Szymon Szulc
z1193274

Sortowanie bitoniczne

Opis algorytmu

Sortowanie bitoniczne nie było żadnym z zadań na kursach ASD. Urzekło mnie ono swoim wzorem wywołań, naprzemiennie obserwujemy wywołania `bitSortUp` i `bitSortDown`. Dodatkowo należy do klasy algorytmów *niepomnych* - każde wywołanie dotyka tych samych komórek pamięci. Łącząc *niepomność* z brakiem konfliktów odczytu i zapisu otrzymujemy, wydaje się, prawie idealny algorytm sortujący do zrównoleglenia.
Spójrzmy na sam algorytm:

```
void bit_merge(
  long long* ar,
  size_t left,
  size_t right,
  size_t n,
  int dir)
{
  if (n == 1) return;
  size_t mid = (left + right) / 2;
  size_t half = n / 2;
  for (size_t i = 0; i < half; ++i)
    bitonic_swap(
        ar,
        left + i,
        mid + i,
        dir);
  bit_merge(ar, left, mid, n/2, dir);
  bit_merge(ar, mid, right, n/2, dir);
}
```

```
void bit_sort(
  long long* ar,
  size_t left,
  size_t right,
  size_t n,
  int dir)
{
  if (n == 1) return;
  size_t mid = (left + right) / 2;
  bit_sort(ar, left, mid, n/2, ASC);
  bit_sort(ar, mid, right, n/2, DESC);
  bit_merge(ar, left, right, n, dir);
}
```

Sortowanie bitoniczne ma jedną wadę, długość tablicy wejściowej musi być postaci 2^k. Łatwo można sobie z tym poradzić dopełniając tablicę do najbliższej potęgi 2 wartością ∞ (na przykład `LONG LONG MAX`), a potem ucinając nadmiarowy koniec posortowanej zmodyfikowanej tablicy.

Złożoności

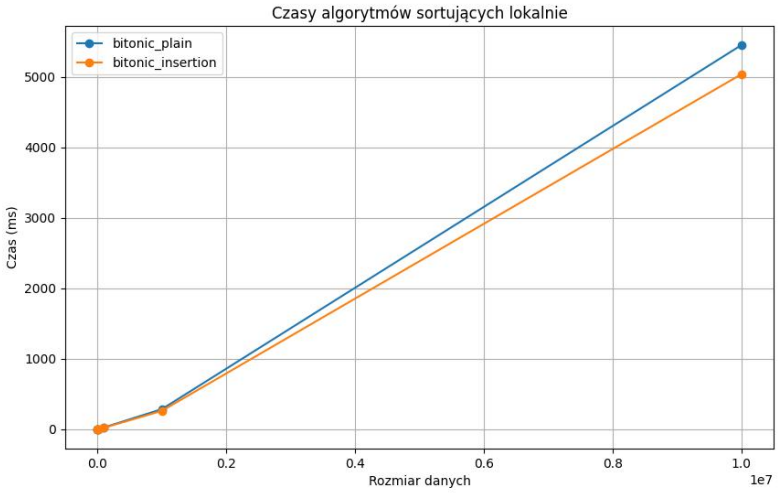
Klasyczny algorytm w wersji 1 wątkowej ma złożoność czasową: $\mathcal{O}(n \ln^2(n))$, co otrzymujemy wprost z *Twierdzania o rekursji uniwersalnej*.
Złożoność pamięciowa: $\mathcal{O}(\ln^2(n))$ przez rekursję, samo sortowanie następuje *w miejscu*.

Model PRAM

Jeśli zrównoleglimy pętlę `for` i wszystkie podwywołania w rekursji to otrzymamy:
$T(n) = \mathcal{O}(\ln^2(n))$
$W(n) = \mathcal{O}(n \ln^2(n))$
Brak konfliktów odczytu i zapisu, więc jesteśmy w klasie **EREW**.

Optymalizacje

Zawsze dobrym pomysłem jest uciąć rekursję w porę, więc od pewnego rozmiaru podzadania zamiast zagłębiać się rekurencyjnie wywołuję `insertionSort`.



