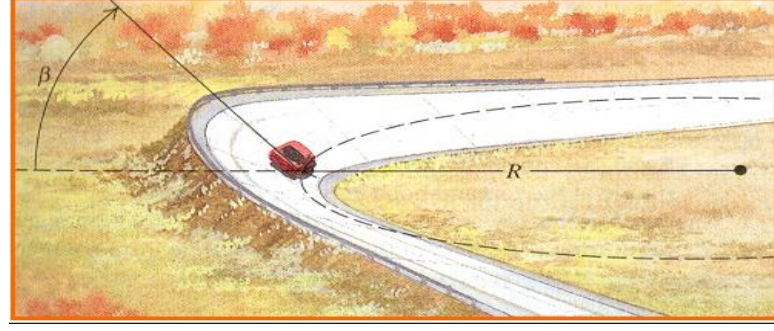


5. BÖLÜM



Newton Yasalarının Uygulanması

5.1 Yörüngeli Hareket

5.2 Dairesel Hareketin Dinamiği

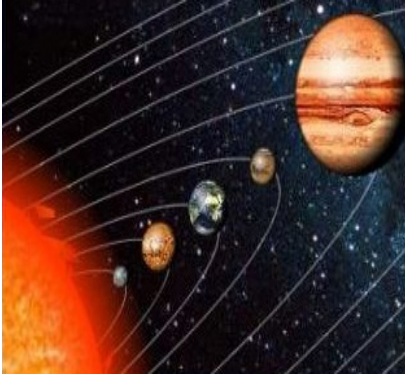
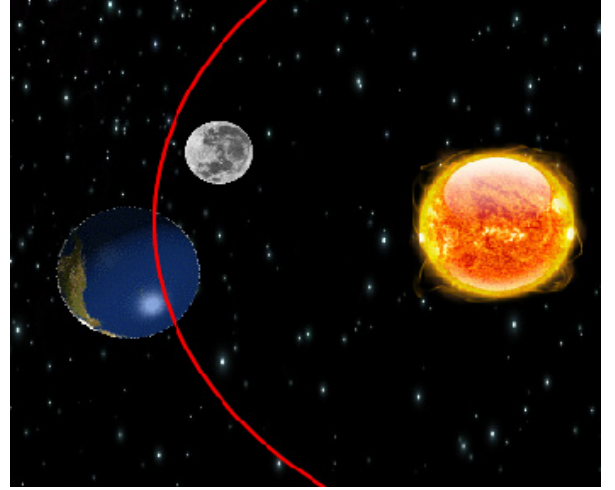
5.3 Düzgün Dairesel Hareket

5.4 Düzgün olmayan Dairesel Hareket

Bölüm Sonu Soruları

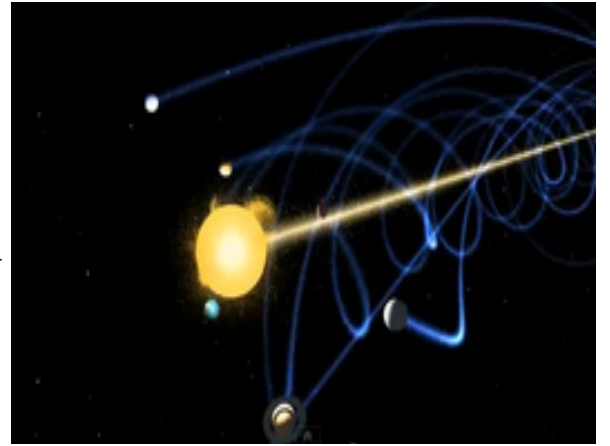
5.1 Yörüngeli Hareket

Daha önceki hareket konularında cismin doğrusal bir yolda hareket ettiğini yani hızın yönünün zamanla değişmediğini ele almıştık. Biliyoruz ki hız vektörel bir büyüklüktür, sürat gibi sadece şiddeti değil aynı zamanda yönü de önemlidir. Yörüngeli hareketlerde hızın şiddeti değişse de değişmese de bizim için önemli olan yönünün değişmesidir. Burada cismin hareket boyunca çizdiği yola **yörünge** bu hareket şekline de **yörüngeli hareket** diyeceğiz. Bilinen en genel yörüngeli hareket dairesel harekettir. Diğer yörüngeli hareketlere örnek harmonik, spiral ve sikloidal hareket verilebilir.



