模拟与数字电路

Analog and Digital Circuits

第 三 讲： 基尔霍夫定律与晶体管小信号模型

Lecture 3: **KCL/KVL, Small Signal Model**

主 讲： 陈迟晓

Instructor : Chixiao Chen

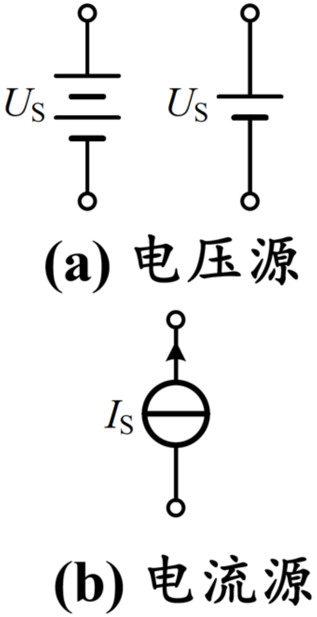
课程主页 扫一扫

提纲

- 复习
  - 二极管（Diode）与 晶体管（Transistor） 的应用场景
- 源与负载
- 基尔霍夫定律
- 晶体管小信号模型

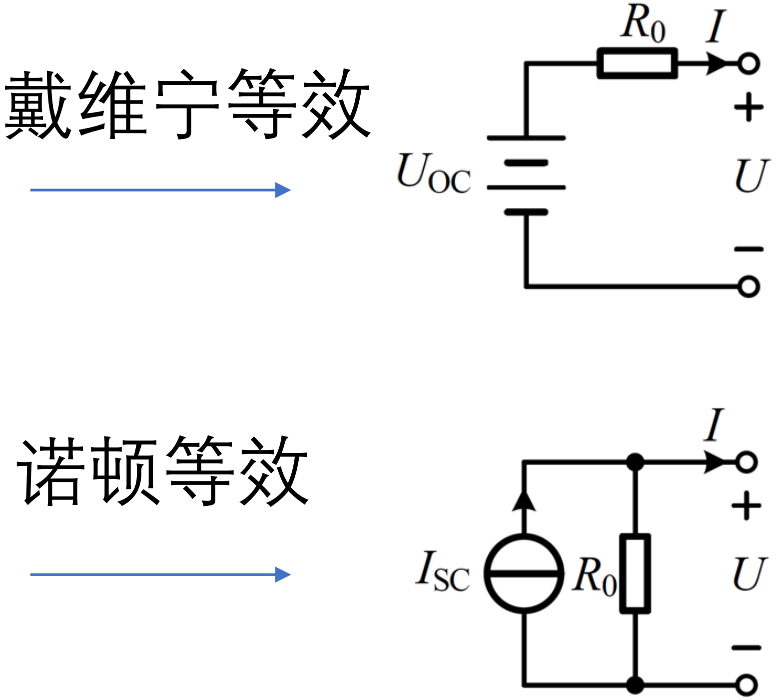
直流源 (DC) 伏安特性曲线

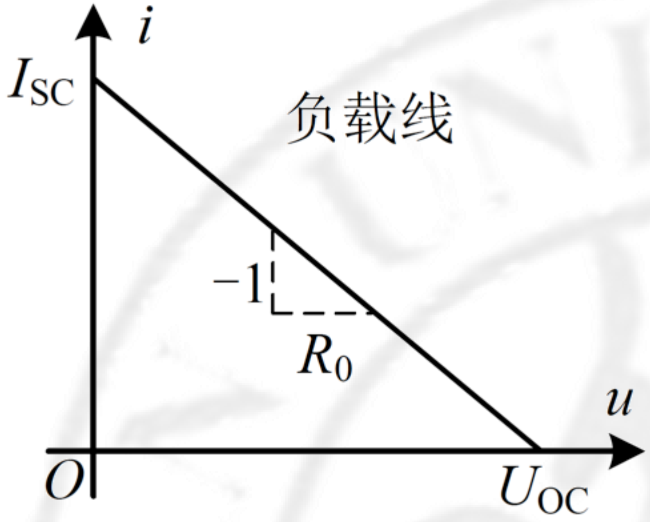
- 直流源



戴维宁等效

诺顿等效

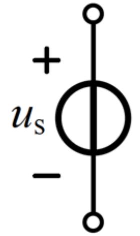




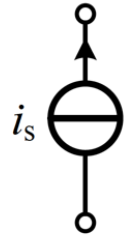
- R_0的物理意义?
- R_0越大越好，还是越小越好?

