模拟与数字电路

Analog and Digital Circuits

第 三 讲： **布尔逻辑的化简**

Lecture 8: **Boolean Logic and Simplification**

主 讲： 陈 迟 晓

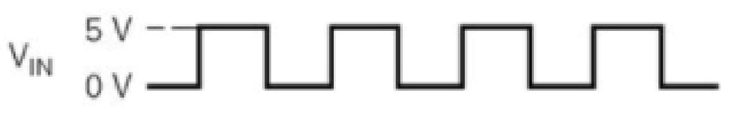
Instructor : Chixiao Chen

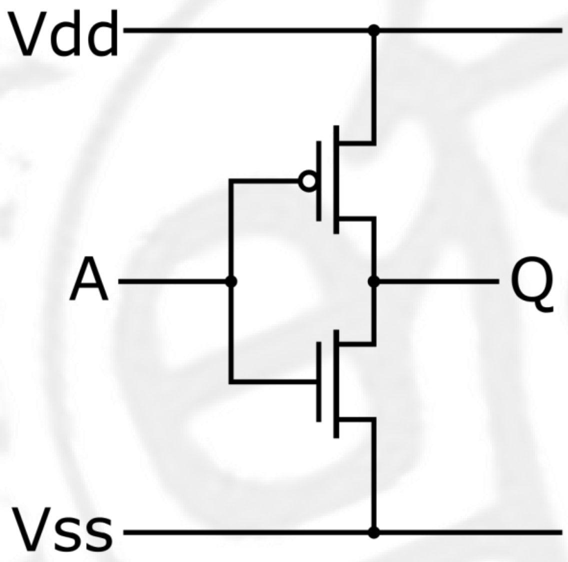
课程主页 扫一扫

提纲

- 复习
  - 右上图是两个补码编码的整数相加，请完成计算，并写出其对应的十进制表达？
  - 右下图是一个CMOS反向器，当A点输入为Vin波形VDD=5V，VSS=0V，试画出Q点波形
- 基本逻辑门及其CMOS实现
- 初识布尔代数

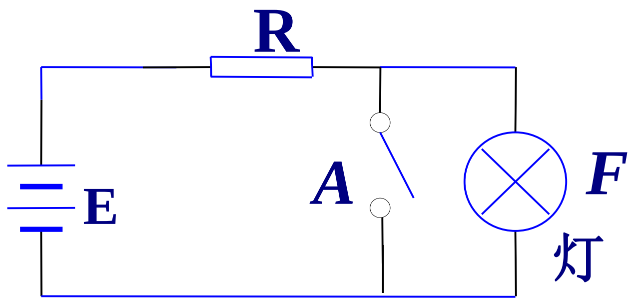
011011
111010





基本逻辑门 —— 非门

- 开关电路模型



如果 *A* 闭合，灯 *F* 灭。

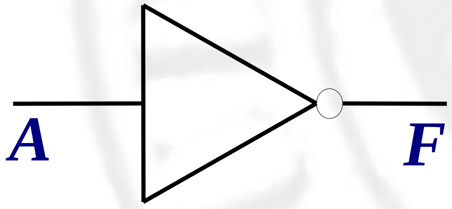
- 功能描述：
  输出与输入波形相反，产生反向输出波形。

- 真值表

  输入的所有可能取值按二进制数大小排列在左；对应的输出列在右。

A	*F*
0	1
1	0

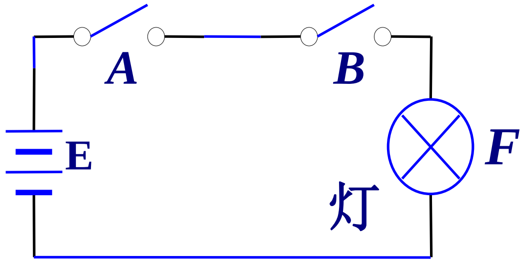
- 符号标达



$$F = \overline{A}$$

基本逻辑门 —— 与门

- 开关电路模型



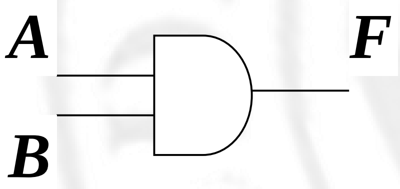
只有当 *A* 和 *B* 都闭合 (逻辑 1), 灯 (*F*) 才亮(逻辑 1)。