Dünyanın Güneş etrafında dönmesi gibi Ay da Dünya ve Güneş etrafında yörüngesel hareket halindedir. Ay aynı zamanda kendi etrafında da döner. Bunu daha da genişletirsek güneş de Samanyolu Galaksisinde yörüngesel hareket ederek döner. Galaksi de kendi etrafında ve daha büyük bir sistem etrafında döner. Belki de o sistem de kendi etrafında dönüyordur hatta Evrenin kendisi de kendi etrafında dönüyordur. Ne hikmettir ki doğada bulunan ve insan faktörünün olmadığı tüm bu dönen sistemler ve sistem içindeki alt sistemler atomlar hatta atom etrafında dönen elektronlar saat yönünde hareket eder. Bundan dolayı döngüsel hareketlerde saat yönünün teri pozitif(+) işaret kabul edilecektir.

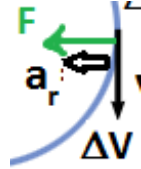
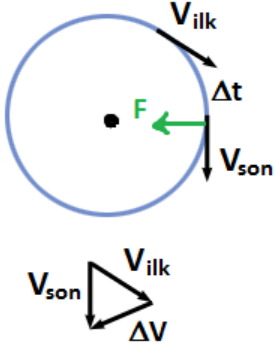
Şunu da söylemeden geçmek istemiyorum. Belki bazılarınız biliyordur ama benim gibi önceden Güneş sistemindeki gezegenlerin aynı düzlemde yuvarlak bir tepisi gibi hareket ettiklerini zannedenler olmuştur. Ama gezegen yörüngelerinin hem yarıçapları farklı hemde dolanım düzlemleri farklıdır. Ben de daha sonra öğrenmiştim bunu. Nerden bilebilirsiniz ki ilkokulda anlatılınca çocuk aklımızla öyle hayal etmiştik.



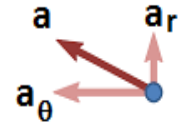
Yukarda bahsettiğim Evrende herşeyin yörüngeli hareket ettiğini en güzel anlatan resimlerden biri. Burada Güneş etrafında dolanan gezegenler Güneş ile birlikte başka bir yörüngede de hareket ederler. Bunu dahada genişletenilirsiniz hayal gücünüzün elverdiği son sınıra kadar.

5.2 Dairesel Hareketin Dinamiği

Hız değişimi hem şiddetin azalıp artması hem de yönünün değişmesi şeklinde olabilir. Hızın zamanla değişiminin ivmeyi verdiğini biliyoruz. Şekilde gördüğümüz dairesel bir pistte sabit süratle hareket eden cismin zamanla hızı değişir. Bu değişimin sebebi hız vektörünün değişmesidir yani yönünün değişmesidir. İki farklı sürede anlık hız vektörleri arasındaki değişimi geçen süreye böldüğümüzde $a = \Delta V / \Delta t$ formülüne göre radyal ivmeyi buluruz. Burada **radyal ivme** ifadesi ivmenin yarıçap(radius) doğrultusunda etkimesidir. Yani sanki görünmeyen bir kuvvet cismi merkeze doğru çekerek cismin sürekli yönünün değişmesine sebep olmaktadır. Teğetsel ivmeminin değişmesi çizgisel hız yani süratin değişmesine bağlı olur. Burda teğetsel ivme de varsa cismin toplam ivmesi radyal ivme ile teğetsel ivmenin vektörel toplamı olacaktır.