交变信号源（AC）

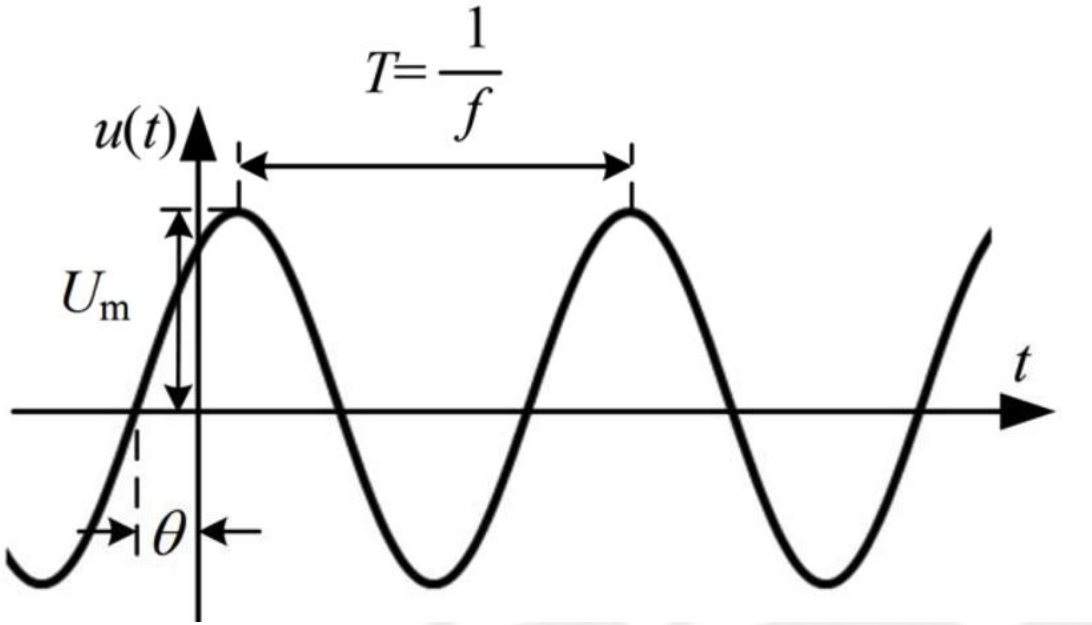
- 信号源



(a) 电压源

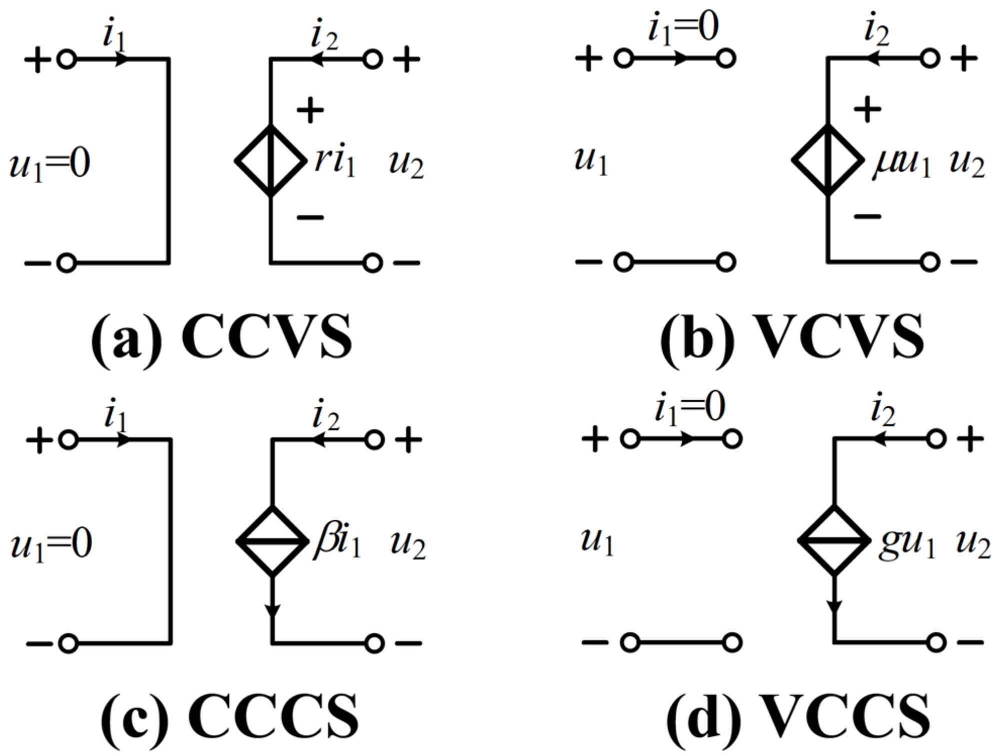


(b) 电流源



- 瞬时表达 $U_m \sin(2\pi f t + \theta)$
- 向量表达 $U_m \angle\theta$

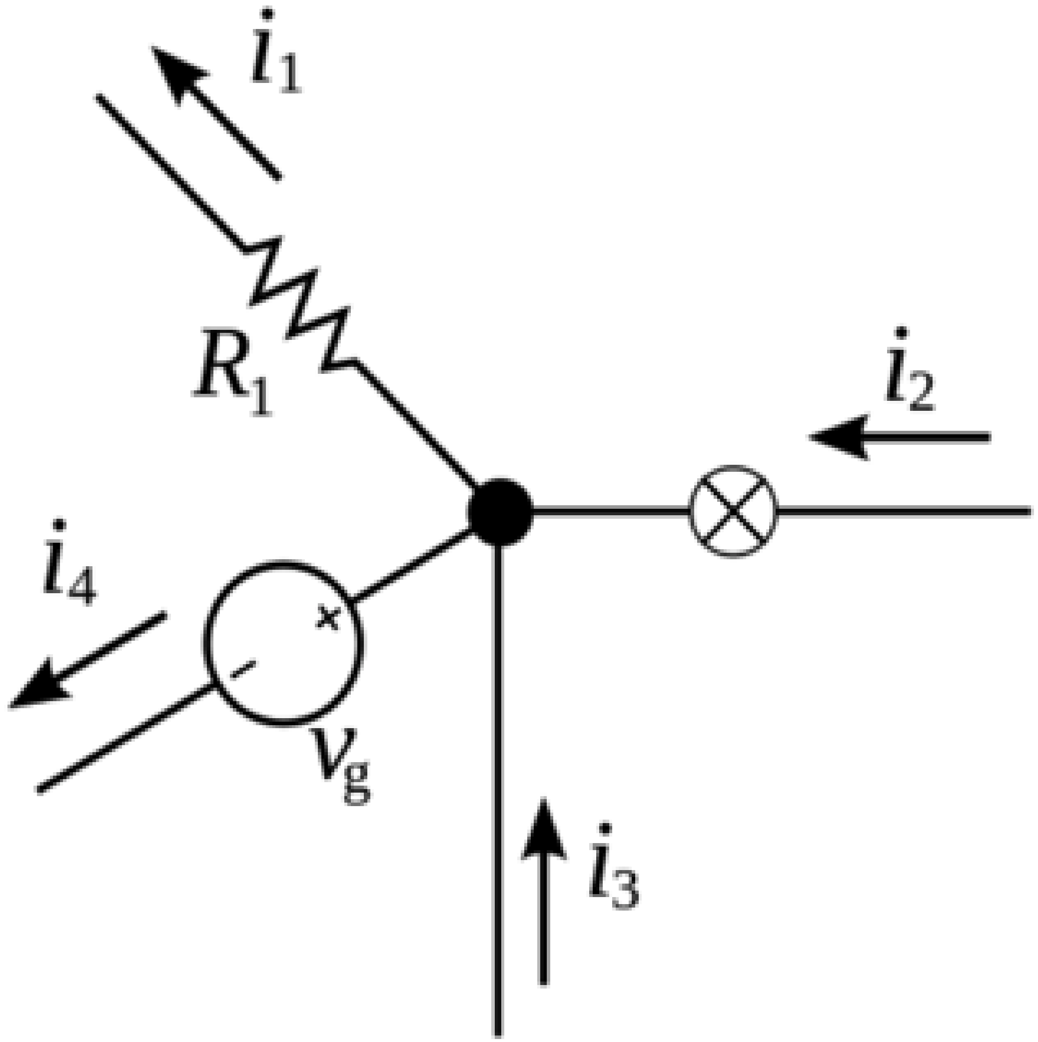
受控源



- CCVS 电流控制电压源
- VCVS 电压控制电压源
- CCCS 电流控制电流源
- VCCS 电压控制电流源

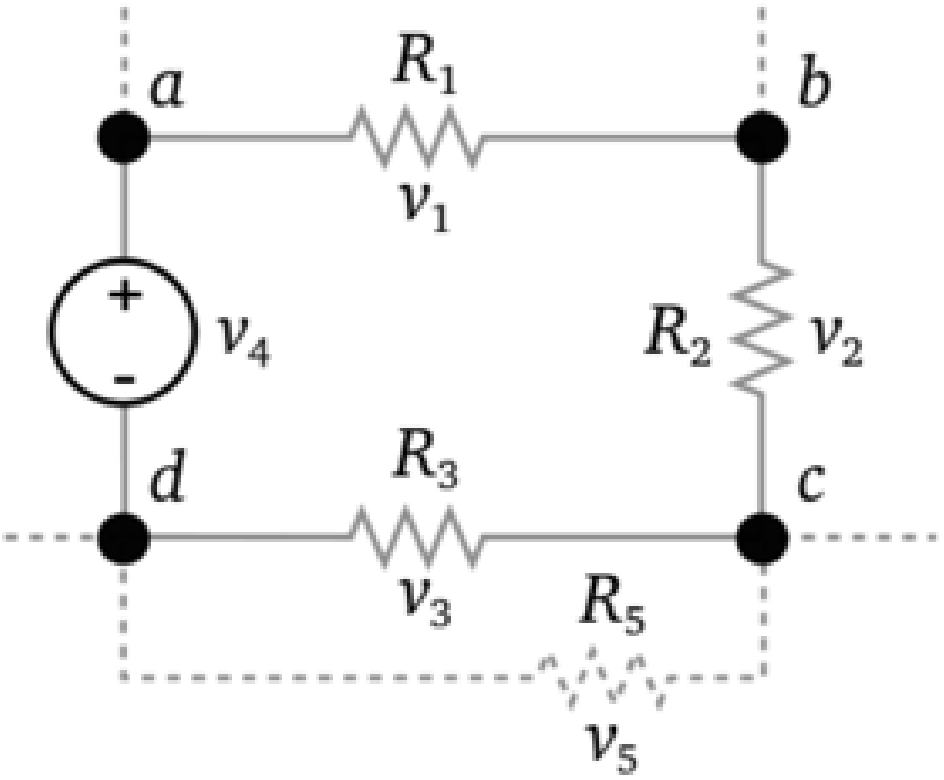
基尔霍夫定律

- 基尔霍夫电流定律 KCL
- The current entering any junction is equal to the current leaving that junction.
- $i_2 + i_3 = i_1 + i_4$