- 功能描述:
  输入只要有低, 输出为低;
  输入都为高时, 输出为高。

- 真值表

A	*B*	*F*
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

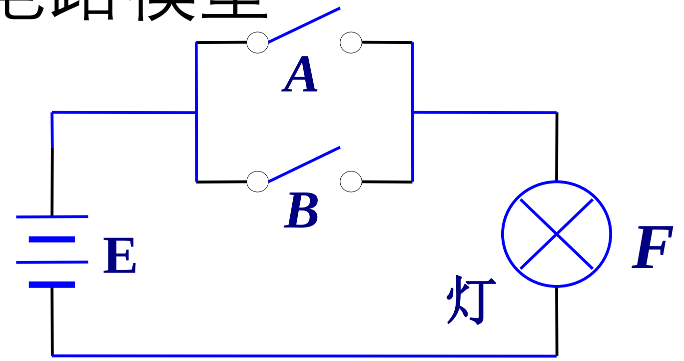
- 符号标达



$$F = A \cdot B = AB$$

基本逻辑门 —— 或门

- 开关电路模型



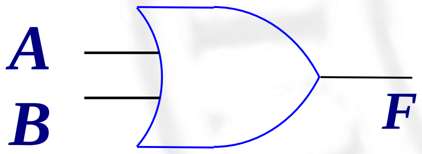
AB任何一个开关闭合，灯 F 亮。

- 功能描述：
  输入只要有高，输出为高；
  输入都为低时，输出为低。

- 真值表

A	B	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

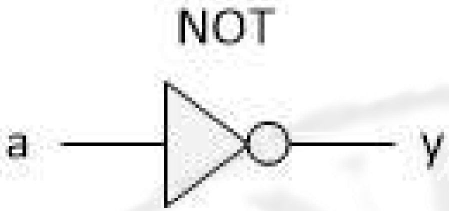
- 符号标达



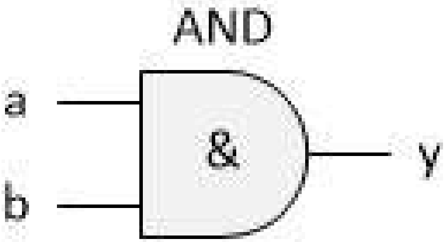
$F = A+B$

逻辑关系的组和

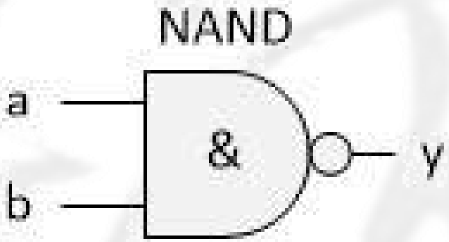
- 通过“与”、“或”、“非”的组和，形成一些新的逻辑
- 与非门
- 或非门
- 异或门?



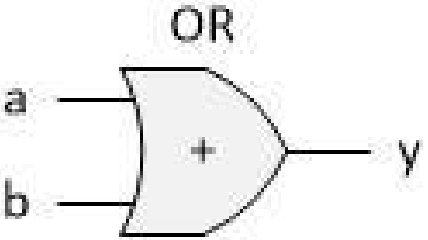
a	y
0	1
1	0



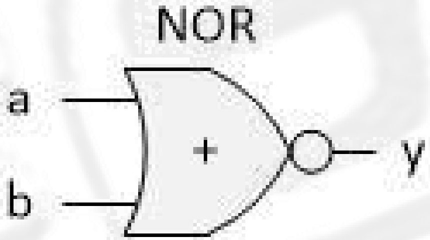
a	b	y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1



a	b	y
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0



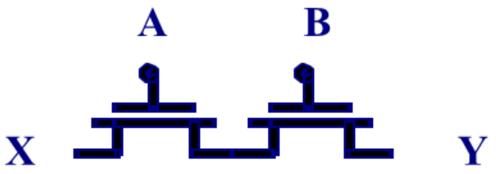
a	b	y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



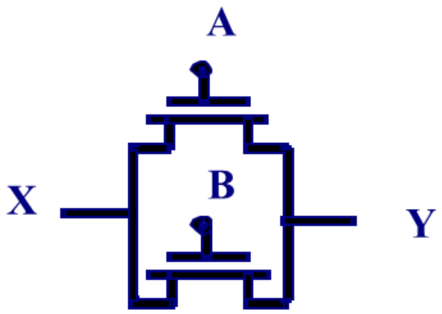
a	b	y
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

