模拟与数字电路

Analog and Digital Circuits

第 二 讲 ： **数字的二进制表达与数字逻辑**

Lecture 2: **Digit Presentation and Digital Logic**

主 讲 ： 陈 迟 晓

Instructor : Chixiao Chen

课程主页 扫一扫

提纲

- 复习
  - 模拟信号 与 数字信号的差别？

- 数字电路的二进制标达
- 二进制 反相器电路
- 基本逻辑门，及其CMOS拓扑电路结构

数字电路 与 进制

- 数字电路与模拟电路的区别：离散化

十进制(Decimal)：以十为基数的记数体制

用十个数码表示：

1、2、3、4、5、6、7、8、9、0

遵循逢十进一、借一当十的计数规律

$$157 = 1\times100+5\times10+7\times1$$

$$= \underbrace{1}_{\text{数码}}\times\underbrace{10^2}_{\text{权重}}+5\times10^1+7\times10^0$$

一个n位整数和m位小数的十进制数V

$$d_{n-1}d_{n-2}\dots d_0.d_{-1}\dots d_{-m}$$

$$10^{n-1}\quad 10^{n-2}\quad 10^0\quad 10^{-1}\quad 10^{-m}$$

按权值展开：

$$V = d_{n-1}\times10^{n-1}+d_{n-2}\times10^{n-2}+\dots+d_1\times10^1+d_0\times10^0$$

$$+d_{-1}\times10^{-1}+d_{-2}\times10^{-2}+\dots+d_{-m}\times10^{-m}$$

$$= \sum_{-m}^{n-1}\underbrace{d_i}_{\text{取值}}\times\underbrace{10^i}_{\text{权重}}$$

二进制 定点数

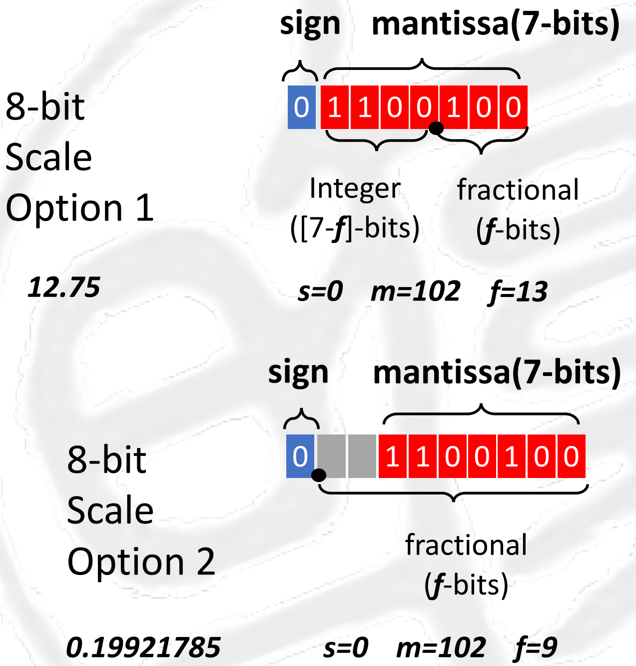
- 二进制不仅能表示整数，也能表示定点小数
- 对于一个（n+m+1）位二进制数，n表示整数位，m表示小数位

$$b_{n-1}b_{n-2}\ldots b_1 b_0 . b_{-1}\cdots b_{-m}$$

$$\begin{array}{cccccc} \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow \\ 2^{n-1} & 2^{n-2} & 2^{1} & 2^{0} & 2^{-1} & 2^{-m} \end{array}$$

- 展开得到

$$V = b_{n-1}\times 2^{n-1} + b_{n-2}\times 2^{n-2} + \cdots + b_1\times 2^{1} + b_0\times 2^{0}$$
$$+ b_{-1}\times 2^{-1} + b_{-2}\times 2^{-2} + \cdots + b_{-m}\times 2^{-m}$$
$$= \sum_{-m}^{n-1} b_i \times 2^{i} = \sum_{-m}^{n-1} b_i \times W^{i}$$



二进制 与 十进制的转换

例: 1011010.11 转换为10进制数

$$V = 1\times 2^6 + 0\times 2^5 + 1\times 2^4 + 1\times 2^3 + 0\times 2^2 + 1\times 2^1$$
$$+ 0\times 2^0 + 1\times 2^{-1} + 1\times 2^{-2}$$
$$= 64 + 16 + 8 + 2 + 0.5 + 0.25$$
$$= 90.75$$

例2 十进制小数0.21转换为二进制数，要求转换误差小于2^{-6}。

十进制数

乘积的小数部分	0.21	→ .42	→ .84	→ .68	→ .36	→ .72	→ .44
乘积的整数部分	0.	0	0	1	1	0	1

二进制数

$$(0.21)_d = (0.001101)_b$$

数字信号的表示方法

- 源码

□ Thus, for *n-bit* word, the first bit is the **sign bit** and n-1 bits represent the **magnitude** of the number.