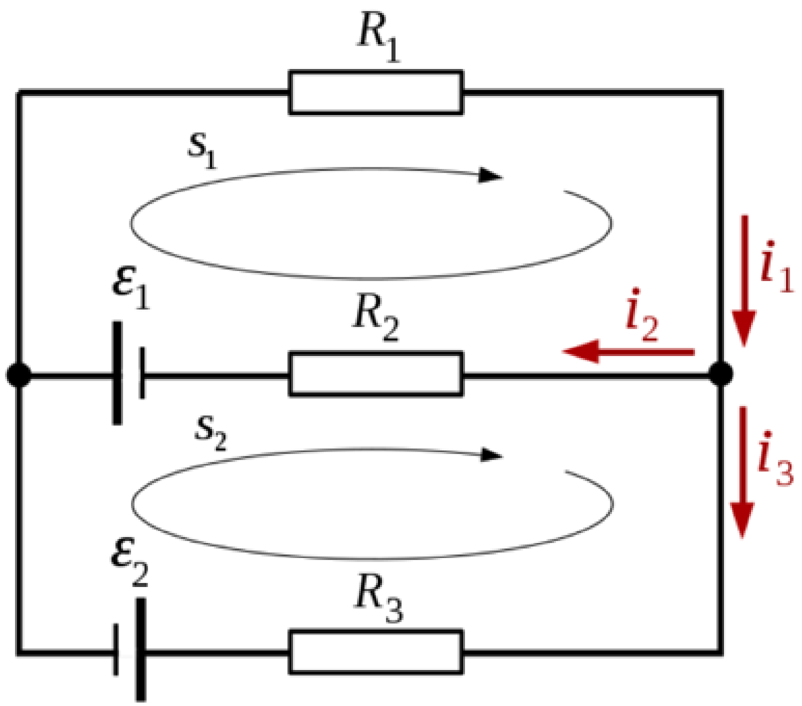


基尔霍夫定律

- 基尔霍夫电压定律 KVL
- The sum of all the voltages around a loop is equal to zero.
- $v_1 + v_2 + v_3 + v_4 = 0$



基尔霍夫定律



- 已知：$R_1 = 100\Omega$， $R_2 = 200\Omega$，$R_3 = 300\Omega$， $\varepsilon_1 = 3\text{V}$， $\varepsilon_2 = 4\text{V}$ 求 i_1, i_2, i_3?

解： KCL: $i_1 - i_2 - i_3 = 0$

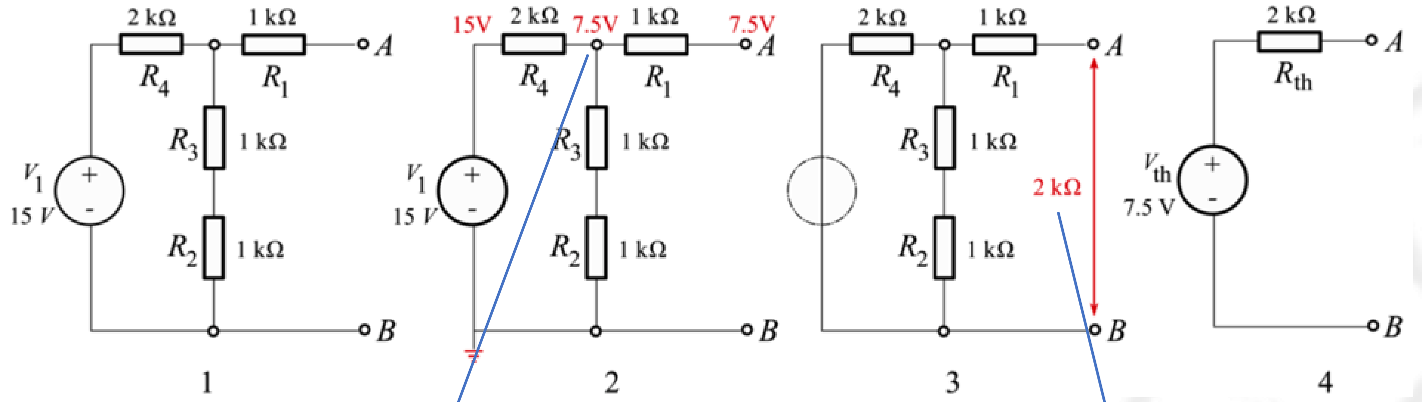
KVL(1): $-R_2 i_2 + \varepsilon_1 - R_1 i_1 = 0$

KVL(2): $-R_3 i_3 - \varepsilon_2 - \varepsilon_1 + R_2 i_2 = 0$

联立方程组求解

$$i_1 = \frac{1}{1100}\text{A}, \quad i_2 = \frac{4}{275}\text{A}, \quad i_3 = -\frac{3}{220}\text{A}$$

源与负载

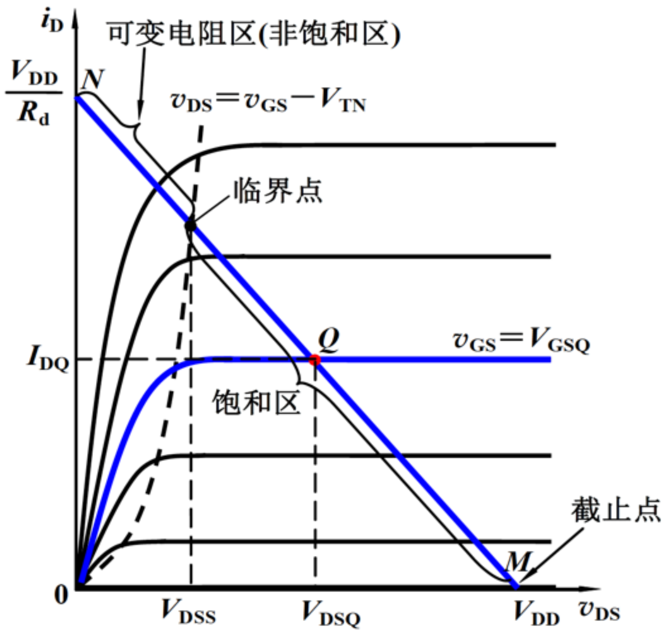


原电路　等效电压　等效电阻　等效电路

$$
\begin{aligned}
V_{\mathrm{Th}} &= \frac{R_2 + R_3}{(R_2 + R_3) + R_4} \cdot V_1 \\
&= \frac{1\,\mathrm{k\Omega} + 1\,\mathrm{k\Omega}}{(1\,\mathrm{k\Omega} + 1\,\mathrm{k\Omega}) + 2\,\mathrm{k\Omega}} \cdot 15\,\mathrm{V} \\
&= \frac{1}{2} \cdot 15\,\mathrm{V} = 7.5\,\mathrm{V}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
R_{\mathrm{Th}} &= R_1 + [(R_2 + R_3) \,\|\, R_4] \\
&= 1\,\mathrm{k\Omega} + [(1\,\mathrm{k\Omega} + 1\,\mathrm{k\Omega}) \,\|\, 2\,\mathrm{k\Omega}] \\
&= 1\,\mathrm{k\Omega} + \left(\frac{1}{(1\,\mathrm{k\Omega} + 1\,\mathrm{k\Omega})} + \frac{1}{(2\,\mathrm{k\Omega})}\right)^{-1} = 2\,\mathrm{k\Omega}.
\end{aligned}
$$

