

Osnove obradbe signala  
**Jesenski ispitni rok – 30. kolovoza 2021.**

1. **(10 bodova)** Želimo odrediti izraze za rastav signala konačnog trajanja od četiri uzorka. Traženi rastav signala mora koristiti sljedeće bazne funkcije:

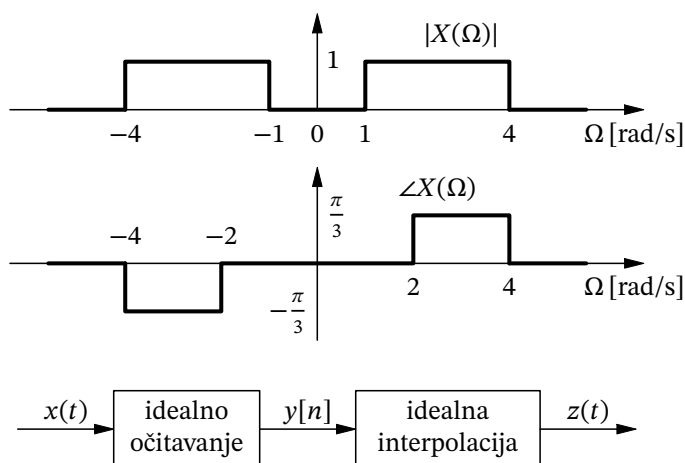
$$\phi_0[n] = \{1, 0, 1, 0\}$$

$$\phi_1[n] = \{0, 1, 0, 0\}$$

$$\phi_2[n] = \{0, 0, 1, 0\}$$

$$\phi_3[n] = \{0, 0, 0, 1\}$$

- a) **(2 boda)** Odredite matricu  $\Phi$ .
- b) **(3 boda)** Odredite Gramovu matricu  $\mathbf{G}$ .
- c) **(3 boda)** Odredite matricu transformacije  $\mathbf{T} = \mathbf{G}^{-1}\Phi^H$ .
- d) **(2 boda)** Odredite rastav signala  $x[n] = \{2, 1, 1, 1\}$ .
2. **(10 bodova)** Vremenski kontinuirani signal  $x(t)$  čiji spektar  $X(\Omega)$  je zadan slikom prvo očitavamo s periodom očitavanja od  $T_s = \pi/3$  pa ga zatim rekonstruiramo iz dobivenih uzoraka koristeći idealnu interpolaciju kako je prikazano blokovskim dijagramom.
- a) **(2 boda)** Koji uvjet mora zadovoljiti period očitavanja  $T_s$  tako da ne dođe do preklapanja spektra?
- b) **(2 boda)** Zadovoljava li zadani period očitavanja uvjet iz prethodnog podzadatka?
- c) **(3 boda)** Skicirajte amplitudni i fazni spektar vremenski diskretnog signala  $y[n] = x(nT_s)$  dobivenog očitavanjem signala  $x(t)$ .
- d) **(3 boda)** Skicirajte amplitudni i fazni spektar vremenski kontinuiranog signala  $z(t)$  dobivenog idealnom interpolacijom iz  $y[n]$ .



Okreni!

3. **(10 bodova)** Promatramo vremenski-kontinuirani LTI sustav opisan diferencijalnom jednačbom

$$y''(t) + 4y'(t) + 5y(t) = x(t).$$

Tražimo ekvivalentni vremenski-diskretni LTI sustav korištenjem unazadne Eulerove metode uz period očitavanja  $T = \frac{1}{10}$ .

- a) **(2 boda)** Odredite prijenosnu funkciju  $H(s)$  vremenski-kontinuiranog LTI sustava.
- b) **(3 boda)** Odredite prijenosnu funkciju  $H(z)$  vremenski diskretnog LTI sustava unazadnom Eulerovom metodom.
- c) **(2 boda)** Odredite jednačbu diferencija koja opisuje ekvivalentni vremenski diskretni LTI sustav.
- d) **(3 boda)** Odredite polove i vremenski kontinuiranog i vremenski diskretnog LTI sustava. Jesu li oba sustava stabilna? Objasnite!

Uputa: Unazadna Eulerova metoda aproksimira derivaciju korištenjem unazadne diferencije pa vrijedi

$$x'(t) \approx \frac{x(nT) - x((n-1)T)}{T}.$$

4. **(10 bodova)** Promatramo digitalni filter koji je zadan diferencijskom jednačbom

$$y[n] = \frac{1}{2}(u[n] + u[n-2]).$$

Pri tome je  $u[n]$  ulazni signal, a  $y[n]$  izlazni signal.

- a) **(3 boda)** Odredite prijenosnu funkciju filtra te nađite njene polove i nule.
  - b) **(3 boda)** Odredite impulsni odziv filtra. Je li filter FIR ili IIR?
  - c) **(2 boda)** Odredite i skicirajte amplitudno-frekvencijsku karakteristiku filtra.
  - d) **(2 boda)** Koji od četiri tipa amplitudno selektivnih filtera (NP, VP, PP ili PB) najbolje opisuje promatrani filter?
5. **(10 bodova)** Zadana su dva niza konačne duljine,  $x[n] = \{2, 2, 0, 4\}$  i  $y[n] = \{-1, 0, 3, -1\}$ .
- a) **(4 boda)** Izračunajte njihovu linearnu konvoluciju  $x[n] * y[n]$ .
  - b) **(4 boda)** Izračunajte njihovu cirkularnu konvoluciju  $x[n] \oplus y[n]$ .
  - c) **(2 boda)** Označimo linearnu konvoluciju s  $a[n] = x[n] * y[n]$  i cirkularnu konvoluciju duljine  $N$  s  $b[n] = x[n] \otimes y[n]$ , gdje je  $N$  pozitivni cijeli broj. Uz pretpostavku da su svi nedefinirani uzorci signala  $x[n]$  i  $y[n]$  jednaki nuli za koje  $N$  vrijedi jednakost  $a[n] = b[n]$ ?