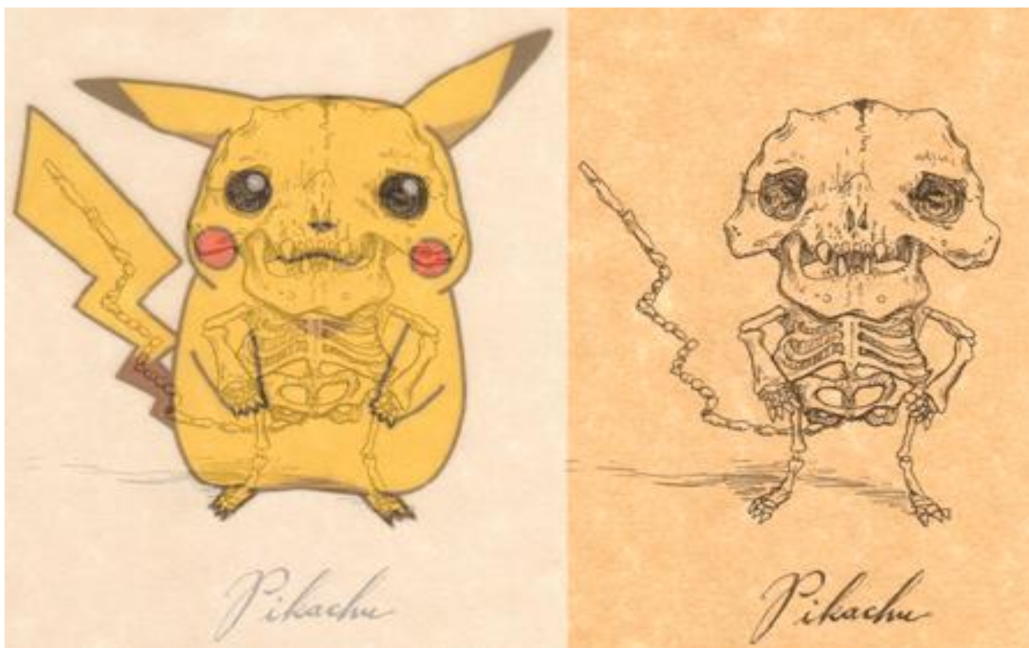
# 第八章　假设检验

# 第八章　假设检验

- 假 设 检 验
- 正态总体均值的假设检验
- 正态总体方差的假设检验

另一类统计推断问题：假设检验问题

根据抽取的样本信息来判定总体是否具有某种性质



# §1 假设检验

## 一、假设检验的基本概念

(1) 对未知总体提出某种假设或推断

(2) 利用抽样样本$(x_1,x_2,\ldots,x_n)$通过一定方法，检验假设是否合理

(3) 从而做出接受或拒绝假设的结论：

若认为该假设**正确**→**接受**该假设

若认为该假设**错误**→**拒绝**该假设

对于总体的假设检验可以分为两大类：

(1) 参数假设检验(参数检验)

(2) 分布假设检验(非参数假设检验)

# §1 假设检验

## 一、假设检验的基本概念

### 参数检验

总体分布形式已知，须对总体中的某个参数或总体的某个数字特征提出假设，然后利用样本值来检验此项假设是否成立

**例** 总体$N(\mu,\sigma^2)$，其中$\sigma^2=\sigma_0^2$，但$\mu$未知。 假设$\mu=\mu_0$(某已知值)

然后由抽自总体$X$的随机样本来检验此项假设。若假设成立，则认为$X\sim N\left(\mu_0,\sigma_0^2\right)$

### 分布假设检验

总体分布形式未知，须对总体分布提出假设。

**例** 总体服从泊松分布，然后用样本来检验假设是否成立

## 二、假设检验的基本原理与方法

**一般来说，推理方法是概率性质的反证法**

先假定这个假设为真，利用抽样样本并运用统计推断方法推出由此产生的后果。如果导致一个不合理的现象出现，则表明这个假设不真，拒绝该假设；如果没有导致一个不合理的现象出现，则表明这个假设为真，接受该假设。

