başka bir belli değere sonsuz tanesi yan yana gelsin ve asıl istediğimiz şekli vermeli. Burada bu işlemi gerçekleştirecek olan yani üçgeni oluşturacak olan boyu devamlı değişen 0'dan başlayan ve 6'ya kadar yan yana dizilen çubuklar olacaktır. Seçilen küçük alanı hesaplarsak:



$$\begin{array}{c} \uparrow \\ y(x) \\ \downarrow \\ x_1 \quad x_s \end{array} \Rightarrow y(x) \cdot \Delta x = y(x) dx$$

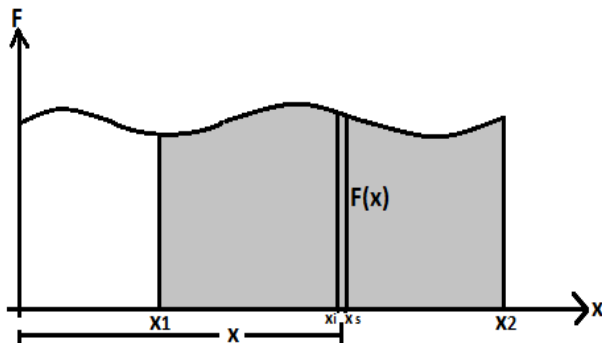
\downarrow
0'a yakın

Taralı alanı üçgenin alanından hesaplarsak;
Taban*yükseklik/2=6.4/2=12

Bu küçük parçadan 0'la 6 arasında sonsuz tane olduğu için 0'dan 6'ya $y(x)dx$ değerlerini toplamalıyız. Bu şekilde denkleme bağlı olarak değişen değerlerin toplamını integral yardımıyla hesapladığımız için

$$\int_0^6 y(x) dx = \int_0^6 (2x/3) dx = x^2/3 \Big|_0^6 = 36/3 - 0 = 12$$

Şimdi konumuza dönersek Kuvvet yola bağlı değiştiğinde ne yapmamız gerekiyor. Bunu bir grafiğe dökersek daha iyi anlaşılabilir. x_1 'den x_2 'ye kadar yapılan işi bulmak istersek şunu görürüz ki direk $F(x_2 - x_1)$ yapamıyoruz. Çünkü $(x_2 - x_1)$ yolu boyunca her noktada aynı F değerine sahip değiliz. Bu yüzden yolu sonsuz parçaya



ayırıp herhangi bir noktada yapılan işi temsil edecek fonksiyonu bulup x_1 den x_2 'ye integral alırsak toplam işe ulaşırız. Taralı Alan = $F(x) \cdot (x_2 - x_1) = F(x) \cdot \Delta x$ olur. Δx çok küçük olduğu için **$\Delta A = F(x) \cdot dx$** deriz ve bu bize birim aralıktaki işi verir. Herhangi bir x konumundaki iş $F(x)dx$ ise x_1 'den x_2 'ye $F(x)dx$ değerlerini toplayarak bütün işi bulabiliriz. Bu durumda

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F(x) dx \quad \text{förmülüne ulaşırız.}$$

Bu arada F-x grafiğinin alanı da aynı yolla bulunacağından alan işi vermektedir.

6.3 Kinetik Enerji ve İş-Enerji İlişkisi

Kinetik enerji cismin hareketinden dolayı sahip olduğu bir enerji çeşididir. Cisim hareketli ise kinetik enerjisi var, hareketsiz ise kinetik enerjisi yoktur.

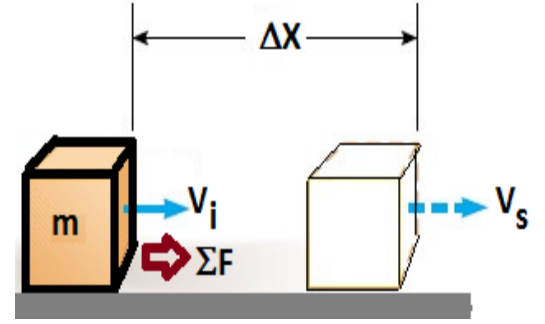
- Öteleme hareketi
- Dönme hareketi
- Yuvarlanma hareketi
- Harmonik hareket
- Sikloid hareket

gibi farklı hareketler olunca bunlara bağlı farklı kinetik enerji çeşitleri de mevcut olacaktır.

