人工智能

3.10、证明：设 $P(x)$：x是经济学家.　$Q(x)$：x对企业经营很有研究

$R(x)$：x是大学数学系的毕业生.

由①知：$\forall x(P(x)\rightarrow Q(x))$

由②知：$\exists x(P(x)\wedge R(x))$

∴存在个体c，$P(c)\wedge R(c) \Rightarrow P(c) \Rightarrow Q(c)$

∴ $R(c)$ 和 $Q(c)$ 同时成立.　即 $R(c)\wedge Q(c)$

∴ $\exists x(R(x)\wedge Q(x))$　　∴ ～～ 得证.

3.14. 解：(1). $S=\{P\vee Q, \neg P\vee Q, P\vee\neg Q, \neg P\vee\neg Q\}$

对 $P\vee Q$ 和 $\neg P\vee Q$ 归结得到 Q. 对 $P\vee\neg Q$ 和 $\neg P\vee\neg Q$ 归结得到 $\neg Q$.

再对 Q 和 $\neg Q$ 归结得到空子句NIL.　∴该子句集S不可满足.

(2). $S=\{P(y)\vee Q(y), \neg P(f(x))\vee R(a)\}$

解：子句中P的参数 y 与 f(x) 无法通过代换统一

不存在合适的替换使互补文字消去.

∴不能归结出空子句　∴该子句集S是可满足的.

(3). $S=\{\neg P(x)\vee Q(x), \neg P(y)\vee R(y), P(a), S(a), \neg S(z)\vee R(z)\}$

解：对 $\neg P(x)\vee Q(x)$ 和 $P(a)$，通过合一置换 $\{x/a\}$ 归结得到 $Q(a)$

对 $\neg P(y)\vee R(y)$ 和 $P(a)$，通过合一置换 $\{y/a\}$ 归结得到 $R(a)$.

对 $S(a)$ 和 $\neg S(z)\vee R(z)$，通过合一置换 $\{z/a\}$ 归结得到 $R(a)$.

无法归结出空子句　∴该子句集S是可满足的

(4). $S=\{\neg P(x)\vee\neg Q(y)\vee\neg L(x,y), P(a), \neg R(z)\vee L(a,z), R(b), Q(b)\}$

解：对 $\neg P(x)\vee\neg Q(y)\vee\neg L(x,y)$ 和 $P(a)$，通过置换 $\{x/a\}$ 归结得到 $\neg Q(y)\vee\neg L(a,$

再对 $\neg Q(y)\vee\neg L(a,y)$ 和 $Q(b)$，通过 $\{y/b\}$ 归结得到 $\neg L(a,b)$

再对 $\neg L(a,b)$ 和 $\neg R(z)\vee L(a,z)$ 通过置换 $\{z/b\}$ 归结得到 $\neg R(b)$.

$\neg R(b)$ 和 $R(b)$ 归结得到空子句NIL.　该子句集S不可满足.

(5). $S=\{P(x)\vee Q(x)\vee R(x), \neg P(y)\vee R(y), \neg Q(a), \neg R(b)\}$

解: 对 $\neg P(y)$ 和 $P(y)$ 和 $\neg R(b)$ 通过 $\{y/b\}$ 得 $\neg P(b)$.

对 $P(x)\vee Q(x)\vee R(x)$ 和 $\neg P(b)$ … $\{b/x\}$ … $Q(b)\vee R(b)$

无法进一步归结出空子句. ∴该子句集S是可满足的

3.15. (1). F_1: $(\exists x)(\exists y)P(x,y)$　　G: $(\forall y)(\exists x)P(x,y)$

证明: $\neg G = (\forall x)(\forall y)\neg P(x,y)$

由 $F_1 = (\exists x)(\exists y)P(x,y)$　∴ ∃个体c和d, $P(c,d)$.

又∵ $\neg G$ 中 $P(x,y)$ 恒不成立. 与 F_1 推出的情况矛盾.

∴ G是 F_1 的逻辑结论.

(2). F_1: $(\exists x)(P(f(x))\wedge Q(f(b)))$　　G: $P(f(a))\wedge P(y)\wedge Q(y)$

证明: $\neg G = \neg P(f(a))\vee\neg P(y)\vee\neg Q(y)$

F_1: $(\exists x)(P(f(x))\wedge Q(f(b))) \Rightarrow$ ∃个体c, 使 $P(f(c))\wedge Q(f(b))$

无法推出 F_1 与 $\neg G$ 矛盾.

