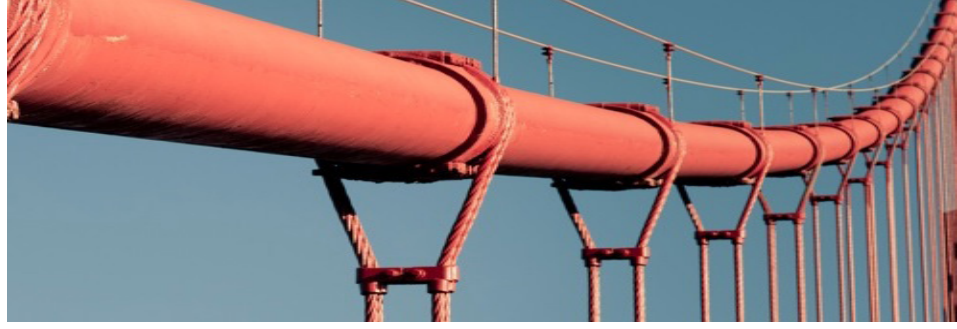


11. BÖLÜM



Esneklik ve Denge Şartları

11.1 Statik Denge

11.2 Denge Halindeki Cismi İncelemek

11.3 Kuvvet Çifti

11.4 Maddelerin Mekanik Özellikleri

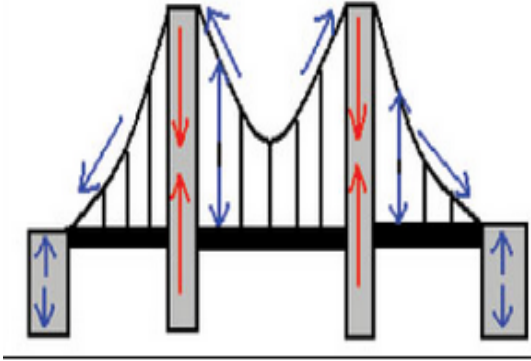
11.5 Esneklik ve Esnek Maddeler

11.6 Esneklik Modülü/ Young Modülü

Bölüm Sonu Soruları

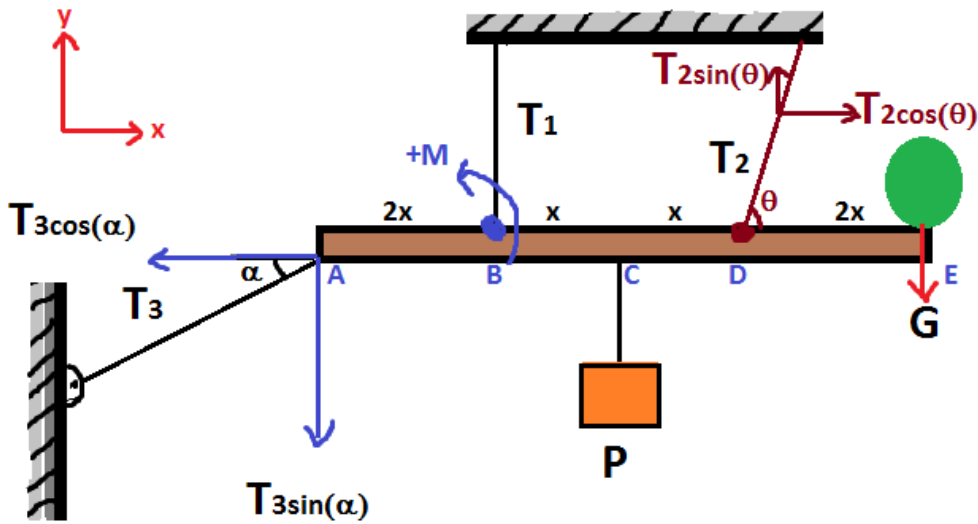
11.1 Statik Denge

Çevremizde gördüğümüz uzun süre konumu ve dengesi değişmeyen binalar, köprüler ve daha bir çok yapıların mühendislik açısından incelenmesi **statik denge ve esneklik** konusuyla ilgilidir. Masanın üzerindeki bir cismin yıllarca aynı durumda kalması ve masa ayaklarının bu ağırlığı taşıması statik denge ve esnekliğe güzel bir örnektir.