从开关的角度 理解 CMOS

- NMOS 开关

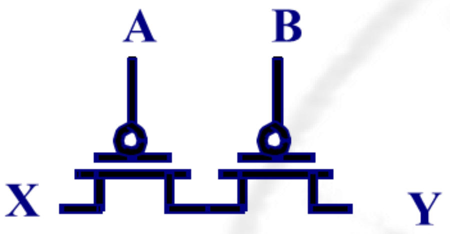


Y = X if A and B=AB

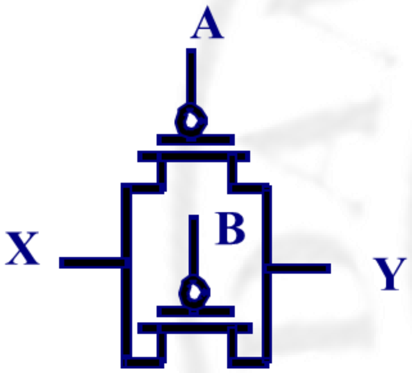


Y = X if A OR B=A+B

- PMOS 开关



Y = X if $\bar{A}$ AND $\bar{B}$ = $\overline{A+B}$

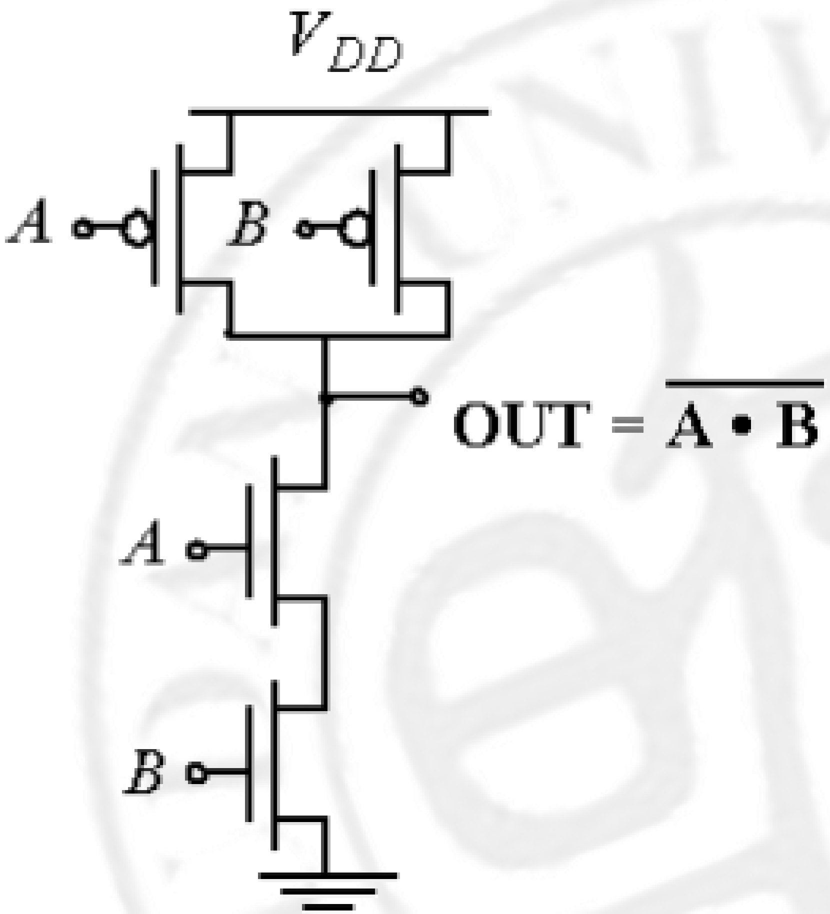


Y = X if $\bar{A}$ OR $\bar{B}$ = $\overline{AB}$

从开关的角度 构建 与非门

A	B	Out
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

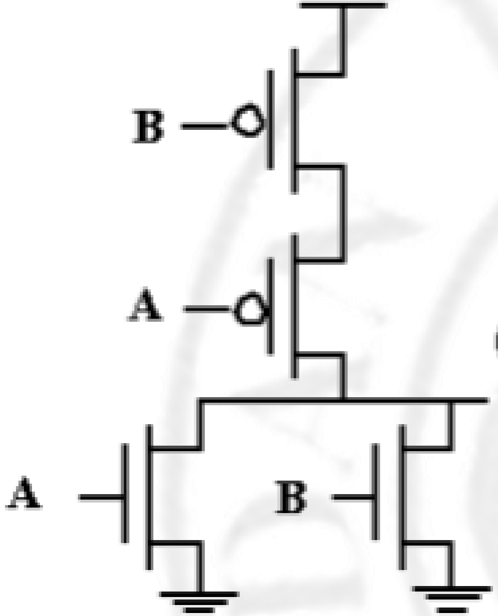
Truth Table of a 2 input NAND gate



从开关的角度 构建 或非门

A	B	Out
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

