



Sveučilište u Zagrebu
Fakultet elektrotehnike i računarstva
Zavod za elektroničke sustave i obradbu informacija

Osnove obradbe signala – Sedma domaća zadaća

Akadska školska godina 2021./2022.

Tomislav Petković

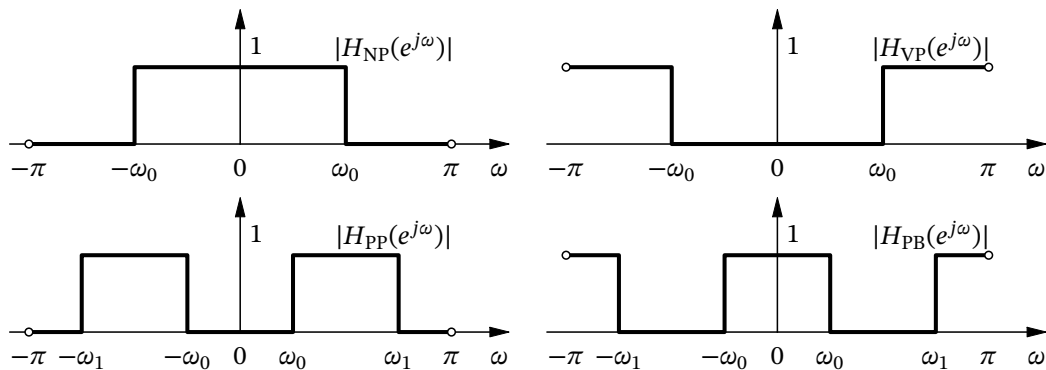
1. Za svako razmatranje problema filtriranja vremenski diskretnih signala poželjno je poznavati impulsne odzive idealnih vremenski diskretnih filtara.

Amplitudne karakteristike četiri osnovna vremenski diskretna (digitalna) idealna amplitudno-selektivna filtra su prikazane na slici 1.: niski propust (NP), visoki propust (VP), pojasni propust (PP), i pojasna brana (PB). Pripadne fazne karakteristike su nula.

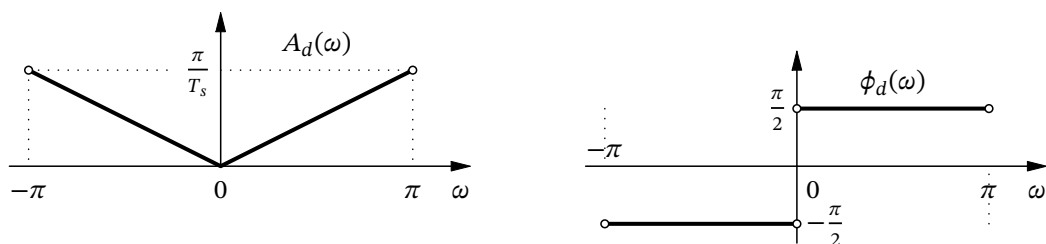
- Odredite impulsne odzive zadanih idealnih filtara korištenjem IDTFT-a.
- Koji impulsni odzivi su simetrični (parni), ako ih ima?
- Koji impulsni odzivi su asimetrični (neparni), ako ih ima?
- Koji impulsni odzivi su kauzalni, ako ih ima? Koji su nekauzalni?

Napomena: Kod računanja integrala za IDTFT pazite što se događa za $n = 0$.

Izvor zadatka 1.: Slučaj PP filtra odgovara zadatku 5.7. iz udžbenika "Signal Processing for Communications" autora P. Prandonija i M. Vetterlija.



Slika 1. Amplitudne karakteristike četiri osnovna amplitudno selektivna digitalna filtra (NP, VP, PP, PB). Fazne karakteristike su nula.



Slika 2. Amplitudna i fazna karakteristika idealnog derivatora.

2. Osim amplitudno-selektivnih filtara ponekad je potrebno projektirati digitalni filter koji se ponaša kao neka od standardnih analognih operacija kao što su deriviranje i integriranje.

U ovom zadatku želimo odrediti impulsni odziv vremenski diskretnog sustava koji je idealna realizacija derivacije. Amplitudna karakteristika $A_d(\omega)$ i fazna karakteristika $\phi_d(\omega)$ idealne realizacije derivacije su prikazane na slici 2. Neka je period očitavanja $T_s = 1$.

- Iskažite $H_d(e^{j\omega}) = A_d(\omega)e^{j\phi_d(\omega)}$ formulom.
- Korištenjem IDTFT-a odredite impulsni odziv $h_d[n]$ idealnog derivatora.
- Kako se $h_d[n]$ ponaša kada $n \rightarrow \pm\infty$, odnosno kojom brzinom trne prema 0?

Napomena: Kod računanja integrala za IDTFT pazite što se događa za $n = 0$.

Izvor zadatka 2.: Prema zadatku 3. iz završnog ispita održanog 27. siječnja 2021.
Također pročitajte dio 9.7.1. iz udžbenika "Signal Processing for Communications" autora P. Prandonija i M. Vetterlija.

3. Zadane su tri prijenosne funkcije koje ovise o parametru r :

- $H(z) = \frac{-r + z^{-1}}{1 - rz^{-1}}, 0 < r < 1,$
- $H(z) = \frac{1-r}{2} \frac{1+z^{-1}}{1-rz^{-1}}, 0 < r < 1, i$
- $H(z) = \frac{1+r}{2} \frac{1-z^{-1}}{1-rz^{-1}}, 0 < r < 1.$

Za svaku od zadanih prijenosnih funkcija:

- Odredite kako polovi i nule ovise o parametru r . Zatim skicirajte sve moguće položaje polova i nula u kompleksnoj ravnini z , odnosno odredite položaje mjesta korjena.
- Ispitajte stabilnost zadanih sustava ovisno o parametru r .
- Skicirajte amplitudnu karakteristiku za $r = 0.5$ te na skici označite kako se karakteristika mijenja kada se r povećava, a kako kada se r smanjuje.