Fizikte statik denge, hareketsiz olma veya durgunluk halini koruma durumu diye de geçer. Denge durumundaki cismin ağırlığı ve ağırlığı taşıyan sistemin tepki kuvvatleri birbirine eşit olmalıdır ki cisim hareketsiz kalabilsin. Her denge şartındaki bu önemli prensip düşünülmelidir. Bu tür durumlarda durgun haldeki cismin ağırlığını veya ağırlık kuvvetinin bileşenlerini karşılayacak tepki kuvvatleri olmalıdır. Denge durumunda denklemler kurulurken hem kuvvetlerin eşitliği hem de momentler eşitliği baz alınır. Yani düşeydeki toplam kuvvetler birbirlerini, yataydaki kuvvetler de birbirlerini

karşılamalıdır. Aynı zamanda herhangi bir dönme noktasına göre bu kuvvetlerin döndürme etkileri de birbirlerini karşılamak zorunda. Bunu matematiksel olarak ifade edersek bütün dikey yöndeki kuvvetler toplamı sıfır, yatay yöndeki kuvvetler toplamı sıfır ve dönme noktasına göre bu kuvvetlerin döndürme etkileri de sıfır olmak zorundadır.



$$\sum F_x = 0 \quad T_3 \cos(\alpha) + T_2 \cos(\theta) = 0$$

$$\sum F_y = 0 \quad T_3 \sin(\alpha) + T_2 \sin(\theta) + P + G + T_1 = 0$$

$$\sum M_B = 0 \quad T_2 \sin(\theta) \cdot 2x + T_3 \sin(\alpha) \cdot 2x - P \cdot x - G \cdot 4x = 0$$

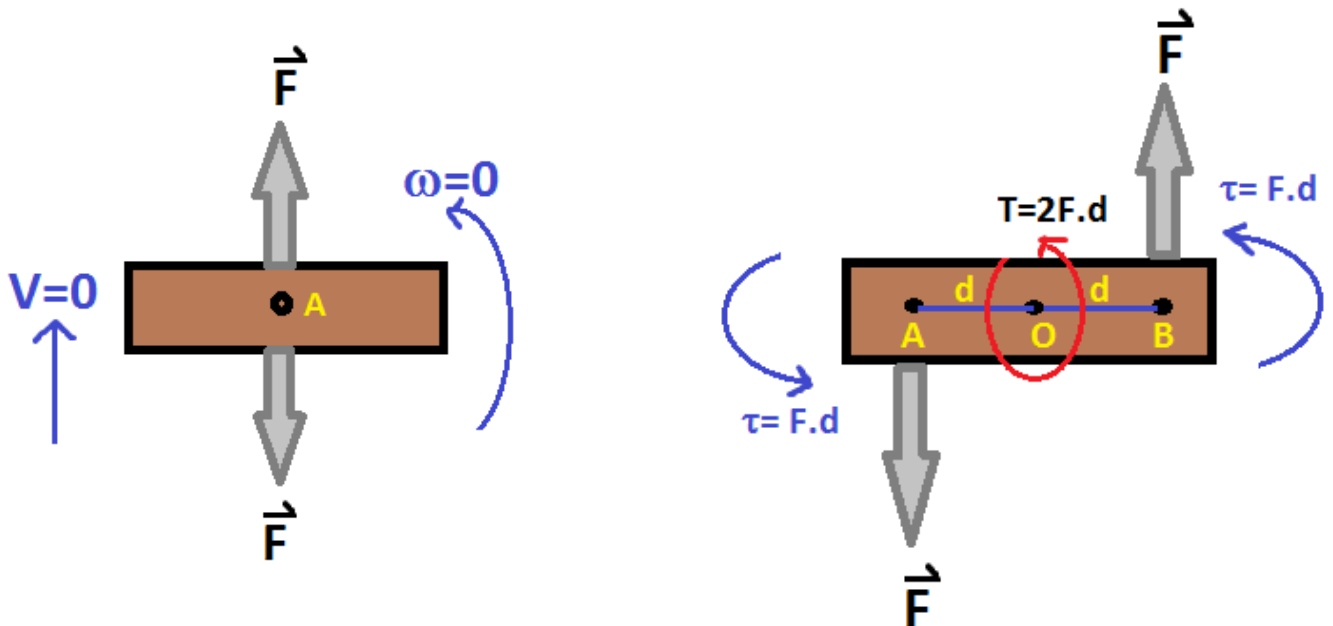
11.2 Denge Halindeki Cisimler

Statik dengedeki cisimler incelenirken şu adımlar dikkate alınır;