**以上验证方法的理论依据：实际推断原理(小概率原理)**

一个小概率事件在一次试验中几乎是不可能发生的

在一次事件中，若小概率事件发生了，就认为原假设不合理

Story

## 二、假设检验的基本原理与方法

### 引例

**例** 某粮食加工厂用自动包装机包装大米，每袋标准重量为50kg，由长期实践表明，袋装重量(单位：kg)服从正态分布，并且标准差$\sigma$为1.5kg。某日开工后为检验包装机是否正常，随机抽取装袋大米9袋，称得净重(kg)为：49.5，50.6，51.8，52.4，49.8，51.1，52.0，51.5，51.2，问该机器工作是否正常

**解** 袋装大米重量$X \sim N\left(\mu_0, \sigma_0^2\right)$，且标准差$\sigma = 1.5kg$

(1) **提出假设**：$H_0: \mu = 50 \quad \left(H_1: \mu \neq 50\right)$

现由抽得样本值检验假设$H_0$是否成立

若假设$H_0$成立，则接受$H_0$，即认为机器正常工作

若假设$H_0$不成立，则拒绝$H_0$，即认为机器不正常工作

## 二、假设检验的基本原理与方法

(2) 假设一个适用于检验假设$H_0$的统计量→检验统计量

在$H_0$成立的前提下，应有：$\bar{X} \sim N\left(50, \frac{1.5^2}{n}\right)$

即：$\frac{\bar{X}-50}{1.5/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$

构造一个适当的小概率事件，给定小概率$\alpha$=0.05,0.01，0.1等

查标准正态分布表得$Z_{\alpha/2}$

$$P\left\{\left|\frac{\bar{X}-50}{1.5/\sqrt{n}}\right| \geq Z_{\alpha/2}\right\}=\alpha \quad 则：P\left\{\left|\bar{X}-50\right| \geq Z_{\alpha/2} \cdot 1.5/\sqrt{n}\right\}=\alpha$$

若取$\alpha$=0.05，则$Z_{\alpha/2}$=1.96则上式可写成

$$P\left\{\left|\bar{X}-50\right| \geq 1.96 \cdot 1.5/\sqrt{9}\right\}=0.05$$

## 二、假设检验的基本原理与方法

显然，当$H_0$为真时，事件$|\overline{X}-50| \geq 1.96 \cdot 1.5/\sqrt{9}=0.98$为一小概率事件(发生概率为0.05)。若在一次抽取中所得样本值使得$|\bar{x}-50| \geq 0.98$说明在一次抽样中小概率事件竟然发生了，与实际推断原理矛盾

对原假设产生怀疑→拒绝$H_0$

相反若与实际推断不矛盾→接受$H_0$

在为此列中，$\bar{x}=51.1$，则$|\bar{x}-50|=1.1>0.98$

拒绝$H_0$，认为机器不正常工作，即平均每袋大米重量标准重量50kg差异显著

Story

## 二、假设检验的基本原理与方法

### 几个基本概念

- **α**：显著性水平，是判断小概率事件的标准。

  α越小，小概率事件在一次抽样中越不容易发生，越不容易拒绝$H_0$。因此，α越小，拒绝假设$H_0$就越有说服力，或者说样本值提供了不利于假设$H_0$的显著证据

- **$H_0$**：原假设(零假设)
- **$H_1$**：对立假设(备择假设)
- **W(接受域)**：所采用的检验统计量的观察值落在集合W时，就接受$H_0$
- **$\overline{W}$(拒绝域)**：所采用的检验统计量的观察值落在集合W时，就拒绝$H_0$
- **临界点**：拒绝域和接受域的分界点

## 二、假设检验的基本原理与方法

### 几个基本概念

**两类错误**

假设检验是根据**样本信息**和**实际推断原理**，而对总体分布的某个假设作出检验结论。由于**抽样的随机性**和**小概率事件仍有可能发生**，所以接受或拒绝假设并非绝对无误

**第一类错误(弃真错误)**：拒绝本来为真的假设$H_0$

**第二类错误(存伪错误)**：接受本来不真的假设$H_0$

确定检验法则，应同时使犯两类错误的概率都较小，但一般来说，当样本容量固定时，减少一头，另一头增大。若要使两类错误同时减少，除非增加样本容量。在给定样本容量下，总是控制犯第一类错误的概率使它不大于$\alpha$