Rysunek 1: klasyczny bitonicSort vs bitonicSortWithInsertion

Nie poprawiło to wydajności, tak jakbym się spodziewał. Lepsze wyniki osiągnelibyśmy zastępując `bitMerge` scalaniem podobnym jak w `mergeSort`, ale wtedy algorytm wykorzystywałby dodatkową pamięć, czego nie chciałem.

OpenMP

Bibliotekę **OpenMP** wykorzystałem do zrównoleglenia rekurencyjnych podzadań `bitSort`. Utworzyłem pojedynczą grupę wątków nad korzeniem rekursji i pozwoliłem bibliotece zarządzać wątkami w podzadaniach. Przed `bitMerge` zsynchronizowałem wątki. Próba zrównoleglenia również pętli `for` w `bitMerge` zakończyła się niepowodzeniem, wątki zaczynały walczyć o zasoby i czas wykonania się diametralnie wydłużał.

```
...
#pragma omp parallel
 {
   #pragma omp single
   {
     bit_sort_omp(...);
   }
 }
...
```

```
...
#pragma omp task
  bit_sort_omp(ar, left, mid, n/2, ASC);
#pragma omp task
  bit_sort_omp(ar, mid, right, n/2, DESC);
#pragma omp taskwait
  bit_merge_omp(ar, left, right, n, dir);
...
```

Wątki systemowe

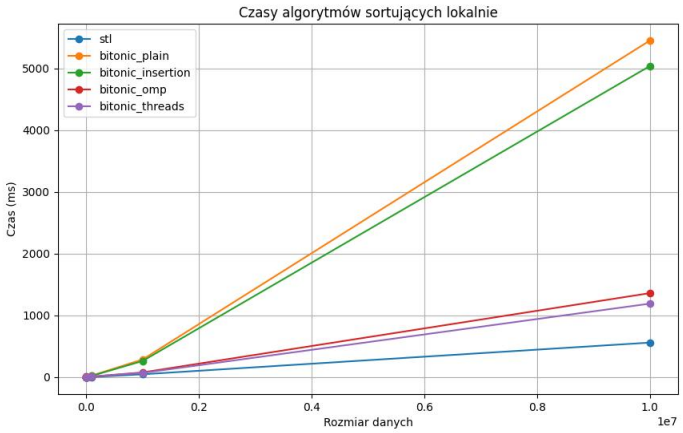
Tutaj zasada zrównoleglenia jest bardzo podobna. Ustaliłem granicę, powyżej której funkcja będzie wielowątkowa. Poniżej tego poziomu nakład zarządzania wątkami może przekroczyć czas działania wersji 1 wątkowej. Załóżmy, że dane są odpowiednio duże.

1. Najpierw ustalona przeze mnie liczba wątków podzieli się tablicą z danymi. Każdy wątek będzie odpowiedzialny za swój blok.
2. Wątki sortują bloki wywołując `bitSort` na bloku.
3. Synchronizacja.
4. Dwukrotnie maleje liczba wątków, dwukrotnie zwiększa się rozmiar bloku. Jesteśmy teraz w momencie, kiedy klasyczny `bitSort` wchodzi do góry od liści wykonując tylko `bitMerge`.
5. Wątki scalają bloki wywołując `bitMerge`.
6. Synchronizacja.
7. Zmniejszenie liczby wątków, zwiększenie rozmiarów bloków.
8. ... aż rozmiar bloku, będzie równy rozmiarowi tablicy wejściowej.

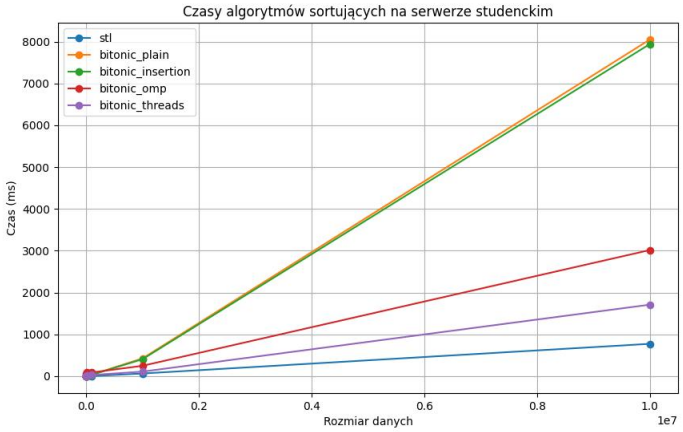
Z moich obliczeń wynika, że:
$T(n) = \mathcal{O}(n \ln(n))$
$W(n) = \mathcal{O}(n \ln^2(n))$ bez zmian