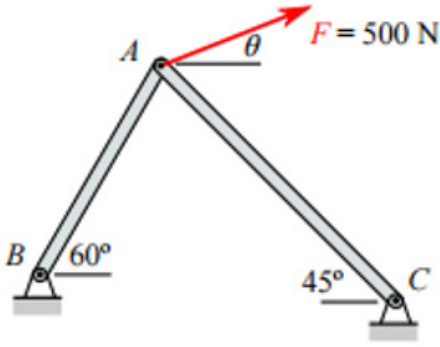
1. İncelenen cismin iki boyutlu kabataslak görüntüsü çizilir ve uygun koordinat sistemi belirlenir.
2. Cisim üzerinde etkiyen tüm kuvvetler belirlenir ve etkiledikleri noktalar tespit edilir.
*Bu iki adımdaki çizim ile aslında Serbest cisim diyagramı çizilir. (Cisim, üzerindeki kuvvetler ve bu kuvvetlerin etkiye noktaları ile oluşturulan şekle **serbest cisim diyagramı** denir.)
3. Her kuvvetin doğrultusu ve yönü tekrar kontrol edilir.
4. Koordinat sistemindeki eksenlere göre kuvvetlerin bileşenleri bulunur.
5. Uygun koordinat sistemine göre aynı doğrultudaki kuvvetler arasında işlemler yapılır ve çözülen eşlikle bilinmeyen kuvvetler bulunur.
6. Denge şartlarına göre uygun bir dönme noktası seçilir.
7. Eksenlere göre bileşenlerine ayrılan kuvvetlerin dönme noktasına göre momentleri alınır. Moment alınınca saat yönünün tersine göre dönme pozitif(+), saat yönündeki dönme ise negatif(-) işaretli kabul edilir.
8. Elde edilen kuvvet denge ($\Sigma F_x = 0$, $\Sigma F_y = 0$) ve moment denge ($\Sigma T = 0$) denklemleriyle bilinmeyenler bulunur edilir. Bulunan kuvvet eksi(-) işaretli çıkıyorsa yönü yanlış alınmış demektir. Böylece kuvvet ters çevrilir.

11.3 Kuvvet Çifti

Kuvvetler bir cisim üzerine etkiyince cisimde ya şekil değişikliğine sebep olurlar ya da cismi hareket ettirerek enerji kazanmasını sağlarlar. Cisim denge halindeyse hareket etmez ve esneme özelliğine göre şekil değiştirir. Eğer kuvvetler birbirlerini dengeleyemiyorsa cisim net kuvvetin etkisine oranla ivmeli hareket eder. **Kuvvet çifti** denince eşit şiddette ve zıt yönlü iki kuvvetin bir cisim üzerindeki etkisi anlaşılmalıdır. Yani kuvvetlerin büyüklükleri aynı olmalı ve aralarındaki açı 180° olmalıdır. Eğer kuvvetler aynı noktaya etkiyorsa cisim dengede kalır ne öteleme ne de yuvarlama hareketi yapar. Ama kuvvetler farklı noktalara etki ederse aralarındaki mesafeye oranla dönme hareketi yaparlar (Dödürmeyi sağlayan moment zıt yönlü kuvvetler arasındaki mesafeyle doğru orantılıdır.) Dikkat ederseniz öteleme hareketinden bahsetmedik çünkü kuvvetler miktarca eşit büyüklükte ve zıt yönlü olduğundan bu doğrultu boyunca net kuvvet sıfır olur ve öteleme hareketi yapmazlar. Ama aralarında mesafe olduğundan tam ortalarındaki noktaya göre dönme hareketi yaparlar.



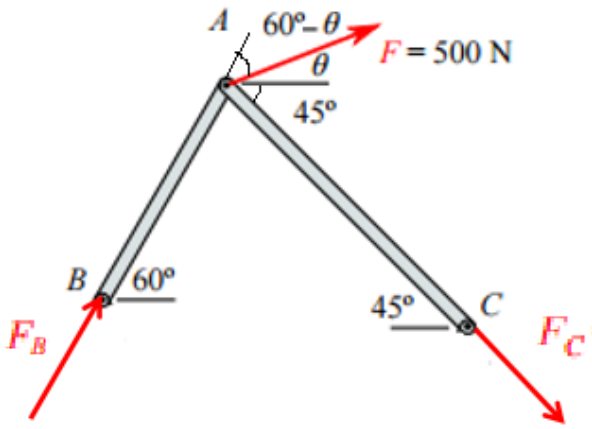
ÖRNEK 11.1



500 N luk F kuvvetini A noktasına şekilde görüldüğü gibi etkimektir. Bu kuvvetin AC çubuğu doğrultusundaki bileşenin şiddeti 300 N ve yönü A dan C ye doğru olduğuna göre kuvvetin AB doğrultusundaki bileşenin şiddeti ve yatay düzlem ile yaptığı θ açısı ne olur?

ÇÖZÜM :

Sistemin serbest cisim diyagramı (SCD)



Anoktasında cosinus teoremi kullanılarak ;

$$F^2 = F_B^2 + F_C^2 + 2 \cdot F_B \cdot F_C \cdot \cos(60^\circ - \theta + \theta + 45^\circ)$$

$$500^2 = F_B^2 + 300^2 + 2 \cdot F_B \cdot 300 \cdot \cos(105^\circ)$$

$$F_B = 485,12 \text{ N}$$

θ açısını bulmak için F kuvvetinin yatay bileşeni AB ve AC çubuklarındaki kuvvetlerin yatay bileşenleri toplamına eşitlemeliyiz.

