

2. BÖLÜM



Doğrusal Yolda Hareket

2.1 Yerdeğiştirme, Zaman ve Oratalama Hız

2.2 Anlık Hız

2.3 Fizik için Matematik: Diferansiyel, Türev

2.4 İvme

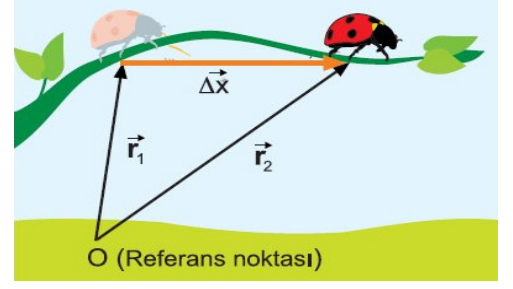
2.5 Serbest Düşme Hareketi

2.6 Konumun-Hız-İvme Bağlılıları

Bölüm Sonu Soruları

2.1 Yerdeğiştirme, Zaman ve Ortalama Hız

Bulduğumuz noktayı herhangi bir referans sistemine göre tarif edersek başka bir noktaya göre uzaklığı dile getiririz. **Konum**, anlık bulunan noktanın referans noktasına göre durumudur. Hareketli cisimlerin belirli bir süre boyunca konumu değişir. Son konum ve ilk konum arasındaki en kısa mesafe farkına (kestirme yol da denilebilir) **yerdeğiştirme** denir. ($r_2 - r_1 = \Delta x$)



Hareket genel anlamda konumdaki değişimdir. Konumumuzda olan bu değişim belli bir süre içinde gerçekleşmektedir. Hareketimizin ne kadar sürede gerçekleştiğini bulursak hızımızı da hesaplayabiliriz. **Hız** belli bir zamanda yapılan konumdaki değişimdir. Mesela 10 sn'de 20 m yer değiştirirsek hızımızı $20\text{m}/10\text{s}=2\text{m/s}$ olur. Yani saniyede 2 m yer değiştiriyoruz demektir. Yukarıda anlattığımız bilgiler ışığında hızın formülünü $v=\Delta x/\Delta t$ olarak bulabiliriz. Burada Δx yerdeğiştirme olup Δt ise hareketin ne kadar sürede gerçekleştiğidir.

$$v = \Delta x / \Delta t$$

ÖRNEK 2.1

20m/s hızla giden bir A aracı kendinden 50 m ileride olan B aracını 10 saniyede yakalıyor. Buna göre B aracının hızı nedir? (Araçlar aynı yönlü, sabit hızlı ve noktasal düşünülecektir.)

ÇÖZÜM

A aracı 20m/s ile B yi yakalamak isterken B aracı v hızı ile A dan uzaklaşıyor. Bu durumda aradaki fark (20-v) m/s hızı ile kapanıyor.

50m'lik mesafede 20-v hızıyla kapanmış

$$v = \Delta x / \Delta t = 50\text{m} / 10\text{s} = (20 - v)\text{m/s} \Rightarrow v = 15\text{m/s}$$

ÖRNEK 2.2

Saniyede 20m yer değiştiren bir A aracı KLM yolunu 10s'de alıyor. Başka bir araç ise LM yolunu 10s'de alıyor. $|KL|=|LM|$ ise diğer aracın hızı nedir?

ÇÖZÜM

1 saniyede 20m ise

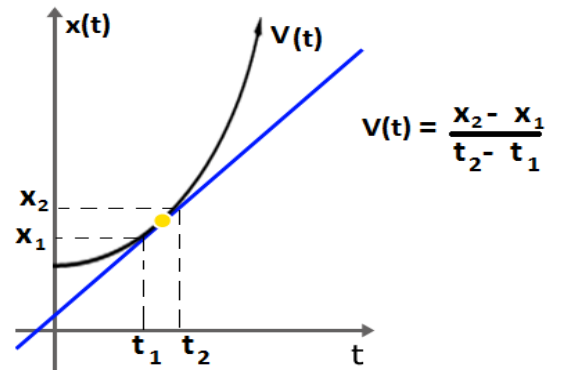
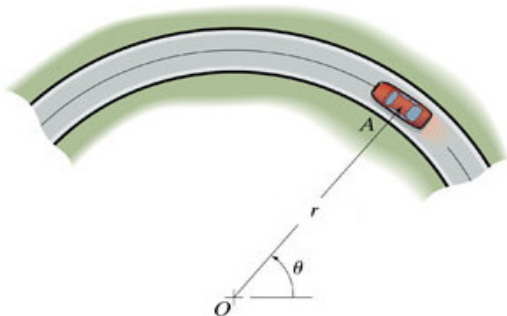
10 saniyede $x=?$ $x=200\text{m}=|KLM|$ ise $|LM|$ yolu 100m olur.

