



Sveučilište u Zagrebu  
Fakultet elektrotehnike i računarstva  
Zavod za elektroničke sustave i obradbu informacija

## Osnove obradbe signala – Osmi domaći zadatak

Akademski školski godina 2021./2022.

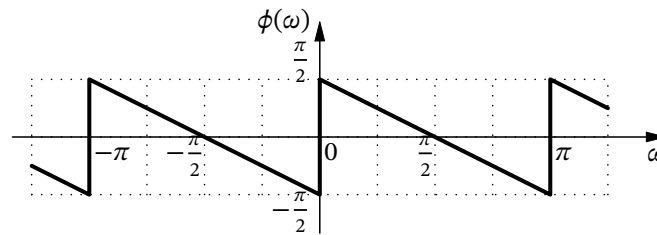
Tomislav Petković

1. Zadan je vremenski diskretni sustav koji je opisan jednačinom diferencijala  $4y[n] - y[n-2] = 3u[n]$ .
    - a) Odredite impulsni odziv sustava. Je li sustav FIR ili IIR?
    - b) Odredite prijenosnu funkciju sustava.
    - c) Izračunajte polove i nule sustava.
    - d) Odredite i skicirajte amplitudnu i faznu karakteristiku sustava.
    - e) Ima li sustav linearnu fazu? Ako sustav ima linearnu fazu onda odredite kojem od četiri tipa FIR filtera s generaliziranim linearnom fazom on pripada (tip I, II, III ili IV), a ako sustav nema linearnu fazu onda odredite kojem od četiri tipa amplitudno selektivnih filtera on pripada (NP, VP, PP i PB).
  2. Promatramo vremenski-diskretni signal  $x[n] = y[n] + A \cos(\omega_0 n) + B \sin(\omega_0 n)$  za kojeg je poznato da je  $y[n]$  korisna komponenta dok je  $A \cos(\omega_0 n) + B \sin(\omega_0 n)$ ,  $A, B \in \mathbb{R}$ , neželjeno brujanje poznate frekvencije  $\omega_0 \in [0, \pi]$ . Želimo projektirati zaporni FIR filter (eng. *notch FIR filter*) koji potpuno potiskuje neželjeno brujanje.
    - a) Pokažite da FIR filter koji ima dvije nule  $n_1 = e^{j\omega_0}$  i  $n_2 = e^{-j\omega_0}$  u potpunosti potiskuje harmonijsku komponentu frekvencije  $\omega_0$ .
    - b) Neka je frekvencija očitavanja  $f_s = 8000$  Hz. Izračunajte frekvenciju  $\omega_0$  ako je poznato da je brujanje posljedica frekvencije gradske mreže, odnosno da je  $f_B = 50$  Hz.
    - c) Izračunajte impulsni odziv i prijenosnu funkciju kauzalnog FIR filtera drugog reda koji u potpunosti potiskuje neželjeno brujanje ako je poznato da FIR filter mora imati jedinično pojačanje za  $\omega = \pi/2$ . Je li dobiveno rješenje jedinstveno? Objasnite!
    - d) Izračunajte i skicirajte amplitudnu karakteristiku dobivenog filtera.
- Izvor zadatka 2.: Zadatak 3. iz drugog međuispita održanog 24. studenoga 2010.
3. Ako je  $H(z)$  prijenosna funkcija i ako je  $h[n]$  impulsni odziv nekog stabilnog, kauzalnog, linearnog i vremenski nepromjenjivog sustava onda za svaku od navedenih tvrdnji odredite je li istinita ili nije te objasnite kako ste utvrdili istinitost:
    - a) Sve nule od  $H(z)$  su unutar jedinične kružnice.
    - b) Područje konvergencije od  $H(z)$  uključuje kružnicu  $|z| = 0.5$ .
    - c) Ako je  $H(z)$  FIR onda postoji  $0 < n_0$  takav da je  $h[n] = 0$  za sve  $n_0 < n$ .
    - d) Postoji DTFT  $[h[n]]$ .
    - e) Ako je  $H(z)$  FIR onda je  $1/H(z)$  IIR.
    - f) Ako je  $H(z)$  IIR onda je  $1/H(z)$  FIR.

4. Na slici 1. je zadana fazno-frekvencijska karakteristika kauzalnog FIR filtra s generaliziranom linearnom fazom.

- Odredite red zadanog FIR filtra s generaliziranom linearnom fazom.
- Je li moguće odrediti o kojem se tipu FIR filtra s generaliziranom linearnom fazom radi (tip I, II, III ili IV)? Ako je moguće odredite tip filtra, a ako nije objasnite zašto nije!
- Odredite sve nule zadanog filtra te skicirajte njihov položaj u kompleksnoj ravnini.
- Poznato je da amplitudna karakteristika zadanog FIR filtra poprima vrijednost 1 za frekvenciju  $\pi/2$ . Odredite njegov impulsni odziv.
- Skicirajte amplitudnu karakteristiku zadanog filtra.