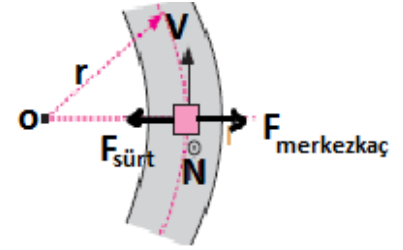


$$a_r = \frac{V_{son} - V_{ilk}}{t_{son} - t_{ilk}} = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$



$$a = \sqrt{a_r^2 + a_\theta^2}$$

Cisim üzerinde net bir kuvvet olunca ivmeli hareket edeceğini biliyoruz. Yörüngeli harekette cismin hareket doğrultusunu değiştiren bir kuvvet olacaktır. Bu kuvvetin yönü genelde hız vektörüne diktir. Bu kuvvete merkez **kaç kuvveti** denir. Cisim yörünge üzerinde hareket edince merkezden kaçmak istediği için bu isim verilmiştir.

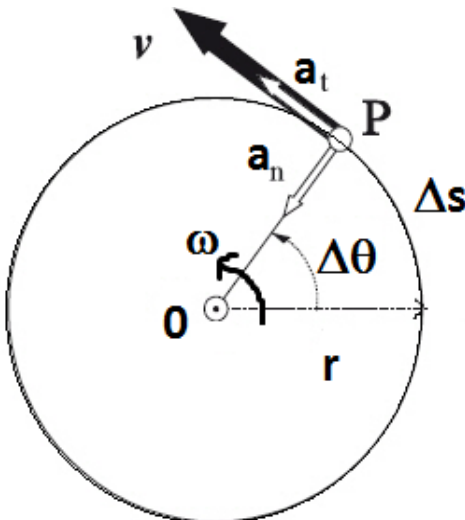


Tam olarak çembersel bir yörüngede dolanmakta olan sabit hızlı cismin bir tur atınca alacağı yol çemberin çevresi $x = 2\pi r$ kadar olur. Bir tam tur atınca geçen süreye hareketin periyodu diyoruz ve bunu T ile gösteriyoruz. Şimdi bilinen $x = V \cdot t$ fomlünde yerine yazarsak $2\pi r = V \cdot T$ denklemini elde ederiz. Bu denklemin önemliliği kadar $F = m \cdot a$ dan esinlenerek elde edeceğimiz $F_{merkezkaç} = m \cdot a_r$ yazdığımızda ve a_r yerine de $\Delta v / \Delta t$ yazınca $F_{merkezkaç} = m \cdot V^2 / r$ elde ederiz. Burada radyal ivmeyi çekince:

$$a = \frac{V^2}{r}$$

$$F = m \frac{V^2}{r}$$

Dairesel hareket konusu günlük hayatta bir çok problemin çözümü için bize kolaylık sağlayacak bilgiler içerir. Örneğin karayolunda giden bir aracın virajlarda savrulmaması için sahip olması minnimum hız, dönen cisimlerin tork ve periyot analizleri gibi çoğu alanda dairesel hareketin formüllerini kullanırız.



Cisim dairesel pistte bir tam tur atınca geçen süre dolanım periyodu olur. Aslında dairesel harekette tam bir tur atmak demek $360^\circ = 2\pi$ açı taramak demektir. döngüsel hareket yapan cisimler birim zamanda taradıkları açıya açısal hız denir ve ω ile gösterilir. Tam bir turun sonunda geçen 2π lik açıyı geçen süre yani dolanım periyodu T ye bölersek açısal hızı elde ederiz.

$$\Delta s = r \cdot \Delta \theta$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

5.3 Düzgün Dairesel Hareket

Düzgün dairesel harekette çizgisel hızın şiddeti sabittir. Hız vektörünün yönü değişse de büyüklüğü değişmez. Herhangi bir kütle çembersel yörünge üzerinde eşit zaman dilimlerinde, eşit miktarda yol alır. Bu yüzden cismin hareketine **düzgün dairesel hareket** denir.

* Cismin çembersel yörünge üzerinde bir tam tur yapması için geçen süreye **periyot** denir. **T** harfi ile gösterilen bu büyüklüğün birimi saniyedir.

