可转债策略阶段性总结

黄仁卓

2023 年 8 月 31 日

1 引言

在上一版的《可转债策略初探：量价、CCB、敏感度》中，本人提出的主要思路是对论文《Valuing resettable convertible bonds:Based on path decomposing》进行定价模型的建模，经过一个月的编程与思考，本人对该思路的缺陷、启发性进行了总结，并根据国内转债市场的一些特性提出了新的策略研究方案，整理成文如下。

2 CCB 模型的总结

2.1 原文回顾

首先需要简单明确以下几个关系，可转债只有当正股价格高于“转股价格”时才能进行转换，“(强制) 赎回条款”代表看涨期权权利，“回售条款”代表看跌期权权利，“向下修正条款”代表一种状态转移的滤波。针对国内转债市场，可以作为常数锚定的有这几个变量：“初始转股价格”、“强制赎回比例”、“向下修正比例”、“回售比例”。

给定以下记号，

F：债券发行面值，是个固定值 100；

K：初始设定的转股条款中的转股股票价格；

*$\frac{F}{K}$：转股比例，一般金融数据 API 中都会直接提供；

B_{call}：发行人强赎债券时支付的债券价格；

B_{put}：发行人回售债券时支付的债券价格；

P_{call}：触及强赎条款的股票价格；

P_{reset}：触及向下修正条款的股票价格 (有些债券可能没有该条款)；

P_{put}：触及回售条款的股票价格 (有些债券可能没有该条款)；

K^r：向下修正以后的转股价格，可以通过 $\theta \in (0,1)$ 表示成 $K^r = \theta K$；

P^r_{call}：向下调整以后触及强赎条款的股票价格，是个随机变量；

r_c：赎回触发比例，条款直接确定，一般是 1.3 或 1.2；

r_r：向下修正触发比例，条款直接确定，一般是 0.8 或 0.85 或 0.9；

r_p：回售触发比例，条款直接确定，一般是 0.7 或 0.6；

那么 CCB 模型的建模重点实际上是以下 5 条路径：

$$V_{ex\_option}^{1,t} = \left[max(\frac{F}{K}P_{call}, B_{call}) - F\right] \mathbb{E}^{\mathbb{Q}}(e^{-r(\tau_{call}-t)}\mathbf{I}(H_1)) \tag{1}$$

$$V_{ex\_option}^{2,t} = e^{-r(T-t)}\mathbb{E}^{\mathbb{Q}}\left[\left(\frac{F}{K}S_T - F\right)\mathbf{I}(H_2)\right] \tag{2}$$

$$V_{ex\_option}^{3,t} = \left[max(\frac{F}{\theta K}P_{call}^{r}, B_{call}) - F\right] \mathbb{E}^{\mathbb{Q}}(e^{-r(\tau_{call}-t)}\mathbf{I}(L_1)) \tag{3}$$

$$V_{ex\_option}^{4,t} = e^{-r(T-t)}\mathbb{E}^{\mathbb{Q}}\left[\left(\frac{F}{\theta K}S_T - F\right)\mathbf{I}(L_2)\right] \tag{4}$$

$$V_{ex\_option}^{5,t} = (B_{put} - F)\mathbb{E}^{\mathbb{Q}}[e^{-(r+r^c)(\tau_{put}^{r}-t)}\mathbf{I}(L_4)] \tag{5}$$

接下来简单阐述上述 5 条路径的概念。上述路径都剔除了债券固有的纯债价值，也就是说它们都是在对可转债嵌套的期权权利 (同样可以视为该权利的“溢价”) 进行定价，

第一条路径的直观是可转债产品触发强赎时的溢价；

第二条路径的直观是可转债正常到期时股票价格 (S_T) 高于转股价格 (K) 的情况所代表的价值；

第三条路径到第五条路径都是在讨论，已经发生过“向下修正”事件以后触发三类权利的价值，依次代表了触发向下修正后的“强赎”，正常到期且股票价格高于向下修正后的转股价格，触发“回售”。