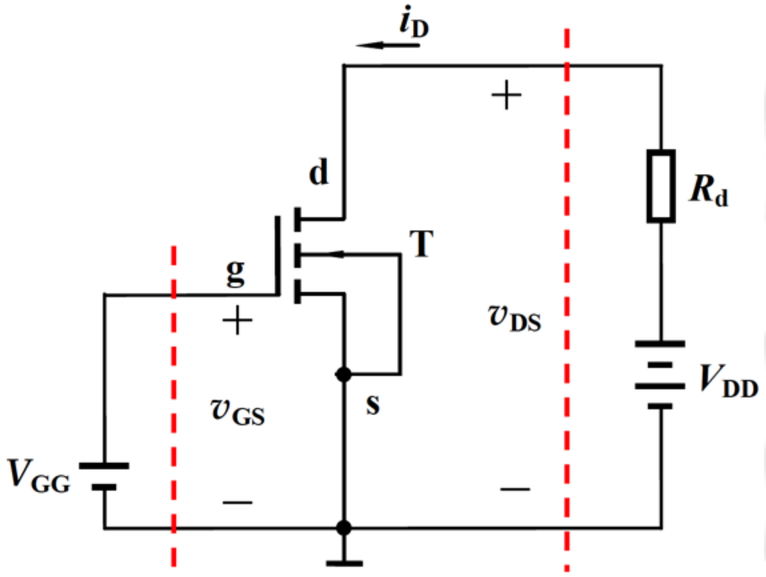
图解法确定静态工作点Q



$v_{GS} = V_{GG} = V_{GSQ}$

直流负载线： $v_{DS} = V_{DD} - i_D R_c$

得到静态工作点： V_{GSQ}、 I_{DQ}、 V_{DSQ}



共源放大电路

静态： $v_i = 0$

- 输入回路

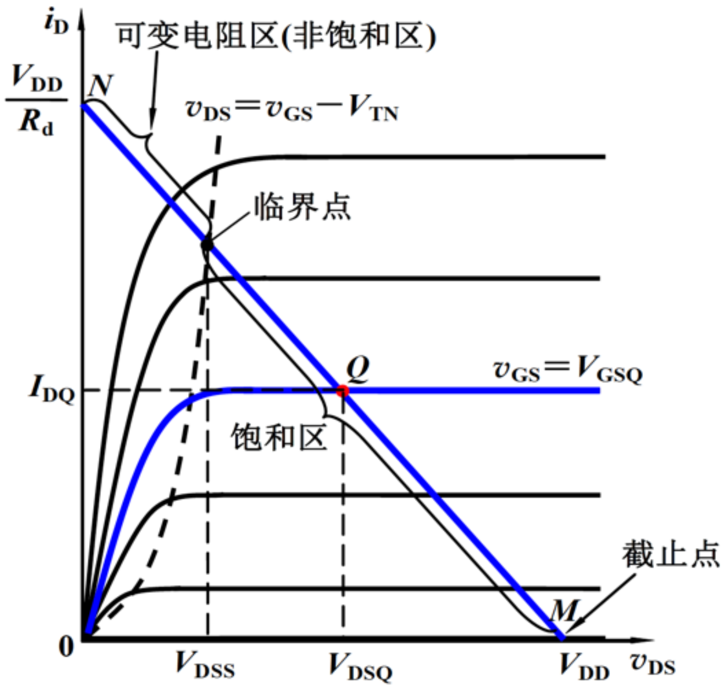
$v_{GS} = V_{GG} = V_{GSQ}$

- 输出回路

$v_{DS} = V_{DD} - i_D R_d$

（直流负载线）

放大区与非放大区



增强型NMOS管

饱和区的条件：$V_{GSQ} > V_{TN}$，

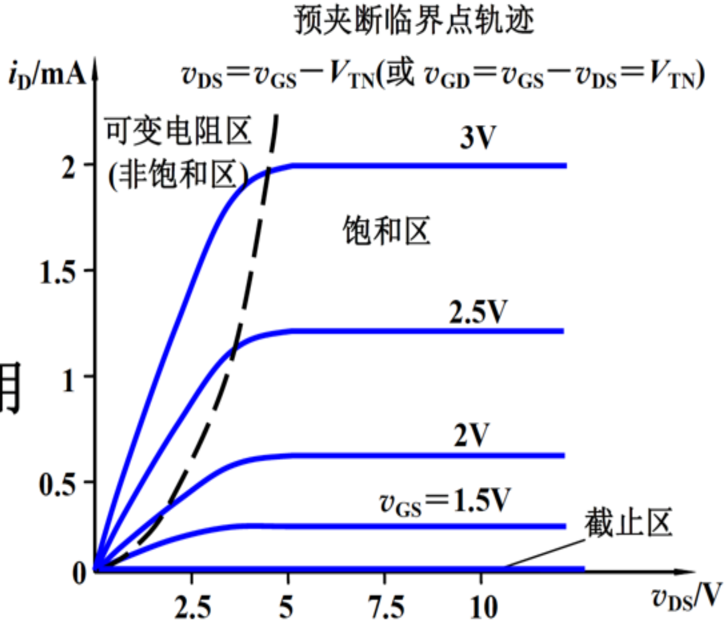
$I_{DQ} > 0$，$V_{DSQ} > V_{GSQ} - V_{TN}$

假设NMOS管工作于饱和区，利用

$I_{DQ} = K_n(V_{GSQ} - V_{TN})^2$ 计算Q点。

若：$V_{GSQ} < V_{TN}$，NMOS管截止。

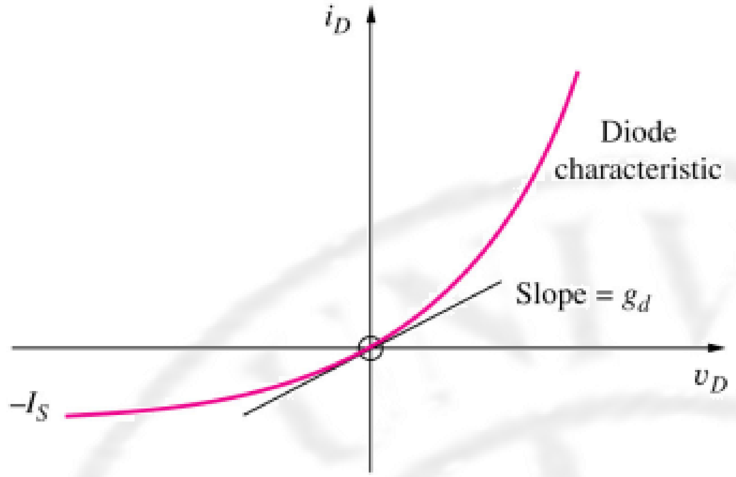
若：$V_{DSQ} < V_{GSQ} - V_{TN}$，NMOS管可能工作在可变电阻区。

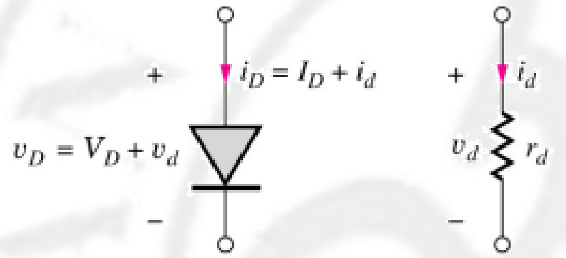


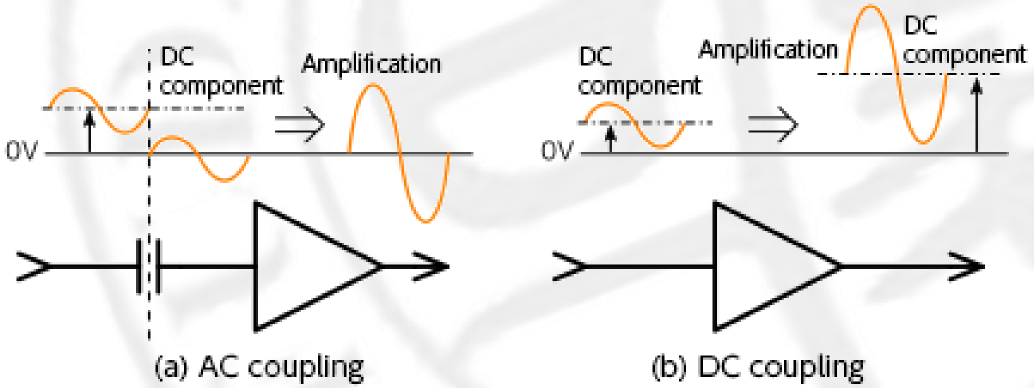
如果初始假设是错误的，则必须作出新的假设，同时重新分析电路。

大信号 与 小信号

- 问题：晶体管电路的工作区域均为非线性，如何使用线性电路的量化分析方法?
- - 根据非线性关系推导 直流/静态工作点
- - 将不带直流信息的的交流信号称为交流 **小信号 （AC）**，小信号由于幅度小，我均视为 线性电路进行分析计算