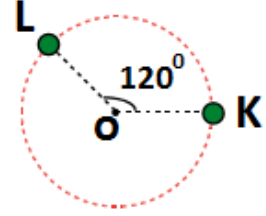
* Düzgün dairesel hareket yapan cismin bir saniyedeki tur sayısına **frekans** denir. Frekansı **f** harfi ile gösteririz. Frekansın birimi **s⁻¹** dir ve buna **Hertz** in kısaltılışı **Hz** denir.

Frekans aslında açısal hız ile karıştırılabilir. Yani siz eğer bir cismin açısal hızından bahsediyorsanız aslında frekansı hakkında bilgi vermiş olursunuz. **Açısal hız** birim saniyede taranan açı olduğuna göre tam turu (2π) alması için geçen süre normal frekanstır. Açısal hızın birimi **rad/s** dır.

ÖRNEK 5.1

Bir cisim O noktası etrafında $r=15$ m yarıçapıyla düzgün dairesel hareket yapıyor. Hareketin periyodu $T=5$ s olduğuna göre;

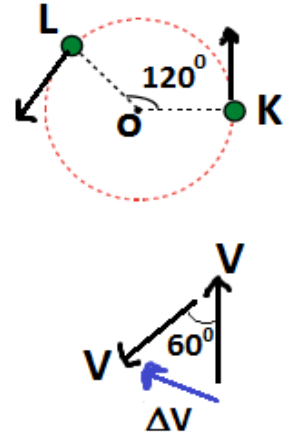
- Cismin merkezci ivmesi kaç m/s^2 dir?
- KL arası ortalama ivmesi kaç m/s^2 dir? ($\pi=3.14$ alınız.)



ÇÖZÜM

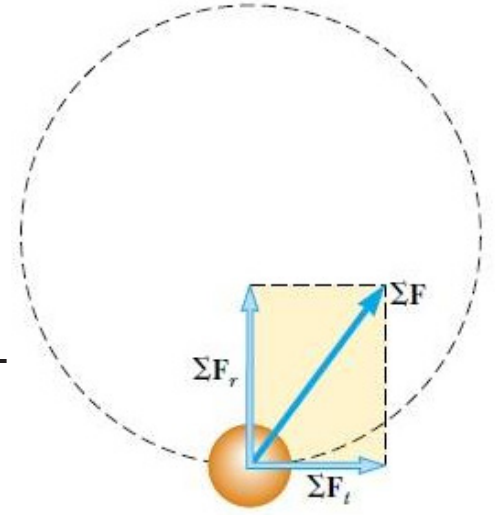
- Cismin merkezci ivmesi $a=V^2/r$ ye eşittir. r yi biliyoruz ama V yi bulmak için T yi ve r yi kullanacağız.
 $x=V.t$ den $2\pi r = V.T$ olur. $V=2\pi r/T = (2 \times 3,14 \times 15)/5 = 18,84$ m/s olur. Böylece;
 $a= V^2/r$ den , $a=18,84^2/15= 1,256$ m /s² bulunur.

- K ve L noktaları arası çemberin üçte biri olduğu için geçen süre periyodun da üçte biri olacaktır. $t = T/3 = 5/3$. KL arası ortalama ivme:
 $a_{KL} = \Delta V/\Delta t = 18,84/ (5/3) =11,088$ m/s² bulunur.



5.4 Düzgün olmayan Dairesel Hareket

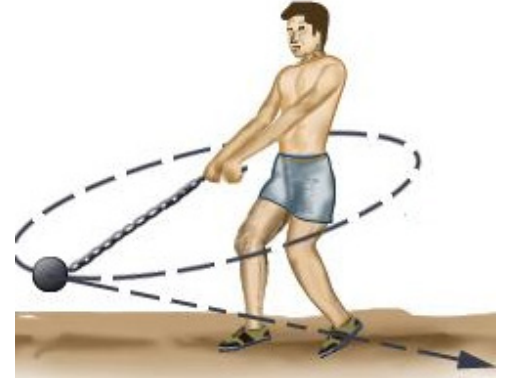
Dairesel bir yörüngede süratini değiştirerek hareket eden parçacığın merkezci ivmesinin yanında dV/dt büyüklüğünde bir teğetsel ivmesinin de olabileceğini söylemiştik. Teğetsel ivme cismin dahada hızlanmasına yada yavaşlamasına sebep olacaktır. Böylece parçacığa etki eden kuvvetin hem merkezci hem teğetsel bileşeni olmalıdır. Toplam kuvvet bu iki bileşenin vektörel toplamı olacaktır. $F = F_r + F_t$. Kuvvetin etkisiyle aynı doğrultularda ivmeler doğarken çizgisel ve açısal hızlar da bu sebeple değiştiği için biz buna **düzgün olmayan dairesel hareket** diyoruz. Yani, toplam ivme $a = a_r + a_t$ olduğundan, parçacığa etki eden toplam kuvvet ve toplam ivme karmaşıktır.