ŞEKİL SF 4

$$|LM|=100\text{m}=v \cdot 10\text{s} \Rightarrow v=10\text{m/s}$$

2.2 Anlık Hız

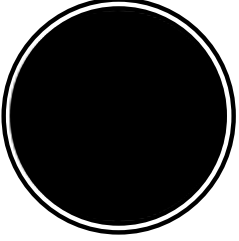
Şimdiye kadar bahsettiğimiz kısımda cisimler sabit hızlı hareket ediyordu. Sabit hızlı hareketle cisim hiç hız değiştirmedigi için herhangi bir andaki hızı zaten bellidir. Peki ya cisim zaman geçtikçe hız değiştiriyorsa? Yaşadığımız çevrede bazen trafik bazen yol bozukluğu bazen de başka bir sebeple de olsa araçlar hız değiştirir. Biz bu değişen hızların herhangi bir andaki değerini nasıl bulabiliriz? Daha önceden anlatıldığı üzere hız v idi. Yani belli bir süre içinde alınan yol anlamındaydı. Bizim şu an istediğimiz ise belli bir süre değil de o andaki zamanla birim yerdeğiştirmedir. Aslında bunu söyleyerek kendimize ipucu vermiş oluyoruz. Şöyle ki biz belli bir süre değil o anı istiyoruz. Yani geçen sürenin 0,0000...01 gibi bir şey olmasını. Δt 'miz 1,2,3 ya da daha büyük bir değer değil sonsuz küçüklükte 0'a yakın bir değer almasını istiyoruz. Aslına bakarsanız bu isteğimiz bizi türev-diferansiyel bilgisine yönlendirmektedir. (Türev ve diferansiyel ikisi tamamen aynı şeyler olmasa da pratikte aynıymış gibi davranacağız. Diferansiyel kendi içindeki değişim türev ise kendi içindeki değişimin başka bir şeydeki değişime oranı diyebiliriz)



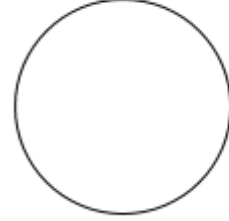
2.3 Fizik için Matematik: Diferansiyel, Türev

Diferansiyel kelimesi İngilizcedeki 'differential' kelimesinden o da 'difference' kökünden türemiştir. Difference kelimesinin Türkçe karşılığı ise fark(değişim)'dir. Bunu biraz daha somut örneklerle gösterecek olursak;

Yuvarlak bir çubuk etrafına sarılmış bant düşünelim. Çubuk etrafına sarılan bu bantın üstten görünümü aşağıdaki şekildeki gibi ve bu şeklin yarıçapı r olsun. Bu durumda üstten gördüğüm şekil bir dairedir ve daire ifade etmek için formülünü kullanırız.



Şimdi üstten görünümü daire olan bantın son kabuğunu çıkaralım. İlk durumdaki bantla son durumdaki bant arasında bir sarımlık, kabuk şeklinde bant vardır. Ve de bu kabuk şeklindeki bantın üstten görünümü bir çemberdir



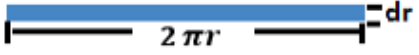
Yukarıda yaptığımız tanıma göre bu çok küçük farkın ya da iki durum arasındaki değişimin bulunması türevle sağlanmalı. Dairenin değişimi çember olmalı. Yani daire denkleminin türevi bize çember denklemini vermeli. Bakalım verecek mi;

$(\pi r^2)' = 2\pi r \Rightarrow$ verdi.