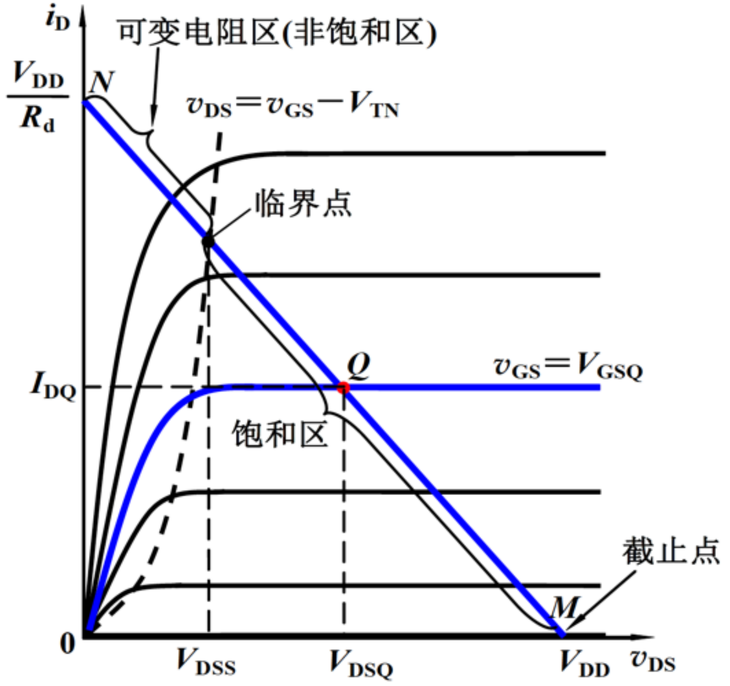




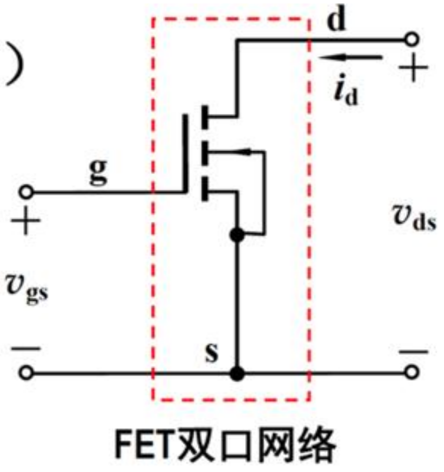


小信号模型

λ 为沟道长度调制系数



1. λ=0时　　（以增强型NMOS管为例）



在饱和区内有

$$i_D = K_n(v_{GS} - V_T)^2$$

$$= K_n(V_{GSQ} + v_{gs} - V_T)^2$$

$$= K_n[(V_{GSQ} - V_T) + v_{gs}]^2$$

$$= K_n(V_{GSQ} - V_T)^2 + 2K_n(V_{GSQ} - V_T)v_{gs} + K_n v_{gs}^2$$

$$= I_{DQ} + g_m v_{gs} + K_n v_{gs}^2$$

静态值（直流）

动态值（交流）

非线性失真项

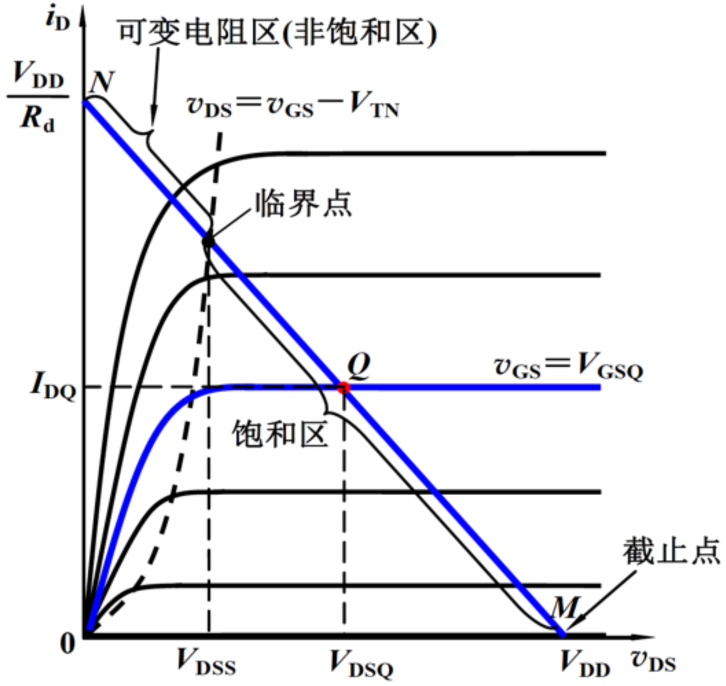
其中

$$g_m = 2K_n(V_{GSQ} - V_{TN})$$

当，$v_{gs} << 2(V_{GSQ} - V_{TN})$时，　$i_D \approx I_{DQ} + g_m v_{gs} = I_{DQ} + i_d$