∴ G不是 F_1 的逻辑结论

3.18. 证明: 设谓词: Pass(x): x通过历史考试.　Lottery(x): x中彩票

Happ(x): x是快乐的.　Study(x): x肯学习　Lucky(x): x是幸运的.

已知 F_1: $\forall x((Pass(x)\wedge Lottery(x))\rightarrow Happy(x))$

F_2: $\forall x((Study(x)\vee Lucky(x))\rightarrow \forall y Pass(y))$

F_3: $\neg Study(John)\wedge Lucky(John)$　F_4: $\forall x(Lucky(x)\rightarrow Lottery(x))$

G: $Happy(John)$　　将 F_1, F_2, F_3, F_4 和 $\neg G$ 化为子句集.

F_1: $\{\neg Pass(x)\vee\neg Lottery(x)\vee Happy(x)\}$

F_2: $\{\neg Study(x)\vee Pass(x), \neg Lucky(x)\vee Pass(x)\}$.

F_3: $\{\neg Study(John), Lucky(John)\}$

F_4: {¬Lucky(x) ∨ Lottery(x)}　　　¬G: {¬Happy(John)}

∴ S = {¬Pass(x) ∨ ¬Lottery(x) ∨ Happy(x), ¬Study(x) ∨ Pass(x),

¬Lucky(x) ∨ Pass(x), ¬Study(John), Lucky(John),

¬Lucky(x) ∨ Lottery(x), ¬Happy(John)}

对 ¬Lucky(x) ∨ Pass(x) 和 Lucky(John) … {x/John} … Pass(John)

¬Lucky(x) ∨ Lottery(x) 和 Lucky(John) … {x/John} … Lottery(John)

¬Pass(x) ∨ ¬Lottery(x) ∨ Happy(x)、Pass(John)、Lottery(John) …

{x/John} 得到 Happy(John)

Happy(John) 和 ¬Happy(John) 归结得空子句

∴ S不可满足.　　∴ $(F_1 \wedge F_2 \wedge F_3 \wedge F_4) \rightarrow G$ 为真.

∴ John是快乐的

3.20. 解: 设 Crim(x)表示x是盗窃犯.

A: Crim(赵) ∨ Crim(钱)　　B: Crim(钱) ∨ Crim(孙)

C: Crim(孙) ∨ Crim(李)　　D: ¬Crim(赵) ∨ ¬Crim(孙)

E: ¬Crim(钱) ∨ ¬Crim(李)

对 A: Crim(赵) ∨ Crim(钱) 和 D: ¬Crim(赵) ∨ ¬Crim(孙) 归结得: Crim(钱) ∨ ¬Crim

对 B: 和 Crim(钱) ∨ ¬Crim(孙) 归结得: Crim(钱) ①.　∴钱是

① 代入E: ¬Crim(李) ②. ∴李不是

② 代入C: Crim(孙). ③ ∴孙是

③ 代入D: ¬Crim(赵)　∴赵不是.

综上所述: 钱和孙是.

3.21. 解：Like(x, y)：x喜欢y　Difficult(y)：y是难的课程

Easy(y)：y是容易的课程　Eng(y)：y是工程类课程　Phy(y)：y是物理类课程

由题意：① $\forall y(Easy(y) \to Like(小李, y))$

② $\forall y(Difficult(y) \to \neg Like(小李, y))$　③ $\forall y(Eng(y) \to Difficult(y))$

④ $\forall y(Phy(y) \to Easy(y))$　⑤ $\forall y(\neg Like(小李, y) \to Like(小吴, y))$

⑥ $Phy(Phy200)$　⑦ $Eng(Eng300)$

(1). 对④和⑥ … $\{y/Phy200\}$ … 得 $Easy(Phy200)$ ⑧

由①和⑧得：$Easy(Phy200) \to Like(小李, Phy200)$

∴ $Like(小李, Phy200)$.　∴小李喜欢Phy200课程.

(2). 由⑦和③ … $\{y/Eng300\}$ … 得：$Difficult(Eng300)$. ⑨.

由⑨和② …. $\neg Like(小李, Eng300)$. ⑩.

由⑩和⑤ 得：$Like(小吴, Eng300)$.　∴小吴喜欢.