## 二、假设检验的基本原理与方法

### 几个基本概念

- **显著性检验：**只对第一类错误的概率加以控制，而不考虑犯第二类错误的概率的检验
- **双边假设检验：**在引例中的备择假设$H_1$，表示$\mu$可能大于$\mu_0$，也可能小于$\mu_0$称为**双边备择假设**，而称提出的假设形如引例的假设检验为双边假设检验
- **右边检验：**提出假设形如$H_0$： $\mu \le \mu_0$， $H_1$： $\mu > \mu_0$的假设检验称为右边检验
- **左边检验：**提出假设形如$H_0$： $\mu \ge \mu_0$， $H_1$： $\mu < \mu_0$的假设检验称为左边检验；右边检验和左边检验统称为**单边检验**

## 三、假设检验的一般步骤

- **(1)** 提出原假设$H_0$及对立假设$H_1$：充分考虑和利用已知的背景
- **(2)** 给定显著性水平$\alpha$及样本(包括样本容量，样本值)
- **(3)** 确定检验统计量及拒绝域的样式。

  在为真下导出统计量的分布形式(要求此分布不依赖与任何未知参数)
- **(4)**：按$P\{$拒绝$H_0 \mid H_0$为真$\}\le\alpha$，求出拒绝域
- **(5)**：作判断：取样，根据样本值作出决策，决定是接受$H_0$，还是接受$H_1$

Story

# §2 正态总体均值的假设检验

## 一、单个总体$N(\mu,\sigma^2)$均值$\mu$的检验

### $\sigma^2$已知，关于$\mu$的检验($Z$检验，又称$U$检验)

**问题** 正态总体$N(\mu,\sigma^2)$，当$\sigma^2$已知，关于$\mu=\mu_0$的检验。

**解决途径** 利用$H_0$为真时服从$N(0,1)$分布的统计量：

$$Z=\frac{\overline{X}-\mu_0}{\sigma_0/\sqrt{n}}\sim N(0,1)$$

来确定拒绝域

# §2 正态总体均值的假设检验

## 一、单个总体$N(\mu,\sigma^2)$均值$\mu$的检验

### $\sigma^2$未知，关于$\mu$的检验($t$检验)

**问题** 设总体$X\sim N(\mu,\sigma^2)$，$\mu$和$\sigma^2$未知，求检验问题

$H_0$：$\mu=\mu_0$，$H_1$：$\mu\neq\mu_0$的拒绝域

**解决途径** $X_1,X_2,\ldots,X_n$是来自总体的样本，$\sigma^2$未知但注意到$S^2$是$\sigma^2$的无偏估计，用$S$代替$\sigma$，采用

$$t=\frac{\overline{X}-\mu_0}{S/\sqrt{n}}$$

当观察值$|t|=\left|\dfrac{\bar{x}-\mu_0}{s/\sqrt{n}}\right|$过分大时就拒绝$H_0$，拒绝域的形式为

$$|t|=\left|\frac{\bar{x}-\mu_0}{s/\sqrt{n}}\right|\geq k$$

# §2 正态总体均值的假设检验

## 一、单个总体$N(\mu,\sigma^2)$均值$\mu$的检验

### $\sigma^2$未知，关于$\mu$的检验($t$检验)

当$H_0$为真时，$\dfrac{\bar{X}-\mu_0}{S/\sqrt{n}} \sim t(n-1)$，故由

$$P\{当H_0为真拒绝H_0\} = P_{\mu_0}\left\{\left|\frac{\bar{X}-\mu_0}{S/\sqrt{n}}\right| \geq k\right\} = \alpha$$

得$k=t_{\alpha/2}(n-1)$，即得拒绝域为 $|t| = \dfrac{\bar{x}-\mu_0}{s/\sqrt{n}} \geq t_{\alpha/2}(n-1)$

即若$\dfrac{\bar{x}-\mu_0}{s/\sqrt{n}} \geq t_{\alpha/2}(n-1)$，则在显著性水平$\alpha$下拒绝$H_0$，认为总体平均值与$\mu_0$差异显著