小信号模型

- $\lambda = 0$

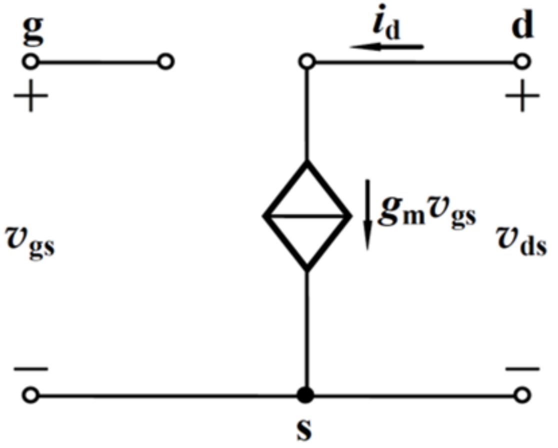


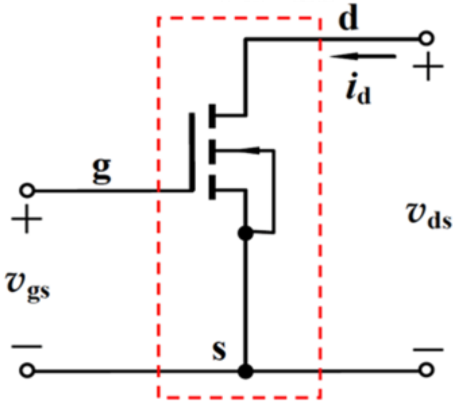
1. λ=0时

$$i_D = I_{DQ} + g_m v_{gs} = I_{DQ} + i_d$$

纯交流 $\boxed{i_d = g_m v_{gs}}$

电路模型



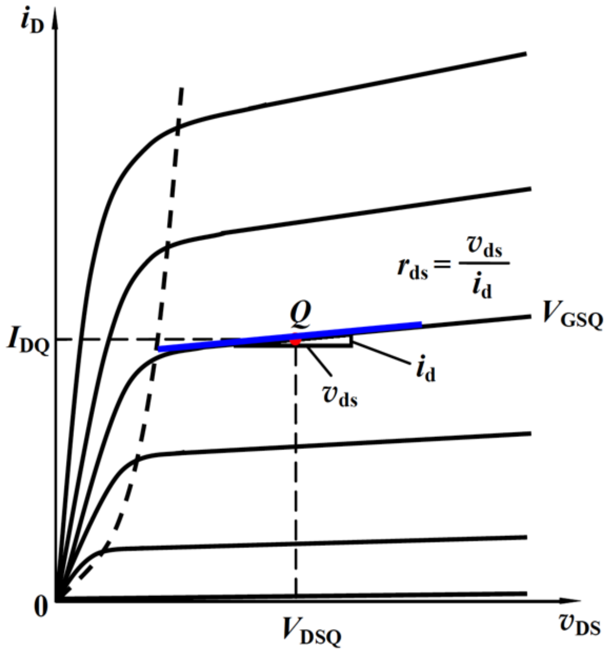


FET双口网络

- $g_m v_{gs}$ 是受控源，且为电压控制电流源(VCCS)。
- 电流方向与v_{gs}的极性是关联的。

小信号模型

- $\lambda \neq 0$

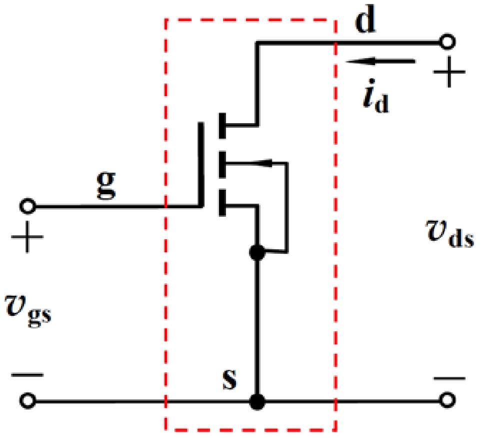


2. $\lambda \neq 0$时

d、s端口看入有一电阻r_{ds}

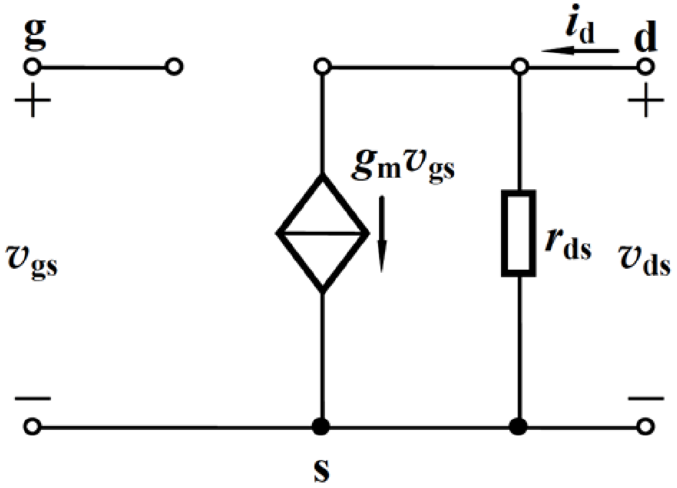
$$r_{ds} = \left.\frac{\partial v_{DS}}{\partial i_D}\right|_{V_{GSQ}}$$

$$= \frac{1}{\lambda K_n (V_{GSQ} - V_{TN})^2} \approx \frac{1}{\lambda I_{DQ}} = \frac{V_A}{I_{DQ}}$$