NOT(Olayın matematiksel kısmı): Eğer gerçek hayattaki gibi düşünersek. Çıkarılan kabuğun bir kalınlığı vardır. Bu kalınlık $(r_{\text{son}} - r_{\text{ilk}})$ 'tir.

Biz buna kısaca Δr deriz. Δr , 0'a yaklaşırsa dr ile ifade etmek daha doğru olur. Bu şeklin açık halini düşünersek;



Bizim değişimimiz aslında $2\pi r dr$ 'dir. Ama türev yarıçapın değişimine göre dairenin değişimi ne olur sorusuna verilen cevaptır. Yani dr 'de $2\pi r dr$ 'dir.

Şimdi bunu fiziğe taşırsak bizim istediğimiz şey zamandaki çok ufak bir değişimdi. Δt 0'a yakın olduğunda $\Delta x/\Delta t$ 'nin sonucunu istiyoruz. Bu çok küçük değişim bizi türeve yönlendiriyor.

$$\frac{2\pi r dr}{dr} = 2\pi r$$

ÖRNEK 2.3

$x(t) = (t^2 - 2t)$ m fonksiyonuna göre hareket eden bir parçacığın

a) 2-3 saniye aralığındaki ortalama hızını bulunuz

b) 2. ve 3. Saniyelerdeki hızını bulunuz.

ÇÖZÜM

a) 2-3 saniye aralığındaki ortalama hızı için $V = \Delta x/\Delta t$ 'yi kullanabiliriz.

$$V = (x_3 - x_2)/(t_3 - t_2) \Rightarrow x_3 = 3^2 - 2 \cdot 3 = 3, x_2 = 2^2 - 2 \cdot 2 = 0 \Rightarrow V_{2-3} = (3 - 0)/(3 - 2) = 3 \text{ olur.}$$

b) 2. ve 3. Saniyedeki hız anlık bir hızdır ve o anda geçen süre 0'a yakındır. $V = \Delta x/\Delta t \Rightarrow \Delta t$ 'nin 0'a yakın olması bize sonsuz küçüklükteki değişimden bahsetmesi demektir. Ve bu küçüklük bizi türeve götürür. Değişen şey t olduğu için türev t 'ye göre alınır. $x = t^2 - 2t \Rightarrow x' = 2t - 2$ olur. Buradaki x' ifadesi dx/dt 'dir. Bu da $\Delta x/\Delta t$ 'den gelmektedir. Ancak $\Delta x/\Delta t$ şeklini değerlerimiz büyük olduğunda kullanırız. Δt 'nin 0'a yakın olması bizi türeve götürdüğü için dx/dt şeklinde yazarız. Sonuç olarak madem ki $\Delta x/\Delta t = dx/dt$ o zaman $dx/dt = v$ deriz. Bu durumda $V_2 = \Delta x/\Delta t = 2 \cdot 2 - 2 = 2 \text{ m/s}$, ve $V_3 = 3 \cdot 2 - 2 = 4 \text{ m/s}$ şeklinde anlık hızlar bulunabilir.

Türev mantığını biraz daha açarsak $V = \Delta x/\Delta t$ idi ve biz Δt 'yi 0'a yakın diye türev alıyoruz dedik. Bunu şimdi de türev formüllerini kullanmadan yapalım. $x(t) = (t^2 - 2t)$ m denkleminde hareket eden parçacık için 2. Saniyedeki hızını arıyoruz. $t_{\text{ilk}} = 2, t_{\text{son}} = 2 + h$ diyelim ve h burada 0'a yakın sonsuz küçüklükte bir değer. Pratikte 0 alınabilir. $V = \Delta x/\Delta t = (x_{\text{son}} - x_{\text{ilk}})/(t_{\text{son}} - t_{\text{ilk}}) \Rightarrow x_{\text{son}} = (h+2)^2 - 2(h+2) = h^2 + 2h, x_{\text{ilk}} = 0, t_{\text{son}} - t_{\text{ilk}} = h+2 - 2 = h,$
 $V = (h^2 + 2h)/h = h+2$

h , 0'a yakın olduğu için $h+2 = 2$

şeklinde 2. Saniyede hız böyle de bulunabilir. Ama biz sonsuz küçüklükteki ifadelerin değişiminin türeve gittiğini öngörerek kolaylıkla yapabiliriz.