$$\underbrace{1}_{\textbf{Sign bit}}\ \underbrace{0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0}_{\textbf{Magnitude}}$$

- 反码（1 ‘s complement）

□ The 1's complement of an *N*-digits binary integer B:

$$\textbf{1's complement} = (2^N - 1) - B$$

- 补码（2’s complement）

□ 2's complement = $\begin{cases} 2^N - B, & B \neq 0 \\ 0, & B = 0 \end{cases}$

Example : Convert -5_{10} to 4-bit 1's complement

$$\begin{aligned} \text{1's complement} &= (2^4 - 1) - 5 \\ &= (16 - 1) - 5 \\ &= 10_{10} \rightarrow 1010_2 \end{aligned}$$

Example 1: Convert -5_{10} to 4-bit 2's complement

$$\begin{aligned} \text{2's complement} &= 2^4 - 5 \\ &= 16 - 5 \\ &= 11_{10} \rightarrow 1011_2 \end{aligned}$$

数字信号的表示方法

1's Complement Subtraction

- $16_{10} - 5_{10} \rightarrow 16_{10} + (-5_{10})$
- $\rightarrow 10000_2 + (11010_2)$

$$
\begin{array}{rcccccc}
 & & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
+ & & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\
\hline
 & \boxed{1} & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\
+ & & & & & & 1 \\
\hline
 & & 0 & 1 & 0 & 1 & 1
\end{array}
\rightarrow 11_{10}
$$

2's Complement Subtraction

- $16_{10} - 5_{10} \rightarrow 16_{10} + (-5_{10})$
- $\rightarrow 10000_2 + (11011_2)$

$$
\begin{array}{rcccccc}
 & & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
+ & & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\
\hline
 & \boxed{1} & 0 & 1 & 0 & 1 & 1
\end{array}
\rightarrow 11_{10}
$$

- Generating 2's complement is more complex than other representations.
- However, 2's complement arithmetic is simpler than other arithmetic.

十六进制（Hexadecimal）

Converting Hex to Binary

3AB2

0011 1010 1011 0010

$3AB2_{16} = 11101010110010_2$

Converting Binary to Hex

111110111101110010

1 1111 0111 0111 0010

Starting from the right, divide up into blocks of 4 digits

1F772

Write down the hex value of each block

$11111011101110010_2 = 1F772_{16}$

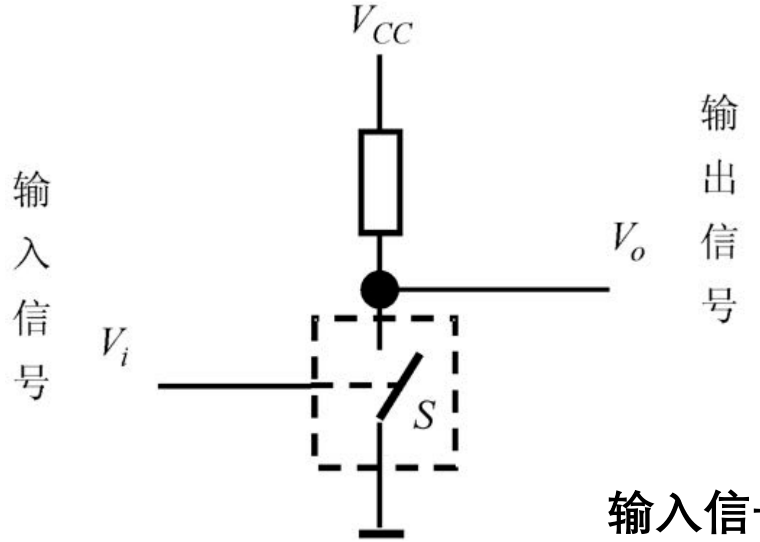
Decimal	Binary	Hexadecimal
0	0000	0
1	0001	1
2	0010	2
3	0011	3
4	0100	4
5	0101	5
6	0110	6
7	0111	7
8	1000	8
9	1001	9
10	1010	A
11	1011	B
12	1100	C
13	1101	D
14	1110	E
15	1111	F

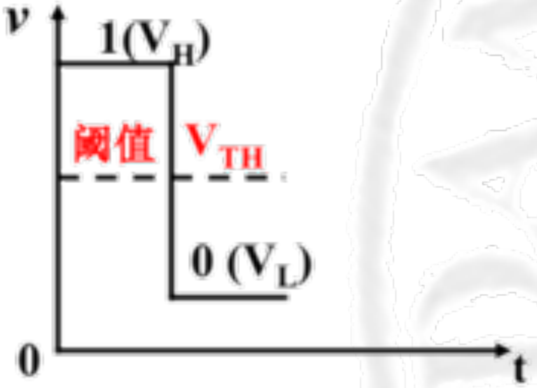
现代数字系统多采用二进制

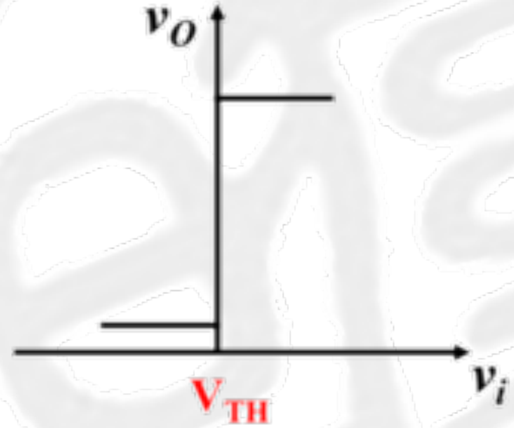
二进制系统:

- 逻辑高 (Logic 1) – 高电平
- 逻辑低 (Logic 0) – 低电平

用电路的两个状态---高电平（1）和低电平（0）来表示二进制数，数码的产生，存储和传输简单、可靠。





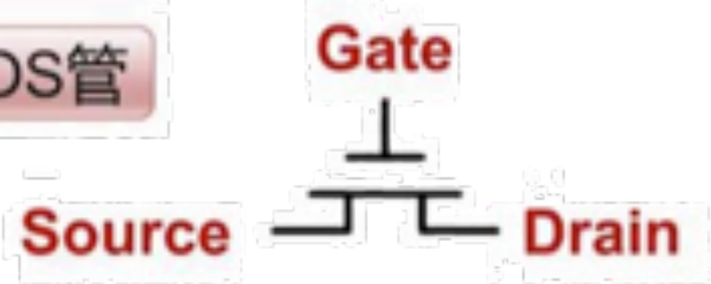


输入信号 V_i 控制S工作在截止和导通两个状态，S = 晶体管

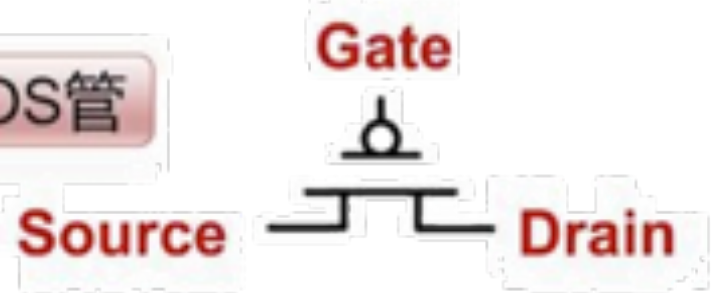
晶体管 Transistor

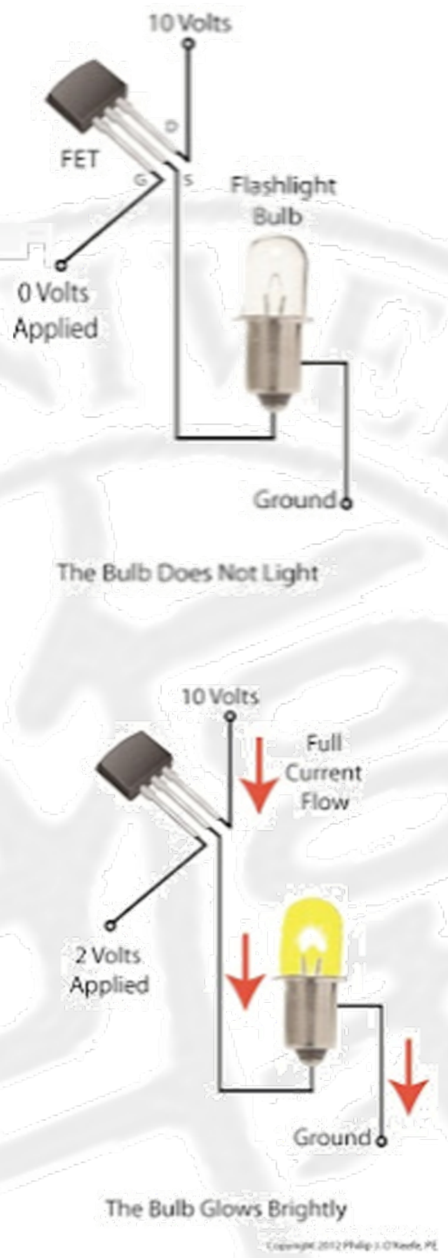
- 现代集成电路中通常使用MOS晶体管
  - Metal-Oxide-Semiconductor：金属-氧化物-半导体

