



Sveučilište u Zagrebu
Fakultet elektrotehnike i računarstva
Zavod za elektroničke sustave i obradbu informacija

Osnove obradbe signala – Deseta domaća zadaća

Akadska školska godina 2021./2022.

Tomislav Petković

1. Zadan je konačan niz brojeva

$$x[n] = \{0.5, -0.5, 0.95, -0.95, 0.05, -0.05, 7.5, -7.5, 8.0, -8.0\}$$

kojeg želimo kvantizirati i prikazati u obliku dvojnog komplementa zapisanog pomoću 4 bita. Pri tome funkcija kvantizacije $Q_i : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{Z}$ može biti jedna od sljedeće četiri funkcije:

($i = 1$) Q_1 jest zaokruživanje na najbliži cijeli broj (`round`),

($i = 2$) Q_2 jest odsijecanje prema dolje (`floor`),

($i = 3$) Q_3 jest odsijecanje prema gore (`ceil`) i

($i = 4$) Q_4 jest odsijecanje prema nuli (`fix`).

Označimo s $e_i[n] = x[n] - Q_i[x[n]] = x[n] - \hat{x}[n]$ grešku zaokruživanja odabrane kvantizacijske funkcije.

- Odredite kvantizirane vrijednosti $\hat{x}[n] = Q_i[x[n]]$ za sve četiri funkcije kvantizacije te provjerite svoje rezultate koristeći MATLAB ili NumPy.
- Za koje od zadanih funkcija kvantizacije Q_i vrijedi $-1 \leq e_i[n] \leq 0$?
- Za koje od zadanih funkcija kvantizacije Q_i vrijedi $-\frac{1}{2} \leq e_i[n] \leq \frac{1}{2}$?
- Za koje od zadanih funkcija kvantizacije Q_i vrijedi $0 \leq e_i[n] \leq 1$?
- Koja se od zadanih funkcija kvantizacije smije koristiti za kvantizaciju koeficijenta FIR filtra s generaliziranom linearnom fazom? Uputa: Koje funkcije čuvaju simetriju ili antisimetriju impulsnog odziva?

2. U ovom zadatku razmatramo sve moguće kaskadne realizacije kauzalnog linearnog vremenski nepromjenjivog digitalnog filtra čija prijenosna funkcija je

$$H(z) = \frac{36z^{-2}}{(2 + (-1 + j)z^{-1})(2 + (-1 - j)z^{-1})(3 + (-1 + j)z^{-1})(3 + (-1 - j)z^{-1})}$$

- Odredite sve polove i sve nule te ih zatim sparite u konjugirano-kompleksne parove. Koliko je tih parova?
- Razložite zadanu prijenosnu funkciju u kaskadu sekcija drugog reda tako da svaki element kaskade sadrži jednu nulu te jedan konjugirano-kompleksni par. Koliko takvih različitih razlaganja postoji?

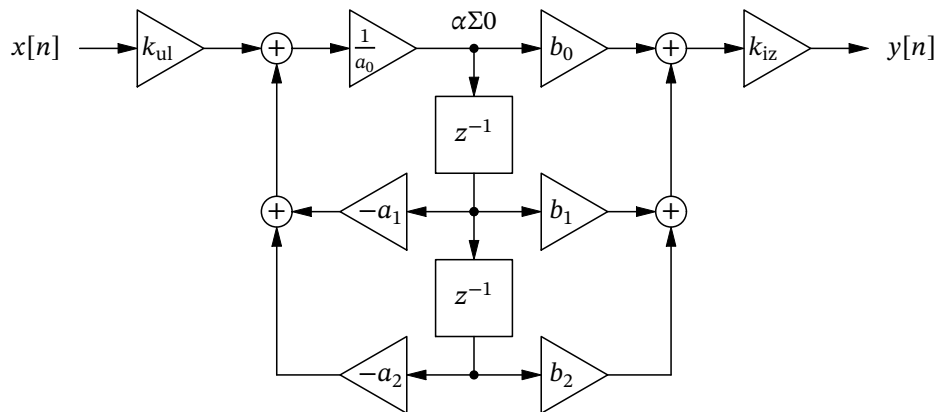
- 3.* Najčešće korištena izvedba IIR filtera je kaskadni spoj sekcija drugog reda (ili bikvadratnih sekcija) gdje je svaka sekcija drugog reda izvedena korištenjem druge direktne realizacije koja je prikazana na slici 1. Program koji realizira takvu II. direktnu realizaciju se tipično izvodi na DSP procesoru koji koristi aritmetiku s fiksnom decimalnom točkom takvu da nema znamenki ispred točke, odnosno najveći i najmanji broj koji se može zapisati je ± 1 . Takvu aritmetiku nazivamo frakcionom aritmetikom s formatom zapisa brojeva $Q0.n$.