2.4 İvme

Günlük hayatta sabit hızlı hareketlerle az karşılaşırız. Küçük de olsa araçların hızında değişimler olacaktır. Hiçbir şey olmasa bile hızımızı düşüren sürtünme vardır. Hızımızı değiştiren bu sürtünme bazen de sabit hıza sebep olabilir. Başka sebepleri de olsa da mesela karlar sürtünmeden dolayı limit hıza ulaşırlar ve sabit hızla inerler. Ama cisimler bu limit hıza ulaşmadan önce hızlanmaları gerekmektedir. Cisimler belli ivmeler hızlanır ya da yavaşlar ya da artan bir şeydir. **İvme** belli bir süredeki hızdaki değişimdir. $a = \Delta v / \Delta t$ formülünde Δt eğer küçük bir değer değilse (0'a yakın değilse) buradan çıkaracağımız a değeri o süre içindeki ortalama ivme'ir.



ivme:

$$a = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{V_2 - V_1}{t_2 - t_1}$$

ÖRNEK 2.4

$x = 3t^2$ denklemine göre hareket eden bir cismin;

a) 4-5 saniye aralığındaki ivmesini bulunuz.

b) 4.sndeki ivmesini hesaplayınız.

ÇÖZÜM

a) $a = \Delta V / \Delta t = (V_5 - V_4) / (t_5 - t_4) \Rightarrow V_5$ ve V_4 hızları lazım.

V_5 cismin 5. Saniyedeki hızı olup anlık hızdır. $v = dx/dt$ formülünde v o anda Δt 0'a yakındır. Bu yüzden de V_5 'i türevle bulacağız. $dx/dt = v = 6t \Rightarrow V_5 = 6 \cdot 5 = 30$, $V_4 = 6 \cdot 4 = 24$ $\Rightarrow V = (30 - 24) / (5 - 4) = 6 \text{ m/s}$

b) $a = \Delta V / \Delta t$ (Δt 0'a yakın olduğu için türeve gidiyoruz) $= dV/dt = v' = (6t)' = 6 \text{ m/s}^2$

görüldüğü üzere ivmemiz bir denkleme bağlı çıkmadı. Yani ivme sabit. Sabit olduğu için de her an aynı değerdedir.

Özetle toparlarsak; x konumumuzdur. Belirli bir sürede yapılan konum değişimi bize hızı verir.

$V = \Delta x / \Delta t$ yani "hız konumun zamana göre değişimi"

Değişim çok küçük olduğunda türeve dönüştüğü için önceki cümleyi aynen kullanarak değişim yerine türevi koyabiliriz.

$V = dx/dt$ yani "hız konumun zamana göre türevi".

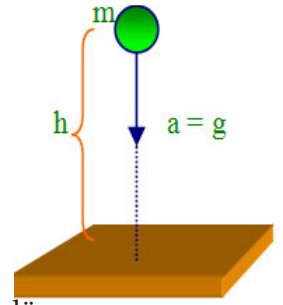
Konumla hız arasındaki ilişki hızla ivme arasında vardır.

$a = \Delta v / \Delta t$ yani "ivme hızın zamana göre değişimi"dir. Buradaki Δt ifadesi 0'a yakın olacak şekilde küçüldüğü zaman ivme anlık ivme olur ve Δt 0'a yakın olduğu için bu küçük değişim türevle bulunur.

"İvme hızın zamana göre türevidir." ifadesi rahatlıkla kullanılabilir.

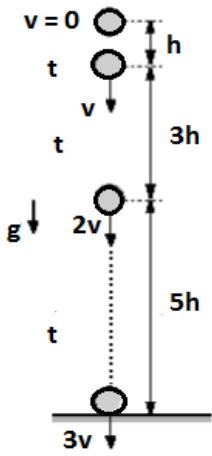
2.5 Serbest Düşme Hare-

Havada serbest bırakılan cisimlerin aşağı doğru düşmesi çevremizde sıklıkla gördüğümüz bir olaydır. Bu düşme hareketleri, cisimleri yerin merkezine doğru çeken bir kuvvetin varlığını gösterir. Bir cisme etki eden yerçekimi kuvveti o cismin ağırlığına eşittir. Cismin G ağırlığı, $G = mg$ bağıntısı ile bulunur. Burada g, yerçekimi ivmesidir. Yer çekim alanı da denilebilir. Yerçekim ivmesinin birimi, hareket ve dinamik konusunda öğrendiğimiz ivme birimidir. SI birim sisteminde m/s^2 ya da N/kg dır.