N型MOS管

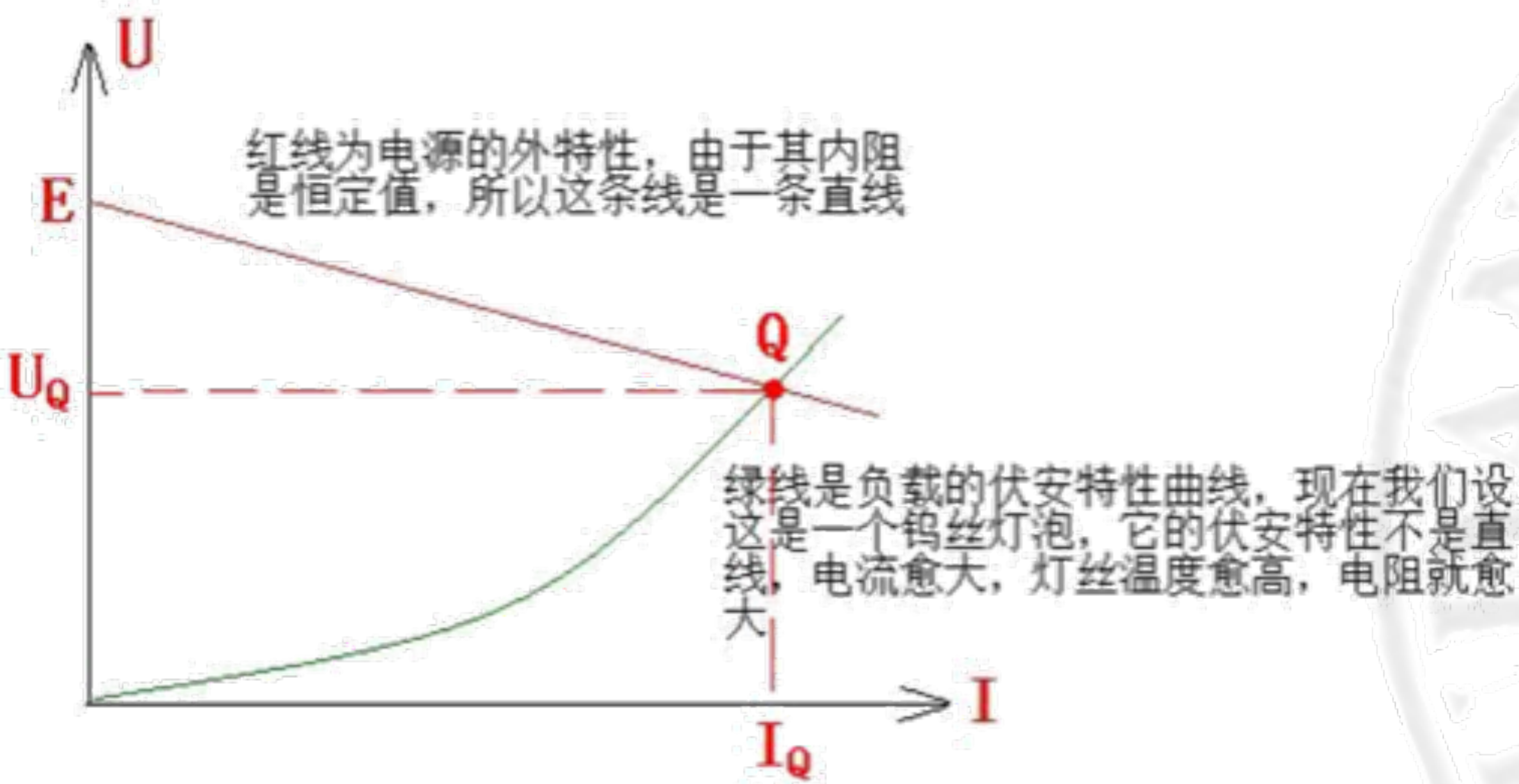


P型MOS管

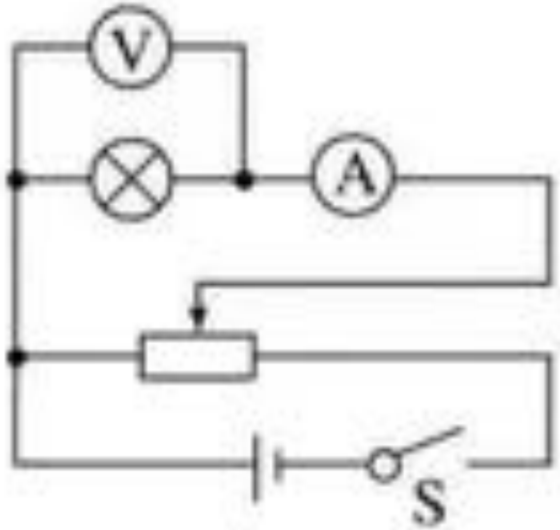




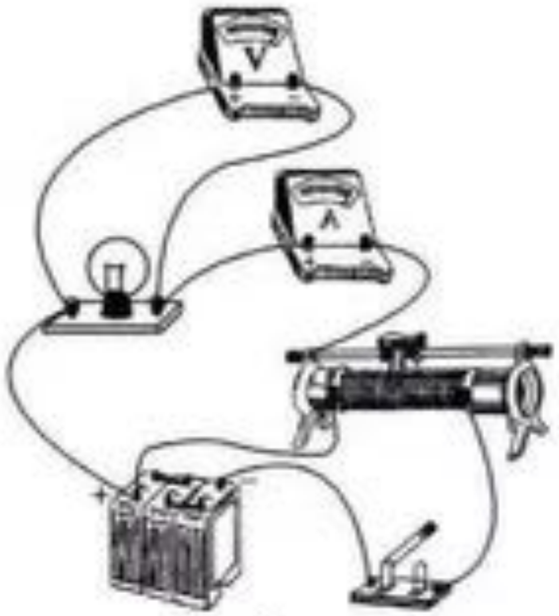
知识回顾：伏安特性曲线



U
E
红线为电源的外特性，由于其内阻是恒定值，所以这条线是一条直线
Q
U_Q
绿线是负载的伏安特性曲线，现在我们设这是一个钨丝灯泡，它的伏安特性不是直线，电流愈大，灯丝温度愈高，电阻就愈大
I
I_Q