若$\dfrac{\bar{x}-\mu_0}{s/\sqrt{n}} < t_{\alpha/2}(n-1)$，则在显著性水平$\alpha$下接受$H_0$，认为总体平均值与$\mu_0$无差异显著

# §2 正态总体均值的假设检验

## 一、单个总体$N(\mu,\sigma^2)$均值$\mu$的检验

### $\sigma^2$未知，关于$\mu$的检验($t$检验)

**例** 对一批新的石油液化气贮罐进行耐裂试验，抽测5个，得爆破压力数据为(单位：kg/寸²):545，545，530，550，545；根据经验，爆压为549 kg/寸²，问这批新罐的平均爆压与过去有无显著差别($\alpha$=0.05)

**例** 对一种显像管要求它的平均寿命为3万（单位：小时），将5只显像管作了寿命试验得到数据30100, 29980, 28760, 31210, 27650，问能否认为此批显像管不合格（$\alpha$=0.1）。

## 二、两个正态总体均值差的检验(t检验)

两总体 $\begin{cases} X \sim N(\mu_1, \sigma_1^2) \\ Y \sim N(\mu_2, \sigma_2^2) \end{cases} \xrightarrow{\text{抽取两独立样本}} \begin{cases} X_1, X_2, \cdots, X_n \\ Y_1, Y_2, \cdots, Y_n \end{cases}$

| | 均值 | 方差 |
|---|---|---|
| $X_1, X_2, \cdots, X_n$ | $\bar{X}$ | $S_1^2$ |
| $Y_1, Y_2, \cdots, Y_n$ | $\bar{Y}$ | $S_2^2$ |

**求检验问题：** $H_0$： $\mu_1 - \mu_2 = \delta$， $H_1$： $\mu_1 - \mu_2 \neq \delta$

(1) $\sigma_1^2$ 和 $\sigma_2^2$ 已知时，因为 $\dfrac{(\bar{X}-\bar{Y})-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{\dfrac{\sigma_1^2}{n_1}+\dfrac{\sigma_2^2}{n_2}}} \sim N(0,1)$

当$H_0$成立时，选取 $U = \dfrac{(\bar{X}-\bar{Y})-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{\dfrac{\sigma_1^2}{n_1}+\dfrac{\sigma_2^2}{n_2}}}$ 作为检验统计量

对于给定显著性水平$\alpha$，查表得：$Z_{\alpha/2}$，所以有 $P\{|U| > Z_{\alpha/2}\} = \alpha$

## 二、两个正态总体均值差的检验(t检验)

进而得拒绝域: $|U| > Z_{\alpha/2}$　　即: $\left| \dfrac{(\bar{X}-\bar{Y})}{\sqrt{\dfrac{\sigma_1^2}{n_1}+\dfrac{\sigma_2^2}{n_2}}} \right| > Z_{\alpha/2}$

再由样本值算得统计量$U$的值，若$|U|>Z_{\alpha/2}$，拒绝$H_0$；

若$|U|<Z_{\alpha/2}$，接受$H_0$

(2) $\sigma_1^2$ 和 $\sigma_2^2$ 未知时，因为 $\sigma_1^2=\sigma_2^2$

检验假设为　$H_0$：$\mu_1=\mu_2$，　$H_1$：$\mu_1 \neq \mu_2$

$$T=\frac{(\bar{X}-\bar{Y})-(\mu_1-\mu_2)}{S_w\sqrt{\dfrac{1}{n_1}+\dfrac{1}{n_2}}} \sim t(n_1+n_2-2) \qquad S_w=\sqrt{\frac{(n_1-1)S_1^2+(n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-2}}$$

当$H_0$成立时，有：$T=\dfrac{(\bar{X}-\bar{Y})}{S_w\sqrt{\dfrac{1}{n_1}+\dfrac{1}{n_2}}} \sim t(n_1+n_2-2)$