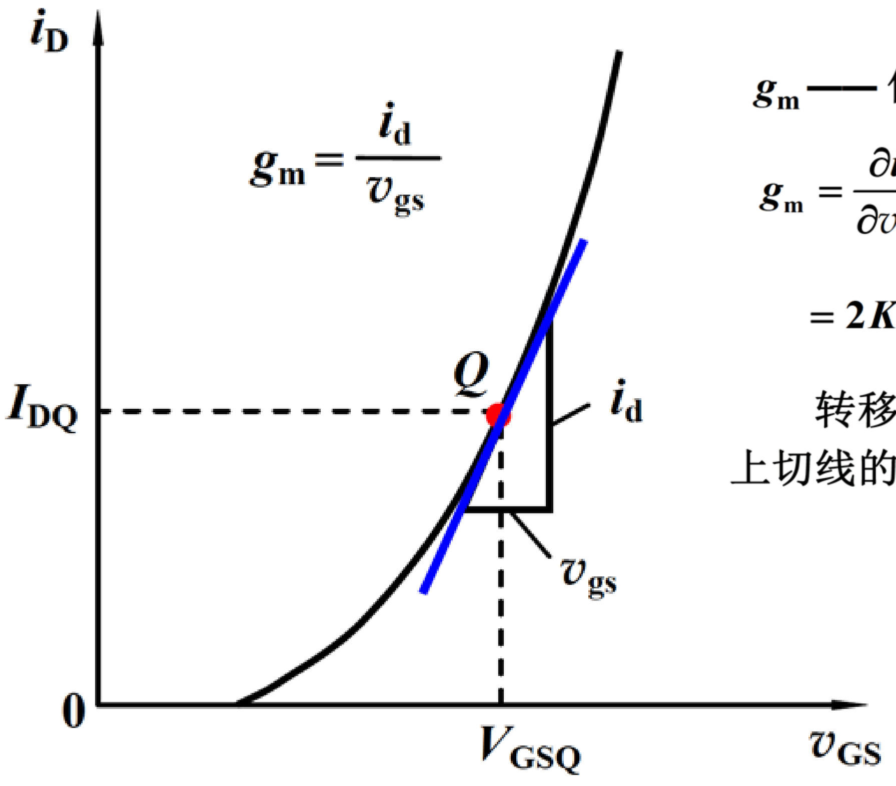
FET双口网络

电路模型



小信号模型 对应 晶体管特性曲线

g_m物理意义



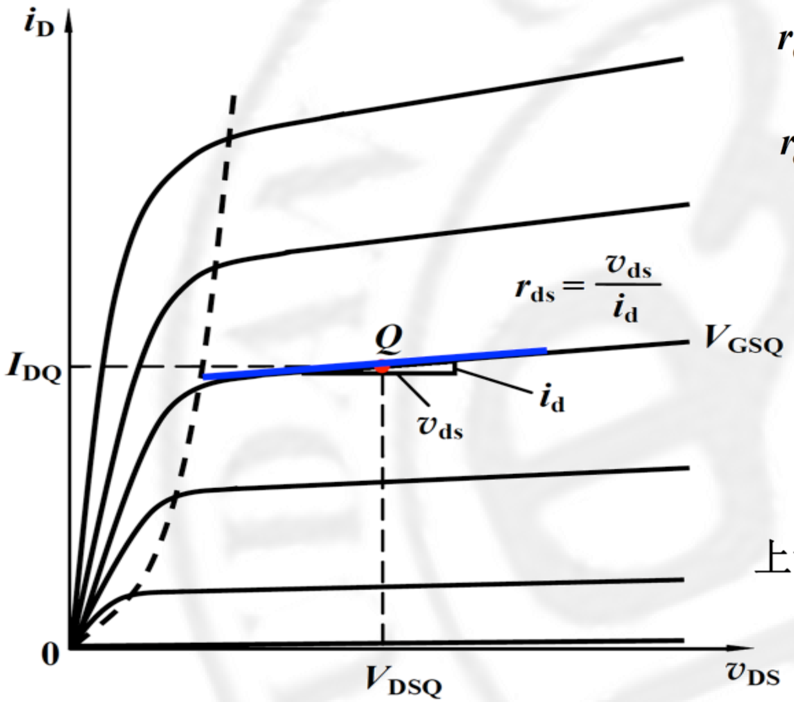
g_m—— 低频互导

$$g_m = \left.\frac{\partial i_D}{\partial v_{GS}}\right|_{V_{DSQ}}$$

$$= 2K_n(V_{GSQ} - V_{TN})$$

转移特性曲线Q点上切线的斜率

r_{ds}物理意义



r_{ds}—— 输出电阻

$$r_{ds} = \left.\frac{\partial v_{DS}}{\partial i_D}\right|_{V_{GSQ}}$$

$$= \frac{1}{\lambda K_n(V_{GSQ} - V_{TN})^2}$$

$$\approx \frac{1}{\lambda I_{DQ}} = \frac{V_A}{I_{DQ}}$$

输出特性曲线Q点上切线斜率的倒数

例题：在右图电路中，已知如下参数

$V_{TN}=1\mathrm{V}$ $K_n=0.8\mathrm{mA/V^2}$ $\lambda=0.02\mathrm{V}^{-1}$

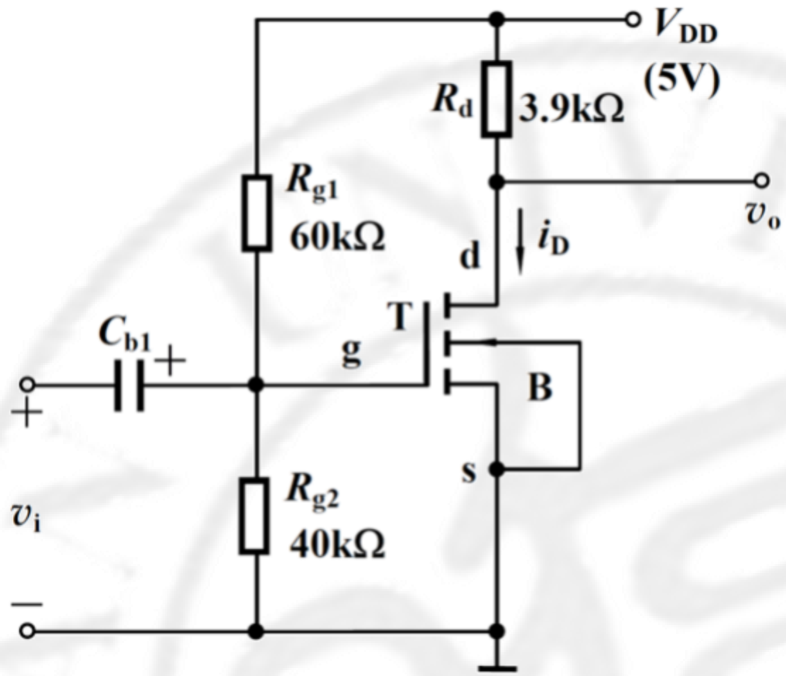
求：（1）该电路的输入静态工作点

（包括Vg, Vd，及工作区域）

（2）画出该电路的小信号等效电路

（3）该电路的动态指标

（包括：增益，高频输入阻抗，输出阻抗）



例1 $V_{TN}=1V \quad K_n = 0.8mA/V^2 \quad \lambda = 0.02V^{-1}$

解：（1）静态工作点

$$V_{GSQ} = \left(\frac{R_{g2}}{R_{g1}+R_{g2}}\right)V_{DD} = \frac{40}{60+40}\times 5V = 2V$$

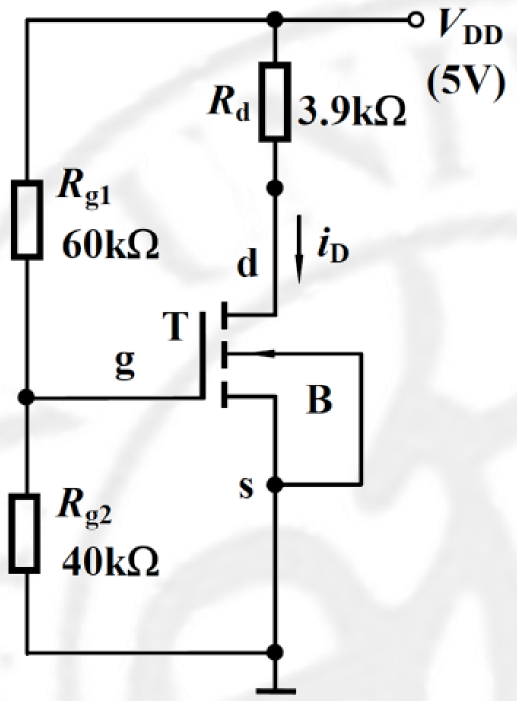
假设工作在饱和区

$$I_{DQ} = K_n(V_{GS}-V_{TN})^2 = (0.8)(2-1)^2 mA = 0.8mA$$

$$V_{DSQ} = V_{DD} - I_D R_d = [5-(0.8)(3.9)]V = 1.88V$$

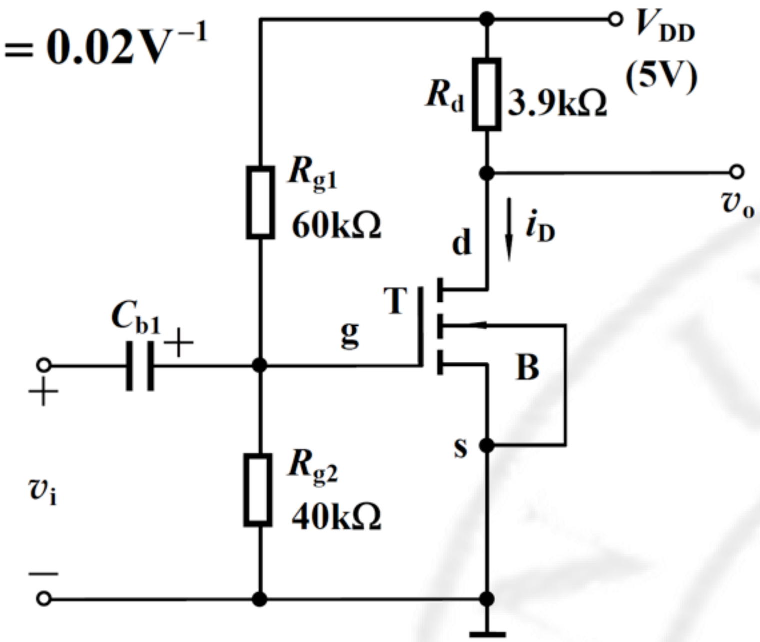
满足 $V_{DSQ} > (V_{GSQ} - V_{TN})$

假设成立，结果即为所求。



直流通路

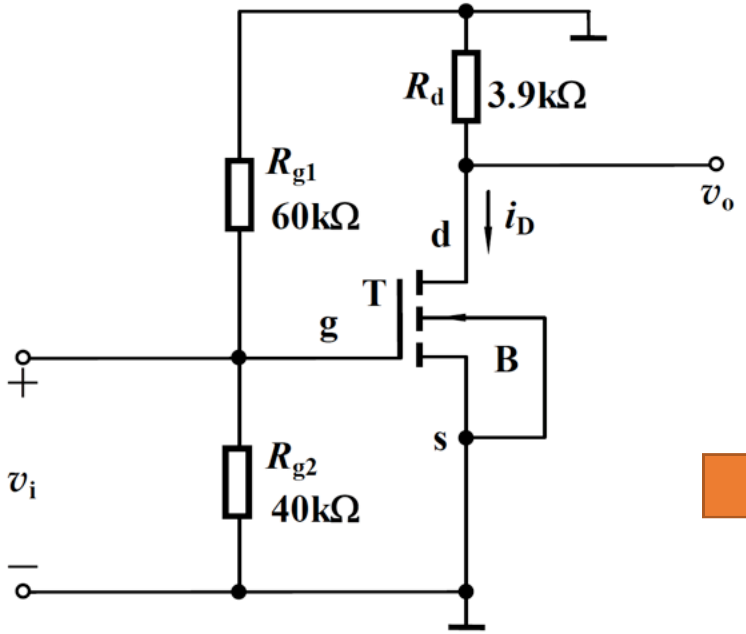
例1 $V_{TN}=1V$ $K_n = 0.8mA/V^2$ $\lambda = 0.02V^{-1}$