$$F \cdot \cos(\theta) = F_B \cdot \cos(60^\circ) + F_C \cdot \cos(45^\circ)$$

$$500 \cdot \cos(\theta) = 485,12 \cdot \cos(60^\circ) + 300 \cdot \cos(45^\circ)$$

$$500 \cdot \cos(\theta) = 454,692 \text{ N}$$

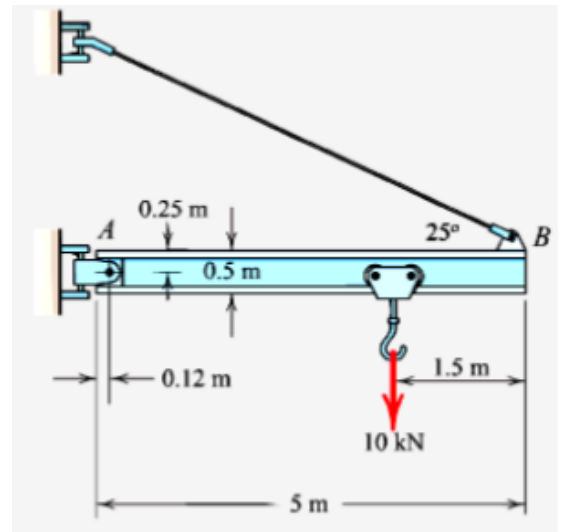
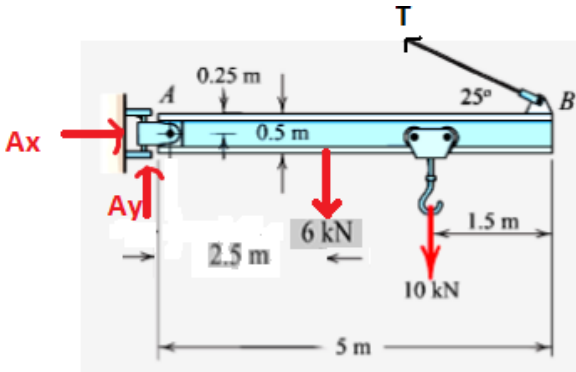
$$\theta = \arccos(454,692/500)$$

$$\theta = 24,58^\circ$$

ÖRNEK 11.2

Şekildeki gibi 10 kN luk yük taşıyan, 6 kN ağırlığındaki uniform kirişe bağlı kablodaki ve A pimindeki kuvvetleri bulunuz.

ÇÖZÜM : SCD



$$\Sigma F_x = 0$$

$$A_x - T \cdot \cos(25^\circ) = 0$$

$$\Sigma M_A = 0$$

$$T \cdot \cos(25^\circ) \cdot (0,25) + T \cdot \sin(25^\circ) \cdot (5 - 0,12) - 10 \cdot (5 - 1,5 - 0,12) - 6 \cdot (2,5 - 0,12) = 0$$

