

Лабораторная работа № 3

«Метод сеток решения граничной задачи для ОДУ»

Срок сдачи: 25.11.2022

Дана линейная граничная задача. Необходимо на равномерной сетке построить для граничной задачи разностную схему второго порядка аппроксимации на минимальном шаблоне и с помощью метода прогонки с шагами $h=0.02$ и $h/2=0.01$ найти численное решение y^h и $y^{h/2}$ соответственно. Проверить выполняются ли достаточные условия корректности и устойчивости метода прогонки. Сравнить найденное численное решение $y^{h/2}$ с точным решением $u(x)$, т.е. найти $\|u - y^{h/2}\|_{\omega_{h/2}} = \max_{i=0,2N} |u_i - y_i^{h/2}|$. В одной системе координат построить график функции $u(x)$ и график полученного численного решения $y^{h/2}$. Найти $\frac{1}{3} \|y^h - y^{h/2}\|_{\omega_h} = \frac{1}{3} \max_{i=0,N} |y_i^h - y_{2i}^{h/2}|$, где $N = (b-a)/h$.

Варианты заданий

Номер варианта	Граничная задача	Точное решение
1	$u'' + (x+1)u' - 2u = 4(2x-1),$ $2u(0.5) - u'(0.5) = 3, \quad u(1.5) = 0.5$	$u(x) = 2(x-1)^2$
2	$u'' + xu' - 2u = -6,$ $u(0) - 5u'(0) = 4, \quad u(1) + u'(1) = 7$	$u(x) = x^2 + 4$
3	$u'' + \frac{3}{2(3x+1)}u' - \sqrt{3x+1}u = 2(3x+1),$ $u(0) - u'(0) = 1, \quad u(1) + 2u'(1) = -7$	$u(x) = -2\sqrt{3x+1}$
4	$u'' + \frac{4x}{x^2+1}u' - \frac{1}{x^2+1}u = -\frac{3}{(x^2+1)^2},$ $3u(0) - 2u'(0) = 3, \quad 2u(1) = 1$	$u(x) = \frac{1}{x^2+1}$
5	$u'' - xu' - xu = -e^{-x},$ $3u(0) - 2u'(0) = 3, \quad u(1) + 2u'(1) = 0$	$u(x) = (x+1)e^{-x}$
6	$u'' + 2xu' - 4u = 2x + 2,$ $u(0) - u'(0) = 1, \quad 2u(1) + u'(1) = 1$	$u(x) = x^2 - x$
7	$u'' + \frac{3x}{x^2+1}u' - \frac{2}{x^2+1}u = -\frac{4x^2+8}{(x^2+1)^3},$ $5u(0.5) = 8, \quad 3u(1) + 2u'(1) = 1$	$u(x) = \frac{2}{x^2+1}$
8	$u'' + (x+2)u' - 3u = 6x^2 + 10x - 4,$ $2u(0) - u'(0) = 2, \quad 3u(1) + 4u'(1) = 1$	$u(x) = x^3 - 2x$
9	$u'' + (x-1)u' - 2u = 6 + 2x,$ $u(0.5) = -\frac{7}{4}, \quad u(1) + u'(1) = -5$	$u(x) = x^2 - 4x$

10	$u'' - 3(x+1)^2 u' - \frac{2}{(x+1)^2} u = 3,$ $u(0) = 1, \quad u(1) + 6u'(1) = -1$	$u(x) = \frac{1}{x+1}$
11	$u'' + xu' - 3u = 4 + 6x - 2x^2,$ $4u'(0.5) = 11, \quad u(1) + u'(1) = 10$	$u(x) = x^3 + 2x^2$
12	$u'' - xu' - xu = -4e^{-x},$ $u'(0) = 2, \quad u(1) + u'(1) = 2e^{-1}$	$u(x) = 2xe^{-x}$
13	$u'' + \frac{2}{x+1} u' - 3(x+1)^2 u = 3(x+1),$ $u(0.5) - 3u'(0.5) = -2, \quad u(1) + 2u'(1) = 0$	$u(x) = -\frac{1}{x+1}$

По результатам лабораторной работы **оформляется отчет**. Он должен содержать:

- титульный лист;
- постановку задачи с учетом предложенного варианта;
- краткие теоретические сведения (построение разностной схемы, безындexсная и индексная форма записи разностной схемы, указать алгоритм метода прогонки);
- результаты решения поставленной задачи;
- листинг программы с комментариями;
- выводы.

Отчет необходимо отправить на yvolotovskaya@gmail.com. **Тема письма:** «ЛР3 3к 1гр Фамилия».