# §2 正态总体均值的假设检验

## 二、两个正态总体均值差的检验(t检验)

对于给定显著性水平$\alpha$，查表得：$t_{\alpha/2}(n_1+n_2-2)$；

再由样本值算得统计量$T$的值，

若$|T|> t_{\alpha/2}(n_1+n_2-2)$，拒绝$H_0$；若$|T|<t_{\alpha/2}(n_1+n_2-2)$，接受$H_0$

**例**　有甲、乙两台机床加工同样产品，从这两台机床加工的产品中随机抽取若干件，测得产品直径(单位：mm)为：机床甲：20.5，19.8，19.7，20.4，20.1，20.0，19.0，19.9；机床乙： 18.7，20.8，20.5，19.8，19.4，20.6，19.2。根据经验，两台机床加工的产品直径都服从正态分布，且方差相等，试比较甲、乙两台机床加工的产品直径有无显著差异($\alpha$=0.05)?

**例**　有甲、乙两个煤矿，从这两个煤矿中分别随机采煤40和50批次，甲、乙两煤矿样本的平均含灰量分别为24.3%，26%，样本标准差为2%和3.5%，问甲煤矿中含灰量是否比乙煤矿低？低0.5%，低1%？

# §2 正态总体均值的假设检验

## 三、基于成对数据的均值差的检验(t检验)

为了比较两种产品、两种仪器或两种方法的差异，常在相同条件下采取对比试验，得到一批成对的观察值，然后分析数据，作出推断

逐对比较

**例** 为了比较甲、乙两种橡胶轮胎的耐磨性，设计配对试验，在甲、乙两种轮胎中各取8个，再任取8架飞机，在每架飞机的左翼和右翼下，分别装上一个甲种轮胎和乙种轮胎，经过一段时间飞行，测得8对轮胎的磨耗量(即成对数据)如下(单位：mg)

甲：4900, 5220, 5500, 6020, 6340, 7660, 8650, 4870

乙：4930, 4900, 5140, 5700, 6110, 6880, 7930, 5010

给定显著性水平$\alpha=0.05$，试检验甲、乙两种轮胎的耐磨性有无显著差异

## 三、基于成对数据的均值差的检验(t检验)

**解** 分别用$X$，$Y$表示甲、乙两种轮胎的耐磨量，考虑另一总体$Z=X-Y$，数据成对出现：$z_i=x_i-y_i\,(i=1,2,\ldots,8)$

总体Z的样本观察值为(单位：mg)：–30, 320, 360, 320, 230, 780, 720, –140

$Z \sim N(0,\sigma^2)$， $\sigma^2$未知

经以上处理，可将两总体均值是否相等的检验问题等效为：

**总体Z检验假设** $H_0$： $\mu=0$， $H_1$： $\mu \neq 0$

由单个正态总体($\sigma^2$未知)均值的t检验法，知拒绝域为：

$$T=\left|\frac{\bar{Z}-0}{S/\sqrt{n}}\right| \geq t_{\alpha/2}(n-1)$$

## 三、基于成对数据的均值差的检验(t检验)

由$n$=8, $t_{\alpha/2}$=$t_{0.025}(7)$=2.365，即拒绝域为： $T=\left|\dfrac{\bar{Z}-0}{S/\sqrt{n}}\right|\geq 2.365$

由样本值: $\bar{Z}=320$， $S=319.69$

$|T|=\dfrac{320}{320/\sqrt{8}}=2.831>2.365=t_{0.035}(7)$ 故接受$H_1$，即μ≠0

**结论:**

两批轮胎的磨耗量不能认为相等

或者说：两批轮胎的磨耗量在显著水平α=0.05下有显著差异

它突出了两批轮胎质量指标的差异，排除了其它因素，如飞机飞行条件的干扰，所以检验结论更可靠

## 三、基于成对数据的均值差的检验(t检验)

**例** 为了比较两种谷物种子的优劣，特选取10块土质不全相同的土地，并将每块土地分为面积相同的两部分，分别种植这两种种子，施肥与田间管理在20小块土地上都是一样，下面是各小块上的单位产量：

| 土地 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 种子一的单位产量$x$ | 23 | 35 | 29 | 42 | 39 | 29 | 37 | 34 | 35 | 28 |
| 种子二的单位产量$y$ | 30 | 39 | 35 | 40 | 38 | 34 | 36 | 33 | 41 | 31 |
| 差 $d=x-y$ | -7 | -4 | -6 | 2 | 1 | -5 | 1 | 1 | -6 | -3 |