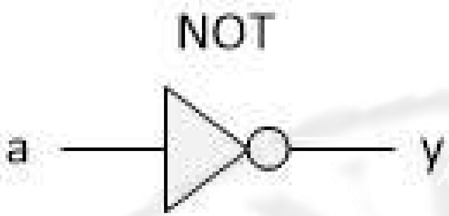
Truth Table of a 2 input NOR gate



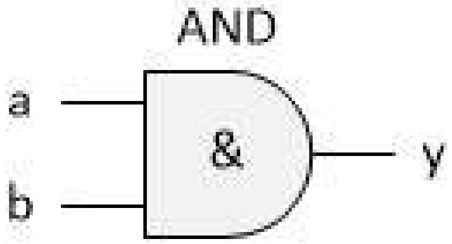
$OUT = \overline{A + B}$

逻辑关系的组和

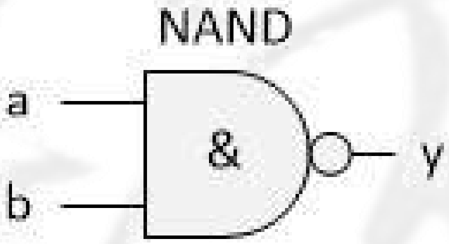
- 通过“与”、“或”、“非”的组和，形成一些新的逻辑
- 与非门
- 或非门
- 异或门？



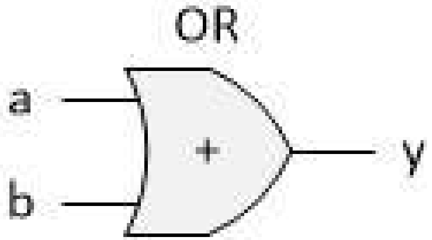
a	y
0	1
1	0



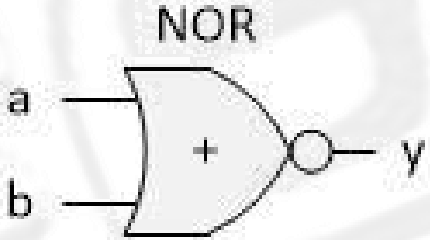
a	b	y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1



a	b	y
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0



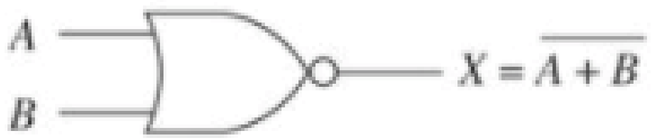
a	b	y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