V
A
S



V

用于表达二进制电路的晶体管状态

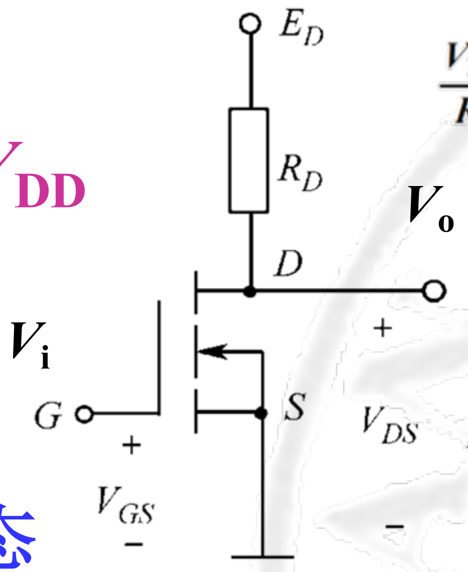
当 $V_i = V_{GS} < V_T$，NMOS 截止。

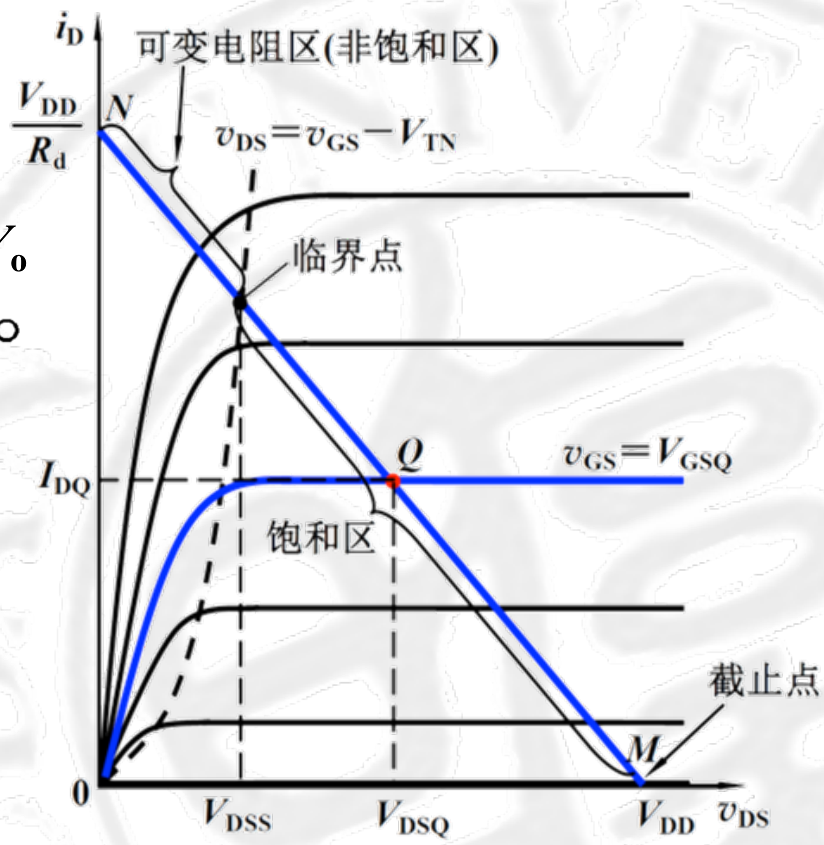
MOSFET 在截止状态，$V_{OH} \approx V_{DD}$

当 输入高电平$V_i = V_{DD} > V_T$

我们希望MOSFET 在 ______ 状态

V_{OL} 可由图解法求出 V_{DS}



