

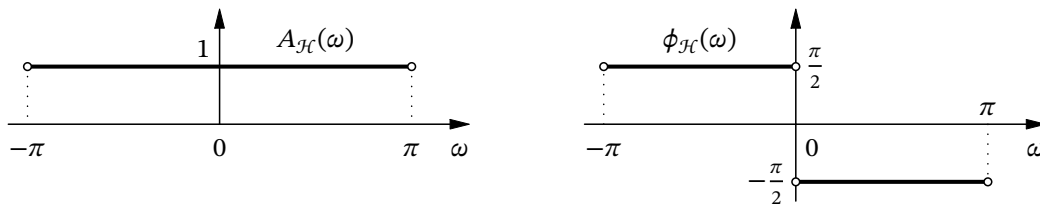
Osnove obradbe signala

Završni ispit – 31. siječnja 2022.

1. (6 bodova) Promatramo digitalni filter koji je zadan diferencijskom jednadžbom $y[n] = \frac{1}{8}(3x[n] - 3x[n-2] + 2y[n-2])$, gdje je $x[n]$ ulazni signal, a $y[n]$ izlazni signal.
- a) (1 bod) Odredite prijenosnu funkciju filtra te nađite njene polove i nule.
 - b) (2 boda) Odredite impulsni odziv filtra. Je li filter FIR ili IIR?
 - c) (2 boda) Odredite i skicirajte amplitudno-frekvencijsku karakteristiku filtra.
 - d) (1 bod) Koji od četiri tipa amplitudno selektivnih filtera (NP, VP, PP ili PB) najbolje opisuje promatrani filter?

2. (6 bodova) Za svaku raspravu o filtriranju poželjno je poznavati kako izgledaju impulsni odzivi idealnih sustava. U ovom zadatku želimo odrediti impulsni odziv vremenski diskretnog sustava čija idealna frekvencijska karakteristika je zadana slikom. Zadana idealna amplitudna karakteristika $A_{\mathcal{H}}(\omega)$ i idealna fazna karakteristika $\phi_{\mathcal{H}}(\omega)$ definiraju takozvani Hilbertov transformator koji utječe samo na fazu signala.
- a) (1 bod) Iskažite $H_{\mathcal{H}}(e^{j\omega}) = A_{\mathcal{H}}(\omega)e^{j\phi_{\mathcal{H}}(\omega)}$ formulom (npr. kao razlomljenu linearnu funkciju).
 - b) (3 boda) Koristeći IDTFT odredite impulsni odziv $h_{\mathcal{H}}[n]$ koji pripada $H_{\mathcal{H}}(e^{j\omega})$.
 - c) (1 bod) Kako se $h_{\mathcal{H}}[n]$ ponaša kada $n \rightarrow \pm\infty$. Trne li prema 0 ili ne?
 - d) (1 bod) Nakon kojeg n vrijedi $|h_{\mathcal{H}}[n]| < \frac{1}{100}|h_{\mathcal{H}}[0]|$?

Uputa: Izračunajte integral za IDTFT; pazite što se događa za $n = 0$.



3. (6 bodova) Promatramo vremenski diskretn signal oblika $x[n] = x_0[n] + A \cos(\omega_0 n) + B \sin(\omega_0 n)$, gdje je $x_0[n]$ korisna komponenta i gdje je $A \cos(\omega_0 n) + B \sin(\omega_0 n)$, $A, B \in \mathbb{R}$, neželjena komponenta koja predstavlja brujanje na nekoj poznatoj frekvenciji $\omega_0 \in [0, \pi]$. Želimo dizajnirati zaporni FIR filter koji će ukloniti neželjeno brujanje.
- a) (2 boda) Neka je frekvencija očitavanja $f_s = 360$ Hz. Odredite frekvenciju ω_0 ako je poznato da je neželjeno brujanje posljedica gradske mreže, odnosno ako je frekvencija brujanja $f_B = 60$ Hz.
 - b) (2 boda) Odredite impulsni odziv i prijenosnu funkciju kauzalnog zapornog FIR filtra drugog reda koji u potpunosti potiskuje neželjeno brujanje gradske mreže i čiji amplitudno-frekvencijska karakteristika je jednaka 1 na $\omega = 0$.
 - c) (2 boda) Izračunajte i skicirajte frekvencijsku karakteristiku dizajniranog FIR filtra.
4. (6 bodova) Želimo efikasno izračunati DFT₄ transformaciju konačnog niza $x[n] = \{3, 1, 1, 1\}$ korištenjem korijen-2 decimacije u frekvenciji.
- a) (2 boda) U potpunosti razložite DFT₄ transformaciju koristeći korijen-2 decimaciju u frekvenciji.
 - b) (2 boda) Skicirajte graf toka signala dobivenog razlaganja te na skici jasno označite ulazne i izlazne signale te potrebne faktore za sva množenja.
 - c) (2 boda) Za zadani konačni niz $x[n]$ izračunajte vrijednosti signala u svim čvorovima grafa iz prethodnog podzadatka.
5. (6 bodova) Zadana su dva niza konačne duljine, $x[n] = \{2, 1, 4, 1, 2\}$ i $y[n] = \{1, 0, -2, 0, 1\}$.
- a) (2 boda) Izračunajte njihovu linearnu konvoluciju $x[n] * y[n]$.
 - b) (2 boda) Izračunajte njihovu cirkularnu konvoluciju $x[n] \otimes y[n]$.
 - c) (2 boda) Označimo linearnu konvoluciju s $a[n] = x[n] * y[n]$ i cirkularnu konvoluciju duljine N s $b[n] = x[n] \otimes y[n]$, gdje je N pozitivni cijeli broj. Uz pretpostavku da su svi nedefinirani uzorci signala $x[n]$ i $y[n]$ jednaki nuli za koje N vrijedi jednakost $a[n] = b[n]$? Objasni!