假定单位产量服从正态分布，试问：两种种子的平均单位产量在显著性水平$\alpha=0.05$上有无显著差异？

# §3 正态总体方差的假设检验

## 一、方差$\sigma^2$的双边检验

### 未知均值$\mu$，关于$\sigma^2$的检验

检验假设 $H_0$: $\sigma^2=\sigma_0^2$，$H_1$: $\sigma^2\neq\sigma_0^2$  $\sigma_0^2$ 为已知常数

$$\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}\sim\chi^2(n-1)$$

于是，取$\chi^2=\dfrac{(n-1)S^2}{\sigma^2}$作为检验统计量

对于给定显著性水平$\alpha$，查表可得 $\chi^2_{\alpha/2}(n-1)$ 和 $\chi^2_{1-\alpha/2}(n-1)$

使得$P\left\{\dfrac{(n-1)S^2}{\sigma^2}\le\chi^2_{1-\alpha/2}(n-1)\right\}=\alpha/2$，$P\left\{\dfrac{(n-1)S^2}{\sigma^2}\ge\chi^2_{\alpha/2}(n-1)\right\}=\alpha/2$

$$P\{\text{拒绝}H_0|H_0\text{为真}\}=P\left\{\left[\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}\le\chi^2_{1-\alpha/2}(n-1)\right]\cup\left[\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}\ge\chi^2_{\alpha/2}(n-1)\right]\right\}$$

$$=\alpha$$

# §3 正态总体方差的假设检验

## 一、方差σ²的双边检验

由样本值计算统计量$\chi^2=\dfrac{(n-1)S^2}{\sigma^2}$的值，若

$$\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}\le\chi^2_{1-\alpha/2}(n-1) \text{或} \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}\ge\chi^2_{\alpha/2}(n-1)$$

则拒绝假设$H_0(\sigma^2=\sigma_0^2)$；否则，接受$H_0(\sigma^2=\sigma_0^2)$

**例**　某厂生产螺钉，其直径长期以来服从方差为$\sigma^2$=0.0002(cm²)的正态分布，现有一批这种螺钉，从生产情况来看，直径长度可能有波动；为此，今从产品中抽取10只进行测量，得数据(单位：cm)：1.19, 1.21, 1.21, 1.18, 1.17, 1.20, 1.20, 1.17, 1.19, 1.18。试问：根据这组数据能够推断这批螺钉直径的波动性较以往有显著变化？(α=0.05)

# §3 正态总体方差的假设检验

## 一、方差$\sigma^2$的双边检验

**解** 在显著性水平$\alpha$=0.05下，

检验假设 $H_0$: $\sigma^2=\sigma_0^2=0.0002$，$H_1$: $\sigma^2\neq 0.0002$

由样本值得:
$$\begin{cases} \bar{x}=1.19 \\ S^2=\dfrac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\bar{x}\right)^2=0.00022 \end{cases}$$

计算得: $\chi^2=\dfrac{(n-1)S^2}{\sigma^2}=9.9$

查表得: $\chi^2_{\alpha/2}(n-1)=\chi^2_{0.025}(9)=19.023$ $\chi^2_{1-\alpha/2}(n-1)=\chi^2_{0.975}(9)=2.700$

由于2.700<9.9<19.023，所以接受$H_0$

即认为这批螺钉直径的波动性较以往没有显著变化

# §3 正态总体方差的假设检验

## 一、方差σ²的双边检验

### 已知均值$\mu$，关于σ²的检验

检验假设 $H_0$: $\sigma^2=\sigma_0^2$，$H_1$: $\sigma^2\neq\sigma_0^2$ $\sigma_0^2$ 为已知常数

$$\chi^2=\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}=\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2}{\sigma_0^2}\sim\chi^2(n)$$

由样本值计算统计量$\chi^2=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2}{\sigma^2}$，若