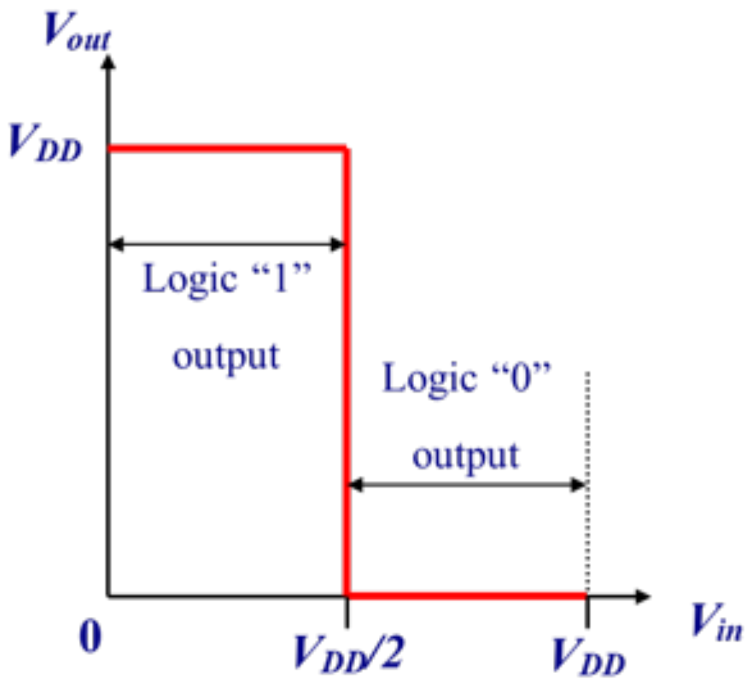


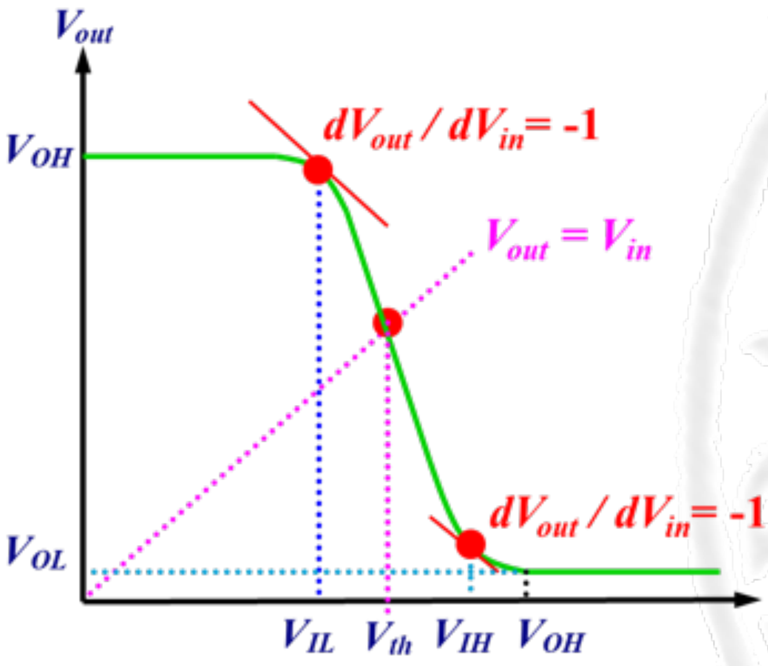
输入低电平，MOS 截止，输出高电平；

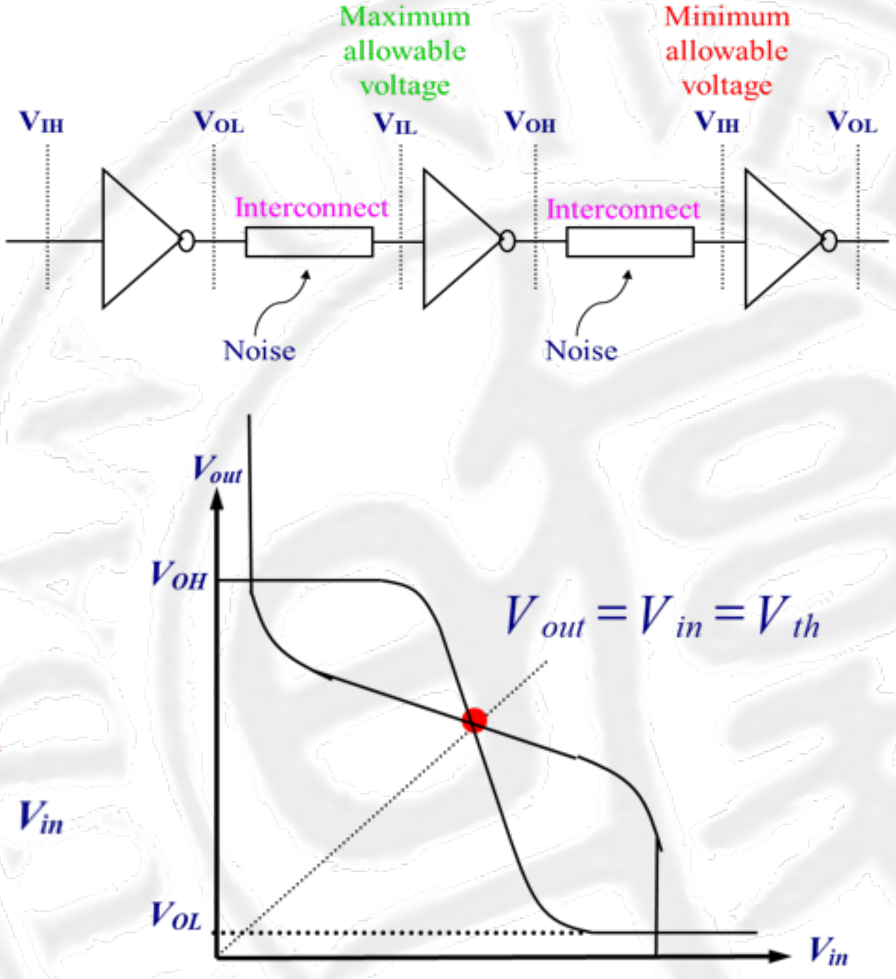
输入高电平，MOS 导通，输出低电平。 非门，NOT Gate，反相器

反相器的电压传输曲线

- 理想传输曲线 vs. 实际传输曲线

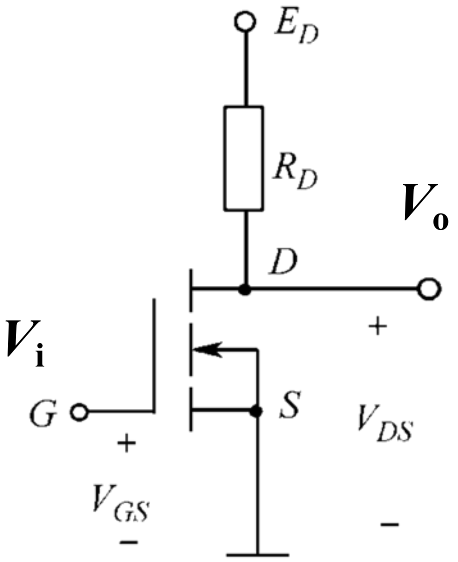


