Statystyka analityczna 2023/2024

ZESTAW 11

zad. 0.1 Niech X i ω będą niezależnymi zmiennymi (jednowymiarowymi) losowymi, takimi, że $X \sim N_1(0,1)$ oraz $P(\omega = 1) = P(\omega = -1) = 1/2$. Niech $Y = \omega X$. a) Jaki jest rozkład Y? b) Czy zmienne X i Y są niezależne? c) Obliczyć $cov(X,Y)$. d) Co można powiedzieć o rozkładzie wektora losowego $(X,Y)^T$?

zad. 0.2 Napisz funkcję w R, która sprawdza czy zadana macierz jest symetryczna i dodatnio określona.

zad. 0.3 Zmienna losowa $Y = (Y_1, Y_2, Y_3)^T$ ma rozkład normalny o parametrach $\mu = (1,2,3)^T$, oraz

$$\Sigma = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 8 \end{bmatrix}$$

Symulacyjnie (np. histogramem) zobaczyć jaki rozkład ma zmienna losowa $Y_1 + 2Y_2 - 3Y_3$.

zad. 0.4 Wylosuj 1000-elementową próbkę z rozkładu $N_2(\mu, \Sigma)$ dla

$$\mu = (1,2), \quad \Sigma = \begin{bmatrix} 1 & i \\ i & 4 \end{bmatrix}$$

dla różnych i oraz narysuj rysunki rozrzutu.

zad. 0.5 Wylosuj 1000-elementową próbkę z rozkładu $(X_i, Y_i) \sim N_2(\mu, \Sigma)$ dla

$$\mu = (1,2), \quad \Sigma = \begin{bmatrix} 1 & i \\ i & d \end{bmatrix}$$

dla różnych i i $d \geq 1$ oraz narysuj histogramy rozkładów brzegowych.

zad. 0.6 Wylosuj 1000-elementową próbkę z rozkładu $(X_i, Y_i) \sim N_2(\mu, \Sigma)$ dla

$$\mu = (1,2), \quad \Sigma = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ustalmy macierz $A \in M_{2,2}$ orazoraz próbkę $A \cdot (X_i, Y_i)^T$. Jaki jest rozkład tej próbki? Rozważyć macierze o różnych rzędach, etc.

zad. 0.7 Wylosować $n = 50$ elementową próbę $x_1, \ldots, x_n$ z rozkładu jednostajnego na odcinku $[1,10]$, a następnie przyjąć $y_i = 1 + 2x_i + \varepsilon_i$, gdzie $\varepsilon_1, \ldots, \varepsilon_n$ są wylosowane z rozkładu $N(0, \sigma = 1)$. Dopasować model regresji prostej (`lm`) do tych danych, a następnie na jednym rysunku umieścić punkty $(x_i, y_i)_i$, wykres wyestymowanej prostej regresji oraz wykres prawdziwej funkcji regresji. Powtórzyć tę procedurę dla różnych n oraz σ.