Izvor zadatka 3.: Slično zadatku 9. iz Zadataka za vježbu 2. (2003./2004.).

4. Zadane su dvije prijenosne funkcije,

$$H_1(z) = \frac{1 + bz^{-1}}{1 + az^{-1}} \quad i \quad H_2(z) = \frac{b + z^{-1}}{1 + az^{-1}},$$

gdje su a i b realni brojevi takvi da je $|a| < 1$ i $|b| < 1$.

- Odredite amplitudnu karakteristiku za obje zadane funkcije.
- Odredite faznu karakteristiku za obje zadane funkcije.
- Postoji li razlika između dobivenih amplitudnih i faznih karakteristika? Koja od njih opisuje sustav minimalne faze?

Izvor zadatka 4.: Slično zadatku 11. iz Zadataka za vježbu 2. (2003./2004.).

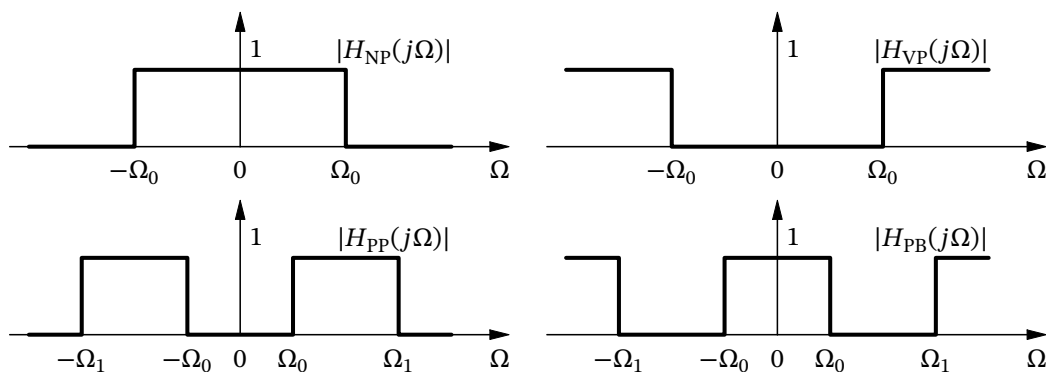
5. Razmatramo svepropusni filter koji ima dva pola, $p_1 = \frac{1}{3}$ i $p_2 = -\frac{1}{3}$ za kojeg znamo da niti jedan pol nije kompenziran nulom (odnosno, položaj nula i polova je različit).

- Navedite vezu između polova i nula svepropusnog filtra.
- Odredite nule razmatranog filtra te zatim izračunajte njegovu prijenosnu funkciju. Primijetite da je filter svepropusni te stoga njegovo pojačanje mora biti jedinično (odnosno 0 dB).
- Odredite impulsni odziv filtra.
- Odredite i skicirajte amplitudnu karakteristiku. Također odredite i skicirajte faznu karakteristiku (možete koristiti računalo za crtanje faze).

- 6.* Za bilo kakvo razmatranje problema filtriranja vremenski kontinuiranih signala poželjno je poznavati impulsne odzive idealnih vremenski kontinuiranih filtera.

Idealne amplitudne karakteristike četiri osnovna vremenski kontinuirana (odnosno analogna) amplitudno selektivna filtra su prikazane na slici 3.: niski propust (NP), visoki propust (VP), pojasni propust (PP), i pojasna brana (PB). Pripadne fazne karakteristike su nula.

- Odredite impulsne odzive zadanih idealnih filtera korištenjem ICTFT-a.
- Koji impulsni odzivi su simetrični (parni), ako ih ima?
- Koji impulsni odzivi su asimetrični (neparni), ako ih ima?
- Koji impulsni odzivi su kauzalni, ako ih ima? Koji su nekauzalni?



Slika 3. Amplitudne karakteristike četiri osnovna amplitudno selektivna analogna filtra (NP, VP, PP, PB). Fazne karakteristike su nula.

- 7.* U ovom zadatku želimo usporediti odzive idealnih digitalnih filtera iz zadatka 6. s odzivima idealnih analognih filtera iz zadatka 1.

Označimo s $h_A(t)$ odziv idealnog analognog filtra, s $h_O[n] = h_A(nT_s + t_0)$ odziv digitalnog filtra dobivenog očitavanjem odziva analognog filtra s periodom T_s s proizvoljnim pomakom $0 \leq t_0 < T_s$, te s $h_D[n]$ odziv idealnog digitalnog filtra.

- Koji od impulsnih odziva $h_A(t)$ možemo očitati tako da dobiveni $h_O[n]$ bude simetričan ili antisimetričan oko neke točke? Za svaki od četiri filtra (NP, VP, PP, PB) odredite vrijednost t_0 koja daje simetričan ($h_O[n + n_0] = h_O[-n - n_0]$) ili antisimetričan odziv ($h_O[n + n_0] = -h_O[-n - n_0]$), ako takva vrijednost postoji.
- Usporedite dobivene očitane odzive $h_O[n]$ s odzivima idealnih digitalnih filtera $h_D[n]$. Koji odzivi se poklapaju, a koji ne? Objasnite zašto se neki odzivi ne poklapaju!