Havasız ortamda serbest bırakılan bir cisim yerçekimi etkisi ile aşağı doğru g ivmesi ile düşer.

Bu olaya **serbest dusme** denir. Serbest düşmeye bırakılan bir cisim sabit g yerçekim ivmesinin etkisi ile aşağı doğru düzgün hızlanan hareket yapar. Her saniye hızı yerçekim ivmesi kadar artar. Yerçekim ivmesi, $g = 9,81 m/s^2$ dir.



Serbest düşen bir cisim her saniye bir öncekine göre daha fazla yol alır. 1 saniye sonra aldığı yol h kadar ise, 2 saniye sonra 3h, 3 saniye sonra 5h ... dir.

Ayrıca her saniye yerçekim ivmesi kadar hızı artar.

1 saniye sonra hızı 9.81m/s, 2 saniye sonra 19,62 m/s,

3 saniye sonra hızı 29,43 m/s dir.

Bu durumu açıklarsak. Sabit ivme altındaki hareketli bir cismin hızı zamanla değişecek ve hızın değişimi anlık yerdeğiştirmeyi de etkileyecektir. Yani birim zamandaki yerdeğiştirme de giderek artacaktır. Bu durumu grafiksel olarak ifade edersek konum-zaman grafiği parabolik, hız-zaman grafiği eğimi olan bir doğru ve ivme-zaman grafiği sabit bir doğru olacaktır.

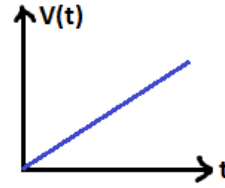
$$x(t) = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

$$h = \frac{1}{2} g t^2$$

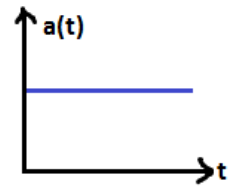


$$\Delta v = a \cdot \Delta t$$

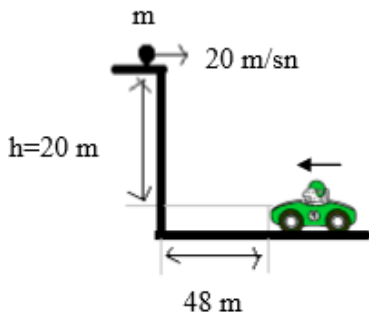
$$\Delta h = v \cdot \Delta t$$



$$\Delta h = \int (a \cdot t) dt = \frac{1}{2} a \cdot t^2$$



ÖRNEK 2.5



Yerçekimi ivmesinin $10m/s^2$ olduğu sürtünmesiz bir ortamda m kütleli bir cisim 20 m/s hızla şekildeki gibi yatay atıldığı an durmakta olan araba ok yönünde düzgün hızlanmaya başlıyor. Cismin arabanın üzerine düşebilmesi için arabanın hızlanma ivmesi en az kaç m/sn olmalıdır?

ÇÖZÜM

m kütleli cismin 20 yükseklikten düşmesi için gerekli süre; $h=0.5gt^2$ den $t=2sn$ çıkar. Bu süre zarfında cisim aynı zamanda $\Delta x=v \cdot t=(20m/s) \cdot 2=40m$ yol alır. Geriye kalan 8m lik yolu araba 2 saniye boyunca sabit ivme ile hızlanarak almalıdır ki cisme yetişsin.

$\Delta x=8m=0.5at^2$ formölünden t yerine de 2 sn yazarsak; $a=4 m/s^2$ bulunur.

