TEMA FECHA

10.1.5. Si G es simple y tiene un vértice, entonces su orden deberá ser al menos 4 para cumplir las hipótesis del problema. Luego el caso base es $n=4$ y esto implica que $G = K_4$, que es subdivisión de sí misma.

Suponga que la afirmación es válida para gráficas de orden n que cumplen las hipótesis. Sea G una gráfica de orden $n+1$, sea v un vértice de G de grado mínimo.

- Si $\delta = 1$ entonces v tiene un único vecino v_0, entonces retirando v de la gráfica $G \setminus v$ cumple las hipótesis y por inducción tiene una subdivisión de K_4.

- Si $2 \leq \delta \leq 3$ entonces sea G' la gráfica obtenida de $G \setminus v$ al contraer los vecinos de v que tenían grado 3 en G y eliminar múltiaristas, si los hay. Entonces G' cumple las condiciones de inducción y contiene una división de K_4. Luego si la subdivisión de K_4 tiene un vértice a la cual se contrajo un vecino de v de grado 3 se puede subdividir y obtener el vecino original. Por lo tanto una subdivisión de K_4 en G.

- Si $\delta \geq 4$ entonces al quitar v de G todas las aristas quedan con grado mayor a 3 y por inducción tiene una subdivisión de K_4.