Kinetik enerji skaler bir nicelik olup, iş ile aynı birime sahiptir. Kinetik enerji cismin durgun haldeki kütlesi ve hızın karesi ile doğru orantılıdır. Burada önemli olan kinetik enerjinin cismin karesiyle doğru orantılı olduğudur. Bir parçacığa etkileyen net sabit bir ΣF kuvveti tarafından parçacık üzerinde yapılan iş, kinetik enerjisindeki değişime eşittir.

$$F(x - x_0) = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}mv_0^2$$

“Dengelenmemiş kuvvetler altında hareket eden cisimler ivmeli hareket yapar.” Bu ifade Newton fiziğinin temel ilkesidir. Kinetik enerji kavramına uyarlıysak ivmeli hareket eden cisimlere aktarılan enerji değişeceği anlamına gelir. Yani dengelenmemiş kuvvetler altındaki bir cismin hareketinden dolayı sahip olacağı enerji ki, biz buna **kinetik enerji** diyoruz, ya azalır ya da artar. Yanda göreceğiniz formüller bunun ispatı niteliğindedir. Adım adım izlersek net kuvvet ivmeyi oluşturacak, bu ivmeden dolayı hız değişecek ve değişen hızdan dolayı da hareket enerjisi olan kinetik enerji değişecektir.



$$\Sigma W = (\Sigma F) \cdot \Delta x = (m \cdot a) \cdot \Delta x$$

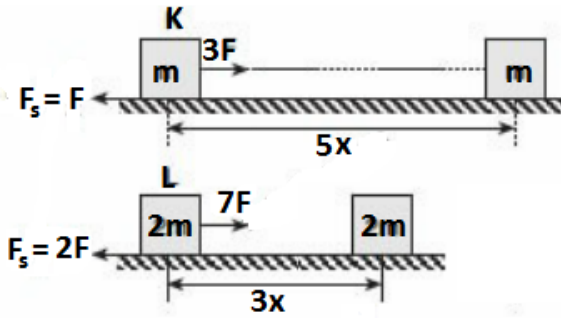
$$\Delta x = \frac{(v_i + v_s)}{2} \cdot t \quad a = \frac{(v_s - v_i)}{t}$$

$$\Sigma W = m \cdot \frac{(v_s - v_i)}{t} \cdot \frac{(v_i + v_s)}{2} \cdot t$$

$$\Sigma W = \frac{1}{2} \cdot m (v_s^2 - v_i^2)$$

$$\Sigma W = EK_s - EK_i$$

ÖRNEK 6.2



Şekildeki gibi yatay sürtünmeli düzlemde K ve L cisimlerine iki farklı kuvvet uygulanarak gösterilen mesafeler kadar hareket ettiriliyor. Bu iki cismin kazanacağı belirtilen mesafeleri aldıktan sonra sahip olacakları kinetik enerjileri oranı W_K/W_L kaçtır?

ÇÖZÜM

Öncelikle cisimler üzerine etkiyen net kuvvetleri elde edelim.

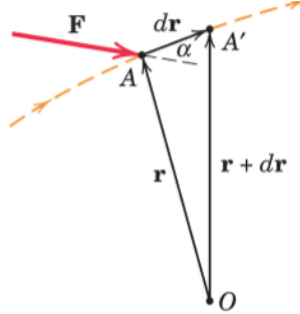
K cismine sağa doğru $3F$, sola doğru da F kadar sürtünme kuvveti etki ediyor. Net kuvvet $F_K = (3F - F) = 2F$
L cismine sağa doğru $7F$, sola doğru da $2F$ kadar sürtünme kuvveti etki ediyor. Net kuvvet $F_L = (7F - 2F) = 5F$

Yapılan iş kinetik enerjiye eşit olduğundan $W_K = 2F \cdot 5x = 10Fx$

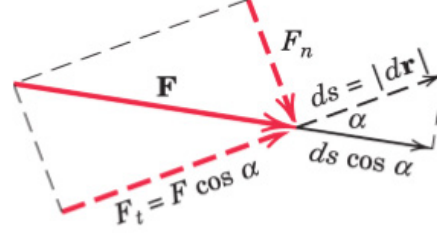
$W_L = 5F \cdot 3x = 15Fx$ $W_K/W_L = 2/3$

6.4 Değişken Kuvvetlerle İş-Enerji

Uzerine değişken kuvvetler etkiyen maddesel cisimler farklı ivmelerle farklı hızlarda hareket yaparlar. Bu tür hareketli cisimlerin enerjilerini hesaplamak tüm süre boyunca etkiyen kuvvet ile birim zamanda kat edilen mesafeyi çarpmakla elde ederiz ($\Delta W = F \cdot \Delta x$). Kuvvetlerin, maddesel noktanın yer değiştirmesine bağlı olarak değiştiği problemlerin enerji hesapları en uygun yolu integral alma yoluyla olur. Kuvvetlerin yer değiştirmeye göre integralinin alınması, bu bölümünde konusu olan, iş ve enerji denklemlerini verir.



