

Osnove obradbe signala  
Ljetni ispitni rok – 12. srpnja 2022.

1. (10 bodova) Želimo odrediti izraze za rastav signala konačnog trajanja od četiri uzorka. Traženi rastav signala mora koristiti sljedeće bazne funkcije:

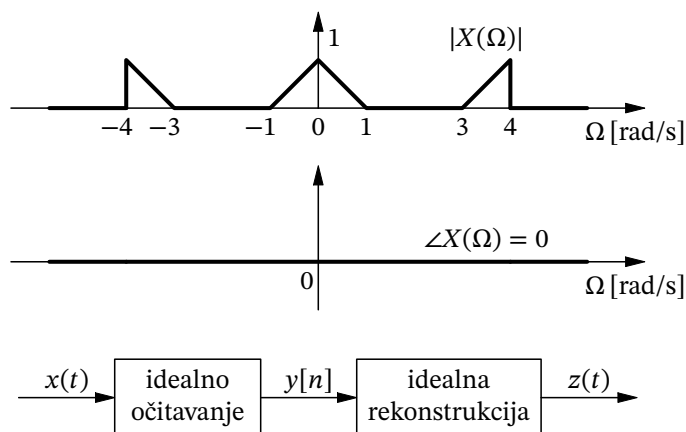
$$\phi_0[n] = \{0, 1, 0, 0\}$$

$$\phi_1[n] = \{0, 0, -1, 0\}$$

$$\phi_2[n] = \{1, 0, 0, 0\}$$

$$\phi_3[n] = \{0, 0, 0, -1\}$$

- a) (2 boda) Odredite matricu  $\Phi$ .
- b) (3 boda) Odredite Gramovu matricu  $\mathbf{G}$ .
- c) (3 boda) Odredite matricu transformacije  $\mathbf{T} = \mathbf{G}^{-1}\Phi^H$ .
- d) (2 boda) Odredite rastav signala  $x[n] = \{3, 1, -2, -4\}$ .
2. (10 bodova) Vremenski kontinuirani signal  $x(t)$  čiji spektar  $X(\Omega)$  je zadan slikom najprije očitavamo s periodom očitavanja od  $T_s = \pi/2$ , a zatim ga rekonstruiramo iz dobivenih uzoraka koristeći idealnu interpolaciju kako je prikazano blokovskim dijagramom.
- a) (1 bod) Koji uvjet mora zadovoljiti period očitavanja  $T_s$  tako da ne dođe do preklapanja spektra?
- b) (1 bod) Zadovoljava li zadani period očitavanja taj uvjet?
- c) (4 boda) Skicirajte amplitudni i fazni spektar vremenski diskretnog signala  $y[n] = x(nT_s)$  dobivenog idealnim očitavanjem signala  $x(t)$ .
- d) (4 boda) Skicirajte amplitudni i fazni spektar vremenski kontinuiranog signala  $z(t)$  dobivenog idealnom interpolacijom iz  $y[n]$ .



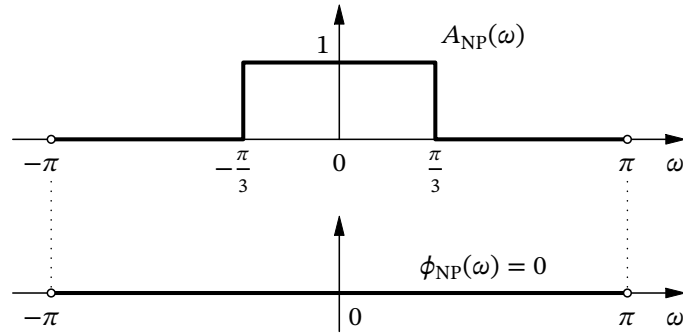
3. (10 bodova) Promatramo digitalni filter koji je zadan diferencijskom jednačbom  $y[n] = \frac{1}{4}(3x[n] + 3x[n-2] - 2y[n-2])$ , gdje je  $x[n]$  ulazni signal, a  $y[n]$  izlazni signal.
- a) (1 bod) Odredite prijenosnu funkciju filtra.
- b) (2 boda) Odredite polove i nule zadanog filtra.
- c) (3 boda) Odredite impulsni odziv filtra.
- d) (1 bod) Je li filter FIR ili IIR?
- e) (2 boda) Odredite i skicirajte amplitudno-frekvencijsku karakteristiku filtra.
- f) (1 bod) Koji od četiri tipa amplitudno selektivnih filtara (NP, VP, PP ili PB) najbolje opisuje promatrani filter?

Okreni!

4. (10 bodova) Za svaku raspravu o filtriranju poželjno je poznavati kako izgledaju impulsni odzivi idealnih filtara. U ovom zadatku želimo odrediti impulsni odziv vremenski diskretnog sustava čija idealna frekvencijska karakteristika je zadana slikom. Zadana idealna amplitudna karakteristika  $A_{\text{NP}}(\omega)$  i fazna karakteristika  $\phi_{\text{NP}}(\omega)$  definiraju idealni nisko-propusni filter.

- (2 boda) Iskažite  $H_{\text{NP}}(e^{j\omega}) = A_{\text{NP}}(\omega)e^{j\phi_{\text{NP}}(\omega)}$  formulom (npr. kao razlomljenu linearnu funkciju).
- (4 boda) Koristeći IDTFT odredite impulsni odziv  $h_{\text{NP}}[n]$  koji je pridružen  $H_{\text{NP}}(e^{j\omega})$ .
- (2 boda) Kako se  $h_{\text{NP}}[n]$  ponaša kada  $n \rightarrow \pm\infty$ ? Trne li prema 0 ili ne?
- (2 boda) Nakon kojeg  $n$  vrijedi  $|h_{\text{NP}}[n]| < \frac{1}{100} \max_n |h_{\text{NP}}[n]|$ ?

Uputa: Izračunajte integral za IDTFT; pazite što se događa za  $n = 0$ .



5. (10 bodova) Zadana su dva niza konačne duljine od pet uzoraka,  $x[n] = \{1, 2, 3, 0, 1\}$  i  $y[n] = \{0, 1, 0, -1, 2\}$ .

- (4 boda) Izračunajte njihovu linearnu korelaciju  $x[n] \star y[n]$ .
- (4 boda) Izračunajte njihovu cirkularnu korelaciju  $x[n] \otimes y[n]$ .
- (2 boda) Označimo linearnu korelaciju s  $a[n] = x[n] \star y[n]$  i cirkularnu korelaciju duljine  $N$  s  $b[n] = x[n - N_y + 1] \otimes y[n]$ , gdje je  $N$  pozitivni cijeli broj i gdje je  $N_y = 5$ . Uz pretpostavku da su svi nedefinirani uzorci signala  $x[n]$  i  $y[n]$  jednaki nuli za koje  $N$  vrijedi jednakost  $a[n - N_y + 1] = b[n]$ ?