$$\Sigma F_y = 0$$

$$A_y + T \cdot \sin(25^\circ) = 0$$

$$A_x = 19,04 \text{ kN}$$

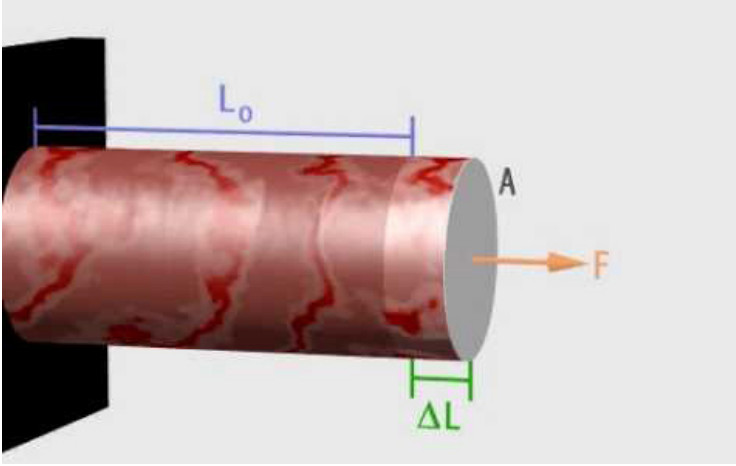
$$A^2 = A_x^2 + A_y^2$$

$$A_y = 7,13 \text{ kN}$$

$$T = 21,0 \text{ kN}$$

$$A = 20,3 \text{ kN}$$

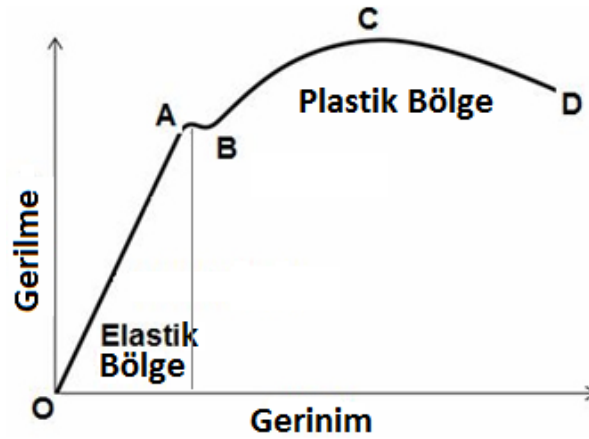
11.4 Maddelerin Mekanik Özellikleri



Yapıların tasarımında kullanılan malzemelerin mekanik özellikleri çok önemlidir. Malzemelerin mekanik yükler altındaki davranışlarına “**Mekanik özellikler**” adı verilir. Mekanik özellikler esas olarak atomlar arası bağ kuvvetlerinden kaynaklanır. Ancak bunun yanında malzemenin iç yapısının (Mikroyapı) da etkisi vardır. Bu sayede iç yapıyı değiştirerek aynı malzemede farklı mekanik özellikler elde etmek mümkün hale gelir. Metallerin mekanik özellikleri çeşitli yükleme şartlarında, çeşitli deney parçaları ile incelenir.

Başlıca mekanik özellikler:

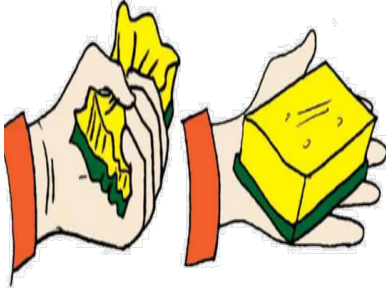
- Çekme/basma (tensile /compression)
- Sertlik (hardness)
- Darbe (impact)
- Kırılma (fracture)
- Yorulma (fatigue)
- Sürünme (creep)



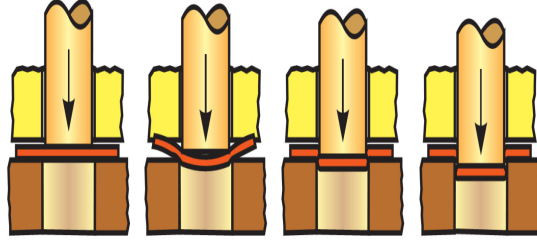
Uygulanan gerilmeler (yüklemeler) altında; katılarda önce elastik (geri dönüşümlü) deformasyon daha sonra da ani gevrek kırılma, ya da bir plastik (kalıcı) deformasyonu takip eden sünek kırılma oluşur. Seramikler ve camlar gevrek kırılma, metaller ve polimerler sünek kırılma davranışı gösterirler. Beton gevrek ve esnemedi kırılır, onu sünek hale getirmek için çelik kullanılır. Çelik sünektir, kırılmadan önce deforme olur. Bu durum gerilme/uzama eğrilerinde gözlemlenir. Süneklik kırılmaya kadar olan plastik deformasyon bölgesini ifade eder.

11.5 Esneklik ve Esnek Maddeler

Şimdiye kadar denge şartlarında katı cisimlerin şekilleri bozulmadan dengede kalacaklarını varsaydık. Gerçek hayatta ise yükleme altındaki her cismin az da olsa şekil değişikliğine (deformasyon) uğrayacağını bilmeliyiz. Deformasyonlar elastik ve plastik deformasyon diye ikiye ayrılır. Eğer yükleme kaldırılınca cisim eski şeklini koruyup aynı boyutta kalıyorsa cisim esnektir ve bu duruma **elastik deformasyon** denir. Diğer yandan eğer yükleme kaldırıldıktan sonra madde eski boyutuna gelmiyorsa yani maddenin iç yapısında bir değişiklik olmuşsa bu bozunma kalıcıdır ve buna **plastik deformasyon** denir.