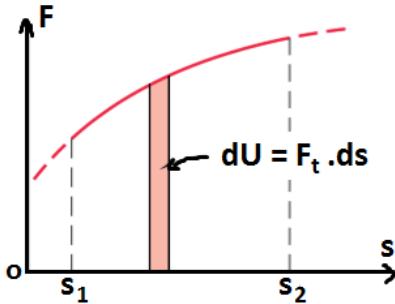
$$\Delta W = F_{\text{etkin}} \cdot ds$$



$$\Delta W = F \cos \alpha \cdot ds$$

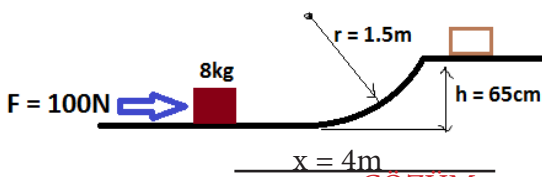
* İşin bu tanımını göre, kuvvetin yer değiştirmeye dik yöndeki bileşeni $F_n = F \sin \alpha$ 'nin iş yapmadığına dikkat etmek gerekir.

Maddesel nokta, uygulanan kuvvet sonucu izlediği yol boyunca sonlu bir yer değiştirme yapıyorsa, kuvvetin yaptığı iş kuvvet-yol grafiğinin altında kalan alan integrale edilerek bulunan değerdir.



$$U_{1-2} = \int_1^2 F dr = \int_{s_1}^{s_2} F_t ds$$

ÖRNEK 6.3



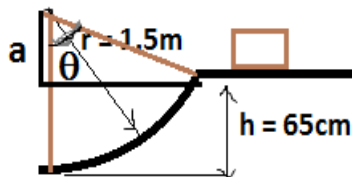
Şekildeki gibi 100N lık kuvvet 8kg lık cisme etki ederek 4m yatayda sürükleyip $h = 0.65m$ yüksekliğe çıkarıyor. Buna göre:
a) Kuvvetin cisim üzerine yaptığı yataydaki işin dikeydeki işe oranını W_y/W_d ,
b) Kuvvetin radyal bölgede yatay bileşeninin yaptığı işi bulunuz.

ÇÖZÜM

a) Yataydaki bileşen $W_y = F \cdot dx = (100N) \cdot (4m) = 400J$

Düşeydeki bileşeninin yaptığı iş: $W_d = F \cdot h = (100N) \cdot (0.65m) = 65J$

$$W_y/W_d = 400/65$$



b) Kuvvetin yatay bileşeni $F \cos \alpha$ olur. Öyleyse $\alpha = 90^\circ - \theta$ nın sınırlarını bulmalıyız.

$$a = r - h = 150 - 65 = 85cm \quad \theta = \arccos(85/150) = 55.5^\circ, \quad \alpha = 35^\circ;$$

aradaki mesafe $d/r = \arcsin \theta$, $d = 1.23m$ bulunur.

$$\arccos a/r = \theta$$

$$W = \int_{270}^{270+55.5} F \cos \theta \cdot d = [(100 \cdot \sin \alpha) \cdot (1.23m)]_{270}^{325.5} = 53.33 \text{ Joule bulunur.}$$

6.5 Güç

Günlük hayatta güç terimini sıklıkla kullanırız. a şası B şahsından daha güçlü ya da X arabasının gücü 120beygir gibi ifadeleri kullanınca acaba fiziksel olarak ne anlama geldiğini biliyormuyuz? Çalışan bir sistem iş yapınca harcadığı enerji bizim için önemlidir. Peki bir makinenin enerji tüketimini nasıl hesaplarız? Makineler üzerinde güç birimi W(Watt) veya hp(horsepower) şeklindeki birimlerle etiketlenirler. Bu onların birim zamanda tükettiği enerji miktarının ölçüsüdür. Bir makinenin kapasitesi ya da gücü zamana bağlı iş yapabilme veya enerji aktarabilme hızı ya da kapasitesi ile ölçülür. Ne kadar küçük olursa olsun, bir motor yeterli zaman verildiğinde büyük miktarda enerji verebileceği için toplam iş ya da enerji çıkışı bu kapasitenin yani gücün bir ölçüsü değildir. Öte yandan, kısa bir süre içerisinde büyük miktarlarda enerji vermek büyük ve güçlü bir makine gereklidir. Bu nedenle **bir makinenin gücü birim zamanda yaptığı iş yada iş yapabilme hızı** olarak tanımlanır. Fizikte güç İngilizce “power” kelimesinin baş harfi **P** ile sembolize edilir. Birimi Watt’tır ($1W = 1 J/s$). Bazen beygir gücü “hp” şeklinde de ifade edilir ($1 hp = 746 W = 0.746 kW$).