2.5 Konumun-Hız-İvme Bağlılıları

Tek boyutlu doğrusal hareketlerin güzel tarafı ivmenin sabit olmasıdır. İvme sabit olduğundan ortalama ivme ani ivmeye eşittir. Bu tür harekette hız hareketin başından sonuna kadar aynı oranda artar (veya azalır). Bir boyutta sabit ivmeli hareket yapan bir cismin hareketine ilişkin a , v , t , x niceliklerini veren ifadeleri türetirsek:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_s - v_i}{t_s - t_i}, \text{ böylece ivme ; } a = \frac{v_s - v_i}{t}, \text{ ve hız-ivme ilişkisi: } v_s = v_i + at \text{ olur.}$$

Burada ivme sabit olduğundan ortalama hızı ilk ve son hızların ortalaması $v_{ort} = \frac{v_i + v_s}{2}$ şeklinde yazıp yerdeğiştirme şeklinde yazarsak ivme ile yerdeğiştirme arasındaki ilişkiyi veren denklemimiz:

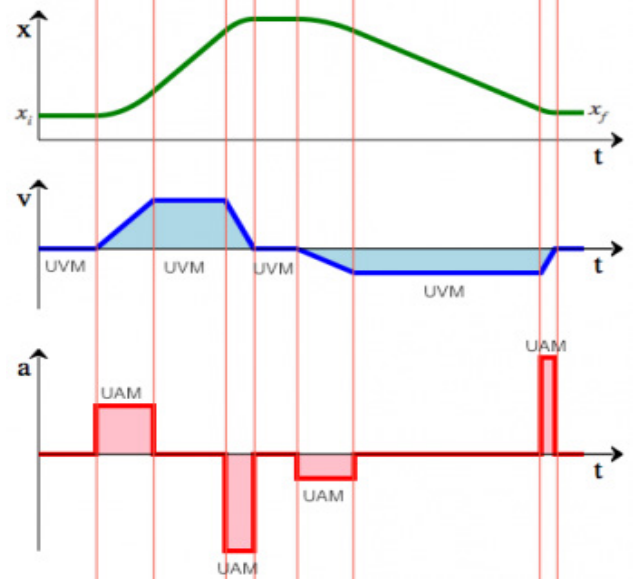
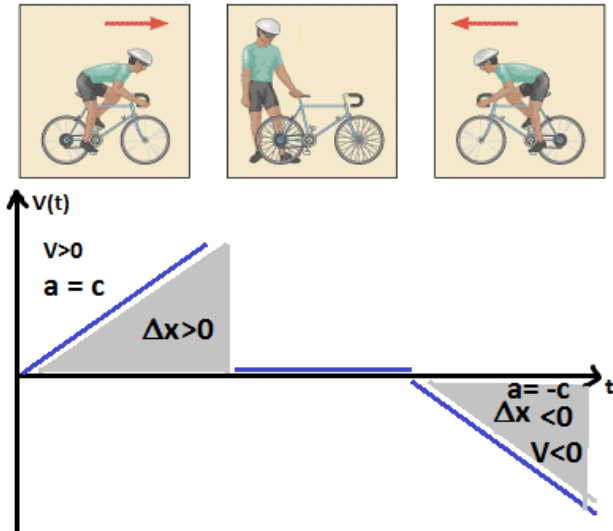
$$x_s - x_i = \frac{1}{2}(v_i + v_s)t$$

$$x_s - x_i = v_i t + \frac{1}{2}at^2$$

Ayrıca gerekli işlemler yapılmış yerdeğiştirme-hız arasındaki ilişkiyi veren denklemler elde edilir:

$$x_s - x_i = \frac{1}{2}(v_i + v_s)\left(\frac{v_s - v_i}{a}\right) = \frac{v_s^2 - v_i^2}{2a}$$

$$v_s^2 = v_i^2 + 2a(x_s - x_i)$$



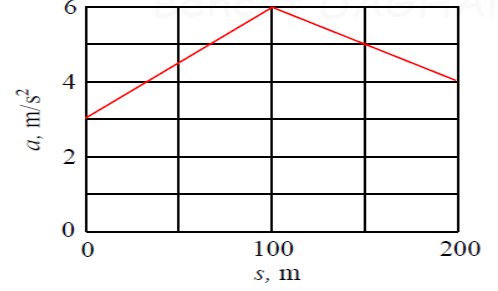
Bölüm Sonu Soruları

1- A şehrinden B şehrine giden bir araba toplam yolun yarısını 30 km/saat diğer yarısını da 45 km/saat hızla gidiyor. Bu yolculuk için arabanın ortalama sürati kaç km/saattir?