U ovom zadatku ćemo proći kroz sve važne korake koji su potrebni kako bi skalirali koeficijente prijenosne funkcije neke sekcije drugog reda tako da su isti prilagođeni formatu $Q0.n$ i tako da ne može doći do neželjenog preljeva tijekom rada filtra kada se koristi frakciona aritmetika.

Neka je prijenosna funkcija sekcije drugog reda

$$H(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}} = \frac{5 + 2z^{-1}}{6 - 5z^{-1} + z^{-2}}.$$

- Skalirajte sve koeficijente zadane prijenosne funkcije tako da njihove apsolutne vrijednosti postanu jednake ili manje od 1.
- Skicirajte II. direktnu realizaciju sekcije drugog reda i na skicu jasno upiši stvarne vrijednosti svih množila. Također označi sve čvorove koji su kritični obizrom na preljev ako se koristi frakciona aritmetika.
- Jedan od kritičnih čvorova je čvor $\alpha\Sigma 0$. Odredite prijenosnu funkciju i pripadni impulsni odziv koji vežu ulaz filtra i kritični čvor $\alpha\Sigma 0$.
- Iz impulsnog odziva određenog u prethodnom podzadatku odredite koeficijente skaliranja k_{ul} and k_{iz} korištenjem apsolutne ograde, odnosno ako je $|x[n]| \leq 1$ odredite k_{in} i k_{out} tako da ne može doći do preljeva. Uputa: Izračunajte sumu apsolutnih vrijednosti uzoraka impulsnog odziva te postavite ulazno gušenje k_{ul} tako da ta suma postane 1.
- Procjenite potreban broj bitova n za frakcionu aritmetiku koja koristi format $Q0.n$ tako da filter ispravno radi.



Slika 1. Druga direktna realizacija sekcije drugog reda iz zadatka 3.

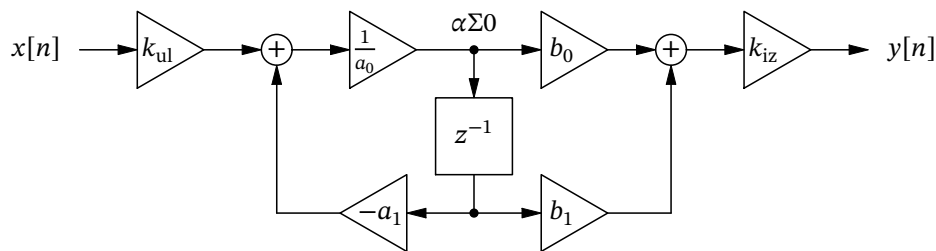
4. Ako je pol IIR filtra čisto realan onda se sekcija drugog reda u kaskadnoj realizaciji zamjenjuje sa sekcijom prvog reda koja je prikazana na slici 2.

U ovom zadatku ćemo proći kroz sve važne korake koji su potrebi kako bi skalirali koeficijente prijenosne funkcije neke sekcije drugog reda tako da su isti prilagođeni za format Q0.*n* i tako da ne može doći do neželjenog preljeva tijekom rada filtra kada se koristi frakciona aritmetika.

Neka je prijenosna funkcija sekcije prvog reda

$$H(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1}}{a_0 + a_1 z^{-1}} = \frac{3}{3 - z^{-1}}.$$

- Skalirajte sve koeficijente zadane prijenosne funkcije tako da njihove apsolutne vrijednosti postanu jednake ili manje od 1.
- Skicirajte II. direktnu realizaciju sekcije prvog reda i na skicu jasno upiši stvarne vrijednosti svih množiła. Također označi sve čvorove koji su kritični obizrom na preljev ako se koristi frakciona aritmetika.
- Jedan od kritičnih čvorova je čvor $\alpha\Sigma 0$. Odredite prijenosnu funkciju i pripadni impulsni odziv koji vežu ulaz filtra i kritični čvor $\alpha\Sigma 0$.
- Iz impulsnog odziva određenog u prethodnom podzadatku odredite koeficijente skaliranja k_{ul} and k_{iz} korištenjem apsolutne ograde, odnosno ako je $|x[n]| \leq 1$ odredite k_{in} i k_{out} tako da ne može doći do preljeva. Uputa: Izračunajte sumu apsolutnih vrijednosti uzoraka impulsnog odziva te postavite ulazno gušenje k_{ul} tako da ta suma postane 1.
- Procjenite potreban broj bitova *n* za frakcionu aritmetiku koja koristi format Q0.*n* tako da filter ispravno radi.



Slika 2. Druga direktna realizacija sekcije prvog reda iz zadatka 4.