论文主要使用了“拉普拉斯变换”的数学技术，使用无穷级数给出了 5 条路径的表达式，并推而广之地在对纯债部分的现金流 (券息 + 到期兑付额) 进行建模时采取了相同的方案。需要说明的是，依照论文的方式对纯债部分建模是不必要的，因为“纯债定价”本身在策略中起的的作用非常有限，但是该方法消耗的计算资源却不小，甚至远高于对权利溢价进行定价的消耗，因此本人认为该论文最有价值的内容就是对上述的 5 条路径进行定价的思路，解析形式参考论文原文的 (A.7)∼(A.13)。

2.2 启发与改进

本人完全根据 Huang 等人的论文完成的对转债期权溢价进行建模的代码记录在“级数定价模型 _ 参考案.ipynb”中，模拟的结果显示，此方法在基于普通 numpy 计算的程序运算中，数值稳定性与收敛性都较差，因此如果希望得到合乎实际的数值还需要对数值精度和放缩技巧上进行增强。除了完全照搬原文的方式以外，还可以使用 Monte Carlo 进行数值模拟，MC 方法对 (1)、(2)、(5) 的建模是更简单直接的，对 (3)、(4)，我们注意到 $\frac{P_{call}^{r}}{\theta K} = \frac{\theta P_{call}}{\theta K} = r_c$，$\theta \approx r_r$ 因此模拟难度也不算高。

如果我们愿意更进一步地优化整个定价流程，就有必要摒弃完全照抄的做法并改进论文的一些思路，也即改进 (3)∼(5) 的定价方法。一种兼顾了降低计算复杂度和期望计算定价的

想法就是使用 **“状态转移”**:

$$
\begin{aligned}
\mathbb{E}[V|K=K_0] &= \mathbb{E}[V^c\mathbf{I}(H_c)+V^p\mathbf{I}(H_p)+V^r\mathbf{I}(H_r)|K=K_0] \\
&= \mathbb{E}[V^c\mathbf{I}(H_c)+V^p\mathbf{I}(H_p)|K=K_0]+\mathbb{E}[\mathbf{I}(H_r)]\mathbb{E}[V^r|K=K_0] \\
&= \mathbb{E}[V^c\mathbf{I}(H_c)+V^p\mathbf{I}(H_p)|K=K_0]+\mathbb{P}(H_r)\mathbb{E}[V|K=r_rK_0]
\end{aligned}
$$

如果分别记 $f(x)=\mathbb{E}[V|K=x]$，$h(x)=\mathbb{E}[V^c\mathbf{I}(H_c)+V^p\mathbf{I}(H_p)|K=x]$，$q=\mathbb{P}(H_r)$，则可以得到迭代表达式:

$$
f(x)=\sum_{k=1}^{n}q^{k-1}h(r_r^{k-1}x)+q^nf(r_r^nx) \tag{6}
$$

然而走到这一步，我们仍是在 **“定价”** 的意义上讨论转债，对于这个改进本人并没有继续深入下去，也是出于对定价局限的考虑进行的取舍。诚然，有一个良好的理论定价可以为我们提供产品价值下界的参考，但是国内的可转债市场产生的交易价格显然可以突破 (1)∼(6) 的公式解结果，比如“英科转债”(代码:123029.SZ)。这种时候，我们就需要将目光聚焦于正股股价 S 和转债价格 C 的价格路径上，重新思考与一般公式模型脱钩的“希腊字母”可能呈现以及应当呈现的形式。

3 价格弹性回顾

考虑目前存续的 541 只可转债的上市首日收盘价格和“赎回条款”中约定的到期赎回价格之差，可以发现以 35% 的分位数为界，其上的标的差值都为正数，也就是大多数转债参与交易的第一天就直接会高于最后的到期赎回价格，并且这个差值的均值为 7.72, 最大值为 267(次大值为 118, 其后都在 50 附近), 这不仅充分地体现了转债转股权利的价值，也提示我们不能局限于刻板的定价模型。

尽管模拟出精确的可转债市场价格是困难的，但是当我们结合常规股票因子的信号构建思想时，就可以把问题简化成如何得到“择券概率”，也即是寻找一个函数 $f:\mathbf{R}^k\mapsto[0,1]$，其中 k 是我们输入的自变量个数，也可以认为是因子个数。