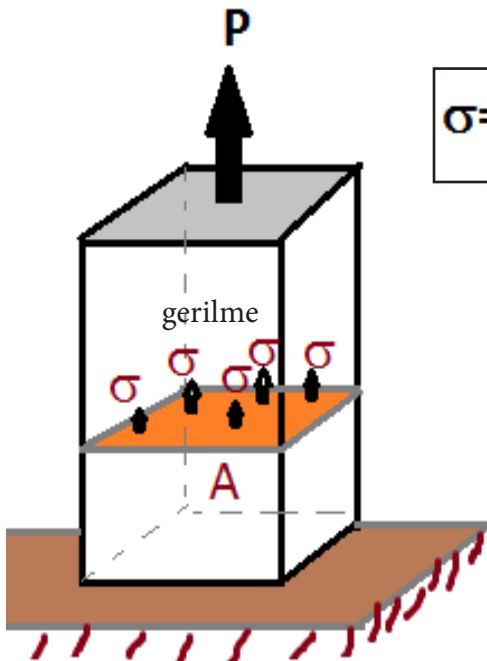


elastik deformasyon

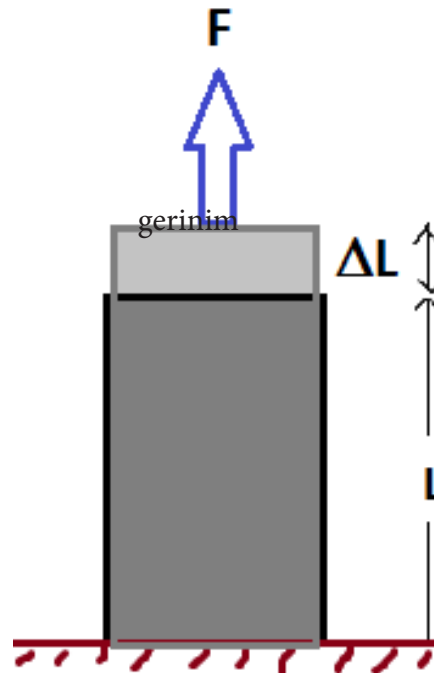


plastik deformasyon

Maddeler üzerinde yükleme işlemi çekme, bastırma, burkma ve burulma şeklinde farklı olabilir. Bizler burda genel olarak çekme ve bastırmayla ilgileneceğiz. Fiziğin mukavemet ve statik alt bölümleri bu tür uygulamalarla ilgilenir. Genel olarak L uzunluğuna ve A kesit alanına sahip bir cismin p yükü altında esneklik davranışını incelersek kriterlerimiz **birim alana düşen kuvvet** ve **uzunluk başına birim uzama** değerleri olacaktır. İşlemlerde kolaylık sağlaması için uygulanan kuvveti değil de birim alana düşen dik kuvveti almamız işimizi kolaylaştıracaktır. Birim alana düşen dik kuvvete **gerilme** denir. Buna aynı zamanda **stress** de denir ve birimi basıncın birimi ile aynıdır (N/m^2). Uzama miktarı ilk boyu ile doğru orantılı olduğundan uzanımı bulmak için toplam uzama miktarını ilk boy ile oranlayacağız ki birim uzunluk başına uzama miktarını elde edelim. Birim uzama miktarına ise **gerinim** denir ki bu aynı zamanda maddenin esneklik oranıdır. Gerinimi bulurken uzunluğu uzunluğa oranladığımızda elde edeceğimiz büyüklük birimsiz gibi düşünülebilir. Oysaki işlemlerde gerinimin birimi boyutsuz değil de mm/mm alınır.



$$\sigma = \frac{P}{A}$$

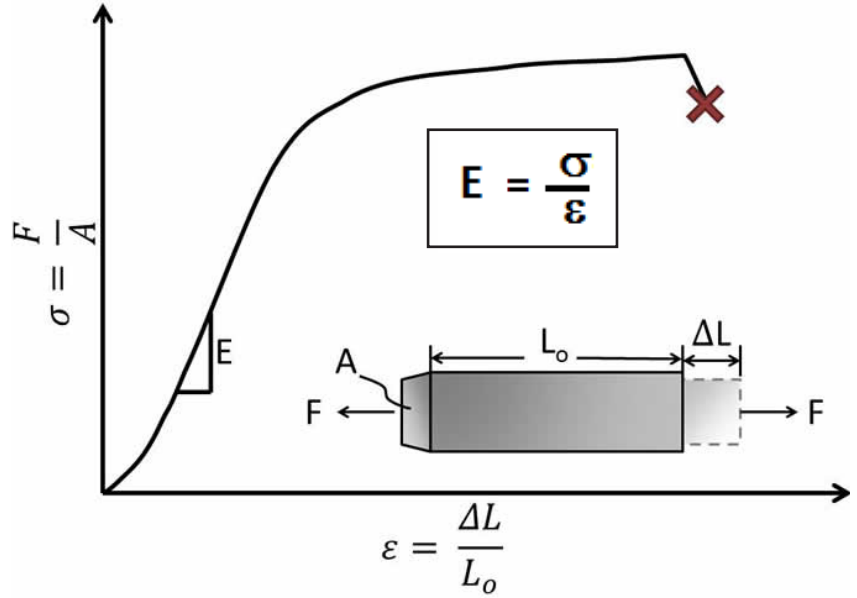
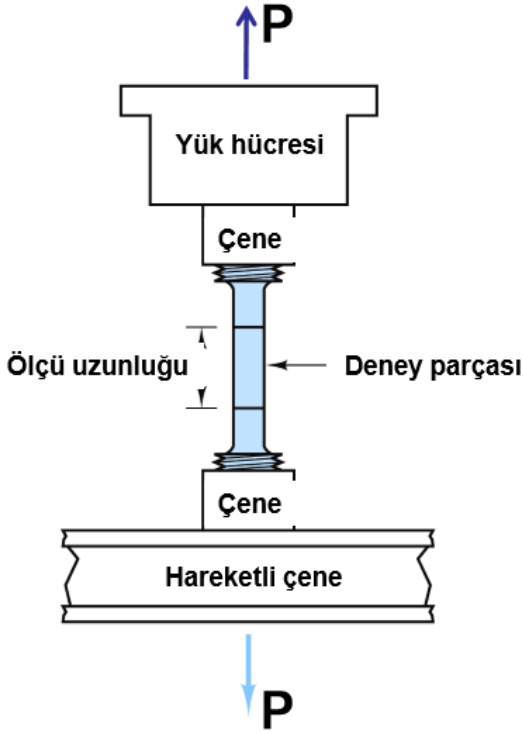


$$\epsilon = \frac{\Delta L}{L}$$

11.6 Esneklik Modülü/ Young Modülü

Malzemeler farklı özellikteki atom ve bileşiklerle olduğundan herbirinin yük altında esneme oranları farklılık gösterir. **Esneklik** ya da **Young modülü** dediğimiz bu özellik malzemenin cinsine bağlı olarak değişen bir katsayıdır. Esneklik (Young) modülünü **E** ile gösteririz. Bu katsayı birim gerinim başına düşen birim gerilmedir.