2- Bir cisim x-ekseni boyunca sabit $a = +3\text{m/s}^2$ ivmesi ile hareket etmektedir. $t = 0$ anında $x_0 = -6\text{m}$ ve $V_0 = +4\text{m/s}$ olduğuna göre $t = 10\text{s}$ anındaki konumunu ve hızını bulunuz.

3- Doğrusal hareket yapan bir araba, hareketsiz iken 10s içinde düzgün bir şekilde konumu sıfıra gelecek şekilde $a = +6\text{m/s}^2$ lik bir ivme hızlanarak harekete başlıyor. Hareketinden 10s süre sonunda sabit şiddette bir hızla harekete devam ediyor. Başlangıçtan itibaren 15s sonra bu araba kaç m yol almıştır?

4- İlk başta $s = 0$ konumundan ilk hızsız olarak harekete başlayan ve doğrusal hareket yapan bir motosikletin ivmesi konuma bağlı olarak şekildeki gibi değişmektedir. $s = 200\text{m}$ iken motosikletin hızını bulunuz.



5- Bir cisim düzgün hızlanarak A noktasını $V_A = 10\text{m/s}$ hızı ile, 6s sonra B noktasını da $V_B = 70\text{m/s}$ hızla geçiyor. A ile B noktaları arasındaki mesafeyi ve cismin ortalama ivmesini bulunuz.

6- Bir otomobilin hız göstergesi km/h yerine m/sn olarak ayarlanmıştır. Otomobilin harekete başlamasından sonraki hızı için aşağıdaki okumalar yapılmıştır.

Zaman (sn) : 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16

Hız (m/sn): 0, 0, 2, 5, 10, 15, 20, 22, 22

- Otomobilin 2sn ara ile ortalama ivmesini bulunuz. ivme sabit midir, neden?
- Yukardaki verileri kullanarak bir hız zaman grafiği çiziniz. (Bunun için yatay ekseninde $2\text{sn} = 1\text{cm}$ ve düşey ekseninde $5\text{m/sn} = 1\text{cm}$ alınız.)
- Elde edilen noktalardan geçen düzgün bir eğri çizdikten sonra 1cm^2 lik alan ne kadar yolu gösterir?
- İlk 8sn de gidilen yol ne kadardır?

7- Otomobil şoförlerinin ortalama reaksiyon süreleri 0,7sn kadardır. 16m/sn^2 ivme ile yavaşlayabilen bir aracın seyir hızı 30km/h dir. Şöför 'DUR' işaretini gördükten sonra frene basınca aracın duruncaya kadar alacağı yol kaç km dir?

8- Bir top, binanın tepesinden düşey olarak $V_0 = 30\text{m/sn}$ ilk hızla aşağı doğru atılıyor.

- Topun 2sn sonraki hızı ne olur?
- 2sn sonra ne kadar yol alır?
- Top binanın tepesinden 30m düştüğü zaman hızı ne olur?
- Top yerden 120m yukarıda elden çıktığına göre ne kadar süre içinde yere çarpar?

9- Bir öğrenci yer çekimini bizzat incelemek için 300m yüksekliğinde bir gökdelene çıkarak elinde bir kronometre ile kendini serbest düşmeye bırakıyor. (ilk hızı sıfır) 5sn sonra yardımsever bir insan aynı yere gelerek öğrenciyi kurtarmak için süngeri sermeye başlıyor. Yardımsever arkadaşın öğrenciyi kurtarabilmesi en geç kaç saniye içinde süngeri sermesi lazım?

10- A ve B otomobilleri bir yolda komşu iki şeritten aynı yönde giderken bir trafik ışığında duruyorlar. Yeşil ışık yanınca A otomobili 1m/sn^2 lik sabit ivme hızlanıyor. 2sn sonra B otomobili hareket edip $1,3\text{m/sn}^2$ lik ivme ile hızlanıyor.

- B'nin A'ya ne zaman ve nerede yetişeceğini bulunuz.
- Bu andaki otomobillerin hızlarını bulunuz.