作为天然的股衍产品，我们研究的切入点就是正股波动率 σ_t，然后根据我们对 S 和 C 两种价格曲线的直观感受，设定其弹性 $\Delta_t=\frac{\partial(\Delta C/C)}{\partial(\Delta S/S)}$，最后则根据经验把可能要发生的市场事件对策略的影响进行量化分析，本人的想法是设定代表“事件”信息的离散变量记为 $h\in\{-1,0,1,2\}$，相应的事件是“$H_c/H_r/H_p/H_n$” (to call/to reset/to put/no events)，具体的搭配是可以根据需要去尝试的。举例而言，如果我们更在意融券券池的选择，在择券时需要考虑“事件驱动型”的策略 (比如“三花转债”(代码：127036.SZ))，那么就重视那些强赎条件已经触达，市场正在观望但股东会还没决定是否赎回的证券，把 $h(H_c)$ 设为 2；如果我们更在意配对交易盈利性更强的个券 (就是之后会介绍的牛熊策略)，那就把 $h(H_r)$ 设为 2，因此这个事件变量具体的映射关系是视需求而定的。

不论如何，现在我们已经有了一些可能会产生作用的自变量 (因子)，对于不同的时间尺度可以各自取一些具有代表性的个体，比如 5/25/50 天的正股波动率等等，所以问题就是如何拟合 $f(\sigma_5,\sigma_{25},\sigma_{50},\Delta_5,\Delta_{25},\Delta_{50},h)$，诸如此类的内容。在上一篇总结《可转债策略初探：量

价、CCB、敏感度》中，我提出不使用机器学习模型，但是在尝试过后遗憾地发现寻找稳定靠谱的公式解似乎太刻板，泛化性实在难以恭维，因此如果不考虑“创新”就还是需要重新捡回机器学习的思想。另外数据量少在这里仍然是一个问题，故而可能需要采用类似《Universal few-shot learning of dense prediction tasks with visual token matching》(2023) 文章中提及的小样本训练方法。

4 牛熊策略

最后我们介绍一下基于“向下修正条款”具备一定潜力的策略安排，这个策略的产生实际上独立于 §2 和 §3 的内容，建立在“完全自融资”的思想上。这个策略的盈利模式也很简单，就是在转股溢价率之外又引入一个空头维度，策略执行者选择对自己最有利的维度作为净值。

具体的策略安排如下，假设起始点 t_0 时刻我们投入相等的金额 (简单起见设为 100，之后的 PnL 可以直接作为收益率) 持有债券多头和股票空头，$P^L(t_0) = P^S(t_0) = 100$，那么此时空头对应的股票数量为 $x^S = \frac{100}{S_0}$，而多头方面关注债券此时能更换的股票数量 $x_t^L = \frac{100}{C_0} * \frac{100}{K_t}$(债转股空间)，其损益公式为：

$$PnL = max\left\{100\left(\frac{C_t}{C_0} - \frac{S_t}{S_0}\right),\ \ max\left\{\frac{C_t}{x_t^L}(x_t^L - x^S),\ S_t(x_t^L - x^S)\right\}\right\} \tag{7}$$

下表4就是一个简单的算例，注意到“全券转股损益”($\frac{C_t}{x_t^L}(x_t^L - x^S)$) 有两种算法，公式体现的是第一种算法的计算思路，计算过程相对会更简洁。由于本金是按照 100 计价，因此这个结果可以直接呈现为收益率，而如果考虑空头的资金占用为 100%(实际交易中的空头被锁仓，但也许可以保证金交易)，那么综合损益其实还需要除以 2。

根据择时开仓的时点判断和持有窗口的长度，还可以把策略细化为以下 3 种模式：

(I). 普通静态策略，使用“转股起始日”作为 t_0，持有到期或者持有到回测期最后一日，根据公式计算每日损益 (如果是先计算三种损益的净值再进行选取的算法会更复杂)。另外，如果对 t_0 考虑的更细致一些，可能还需要根据转债建仓的难度适当添加滞后期，但是一般而言刚上市的转债可能会因为大量涨停而难以从二级市场购得合适的份额，而由于本策略的开仓时点是“转股起始日”，所以正常来讲不会遭遇买不进去的情况。

