

Osnove obradbe signala  
**Jesenski ispitni rok – 6. rujna 2022.**

1. (10 bodova) Želimo odrediti izraze za rastav signala konačnog trajanja od četiri uzorka. Traženi rastav signala mora koristiti sljedeće bazne funkcije:

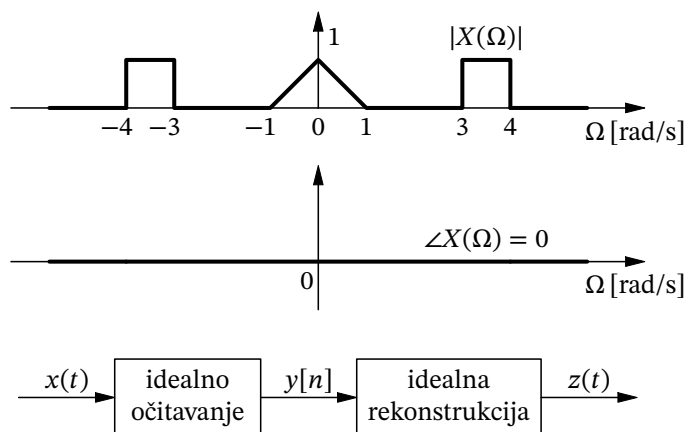
$$\phi_0[n] = \{ \underline{0}, -1, 0, 0 \}$$

$$\phi_1[n] = \{ \underline{0}, 0, 1, 0 \}$$

$$\phi_2[n] = \{ \underline{-1}, 1, 0, 0 \}$$

$$\phi_3[n] = \{ \underline{0}, 0, 0, 1 \}$$

- a) (2 boda) Odredite matricu  $\Phi$ .
- b) (3 boda) Odredite Gramovu matricu  $\mathbf{G}$ .
- c) (3 boda) Odredite matricu transformacije  $\mathbf{T} = \mathbf{G}^{-1}\Phi^H$ .
- d) (2 boda) Odredite rastav signala  $x[n] = \{-2, 2, 1, 3\}$ .
2. (10 bodova) Vremenski kontinuirani signal  $x(t)$  čiji spektar  $X(\Omega)$  je zadan slikom najprije očitavamo s periodom očitavanja od  $T_s = \pi/2$ , a zatim ga rekonstruiramo iz dobivenih uzoraka koristeći idealnu interpolaciju kako je prikazano blokovskim dijagramom.
- a) (1 bod) Koji uvjet mora zadovoljiti period očitavanja  $T_s$  tako da ne dođe do preklapanja spektra?
- b) (1 bod) Zadovoljava li zadani period očitavanja taj uvjet?
- c) (4 boda) Skicirajte amplitudni i fazni spektar vremenski diskretnog signala  $y[n] = x(nT_s)$  dobivenog idealnim očitavanjem signala  $x(t)$ .
- d) (4 boda) Skicirajte amplitudni i fazni spektar vremenski kontinuiranog signala  $z(t)$  dobivenog idealnom interpolacijom iz  $y[n]$ .



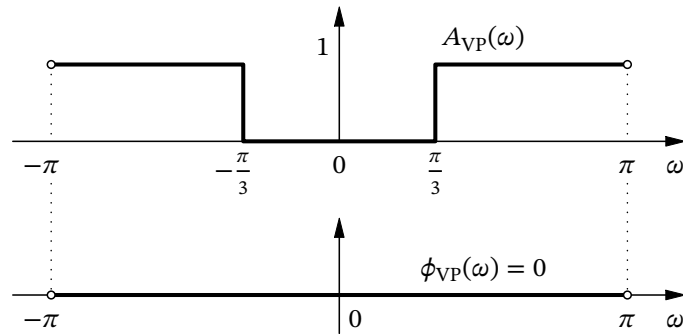
3. (10 bodova) Promatramo digitalni filter koji je zadan diferencijskom jednačbom  $y[n] = \frac{1}{8}(x[n] - 10y[n-1] - 3y[n-2])$ , gdje je  $x[n]$  ulazni signal, a  $y[n]$  izlazni signal.
- a) (1 bod) Odredite prijenosnu funkciju filtra.
- b) (2 boda) Odredite polove i nule zadanog filtra.
- c) (3 boda) Odredite impulsni odziv filtra.
- d) (1 bod) Je li filter FIR ili IIR?
- e) (2 boda) Odredite i skicirajte amplitudno-frekvencijsku karakteristiku filtra.
- f) (1 bod) Koji od četiri tipa amplitudno selektivnih filtara (NP, VP, PP ili PB) najbolje opisuje promatrani filter?

Okreni!

4. (10 bodova) Za svaku raspravu o filtriranju poželjno je poznavati kako izgledaju impulsni odzivi idealnih filtara. U ovom zadatku želimo odrediti impulsni odziv vremenski diskretnog sustava čija idealna frekvencijska karakteristika je zadana slikom. Zadana idealna amplitudna karakteristika  $A_{VP}(\omega)$  i fazna karakteristika  $\phi_{VP}(\omega)$  definiraju idealni visoko-propusni filter.

- (2 boda) Iskažite  $H_{VP}(e^{j\omega}) = A_{VP}(\omega)e^{j\phi_{VP}(\omega)}$  formulom (npr. kao razlomljenu linearnu funkciju).
- (4 boda) Koristeći IDTFT iz  $H_{VP}(e^{j\omega})$  odredite impulsni odziv  $h_{VP}[n]$ .
- (2 boda) Kako se  $h_{VP}[n]$  ponaša kada  $n \rightarrow \pm\infty$ ? Trne li prema 0 ili ne?
- (2 boda) Nakon kojeg  $n$  vrijedi  $|h_{VP}[n]| < \frac{1}{100} \max_n |h_{VP}[n]|$ ?

Uputa: Izračunajte integral za IDTFT; pazite što se događa za  $n = 0$ .



5. (10 bodova) Zadana su dva niza konačne duljine od pet uzoraka,  $x[n] = \{1, 3, 5, 0, 1\}$  i  $y[n] = \{1, 0, -1, 0, 2\}$ .

- (4 boda) Izračunajte njihovu linearnu konvoluciju  $x[n] * y[n]$ .
- (4 boda) Izračunajte njihovu cirkularnu konvoluciju  $x[n] \circledast y[n]$ .
- (2 boda) Označimo linearnu konvoluciju s  $a[n] = x[n] * y[n]$  i cirkularnu konvoluciju duljine  $N$  s  $b[n] = x[n] \circledast y[n]$ , gdje je  $N$  pozitivni cijeli broj. Uz pretpostavku da su svi nedefinirani uzorci signala  $x[n]$  i  $y[n]$  jednaki nuli, za koje sve  $N$  vrijedi jednakost  $a[n] = b[n]$ ,  $0 \leq n < N$ ?