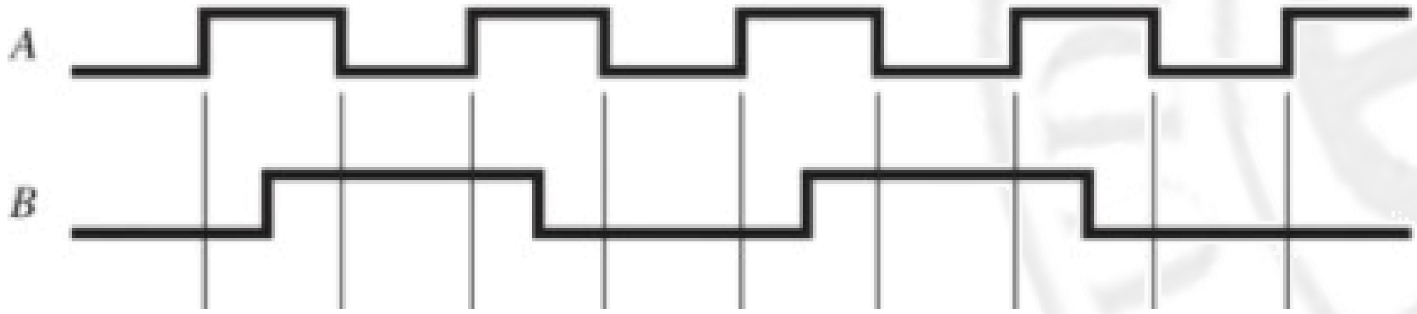


a	b	y
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

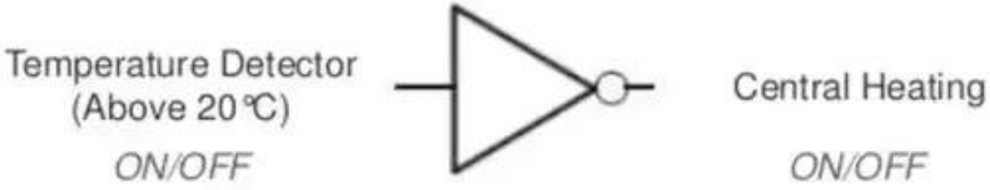
逻辑门的波形图

- 下图是一个或非门，当输入波形A与B如图所示，求输出X的波形



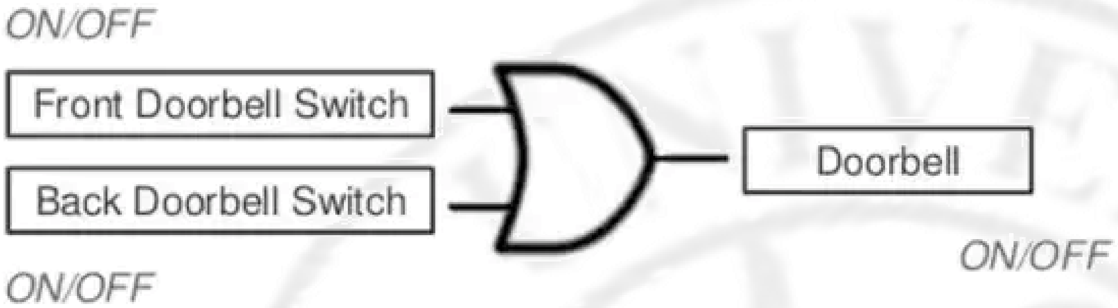


逻辑门的用处



If the temperature is above 20℃ then the Central Heating is switched off.

If the temperature is below 20℃ then the Central Heating is switched on.