ÖRNEK 5.2

Bir sporcu 2m uzunluğundaki halatın ucunda bulunan 5kg kütleli demir gülleyi $a_t=3\text{m/s}^2$ ivme ile 7sn sallıyarak bırakacaktır. Buna göre;

- Gülle halattan ayrılırkenki çizgisel hızı kaç m/s dir?
- Gülle ayrılmadan hemen önce halattaki tepki kuvveti nekadardır?
- Gülle yatay düzlem ile yerden 0.6m yükseklikten 30° lik eğik atış yaptığına göre güllemin menziline bulunuz?



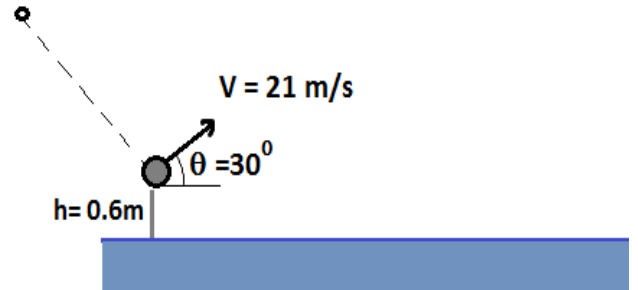
ÇÖZÜM

a) $\Delta V_t = a_t \cdot \Delta t$

$$\Delta V_t = (a_t = 3\text{m/s}^2) \cdot (7\text{sn}) = 21\text{m/s}$$

b) $F_{\text{merkezkaç}} = T_{\text{halat}}$ olacaktır.

$$F = mV^2/r \text{ den } T = 5 \times 21^2 / 2 = 1102,5\text{N bulunur.}$$



c) Gülle 0.6 m yükseklikte $V=21\text{ m/s}$ lik hızla atılırkendüşey bileşeni $V_y = V \cdot \sin 30 = 10.5\text{ m/s}$ yatay bileşeni de $V_x = V \cdot \cos 30 = 18.18\text{ m/s}$ olur. Gülle tepe noktasına

$t_1 = V_y / g = 10.5 / 9.81 = 1.07$ saniyede çıkar. Böylece

$$y = V_y \cdot t_1 - 0.5g \cdot t_1^2 = (10.5 \times 1.07) - (0.5 \times 9.81 \times 1.07^2) = 5.62\text{m yükselir.}$$

Bu süre boyunca $x_1 = V_x \cdot t_1 = 19.47\text{m}$ yol alır.

Gülle tepe noktasında iken yerden $5.62 + 0.6 = 6.22\text{m}$ yüksektedir. Aşağı iniş süresi $h = 0.5gt_2^2$ den

$$t_2 = 2(y + 0.6) / g$$

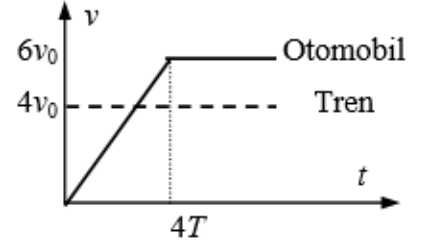
$$t_2 = 2 \times 6.62 / 9.81 = 1.35\text{ s bulunur.}$$

$$\text{Toplam menzil : } X = x_1 + V_x \cdot t_2 =$$

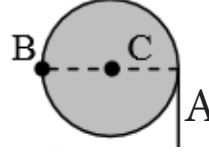
$$X = 19.47 + 18.18 \times 1.35 = 44.0065\text{ m bulunur.}$$

Bölüm Sonu Soruları

1- Birbirlerine paralel olan demiryolu ile karayolunda hareket eden tren ve otomobilin hız-zaman grafikleri şekildeki gibidir. Tren ve otomobilin kat ettikleri yolun eşit olabilmesi için geçen süre kaç T dir?