Pomiary czasowe

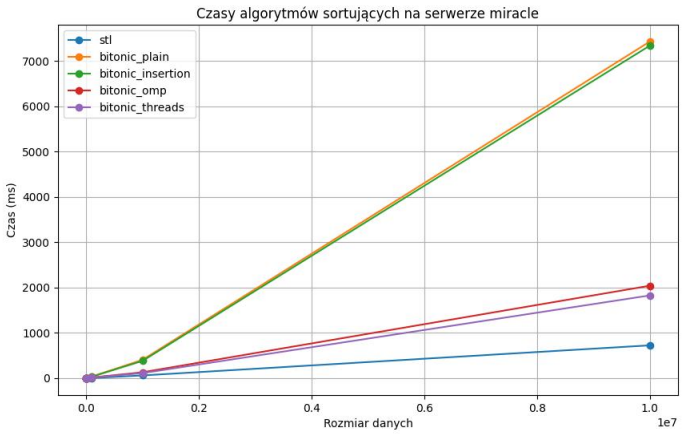
Lokalne pomiary przeprowadziłem na procesorze z 16 rdzeniami. Raz `scheduler` tak ułożył wątki, że moje sortowanie bitoniczne na wątkach systemowych wyprzedziło `sort` z `STL` o $300ms$. To się już nigdy nie powtórzyło.



Rysunek 2: Pomiary lokalne



Rysunek 3: Pomiary na serwerze student



Rysunek 4: Pomiary na serwerze miracle

Jak widać na powyższych wykresach:

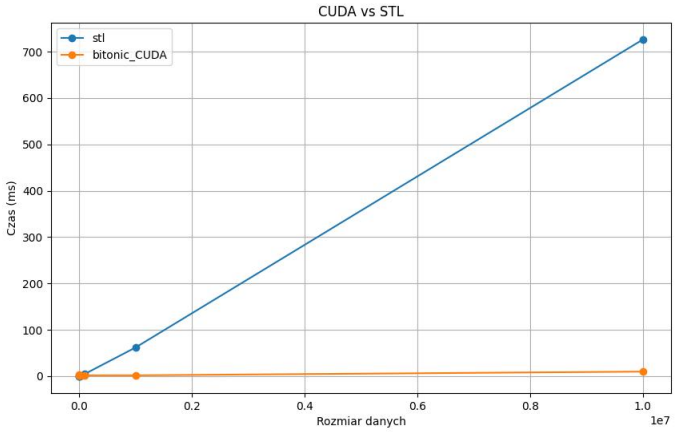
1. Nie udało mi się pokonać `sorta` z `STL`.
2. **OpenMP** działa zauważalnie gorzej na studencie.
3. Sukcesem jest, że lepiej zarządzam wątkami niż robi to biblioteka **OpenMP**

Podsumowanie

Mojej implementacji jest daleko od idealnej sieci sortującej. Wyniki pokazują również, jak bardzo dopracowany jest `sort` z `STL`. Być może na **CUDA** udałoby się pokonać `sort` z `STL`.

CUDA (aktualizacja po czasie)

W końcu udało mi się zebrać do implementacji sortowania bitonicznego na CUDA i wyniki są bardzo zadowalające. `sort` z STL został pokonany ;).



Rysunek 5: STL vs CUDA

Kilka słów o implementacji:

1. Całość opiera się o 2 pętle `for`. Jedna przebiega po rozmiarze podzadania w sortowaniu bitonicznym, a druga udaje mergowanie.

2. Równoległość osiągnięta z pomocą biblioteki `moderngpu` (powodem jest tylko i wyłącznie moja wygoda, żeby samemu nie pisać kerneli).