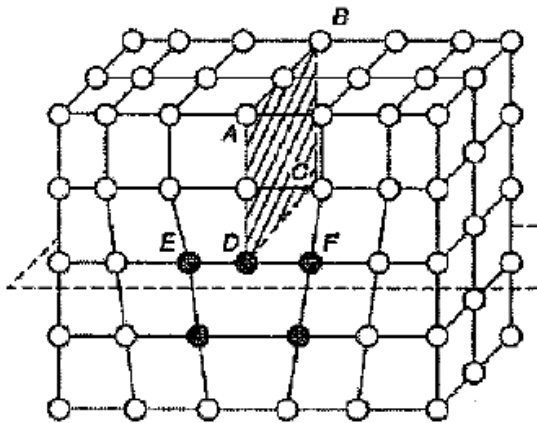
Laboratuvarlarda yapılan malzemenin mukavemet testleri sonucu deneysel veriler elde edilir. Elde edilen çekme deneyi grafiğinin doğrusal arttığı bölge bu malzeme hakkında önemli bir bilgi verir. Bu bölgedeki grafiğin eğimi malzemeye özel Young modülüne eşittir. Esneklik modülü maddenin yükleme altındaki esnekliğinin bir ölçüsüdür. Bu katsayı sadece elastik deformasyonunun olduğu bölgede geçerlidir. Madde akmaya başladığında plastik deformasyon olacağından esneme grafiği lineer özellik taşımaz ve sabit bir gerilme-gerinim eğrisi elde edilmez.



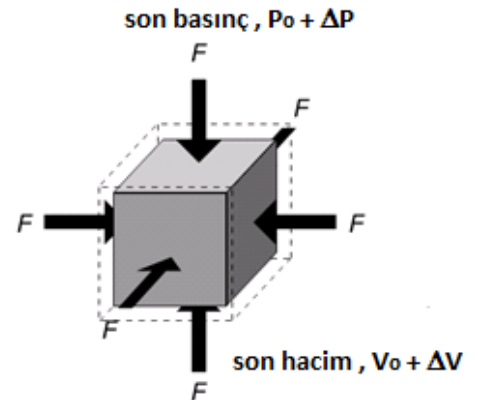
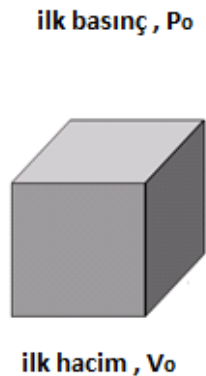
*Gelime-gerinim grafiğindeki çarpı işareti malzemenin boyun verdiği ve kopmaya başladığı anı temsil eder.

Maddenin üç farklı durumu için farklı esneklik sabitleri tanımlanır.

- 1) Malzemenin uzunluğundaki değişmeye karşı gösterdiği direnç için **esneklik (Young)** modülü,
- 2) Malzemenin atomik düzeydeki düzlemlerin kaymaya karşı gösterdiği dirence **kesme (Makaslama)** modülü,
- 3) Katı veya sıvıların hacimlerindeki değişikliğe karşı gösterdiği dirence ise **hacim (Bulk)** modülü denir.

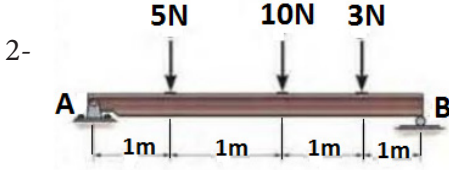
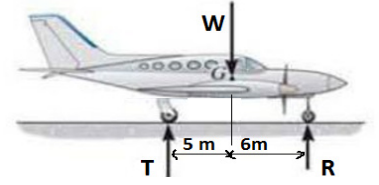


Maddenin iç yapısındaki plastik deformasyon

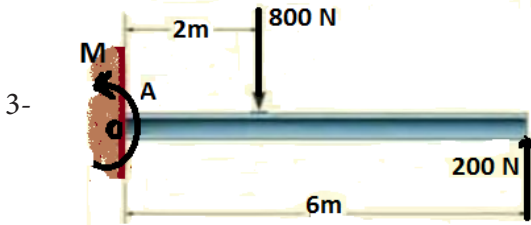


Bölüm Sonu Soruları

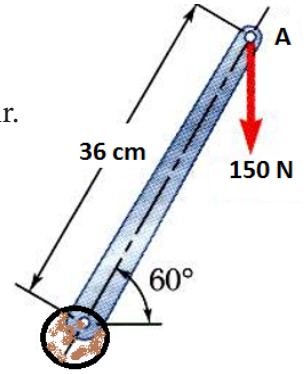
1- Şekildeki uçağın ağırlık merkezinin ön ve arka tekerleklere göre konumu verilmiştir. Statik denge şartı denklemlerini kullanarak W/R oranını bulunuz.



