



Sveučilište u Zagrebu
Fakultet elektrotehnike i računarstva
Zavod za elektroničke sustave i obradbu informacija

Osnove obradbe signala – Peta domaća zadaća

Akadska školska godina 2021./2022.

Tomislav Petković

1. Za zadane vremenski diskretne signale izračunajte dvostranu \mathcal{Z} transformaciju i odredite pripadna područja konvergencije. Zatim odredite koji signali su kauzalni, koji su anti-kauzalni, i koji su ne-kauzalni te objasnite zašto. Također odredite koji od zadanih signala imaju, a koji nemaju DTFT.

- a) $x[n] = 2^n \mu[n]$
- b) $x[n] = 2^{-n} \mu[n]$
- c) $x[n] = 2^n \mu[-n]$
- d) $x[n] = 2^{-n} \mu[-n]$
- e) $x[n] = 2^{-|n|}$

Uputa: Funkcija $\mu[n]$ je vremenski diskretna jedinična stepenica definirana kao

$$\mu[n] = \begin{cases} 1, & 0 \leq n \\ 0, & \text{inače} \end{cases}.$$

Signal $x[n]$ je kauzalan ako je $x[n] = 0$ za $n < 0$, anti-kauzalan ako je $x[n] = 0$ za $n > 0$, i ne-kauzalan ako postoji $n_0 < 0$ takav da je $x[n_0] \neq 0$.

2. Zadan je vremenski diskretan sustav opisan diferencijskom jednačom

$$y[n] + 2y[n-1] = x[n]$$

s početnim uvjetom $y[-1]$. Želimo riješiti zadanu jednačom korištenjem \mathcal{Z} transformacije.

- a) Prebacite jednačom iz vremenske domene u domenu transformacije.
- b) Nađite prijenosnu funkciju sustava $H(z)$.
- c) Odredite impulsni odziv sustava $h[n]$ vraćanjem $H(z)$ u vremensku domenu.
- d) Koristeći rješenje podproblema a) izrazite $Y(z)$ preko $X(z)$, $H(z)$ i početnog uvjeta.
- e) Odredite $Y(z)$ za $x[n] = 2\mu[n]$ i $y[-1] = 1$ te ga zatim vratite u vremensku domenu kako bi dobili $y[n]$.

3. Zadane su sljedeće linearne diferencijske jednačbe sa stalnim koeficijentima:

- 1. $6y[n] + 5y[n-1] + y[n-2] = x[n]$
- 2. $4y[n] + 4y[n-1] + y[n-2] = x[n]$
- 3. $y[n] + 4y[n-1] + 4y[n-2] = x[n]$
- 4. $2y[n] - 2y[n-1] + y[n-2] = x[n]$

$$5. \quad y[n] - 2y[n-1] + 2y[n-2] = x[n]$$

Za svaku od zadanih jednačbi:

- a) Prebacite jednačbu iz vremenske domene u domen transformacije.
- b) Nađite prijenosnu funkciju sustava $H(z)$.
- c) Odredite impulsni odziv sustava $h[n]$ vraćanjem $H(z)$ u vremensku domen.

- 4.* Za zadane vremenski kontinuirane signale izračunajte dvostranu Laplaceovu transformaciju i odredite pripadna područja konvergencije. Zatim odredite koji signali su kauzalni, koji su anti-kauzalni, i koji su ne-kauzalni te objasnite zašto. Također odredite koji od zadanih signala imaju, a koji nemaju CTFT.

- a) $x(t) = e^{2t} \mu(t)$
- b) $x(t) = e^{-2t} \mu(t)$
- c) $x(t) = e^{2t} \mu(-t)$
- d) $x(t) = e^{-2t} \mu(-t)$
- e) $x(t) = e^{-2|t|}$

Uputa: Funkcija $\mu(t)$ je vremenski kontinuirana jedinična stepenica (Heavisideova funkcija) definirana kao

$$\mu(t) = \begin{cases} 1, & 0 < t \\ 0, & 0 > t \end{cases}.$$

Primijetite da vrijednost funkcije $\mu(t)$ nije definirana za $t = 0$. U kontekstu Fourierove transformacije se vrijednost u nuli obično definira kao srednja vrijednost lijevog i desnog limesa tako da je $\mu(0) = \frac{1}{2}$. U kontekstu (jednostrane) Laplaceove transformacije vrijednost u $t = 0$ uobičajeno ovisi o tome uključuje li transformacija vrijednost u $t = 0$ ili ne.

- 5.* Zadan je vremenski kontinuiran sustav opisan diferencijalnom jednačbom

$$y'(t) + 2y(t) = x(t)$$

s početnim uvjetom $y(t)$. Želimo riješiti zadanu jednačbu korištenjem \mathcal{L} transformacije.

- a) Prebacite jednačbu iz vremenske domene u domen transformacije.
- b) Odredite prijenosnu funkciju sustava $H(s)$.
- c) Odredite impulsni odziv sustava $h(t)$ vraćanjem $H(s)$ u vremensku domen.
- d) Koristeći rješenje podproblema a) izrazite $Y(s)$ preko $X(s)$, $H(s)$ i početnog uvjeta.
- e) Odredite $Y(s)$ za $x(t) = 2\mu(t)$ i $y(0) = 1$ te ga zatim vratite u vremensku domen kako bi dobili $y(t)$.

- 6.* Zadane su sljedeće linearne diferencijalne jednačbe sa stalnim koeficijentima:

- 1. $y''(t) - 5y'(t) + 6y(t) = x(t)$
- 2. $y''(t) - 4y'(t) + 4y(t) = x(t)$
- 3. $y''(t) + 4y'(t) + 4y(t) = x(t)$
- 4. $y''(t) - 4y'(t) + 8y(t) = x(t)$

5. $y''(t) + 4y'(t) + 8y(t) = x(t)$

Za svaku od zadanih jednačbi:

- a) Prebacite jednačbu iz vremenske domene u domen transformacije.
- b) Odredite prijenosnu funkciju sustava $H(s)$.
- c) Odredite impulsni odziv sustava $h(t)$ vraćanjem $H(s)$ u vremensku domen.