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t} \quad \text{ya da} \quad P = \frac{\Delta U}{\Delta t}$$

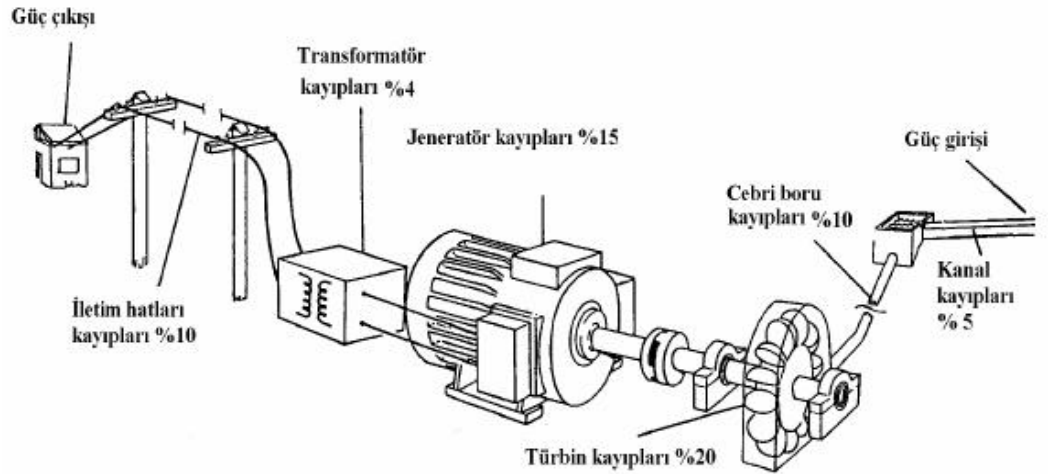
Verim

Sanayileşmenin getirdiği aşırı doğal kaynak tüketimi enerjinin önemini artırınca kullanılan enerjini boşa harcanmaması için aletlerin verimliliği çok önemlidir. Bir işi yapmak için sarfettiğimiz enerjiye kıyasla o iş sonucunda ne kadar faydalı sonuç ya da kazanç elde edeceğimiz verimlilikle alakalıdır. Enerji tüketerek çalışan bir makinenin **aynı zaman aralığında yaptığı işin ona yapılan işe oranına, makinenin mekanik verimi** adı verilir “ e_m ”. Tüm makineler bir miktar enerji kaybı ile çalıştıklarından ve makinenin içerisinde ilave bir enerji üretimi oluşturulmadığından dolayı verim her zaman birden küçüktür ($0 < e_m < 1$).

Hareketli parçalar içeren mekanik cihazlarda, sürtünme kuvvetleri nedeniyle her zaman bir miktar enerji kaybı olacaktır. Bu sürtünme işi, ısı enerjisine dönüşür ve ortama yayılır. Herhangi bir andaki mekanik verim:

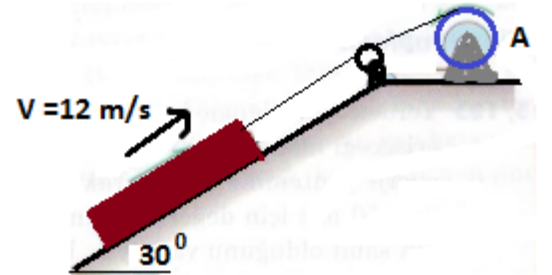
$$e_m = \frac{P_{\text{çıkış}}}{P_{\text{giriş}}}$$

$$\text{Çıkış gücü} = \text{Verim} \times \text{Giriş gücü}$$



ÖRNEK 6.4

Yandaki şekilde görüldüğü gibi 30° lik açılı eğik düzlemdeki 20kg lık cisim elektrik motoru yardımıyla yukarı çekilmek isteniyor. Motorun verimi $e_m = 0.85$ olduğuna göre cismi $V = 12 \text{ m/s}$ lik sabit hızla yukarı çekmesi için halattaki gerilme kuvveti $T = 45 \text{ N}$ oluyor. buna göre motorun verimi kaç Watt olmalıdır?