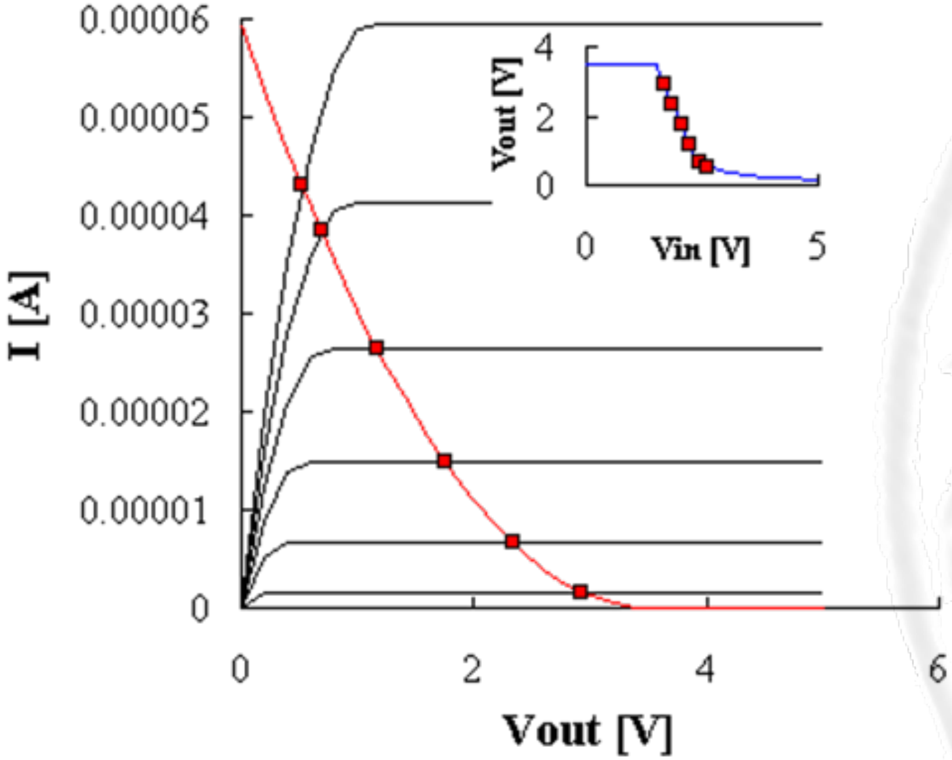




反相器的电压传输曲线

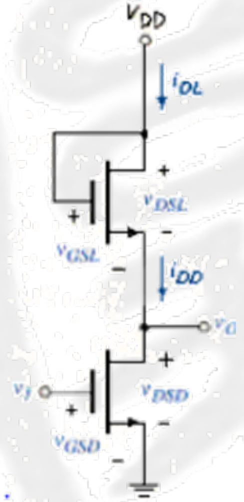
- 基于电阻负载的NMOS的反相器电压传输曲线





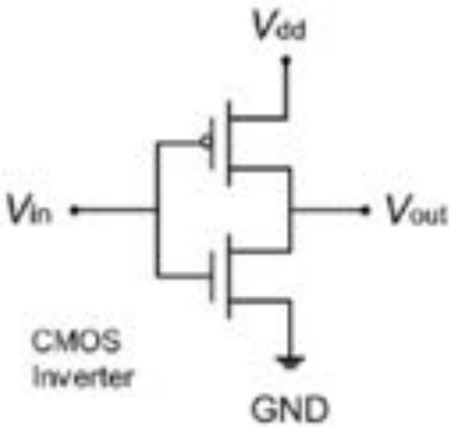
电阻负载的NMOS反相器问题：

1）输出高电平和输出低电平的电流差别巨大
2) 电阻实现在集成电路工艺上的困难
3) 输出低电平随电阻变化而变化