2- Şekilde verilen yükler altındaki kirişin A ve B destek noktalarındaki tepki kuvvetlerini bulunuz.



3- A noktasında duvara mesnetlendirilmiş kirişe uygulanan kuvvetlerin şiddeti şekilde görüldüğü gibidir. Bu kuvvetlerin çubukta oluşturduğu kesme kuvveti- moment diyagramını çizerek A noktasındaki tepki momentini bulunuz.



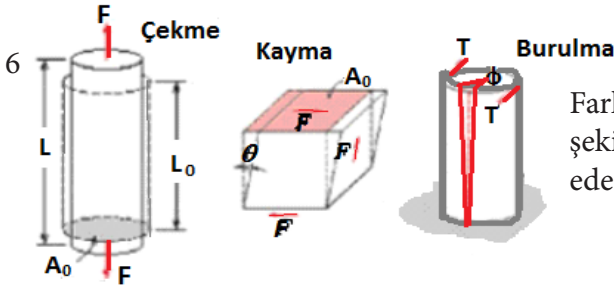
4- 150N'luk dik kuvvet O noktasından bağlanmış şafta A noktasından etkimektedir.

Buna göre;

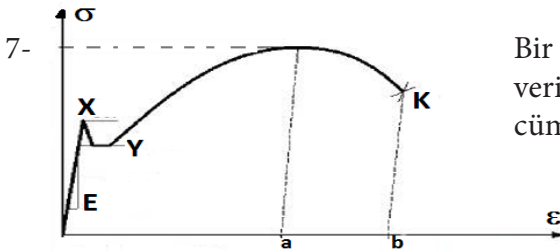
- Bu kuvvetin O noktasına göre momentini,
- Aynı momenti oluşturacak, A noktasına uygulanacak yatay kuvveti,
- Aynı momenti oluşturacak, A noktasına uygulanacak minimum kuvveti,
- Aynı momenti oluşturacak 240N'luk düşey kuvvetin yerini bulunuz.

5- Aşağıdaki ifadelerin tanımlarını yaparak karşılık gelen formülleri elde ediniz.

- mühendislik gerilmesi, σ
- mühendislik şekil değişimi, ε

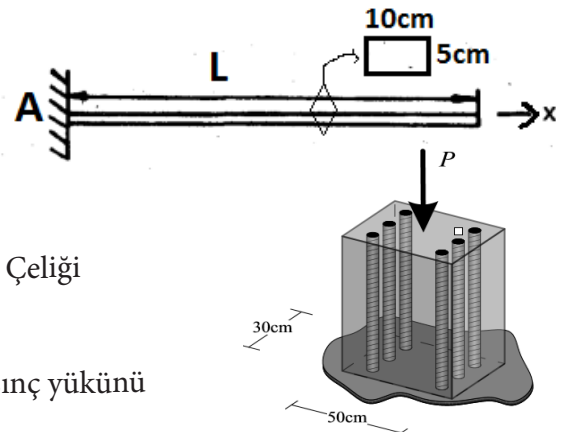


Farklı yükleme altındaki cisimlerin deformasyona uğramaları şekilde gösterilmiştir. Bu deformasyonları veren formülleri elde ederek karşılık gelen gerilme ifadelerini açıklayınız. (ε , θ , ϕ , σ , τ)



Bir çelik numunesinin çekme yükü altındaki gerilim-uzama grafiği verilmiştir. E,X,Y,K, a ve b noktalarına karşılık gelen ifadeleri birer cümle ile açıklayınız.

8- Şekilde verilen x eksenı boyunca A noktasından mesnetli paslanmaz çelik çubuğun boyu $L = 60$ cm ve kesit alanı 10×5 cm² dir. $T=150$ kN luk kuvvet ile ucundan çekilirse son durumdaki boyu kaç m olur?



9- Şekilde görülen betonarme kolonda altı adet 20mm çaplı BÇIII Çeliği bulunmaktadır. Malzeme özellikleri;

$$\sigma_{bgüv} = 20 \text{ MPa}, \sigma_{çgüv} = 200 \text{ MPa}, E_c = 200 \text{ GPa}, E_b = 20 \text{ GPa}$$

olarak verildiğine göre bu kolonun güvenlikle taşıyabileceği P basınç yükünü hesaplayınız.