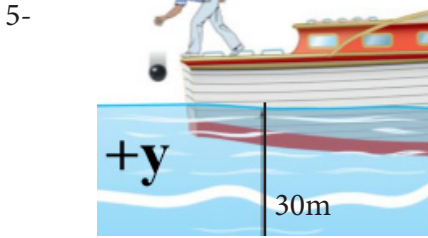
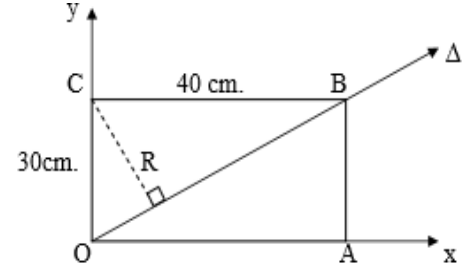


2- Yarıçap $r = 1$ m olan şekildeki makaraya sarılı ipin A ucu 3 m/s^2 sabit ivme ile çekiliyor. $t = 0$ anında B noktasının toplam ivmesi $a_B = 5 \text{ m/s}^2$ olduğuna göre hızı V_B kaç m/s dir ?



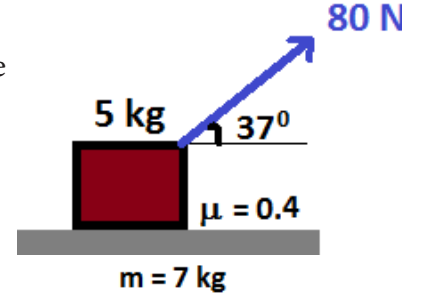
3- Bir maddesel nokta bir doğru üzerinde $a = -0.2V^2$ ivme -hız bağıntısı ile hareket ediyor. $t=0$ anında konum $s=0$ ve hız $V = 20 \text{ m/s}$ olduğuna göre $t=2$ deki konumu, hızı ve ivmeyi hesaplayınız.

4- Bir OABC dikdörtgen levhası t anında xy düzleminde Δ eksenini etrafında $\omega = 10 \text{ rad/s}$ sabit açısal hızı ile dönmektedir. Bu an için C noktasının hız ve ivme vektörlerini ve Δ eksenine olan uzaklığını bulunuz.

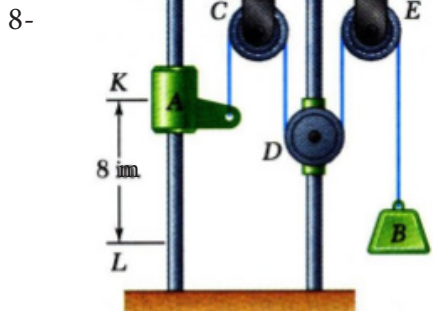
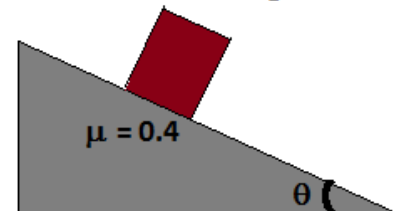


Bir bowling topu, bir bottan gölün yüzeyine $V = 8 \text{ m/s}$ 'lik hızla çarpacak şekilde bırakılıyor. Su içindeyken topun aşağıya doğru hız cinsinden $a = 3 - 0.1V^2$ ivmesine sahip olduğunu kabul ederek topun gölün tabanına vurduğundaki hızını bulunuz. ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