ÇÖZÜM

$$P = \Delta W / \Delta t \quad \Delta W = F \cdot \Delta x, \\ \Delta W \text{ yerine } F \cdot \Delta x \text{ yazarsak} \quad P_{\text{çıkış}} = F \cdot \Delta x / \Delta t = F \cdot V \text{ olur}$$

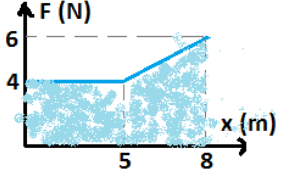
$$P_{\text{çıkış}} = T \cdot V = (45 \text{ N}) \cdot (12 \text{ m/s}) = 540 \text{ Watt}$$

$$P_{\text{çıkış}} / P_{\text{giriş}} = 0.85 \text{ ise}$$

$$P_{\text{giriş}} = 540 / 0.85 = 635.3 \text{ Watt bulunur.}$$

Bölüm Sonu Soruları

1- Bir cismin üzerine etkiyen kuvvet şekilde görüldüğü gibi x ile değişmektedir. Cisim $x=0$ ' dan $x=8$ m'ye hareket ettiğinde kuvvetin yaptığı iş kaç Joule'dur?

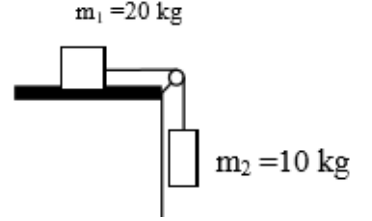


2- Başlangıçta durgun olan 6 kg'lık bir blok, 12 N'luk sabit, yatay bir kuvvetle yatay sürtünmesiz bir yüzey boyunca çekilmektedir. Blok 3m'lik bir uzaklığa hareket ettikten sonra hızını bulunuz.

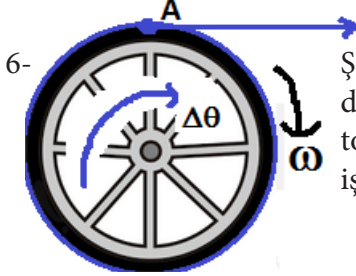


3- Şekildeki 2 tonluk yarış arabası pistte giderken rüzgarın sürüklemeye direncine maruz kalmaktadır. Rüzgarın direnç kuvveti hız cinsinden $F_D = 1.2V^2$ bağıntısıyla verildiğine göre otomobilin 50 m/s hızla gitmesi için motorun üretmesi gereken güç kaç watt'tır?

4- Şekildeki sistemin yatay yüzü sürtünmeli ve sürtünme katsayısı $k=0,2$ dir. Buna göre sistemin ivmesini ve ipteki gerilme kuvvetini bulunuz.



5- Bir işçi 30 kg kütleli 20 torbayı her bir katı 3.5m olan bir apartmanın giriş katından 5.katına çıkarıyor. İşçi bu işi 40 dakikada bitirdiğine göre yapılan toplam işi ve işçinin gücünü bulunuz.



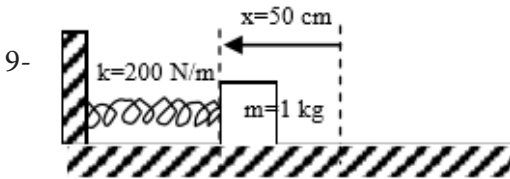
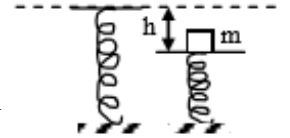
6- Şekildeki sabit eksen etrafında dönebilen tekerlek etrafına sarılı ipin çekilmesi ile döndürülüyor. İp çekilince tekerlek üzerinde 2 N.m lik net tork oluşuyor. A noktası toplam durgun halden belli bir süre sonra 120° lik açı taradığına göre yapılan net işi ve tekerleğin bu andaki açısal hızını bulunuz.

7- Gücü 30000 W olan bir motor, dakikada 6000 devir yapması için döndürme momenti kaç N.m olmalıdır?

8- Sabiti $k=200\text{N/m}$ olan bir yayın üzerine 17 kg kütleli cisim bırakılınca h kadar sıkışıyor.

a) Sıkışma miktarını bulunuz.

b) Yayda depolanan enerjinin cismin potansiyel enerji değişimine eşit olup olmadığını karşılaştırınız.



Kinetik sürtünme katsayısı 0,2 olan bir yüzeydeki blok şekildeki gibi yay ile 50 cm sıkıştırılıyor.

a) Blok yaydan ayrılırkenki hızı kaç m/s ' dir?

b) Yay serbest bırakıldığında blok ne kadar yol alır?

10- Düşey çalışan bir asansör, ağırlığı 4 ton olan durağan yükü 40 metre yukarıya sabit kuvvet ile 6 saniyede çekebiliyor. Asansörün güç verimi %86 olduğuna göre bu işi yapmak için asansörün gücü en az kaç kWatt olmalıdır?

