

Reflexiva: para ser: se no **dígrafo** todos têm lacete e na **matriz** a diagonal tem 1 em todos

Simétrica: para ser: se no **dígrafo** todos têm setas bidirecionais e a **matriz** é simétrica

Antissimétrica: para ser: se no **dígrafo** todos têm setas unidirecionais e na **matriz** se (i,j) e (j,i) , sendo $i \neq j$ não são 1 em simultâneo.

Transitiva: para ser: se (x,y) e (y,z) tem que existir (x,z) ; no **dígrafo** se há lig. de **x** para **y** e de **y** para **z** tem que haver de **x** para **z**
Seja R uma relação binária em A . Diz-se que R é uma **relação de equivalência** em A se for reflexiva, simétrica e transitiva.

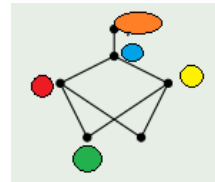
Classe de equivalência $[x]R^{\text{def}} = \{y \in A : x R y\}$, tendo (x,y) (x,z) (a,b) (a,c) então $[x]R^{\text{def}} = \{y,z\}$ e $[a]R^{\text{def}} = \{b,c\}$

Conjunto quociente $A/R^{\text{def}} = \{[x]R : x \in A\}$, conjunto formado pelos conjuntos de todas as classes de equivalência

Diz-se que R é uma **relação binária de ordem parcial** em A se R é reflexiva, antissimétrica e transitiva em A .

Sejam A um conjunto não-vazio e \mathbb{R} uma relação binária de ordem parcial em A . Então, diz-se que (A, \mathbb{R}) é um conjunto parcialmente ordenado, que se costuma abreviar para **cpo**.

Diagrama de Hasse(para representar cpo): tipo dígrafo mas ignora-se os lacetes e não se desenhavam as setinhas. por cpo ser antissimétrica começa-se em geral pelo elemento mais baixo da primeira parte do par, depois em cada nível não podem estar elementos associados entre si. (imagem) o verde faz par com todas as cores, o vermelho só com azul e laranja... Para além de fazerem par com eles próprios.



(i) Seja $\text{par} \in \square$. Então, \square igualar uma parte do par à outra tem-se que umRoutro . Assim, \square é uma relação binária reflexiva.

(ii) Sejam duas partes $\in \square$ tais que $\text{umRoutro, outroRum}$, ou seja, substituir. Então, \square ser os mesmos (antissimétrica) pelo que uma parte igual à outra. Assim, \square é uma relação binária antissimétrica.

(iii) Sejam $\square \in \square$ tais que $\text{um pa outro, outro pa z}$, ou seja, substituir. Então, \square mostrar que pode pelo que umRz . Assim, \square é uma relação binária transitiva.

Assim, de (i), (ii) e (iii) conclui-se que (\square) é um cpo. ou de equivalência (basta mudar antissimétrico para simétrico)

FUNÇÕES para ser têm que ser relações binárias **total**(todos os "x" devem corresponder a um "y") e **unívoca** (de um "x" só parte uma seta). Representa-se por B^A o conjunto de todas as funções de A em B

Imagem de C por f , que se representa por $f \rightarrow (C)$, a $f \rightarrow (C) \text{ def} = \{y \in B : \exists x \in C [y = f(x)]\}$. Gráfico (contradomínio)

Imagem inversa de D por f , que se representa por $f \leftarrow (D)$, a $f \leftarrow (D) \text{ def} = \{x \in A : f(x) \in D\}$. Gráfico (domínio)

Chama-se função composta de f com g , que se representa por $g \circ f$ (e que se continua a ler "g após f"), à função (basta substituir "x" de $g(x)$ por $f(x)$ em g claro)

$$\begin{array}{ccc} g \circ f : A & \longrightarrow & C \\ x & \longmapsto & g(f(x)). \end{array}$$

Injetiva se a objetos distintos correspondem imagens distintas.

Sobrejetiva se o seu conjunto de chegada coincide com a sua imagem (todos do lado "y" tem um "x" associado)

Bijetiva se for injetiva e sobrejetiva.