6- Yandaki şekilde gösterildiği gibi sürtünme katsayısının 0.4 olduğu yüzeyde 80 N ' luk kuvvet yatay düzlem ile 37° açı yapacak şekilde durgun haldeki bir bloğa etkiliyor. Kütlesi 5 kg olan bu tahta blok 6 saniye sonra kaç metre yol alır? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

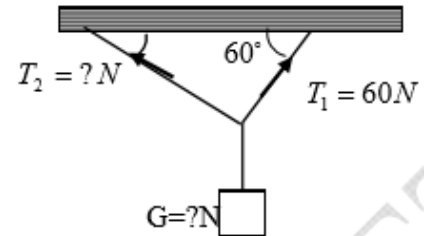


7- Şekildeki eğik düzlem üzerine 7 kg ' lık cisim bırakılıyor. Eğik düzlem ile cismin tabanı arasındaki sürtünme katsayısı 0.4 olduğuna göre cismin kaymadan durabilmesi için θ açısı en fazla kaç derece olmalıdır? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

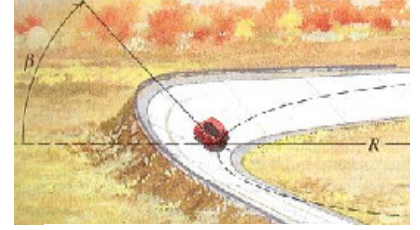


A bileziği ve B bloğu şekilde gösterildiği gibi C, D ve E gibi üç makaradan geçen bir kabloyla bağlanmışlardır. C ve E makaraları sabit iken D makarası 5 m/s ' lik sabit bir hızla aşağıya doğru çekilen bir bileziğe tutturulmuştur. A bileziği K yerinden itibaren sabit bir ivmeyle ve ilk hızsız olarak aşağıya doğru hareket etmeye başlamaktadır. A bileziği L noktasından geçerken hızı 4 m/s olduğu bilindiğine göre tam bu sırada B bloğunun yüksekliğindeki değişim, hız ve ivmesini bulunuz.

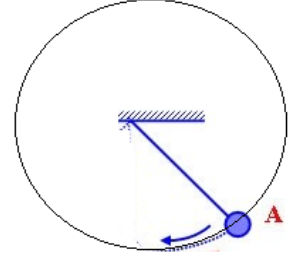
9- Aralarında 90° açı yapacak şekilde iki ip ile tavana asılan bir cismin G ağırlığı ve T_2 ipinde meydana getirdiği gerilme kaç N dur?



10- Bir mühendis arabaların sivrulmadan gidebileceği bir karayolu virajı tasarlamak istiyor. Yarıçapı $R=50\text{m}$ olan bu virajda araçlar en fazla $V=15\text{ m/s}$ hızla gidebildiğine göre virajın eğim açısı kaç derece olmalıdır? ($g=9,81\text{ m/s}^2$ ve lastik asfalt arası kinetik sürtünme katsayısı $\mu_k=0,3$ alınız.)



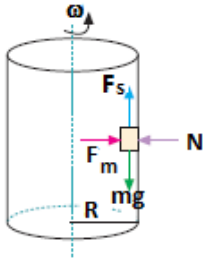
11- Kütlesi 7 kg olan demir bilye 1 m uzunluğundaki ipin ucuna bağlanarak düşey düzlemde döndürülüyor. Bu ip en fazla 100 N luk kuvvete kadar dayanıklı olduğuna göre topun dönebileceği en büyük hız kaç m/s olur?



12- Yarıçapı $R=15\text{m}$ olan bir dönme dolapta dönen bir yolcunun konumu en altta iken çizgisel hızı 25 m/s dir. Yolcunun bu konumdaki ivmesinin büyüklüğünü ve yönünün bulunuz.



13-



Şekildeki gibi yarıçapı $R=0,7\text{m}$ olan içi boş silindirin çeperine iç taraftan 2 kg lik bir cisim aşağı kaymadan durabilmesi için silindirin açısal hızı kaç rad/s olmalıdır? ($g=9,81\text{ m/s}^2$ ve cisim ile silindir arasındaki sürtünme katsayısı $\mu_k=0,5$ alınız.)