(II). 择时静态策略，需要引入一个或多个择时标准，比如：

(i). 股票价格表现稳定的情况下，债券市价处于某个合适价格，比如 110 附近 (或 <100)；

(ii). 通过对向下修正的学习取得一个概率，在向下修正的概率提升的时点开仓；

因此 t_0 是由制定的不同标准决定的。持有到期或者持有到回测期最后一日，计算每日损益的方式不变。

(III). 动态择时策略，除了需要引入一个或多个择时标准，还需要自行判断持有期的长度，可以通过“止盈点 + 止损点 + 最大持有期”做限制。

时间戳	t_0	t_1	t_2	t_3	t_4	...	t_{97}	t_{98}	t_{98}^{alter}	t_{99}
正股股价 S	50	60	40	30	20	...	30	50	50	65
债券市价 C	200	210	150	120	90	...	130	170	180	320
转股比例	1	1	2.5	2.5	3	...	4	4	5	5
股票空头总量	2	/	/	/	/	/	/	/	/	/
股票空头价值	**100**	120	80	60	40	...	60	100	100	130
债券多头价值	**100**	105	75	60	45	...	65	85	90	160
空头损益	0	-20	20	40	60	...	40	0	0	-30
多头损益	0	5	-25	-40	-55	...	-35	-15	-10	60
<u>牛端损益</u>	0	-15	-5	0	5	...	5	-15	-10	30
算法一										
全券转股平仓敞口	-1.5	-1.5	-0.75	-0.75	-0.5	...	0	0	0.5	0.5
全券转股敞口余额	-75	-90	-30	-22.5	-10	...	0	0	25	32.5
算法二										
债券多头价值	100	/	/	/	/	/	/	/	/	/
债券转股价值	25	30	50	37.5	30	...	60	100	125	162.5
全券转股债端损益	-75	-70	-50	-62.5	-70	...	-40	0	25	62.5
空头损益	0	-20	20	40	60	...	40	0	0	-30
全券转股损益	-75	-90	-30	-22.5	-10	...	0	0	25	32.5
仅平空头债券余额	0	0	0	0	0	...	0	0	14	32
仅平空头股票敞口余额	-75	-90	-30	-22.5	-10	...	0	0	0	0
灵活转股债端损益	-75	-90	-50	-62.5	-70	...	-40	0	14	32
空头损益	0	-20	20	40	60	...	40	0	0	-30
灵活转股损益	-75	-90	-30	-22.5	-10	...	0	0	14	2
<u>熊端损益</u>	-75	-90	-30	-22.5	-10	...	0	0	25	32.5
<u>综合损益</u>(PnL)	0	-15	-5	0	5	...	5	0	25	32.5

表 1: 牛熊策略损益算例

5 总结

可转债策略的容量一般都比较有限，如果我们希望结合券池的安排，达成提前屯券的目的，那根据结构较为简单的事件因子 $I_c(H)$ 或 $I_r(H)$ 也基本能达成目的，比如对“事件驱动”类采用 call factor 筛选合适标的，而日内满足 $I_c(H) = 1$ 的转债标的显然也不会很多，在这些标的里筛选即可，这类事件因子的实现代码记录在“牛熊策略模块.ipynb”中。

如果我们仍希望在特定的时间截面内对事件因子值为 1 的标的进行更精确筛券选券，就可以考虑对“股东大会宣布赎回 (向下修正)”这种事件的概率进行建模，这就是研报中提到的“市场围绕公告信息进行博弈”。

对博弈过程的建模是主观的，简单的做法无非是在训练集上使用频率直方图的形式将不同的“固定观测时间段内的股价涨幅图形”粗略地映射成概率值，在验证集上使用这个概率分布回测，并且观察泛化性能，最后在测试集上再生成信号；而如果追求复杂且精细的定价，那么甚至可能更多的需要针对基本面数据合成有效因子，而不是止步于量价数据，很显然，这样的取舍抉择都是根据不同的需要做出的。