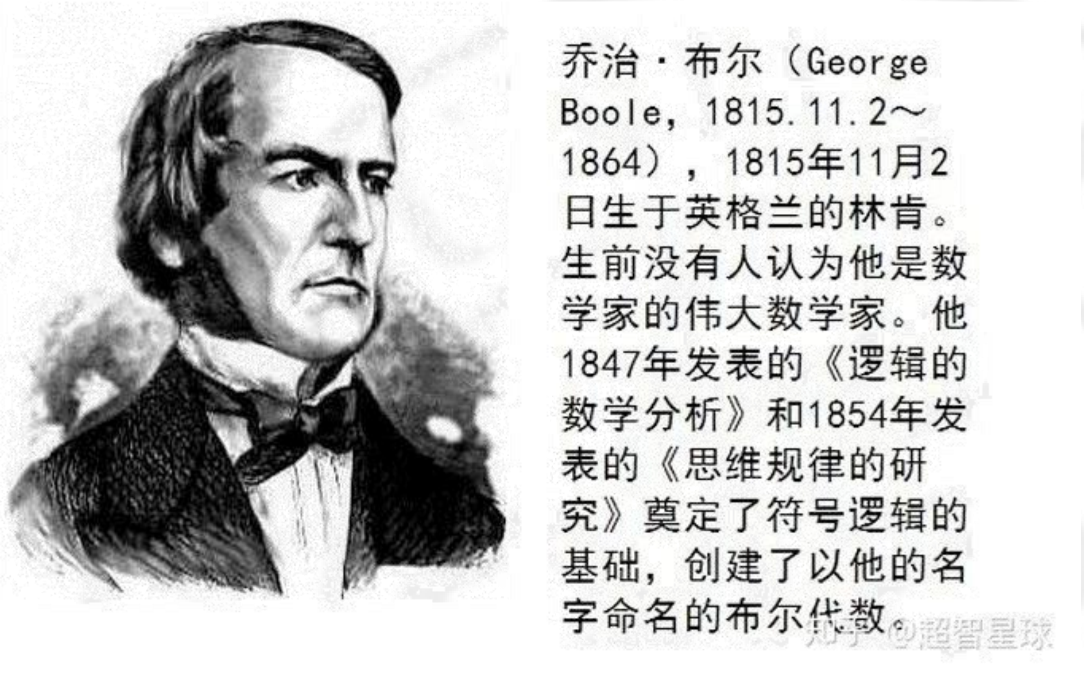


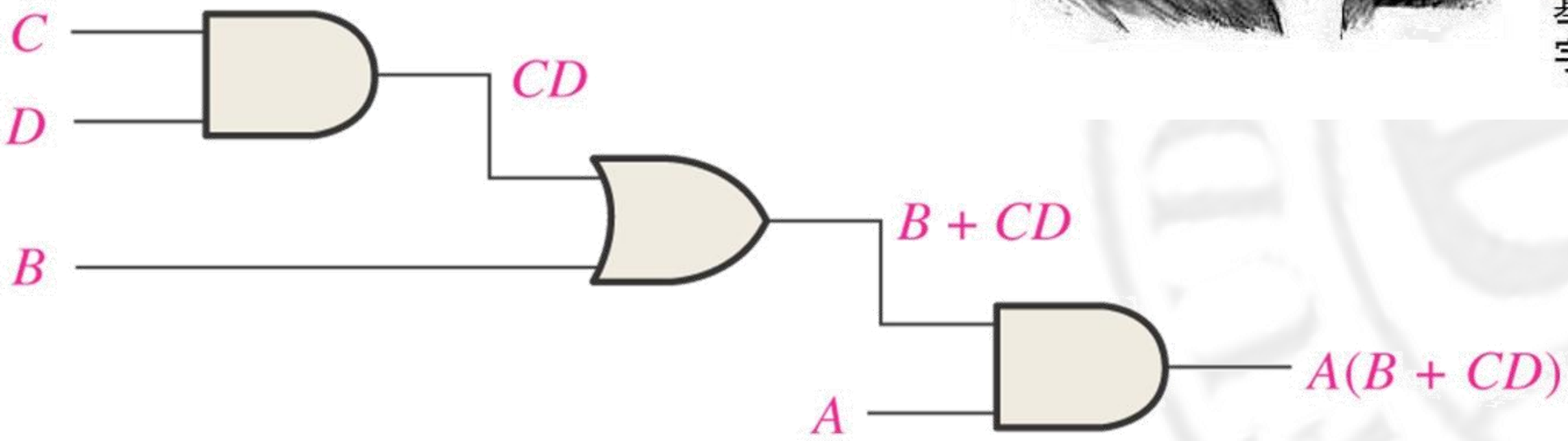
If either the Front Doorbell Switch OR the Back Doorbell Switch is pressed then the Doorbell rings.

生活中的大实际部分逻辑是多输入，多输出，且难以用语言简单描述的。

布尔代数表达式与逻辑电路

- 布尔代数：逻辑的符号化
  - True/False --> 1/0
  - 逻辑推理的数学表达
  - 复杂逻辑的数学运算与自动化实现
- 数字逻辑门的书写规则
  - 从左到右，括号优先





布尔代数表达式与逻辑电路

- 逻辑电路的真值表
- $A(B + CD)$

INPUTS				OUTPUT
A	B	C	D	A(B + CD)
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

布朗代数基本定律

- 交换律: $A + B = B + A$
  $AB = BA$

- 结合律: $A + B + C = (A + B) + C = A + (B + C)$
  $ABC = (AB)C = A(BC)$

- 分配律: $A(B + C) = AB + AC$
  $A + BC = (A + B)(A + C)$

分配律证明

- 求证分配律: $A + BC = (A + B)(A + C)$
- 证明:

A	B	C	BC	A+BC	A+B	A+C	(A+B)(A+C)
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	0	0
0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	1	1
1	0	1	0	1	1	1	1
1	1	0	0	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1

布朗代数基本定律

- 0 1律: $A \cdot 1 = A$ $A \cdot 0 = 0$
  $A + 1 = 1$ $A + 0 = A$
- 互补律: $A \cdot \bar{A}$ =0
  $A + \bar{A}$ =1
- 重叠律: $A + A = A$ $A \cdot A = A$
- 还原律: $\bar{\bar{A}} = A$
- Demorgan定理: $\overline{A \cdot B} = \bar{A}$+ $\bar{B}$
  $\overline{A + B} = \bar{A} \cdot \bar{B}$