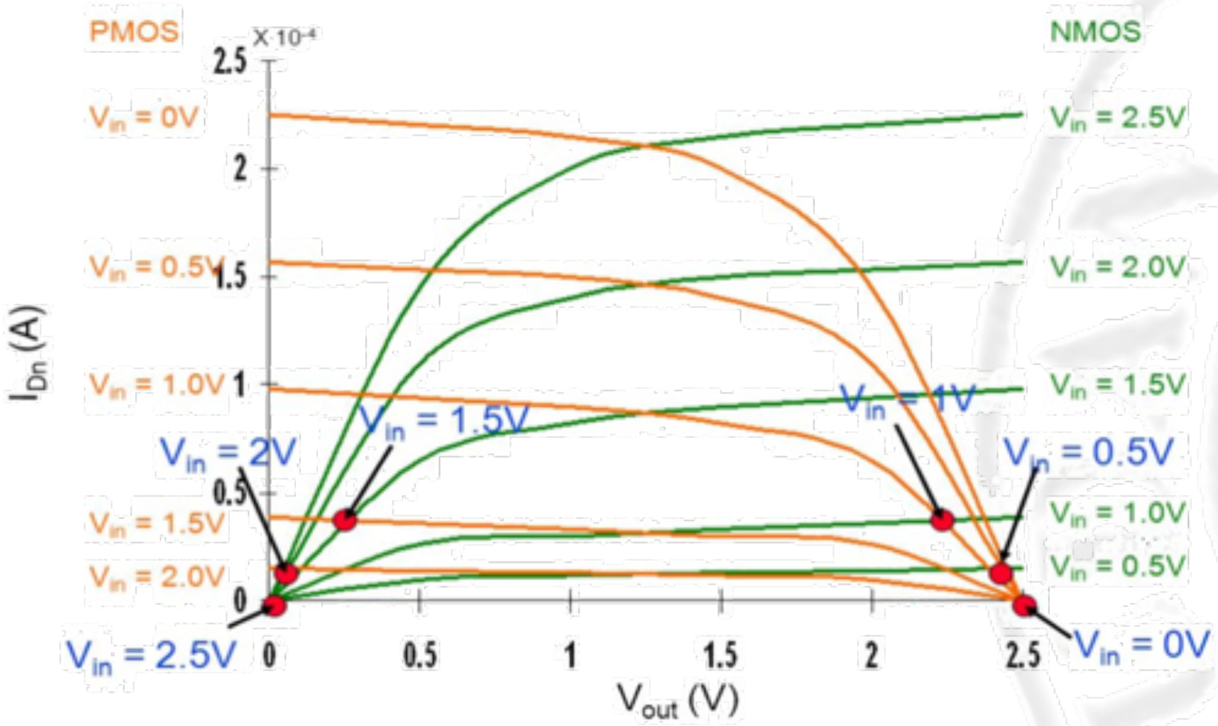


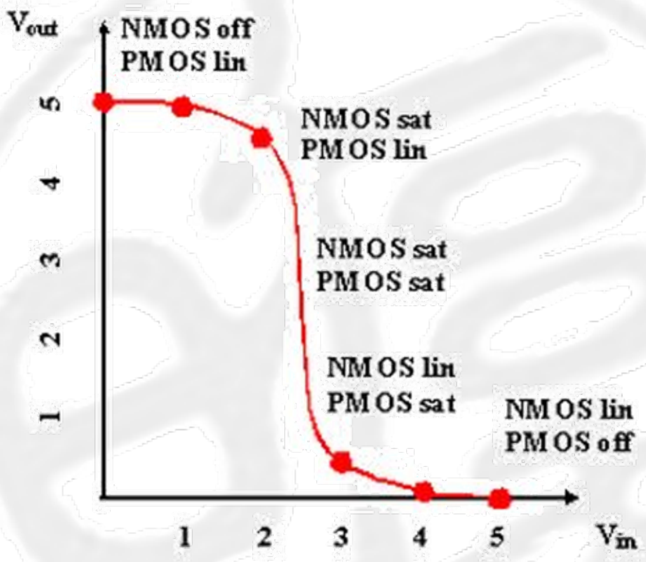
CMOS反相器的电压传输曲线

- CMOS反相器



无论输出高电平还是低电平，都没有静态电流





高电平（1）和低电平（0）是稳定的VDD和GND

非二进制 数字系统

- 为什么二进制？

  数字系统是离散化的系统，不仅有二进制。但是，二进制是所有系统中最鲁棒（稳定的系统）

- 我们日常生活中有非二进制的数字电路么？

  NAND Flash