$\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2}{\sigma^2}\le\chi^2_{1-\alpha/2}(n)$或$\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2}{\sigma^2}\ge\chi^2_{\alpha/2}(n)$ 则拒绝$H_0$，否则接受$H_0$

对$\sigma^2$作检验，无论$\mu$已知还是未知，所选取的统计量都服从$\chi^2$分布，只是自由度不同，常称这种检验为$\chi^2$检验

# §3 正态总体方差的假设检验

## 二、两正态总体方差比的检验

$X_1, X_2, \ldots, X_n$来自总体 $N(\mu_1, \sigma_1^2), S_1^2$

$Y_1, Y_2, \ldots, Y_n$来自总体 $N(\mu_2, \sigma_2^2), S_2^2$

$\mu_1, \mu_2$未知，假设检验为 $H_0$： $\sigma^2 = \sigma_0^2$， $H_1$： $\sigma^2 \neq \sigma_0^2$

**由于样本方差$S^2$是$\sigma^2$的无偏估计**

当$H_0$为真时，统计量$F = S_1^2 / S_2^2$ 的取值集中于1的附近

若在样本值下F的值过大或过小，则应否定$H_0$

统计量 $F = \dfrac{\sigma_2^2 S_1^2}{\sigma_1^2 S_2^2} \sim F(n_1 - 1, n_2 - 1)$

当 $H_0$： $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ 成立时，有：$F = \dfrac{S_1^2}{S_2^2} \sim F(n_1 - 1, n_2 - 1)$

## 二、两正态总体方差比的检验

对于给定显著性水平$\alpha$，有

$$P\{F < F_{1-\alpha/2}(n_1-1,n_2-1)=\alpha/2\}\text{或}P\{F > F_{\alpha/2}(n_1-1,n_2-1)=\alpha/2\}$$

即：$$\left\{F=\frac{S_1^2}{S_2^2}<F_{1-\alpha/2}(n_1-1,n_2-1)\right\}\cup\left\{F=\frac{S_1^2}{S_2^2}>F_{\alpha/2}(n_1-1,n_2-1)\right\}$$

是小概率事件

**检验规则：由样本值算出统计量 $F=S_1^2/S_2^2$的值，若**

- $F < F_{1-\alpha/2}(n_1-1,n_2-1)$或$F > F_{\alpha/2}(n_1-1,n_2-1)$
  则拒绝$H_0$，接受$H_1$，认为$\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$
- $F < F_{1-\alpha/2}(n_1-1,n_2-1)$或$F > F_{\alpha/2}(n_1-1,n_2-1)$
  则拒绝$H_0$，接受$H_1$，认为$\sigma_1^2 = \sigma_2^2$

## 二、两正态总体方差比的检验

**例** 研究机器A或机器B生产的钢管内径。随机抽取机器A生产的管子8只，测得样本方差$S_1^2=0.29(mm^2)$；抽取机器B生产的管子9只，测得样本方差$S_2^2=0.34(mm^2)$。设机器A和机器B生产的管子分别服从正态分布$N(\mu_1,\sigma_1^2)$ 和 $N(\mu_2,\sigma_2^2)$ ，试比较A，B两台机器加工的精度有无显著差异?(α=0.01)

**解** 检验两机器加工精密差异问题

$\Leftrightarrow$ 检验两正态总体方差是否相等问题

**检验假设** $H_0$：$\sigma^2=\sigma_0^2$，$H_1$：$\sigma^2\neq\sigma_0^2$

这里：$n_1=8$，$n_2=9$，$S_1^2=0.29$，$S_2^2=0.34$

## 二、两正态总体方差比的检验

当α=0.01时，查F分布表得：

$$F_{\alpha/2}(n_1-1,n_2-1)=F_{0.005}(7,8)=7.69$$

$$F_{1-\alpha/2}(n_1-1,n_2-1)=F_{0.995}(7,8)=\frac{1}{F_{0.005}(8,7)}=0.115$$

因为：$0.115 < F = 0.853 < 7.69$

由样本算得：$F=\dfrac{S_1^2}{S_2^2}=\dfrac{0.29}{0.34}=0.853$

所以接受$H_0$，可以认为两机器加工的精度无明显差异

P value

# 谢　　谢!