Demorgan定律及其证明

- 求证Demorgan定律：$\overline{A \cdot B} = \bar{A} + \bar{B}$　　$\overline{A + B} = \bar{A} \cdot \bar{B}$
- 证明：

A	B	$\overline{A \cdot B}$	$\bar{A}+\bar{B}$
0	0	1	1
0	1	1	1
1	0	1	1
1	1	0	0

A	B	$\overline{A+B}$	$\bar{A} \cdot \bar{B}$
0	0	1	1
0	1	0	0
1	0	0	0
1	1	0	0

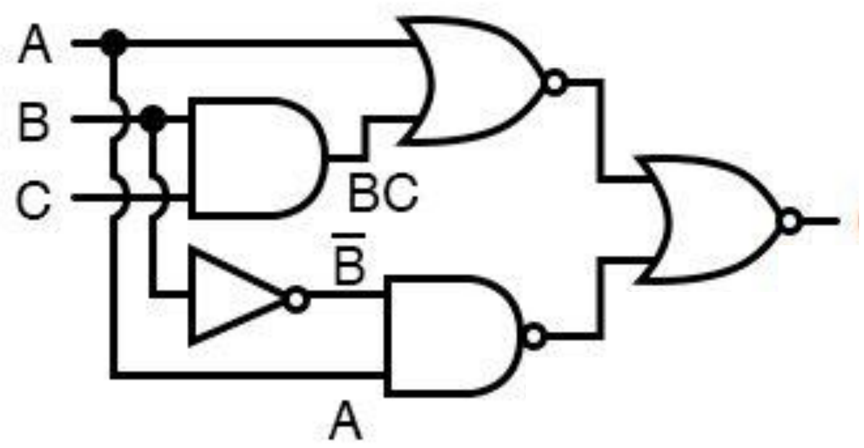
布朗代数定律汇总

01律	（1）$A \cdot 1 = A$ （3）$A \cdot 0 = 0$	（2）$A + 0 = A$ （4）$A + 1 = 1$
交换律	（5）$A \cdot B = B \cdot A$	（6）$A + B = B + A$
结合律	（7）$A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$	（8）$A + (B+C) = (A+B) + C$
分配律	（9）$A \cdot (B+C) = A \cdot B + A \cdot C$	（10）$A + (BC) = (A+B)(A+C)$
互补律	（11）$A \cdot \overline{A} = 0$	（12）$A + \overline{A} = 1$
重叠律	（13）$A \cdot A = A$	（14）$A + A = A$
反演律	（15）$\overline{AB} = \overline{A} + \overline{B}$	（16）$\overline{A+B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$
还原律	（17）$\overline{\overline{A}} = A$	

布朗代数常用公式及证明

常用公式	证　明
① $AB+A\overline{B}=A$	$AB+A\overline{B}=A(B+\overline{B})=A\cdot 1=A$
② $A+AB=A$	$A+AB=A(1+B)=A\cdot 1=A$
③ $A+\overline{A}B=A+B$	$A+\overline{A}B=(A+\overline{A})(A+B)$ $=1\cdot(A+B)=A+B$
④ $AB+\overline{A}C+BC=AB+\overline{A}C$ 推论： $AB+\overline{A}C+BCDE=AB+\overline{A}C$	原式$=AB+\overline{A}C+BC(A+\overline{A})$ $=AB+\overline{A}C+ABC+\overline{A}BC$ $=AB(1+C)+\overline{A}C(1+B)$ $=AB+\overline{A}C$

写出下列电路的表达式并化简



$$\overline{\overline{A + BC} + \overline{A\overline{B}}}$$

Breaking longest bar

$$\left(\overline{\overline{A + BC}}\right)\left(\overline{\overline{A\overline{B}}}\right)$$

Applying identity $\overline{\overline{A}} = A$ wherever double bars of equal length are found

$$(A + BC)(A\overline{B})$$

Distributive property

$$AA\overline{B} + BCA\overline{B}$$

Applying identity AA = A to left term; applying identity $A\overline{A} = 0$ to B and $\overline{B}$ in right term

$$A\overline{B} + 0$$

Applying identity A + 0 = A

$$A\overline{B}$$