

Osnove obradbe signala
Zimski ispitni rok – 14. veljače 2022.

1. (10 bodova) Želimo odrediti izraze za rastav signala konačnog trajanja od četiri uzorka. Traženi rastav signala mora koristiti sljedeće bazne funkcije:

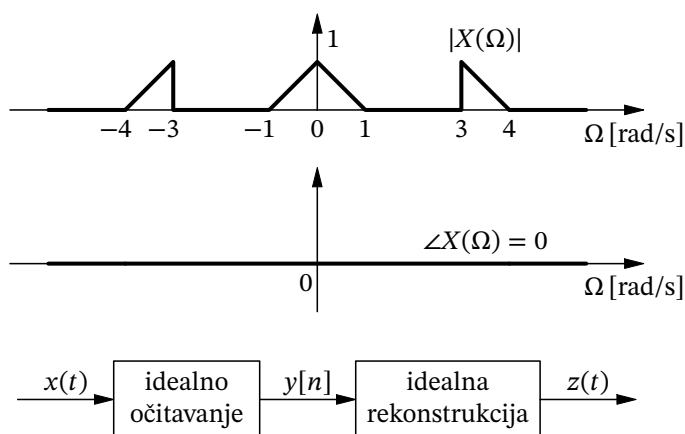
$$\phi_0[n] = \{1, 0, 0, 0\}$$

$$\phi_1[n] = \{0, 1, 1, 0\}$$

$$\phi_2[n] = \{1, 0, 1, 0\}$$

$$\phi_3[n] = \{0, 0, 0, 1\}$$

- a) (2 boda) Odredite matricu Φ .
- b) (3 boda) Odredite Gramovu matricu \mathbf{G} .
- c) (3 boda) Odredite matricu transformacije $\mathbf{T} = \mathbf{G}^{-1}\Phi^H$.
- d) (2 boda) Odredite rastav signala $x[n] = \{2, 1, 3, 3\}$.
2. (10 bodova) Vremenski kontinuirani signal $x(t)$ čiji spektar $X(\Omega)$ je zadan slikom najprije očitavamo s periodom očitavanja od $T_s = \pi/2$, a zatim ga rekonstruiramo iz dobivenih uzoraka koristeći idealnu interpolaciju kako je prikazano blokovskim dijagramom.
- a) (1 bod) Koji uvjet mora zadovoljiti period očitavanja T_s tako da ne dođe do preklapanja spektra?
- b) (1 bod) Zadovoljava li zadani period očitavanja taj uvjet?
- c) (4 boda) Skicirajte amplitudni i fazni spektar vremenski diskretnog signala $y[n] = x(nT_s)$ dobivenog idealnim očitavanjem signala $x(t)$.
- d) (4 boda) Skicirajte amplitudni i fazni spektar vremenski kontinuiranog signala $z(t)$ dobivenog idealnom interpolacijom iz $y[n]$.



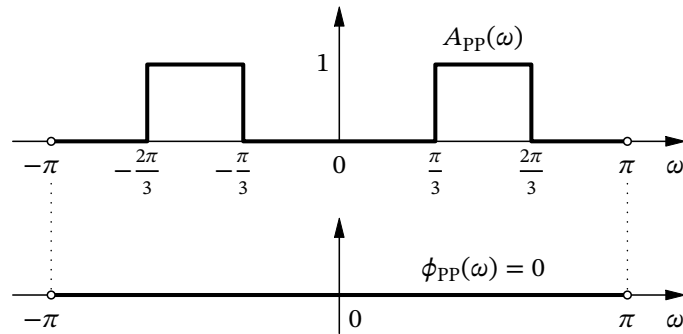
3. (10 bodova) Promatramo digitalni filter koji je zadan diferencijskom jednačbom $y[n] = \frac{1}{8}(3x[n] - 3x[n-2] - 2y[n-2])$, gdje je $x[n]$ ulazni signal, a $y[n]$ izlazni signal.
- a) (1 bod) Odredite prijenosnu funkciju filtra.
- b) (2 boda) Odredite polove i nule zadanog filtra.
- c) (3 boda) Odredite impulsni odziv filtra.
- d) (1 bod) Je li filter FIR ili IIR?
- e) (2 boda) Odredite i skicirajte amplitudno-frekvencijsku karakteristiku filtra.
- f) (1 bod) Koji od četiri tipa amplitudno selektivnih filtara (NP, VP, PP ili PB) najbolje opisuje promatrani filter?

Okreni!

4. (10 bodova) Za svaku raspravu o filtriranju poželjno je poznavati kako izgledaju impulsni odzivi idealnih filtara. U ovom zadatku želimo odrediti impulsni odziv vremenski diskretnog sustava čija idealna frekvencijska karakteristika je zadana slikom. Zadana idealna amplitudna karakteristika $A_{PP}(\omega)$ i fazna karakteristika $\phi_{PP}(\omega)$ definiraju idealni pojasno-propusni filter.

- (2 boda) Iskažite $H_{PP}(e^{j\omega}) = A_{PP}(\omega)e^{j\phi_{PP}(\omega)}$ formulom (npr. kao razlomljenu linearnu funkciju).
- (4 boda) Koristeći IDTFT odredite impulsni odziv $h_{PP}[n]$ koji je pridružen $H_{PP}(e^{j\omega})$.
- (2 boda) Kako se $h_{PP}[n]$ ponaša kada $n \rightarrow \pm\infty$? Trne li prema 0 ili ne?
- (2 boda) Nakon kojeg n vrijedi $|h_{PP}[n]| < \frac{1}{100} \max_n |h_{PP}[n]|$?

Uputa: Izračunajte integral za IDTFT; pazite što se događa za $n = 0$.



5. (10 bodova) Zadana su dva niza konačne duljine, $x[n] = \{1, 2, 3, 0, 1\}$ i $y[n] = \{0, 1, 0, -1, 2\}$.

- (4 boda) Izračunajte njihovu linearnu konvoluciju $x[n] * y[n]$.
- (4 boda) Izračunajte njihovu cirkularnu konvoluciju $x[n] \circledast y[n]$.
- (2 boda) Označimo linearnu konvoluciju s $a[n] = x[n] * y[n]$ i cirkularnu konvoluciju duljine N s $b[n] = x[n] \circledast y[n]$, gdje je N pozitivni cijeli broj. Uz pretpostavku da su svi nedefinirani uzorci signala $x[n]$ i $y[n]$ jednaki nuli za koje N vrijedi jednakost $a[n] = b[n]$?