Izvor zadatka 4.: Zadatak 3. iz ljetnog ispitnog roka održanog 10. srpnja 2019.



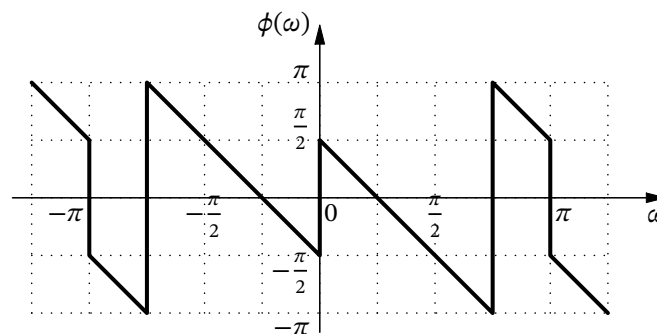
Slika 1. Fazna karakteristika FIR filtra iz zadatka 4.

5.\* Na slici 2. prikazana je fazna karakteristika jednog kauzalnog FIR filtra s generaliziranom linearnom fazom.

- Odredite red zadanog FIR filtra s generaliziranom linearnom fazom.
- Je li moguće odrediti o kojem se tipu FIR filtra s generaliziranom linearnom fazom radi (tip I, II, III ili IV)? Ako je moguće odredite tip filtra, a ako nije objasni zašto nije!
- Možete li karakterizirati amplitudnu selektivnost filtra kao (i) nisko propusnu, (ii) visoko propusnu, (iii) niti nisko niti visoko propusnu, ili to (iv) nije moguće odrediti?
- Odredite impulsni odziv filtra i ispitajte jedinstvenost dobivenog rješenja ako je poznato da amplitudno-frekvencijska karakteristika poprima vrijednost 4 za frekvenciju  $\pi/2$  i ako je poznato da je

$$\int_{-\pi}^{\pi} |H(e^{j\omega})|^2 d\omega = 20\pi.$$

Izvor zadatka 5.: Zadatak 6. iz Zadataka za vježbu 2. (2003./2004.).



Slika 2. Fazna karakteristika FIR filtra iz zadatka 5.

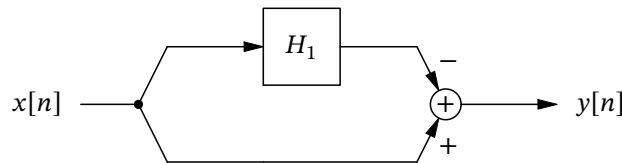
6. Zadan je niskopropusni FIR filter s impulsnim odzivom

$$h_{\text{NP}}[n] = \frac{1}{9}(\delta[n] + 2\delta[n-1] + 3\delta[n-2] + 2\delta[n-3] + \delta[n-4]) = \left\{\frac{1}{9}, \frac{2}{9}, \frac{3}{9}, \frac{2}{9}, \frac{1}{9}\right\}.$$

Iz zadanog niskopropusnog filtra želimo dobiti visokopropusni filter na način da od svepropusnog filtra oduzmemo rezultat niskopropusne filtracije. Pretpostavljamo da sustav koji to ostvaruje izgleda kako je prikazano na slici 3. gdje je gornja grana niskopropusna, donja grana svepropusna, i gdje izlaz računamo tako da od rezultata donje grane oduzmemo rezultat gornje grane.

- Odgovara li zadani  $h_{\text{NP}}[n]$  nekom od FIR filtera s generaliziranom linearnom fazom (tip I, II, III ili IV)? Ako da, onda odredite kojem.
- Odredite impulsni odziv  $h_1[n]$  sustava prikazanog slikom .
- Pokažite da dobiveni impulsni odziv  $h_1[n]$  ne odgovara FIR filtru generalizirane linearne faze.
- Pokažite da amplitudna karakteristika  $|H_1(e^{j\omega})|$  sustava sa slike 3. nije  $|1 - |H_{\text{NP}}(e^{j\omega})||$ .
- Što je potrebno promijeniti u sustavu prikazanom slikom 3. da bi dobili visokopropusni FIR filter linearne faze? Uputa: Svepropusni sustav mora biti takav da oduzimanje sačuva simetriju ili antisimetriju impulsnog odziva.
- Nakon što ste ispravili grešku odredite impulsni odziv  $h_2[n]$  i amplitudno-frekvencijsku karakteristiku  $|H_2(e^{j\omega})|$  i pokažite da ste dobili visokopropusni FIR filter generalizirane linearne faze.

Izvor zadatka 6.: Prema zadatku 7.7. iz udžbenika "Signal Processing for Communications" autora P. Prandonija i M. Vetterlija.



Slika 3. Spoj niskopropusnog i svepropusnog filtra 6.