Seja a função $f: A \rightarrow B$. **f é invertível** se a relação binária inversa de f é uma função de B em A . (existe apenas uma)

Sejam as funções $f: A \rightarrow B$ e $g: B \rightarrow A$. Se $g \circ f = \text{id}_A$ e $f \circ g = \text{id}_B$, então g diz-se a **função inversa** de f . (**basicamente é trocar os pares e ver se cumpre o que é preciso para ser função**) Seja f uma função. Então, f é invertível se e só se f é **bijetiva**.

um **grafo** é **simples** se ele não tem laços nem mais de uma aresta ligando dois vértices

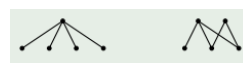
Dígrafo é um grafo orientado (uma aresta (v_i, v_j) representa-se por uma linha orientada de v_i para v_j)

matriz de adjacência de G à matriz $M_G = [a_{ij}] \in \mathcal{M}_{n \times n}(\{0,1\})$, $a_{ij} = 1$ se v_i e v_j são vértices adjacentes; 0 caso contrário (vértices são adjacentes se estão ligados)

caminho sequência de vértices de G no qual dois vértices sucessivos definem uma aresta, usando-se a notação $\langle v_{j_1}, \dots, v_{j_m} \rangle$ para o representar. (**origem do caminho** vértice onde começa, **destino do caminho** vértice onde acaba) - **caminho trivial** sequência $\langle v_{j_1} \rangle$ (cada um dos vértices) - **comprimento de um caminho** número de arestas que definem o caminho - **caminho elementar** se nenhum vértice é repetido. - **caminho simples** se nenhuma aresta é repetida. - **circuito** se a origem do caminho é igual ao destino do caminho. - **circuito simples** se é um caminho simples e um circuito. - **ciclo** se é um circuito simples, não é um caminho trivial e não tem repetição de vértices com a exceção da origem do caminho e do destino do caminho.

$G'(V', E')$ é um **subgrafo** de G se $V' \subseteq V$ e $E' \subseteq E$. Sejam $G = (V, E)$ um grafo simples e $V' \subseteq V$. Chama-se **subgrafo de G induzido por V'** ao grafo simples $G' = (V', E')$ com $E' = \{v_i v_j \in E : v_i, v_j \in V'\}$.

grafo trivial só um vértice. - G diz-se um **grafo nulo** se não tem arestas - **grafo ciclo** com pelo menos 3 vértices em q o num de vértices é igual ao num de arestas e definem um ciclo - **grafo linha** dois dos vértices são adjacentes a um e um só vértice e todos os outros são adjacentes a dois e só dois vértices. (faz uma linha) - **grafo completo**, que se representa por K_n , se dois quaisquer vértices são adjacentes. - **grafo bipartido(imagem)** se existir uma partição $\{X, Y\}$ de V tal que cada vértice de X é adjacente apenas a vértices de Y e cada vértice de Y é adjacente apenas a vértices de X . é bipartido sse não admite ciclos de comprimento ímpar.



grafo bipartido completo, que se representa por $K_{m,n}$ onde $m = |X|$ e $n = |Y|$ com $m \leq n$, se cada vértice de X é adjacente a todos os vértices de Y . - $K_{m,n}$ é um subgrafo de $K_{p,q}$ sse $m \leq p$ e $n \leq q$. - **grau** de v , que se representa por $\text{grau}(v)$, ao números de arestas - **conexo** se existe um caminho entre dois quaisquer dos seus vértices.

Seja $G = (V, E)$ um grafo simples. Então, a relação binária definida em V por $v_i R v_j$ sse $v_i = v_j$ ou existe um caminho entre v_i e v_j é uma relação de equivalência - Seja $G = (V, E)$ um grafo simples. Chamam-se **componentes conexas** de G às classes de equivalência determinadas pela relação de equivalência definida no teorema anterior. - Seja $G = (V, E)$ um grafo simples. G é um **grafo conexo** sse a rel. binária definida em V por $v_i R v_j$ sse $v_i = v_j$ ou existe um caminho entre v_i e v_j admite uma única classe de equivalência. - Um grafo conexo no qual não existem ciclos chama-se uma **árvore**. (diferença entre o número de vértices e o número de arestas é 1, toda a árvore que não é um grafo trivial tem pelo menos dois vértices de grau 1)