TEMA FECHA

En cualquier caso se obtiene una subdivisión de K_4 para G.

10.2.12. Sea G un grafo plano conexo, se prueba la afirmación sobre el número de ciclos que tiene G.

Si G no tiene ciclos entonces G es un árbol y por lo tanto en G^* todas las aristas son bucles y G^* solo tiene un vértice. Luego $T = G$ es el único árbol de expansión de G y así $(E \setminus T)^*$ en G^* se reduce a un vértice, que es un árbol de expansión de G^*.

Suponga que las gráficas planas conexas con k ciclos cumplen la afirmación. Y sea G una gráfica plana conexa con k+1 ciclos, sea $C = (x_1, \ldots, x_n)$ un ciclo de G. Y T un árbol de expansión de G, luego existe una arista $e = x_i x_j$ que fue eliminada de C para obtener a T.

Luego $G \setminus e$ es una gráfica conexa plana que tiene k ciclos. Observe que en $G \setminus e$ dos caras de G se han vuelto una, las caras separadas por e. Observe también que T es también un árbol de expansión de $G \setminus e$ y por la hipótesis de inducción $((E \setminus e) \setminus T)^*$ es un árbol de expansión de G^*.
Ahora como en $G \setminus e$ dos caras se han

fusionado, entonces es posible agregar e^* a $((E \setminus e) \setminus T)^*$ de la siguiente manera, se agrega una vértice nueva que representa a la cara suprimida y se conecta a la cara fusionada. Luego $(E \setminus T)^*$ es árbol y es de expansión para G^*.

10.1.9. Sea $\tilde{K}_n$ un encaje óptimo de K_n, luego para este encaje hay n encajes de $\tilde{K}_{n-1}$ que se obtienen al borrar una vértice de $\tilde{K}_n$, luego cada cruce en $\tilde{K}_n$ ocurre en $n-4$ de éstos encajes de K_{n-1}, así que $(n-4)cr(\tilde{K}_n) \geq n\, cr(K_{n-1})$

Luego $(n/_{n-4})\, cr(\tilde{K}_{n-1}) \leq cr(\tilde{K}_n)$ y así multiplicando por $\frac{(n-1)!}{4!(n-5)!}$ a ambos lados se obtiene que $cr(K_{n-1})/\binom{n-1}{4} \leq cr(K_n)/\binom{n}{4}$.

Capítulo 11

11.2.1. Suponga que la Conjetura de los Cuatro colores ha sido resuelta para gráficas simples 3-Conexas maximales, se tiene entonces que una gráfica simple sin lazos se obtiene por expansión de una gráfica triangular, luego como se resolvio la conjetura para las maximales también se resuelve para las gráficas simples sin lazos.

11.2.2. Para comenzar suponga que G no tiene lazos y no tiene puntos aislados, luego como $d(v) \geq 2$ para cada $v \in V(G)$ entonces