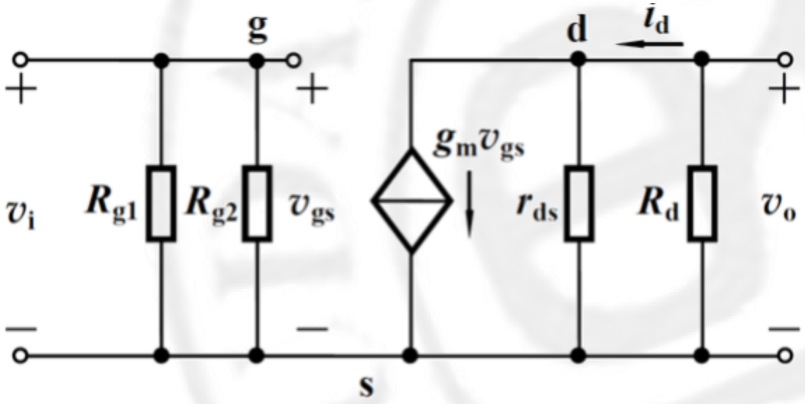
解：（2）动态指标

小信号等效电路

电容和直流电压源对交流相当于短路

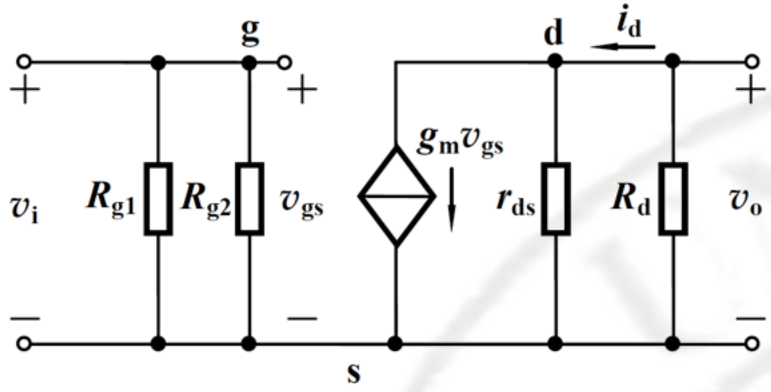


交流通路



例1 $V_{TN}=1\text{V}$ $K_n=0.8\text{mA}/\text{V}^2$ $\lambda=0.02\text{V}^{-1}$

解：（2）动态指标



模型参数 $V_{GSQ}=2\text{V}$

$$g_m=2K_n(V_{GSQ}-V_{TN})$$
$$=2\times0.8\times(2-1)\text{mA}/\text{V}$$
$$=1.6\text{mA}/\text{V}$$

$$r_{ds}=\frac{1}{\lambda K_n(V_{GSQ}-V_{TN})^2}=\frac{1}{0.02\times0.8\times(2-1)^2}=62.5\,\text{k}\Omega$$

电压增益 $v_i=v_{gs}$ $v_o=-g_m v_{gs}(r_{ds}\parallel R_d)$

$$A_v=\frac{v_o}{v_i}=-\frac{g_m v_{gs}(r_{ds}\parallel R_d)}{v_{gs}}=-g_m(r_{ds}\parallel R_d)\approx-g_m R_d=-6.24$$

$\boxed{A_v=-g_m(r_{ds}\parallel R_d)}$ 经常当作公式使用

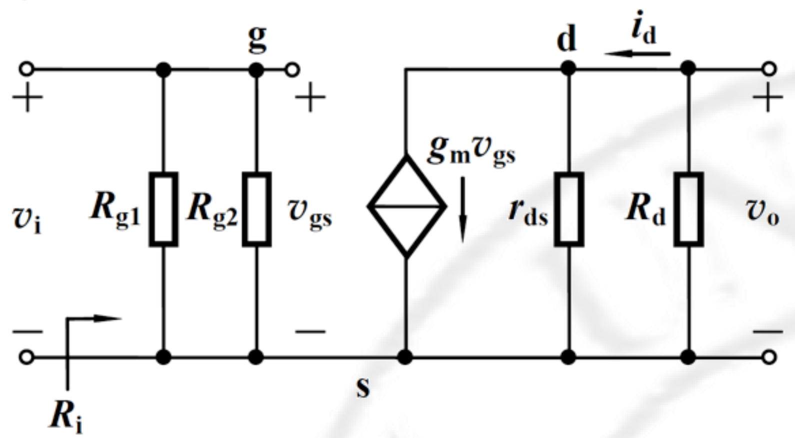
例1 $V_{TN}=1\text{V}$ $K_n = 0.8\text{mA/V}^2$ $\lambda = 0.02\text{V}^{-1}$

解：（2）动态指标

输入电阻

$$R_i = \frac{v_i}{i_i} = R_{gs1} \parallel R_{gs2} = 24\ \text{k}\Omega$$

受静态偏置电路的影响，栅极绝缘的特性并未充分表现出来

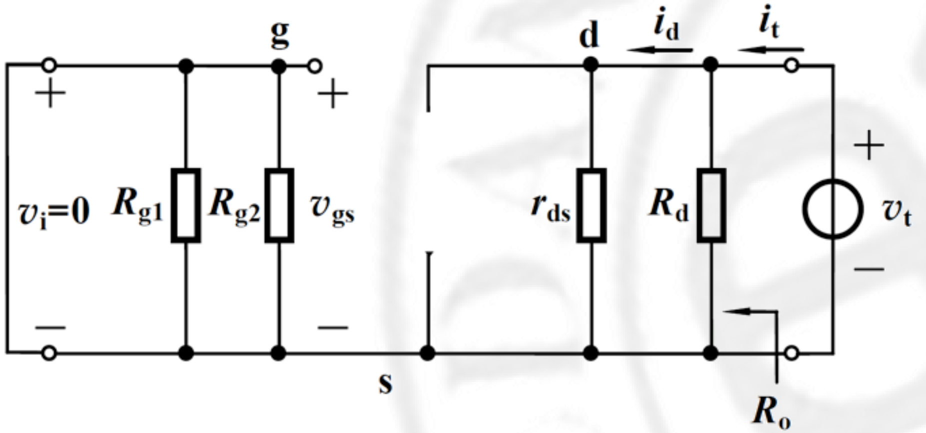


输出电阻

$$v_{gs} = 0$$

$$R_o = \frac{v_t}{i_t} = r_{ds} \parallel R_d \approx R_d$$

$= 3.9\ \text{k}\Omega$



小信号的使用条件

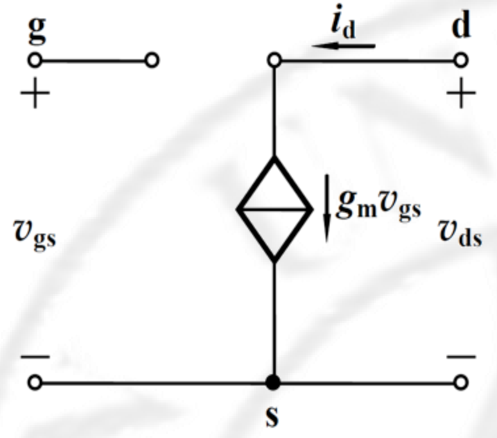
$$v_{gs} << 2(V_{GSQ} - V_{TN})$$

- 小信号

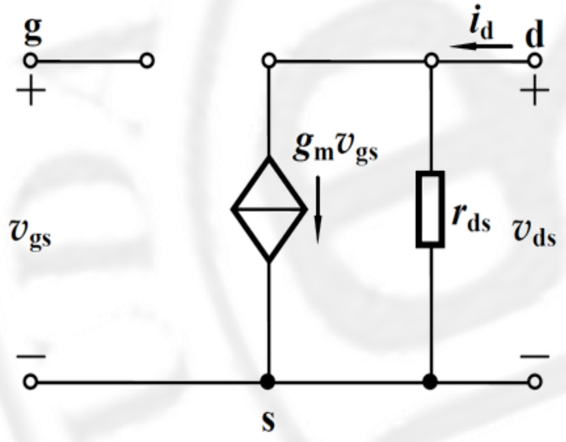
$$g_m = 2K_n(V_{GSQ} - V_{TN})$$

$$r_{ds} = \frac{1}{\lambda K_n(V_{GSQ} - V_{TN})^2}$$

- 参数都是小信号参数，即微变参数或交流参数。
- 与静态工作点有关。
- 只适合对交流信号（变化量）的分析。
- 未包含结电容的影响，不能用于分析高频情况。



$\lambda=0$



$\lambda \neq 0$